

Algorithmique avancée

TD autour des arbres binaires

1 Arbres binaires de recherche

Voici une liste aléatoire de 18 éléments :

25	60	35	10	5	20	65	45	70	40	50	55	30	15	57	58	42	41
----	----	----	----	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

On s'intéresse ici aux arbres binaires de recherche.

- Construisez tout d'abord l'arbre correspondant aux insertions successives des différents éléments de la liste
- Appliquez l'algorithme de recherche DFS pour trouver l'élément 58, indiquez les noeuds traités successivement
- Appliquez maintenant l'algorithme de recherche BFS, tout d'abord sans considérer que l'arbre est un arbre binaire de recherche, puis en le considérant. Que constatez-vous ?
- Donnez les listes préfixées, suffixées et infixées des éléments successivement traités dans le cas des différents parcours en profondeur
- Quel arbre obtient-on après suppression de l'élément 60 ? Et après suppression de l'élément 40 ?

2 Généralités et AVL

- Combien d'arbres binaires de recherche peuvent contenir les éléments suivants : $\{1,2,3\}$, $\{1,2,3,4\}$?
- Donnez un algorithme qui détermine si un arbre de recherche A contient un élément dans l'intervalle $[l,r]$

Pour éviter certains écueils dus au déséquilibre des arbres, le concept d'arbre AVL a été mis au point. Dans un arbre AVL, les hauteurs des deux sous-arbres d'un même noeud diffèrent au plus de un. La recherche, l'insertion et la suppression sont donc toutes en $O(\log_2(n))$ dans le pire des cas. Pour cela, on a introduit la notion de **facteur d'équilibrage** d'un noeud, correspondant à la différence de hauteur entre la profondeur de son sous-arbre droit et celle de son sous-arbre gauche. Un noeud dont le facteur d'équilibrage est égal à 1, 0 ou -1 est considéré comme équilibré. Pour rééquilibrer un arbre, il peut être nécessaire de procéder à des opérations de rotation.

- Reprenez l'arbre binaire de recherche du précédent exercice. Calculez pour chacun des noeuds sa profondeur et déduisez-en le facteur d'équilibrage de chacun des noeuds (différence entre la profondeur de son sous-arbre gauche et celle de son sous-arbre droit)