

## Explain

Martingale theory  $\sim$  fair game: không có sự chênh lệch giá, giá giữ nguyên theo thời gian, phù hợp với tiêu chuẩn của tất cả mọi người, không có người thắng người mất.

$\frac{dS_t}{S_t}$  is rate of return over  $\Delta t$  với kỳ vọng  $\mu$  (kỳ vọng lợi nhuận khác nhau tùy vào từng investor trong khoảng thời gian  $\Delta t$ ) và sự biến động, sai lệch giữa các kỳ vọng đó là  $\sigma$  trong bước chuyển động ngẫu nhiên của giá cổ phiếu theo Brownian.

$\mu$  biến thiên theo Phương trình tuyến tính, nghĩa là thời gian càng dài thì kỳ vọng lợi nhuận của investor càng cao

$dW_t$  là biến ngẫu nhiên từ  $t$  đến  $t + \Delta t$ .  $W_t$  Wiener process với phân bố xác suất normal  $N(0, \Delta t)$  nên thời gian càng dài thì độ biến động càng lớn

$B_t$  Risk-free asset: government bond

Def: Let  $(\Omega; \mathcal{F})$  be a sample space. Two probability measures  $\mathbb{P}$  and  $\mathbb{Q}$  on  $(\Omega; \mathcal{F})$  are said to be equivalent if  $P(A) = 0$ ,  $Q(A) = 0$  for all such  $A$ .

Equivalent martingale measure là công cụ toán học, giúp giải quyết được quy về 1 chuẩn mực nhất định để giải quyết các vấn đề trong tài chính một cách dễ dàng và hiệu quả hơn, đây là do độ xác suất tương đương với độ đo xác suất trong thế giới thực, tương đương theo nghĩa xác suất, có nghĩa là " $P(A) = 0$  or  $1$ , then  $Q(A) = 0$  or  $1$ ". còn các giá trị khác biến đổi tương quan theo 1 hệ số  $\theta$  nhất định".

Dựa vào ý tưởng đó, Girsanov đã chứng minh tìm ra hệ số này trong Girsanov's theorem.

### Question 2 (25 Marks)

Find the probability that a leap year has 53 Sundays. Notice that a leap year has 52 weeks and 2 odd days.

**Question 3** (25 Marks) A family has 6 children. Find the probability that there are (i) 3 boys and 3 girls, (ii) fewer boys than girls. Assume that the probability of any particular child being a boy is  $\frac{1}{2}$ .

### Question 4 (25 Marks)

In a certain college, 4% of the men and 1% of the women are taller than 1.8m. Furthermore, 60% of the students are women. Now if a student selected at random and is taller than 1.8m, what is probability that the student is a woman.