

Analisis Numérico aplicado al equilibrio de mercado

1. Introducción

Sabemos que el mercado para cierto producto presenta oferta y demanda, analizado con las variables económicas (precio del producto, precio del bien sustituto, bien complementario, preferencias del consumidor, etc).

El principal problema es observar cuándo las curvas de demanda y oferta logran en ellas un punto de equilibrio; ello ayudará a una empresa a poseer una idea más sustentada con la teoría económica de qué cantidad de su producto debe entrar al mercado.

El análisis numérico se aplicará para obtener las curvas mediante interpolación de Lagrange y consiguientemente el valor aproximado del punto de equilibrio mediante la Resolución de sistemas no lineales".

2. Problema: Oferta y Demanda de un bien

2.1. Objetivo

1. Determinar las curvas de oferta y demanda.
2. Obtener el valor aproximado del punto de equilibrio.

2.2. Descripción

1. Conocer datos del mercado como precios unitario por cantidad ofertada y precio unitario por cantidad demandada del producto.
2. Aplicar la teoría de aproximación polinomial para la determinación de las curvas (Oferta y Demanda).
3. Aplicar algunos algoritmos de resolución de sistemas no lineales para obtener el punto de equilibrio.

2.3. Procedimiento

Para una visión clara del problema, Trabajaremos con el ejemplo del primer proyecto.

En el primer proyecto se planteó el problema de iniciar una empresa con capital limitado. Ahora siguiendo ese mismo caso nos preguntamos como serían las curvas de oferta y demanda de cada producto para los tres meses (diciembre, enero y febrero).

Para ello se recurrió a unos datos de mercado (Precio de venta-Cantidad Ofertada/ Precio de venta-Cantidad Demandada) del primer producto de nuestra empresa; y para más sencillez se analizará con tres datos.

OFERTA			
CANTIDAD(Q) $\times 10^3$	1	1.3	1.5
PRECIO POR UNIDAD(S/.)(P)	0.7	0.9	1.3

DEMANDA			
CANTIDAD(Q) $\times 10^3$	1	1.4	1.6
PRECIO POR UNIDAD(S/.)(P)	1.8	0.9	0.8

Usando el algoritmo de Interpolación de Lagrange:

```
Q: cantidad
P: precio
Ingrese el intervalo [a,b]
a=0
b=2

RELACION Q-P (OFERTA)

Ingrese la cantidad de datos conocidos:
3

Ingrese los puntos conocidos y sus respectivos f(xk)
x0=1
f(x0)=0.7
x1=1.3
f(x1)=0.9
x2=1.5
f(x2)=1.3
```

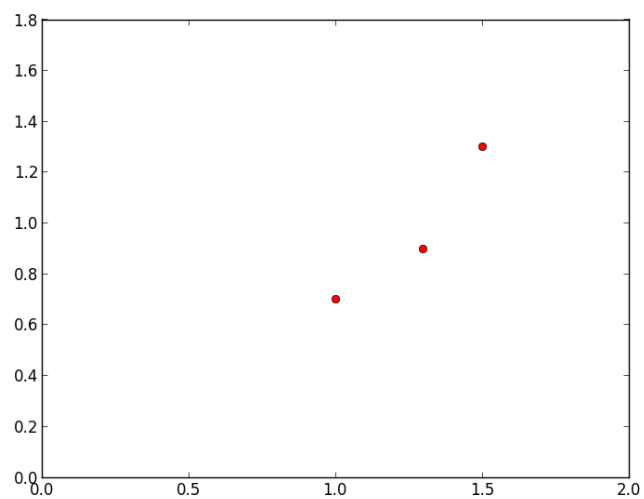


Figura 1: Puntos Q vs P

El polinomio de Lagrange es:
 $O(x) = 2.6666666667 \cdot x^2 - 5.4666666667 \cdot x + 3.5$

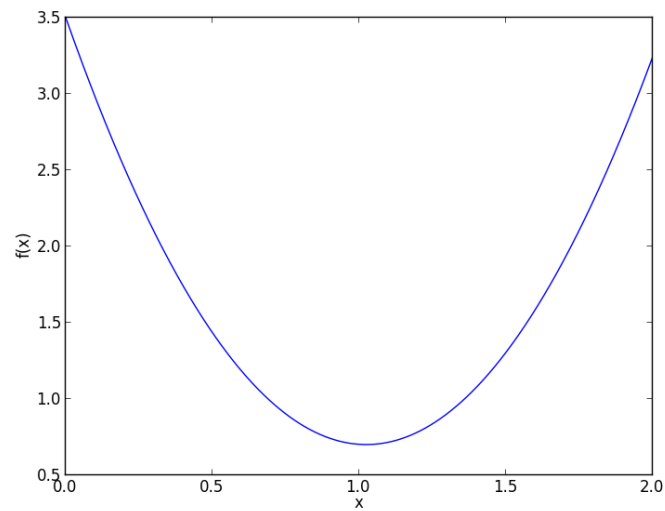


Figura 2: Curva de Oferta. Q vs P

RELACION Q-P (DEMANDA)

Ingrese la cantidad de datos conocidos:

3

Ingrese los puntos conocidos y sus respectivos $f(x_k)$

$x_0=1$

$f(x_0)=1.8$

$x_1=1.4$

$f(x_1)=0.9$

$x_2=1.6$

$f(x_2)=0.8$

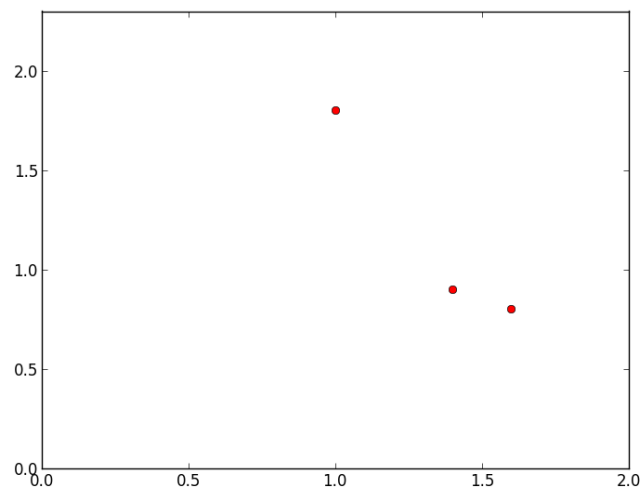


Figura 3: Puntos Q vs P

El polinomio de Lagrange es:
 $D(x) = 2.9166666667 * x^2 - 9.25 * x + 8.1333333333$

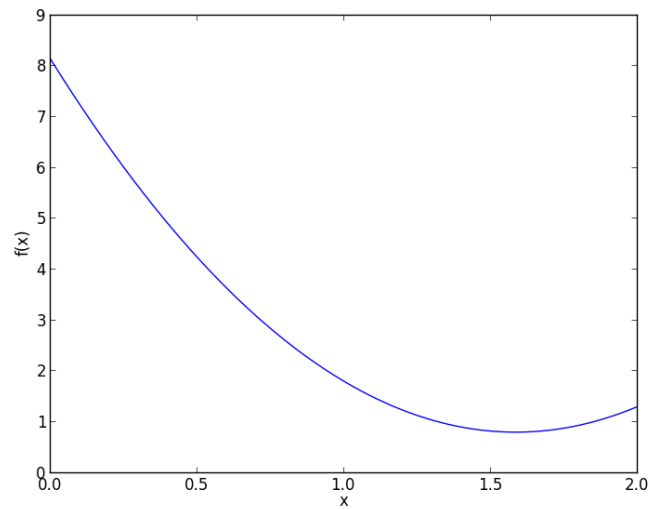


Figura 4: Curva de Demanda. Q vs P

Para la determinación aproximada del punto de equilibrio
 Tenemos que resolver $O(x) = D(x)$
 es decir:
 $2.6666666667 * x^2 - 5.4666666667 * x + 3.5 - (2.9166666667 * x^2 - 9.25 * x + 8.1333333333) = 0$

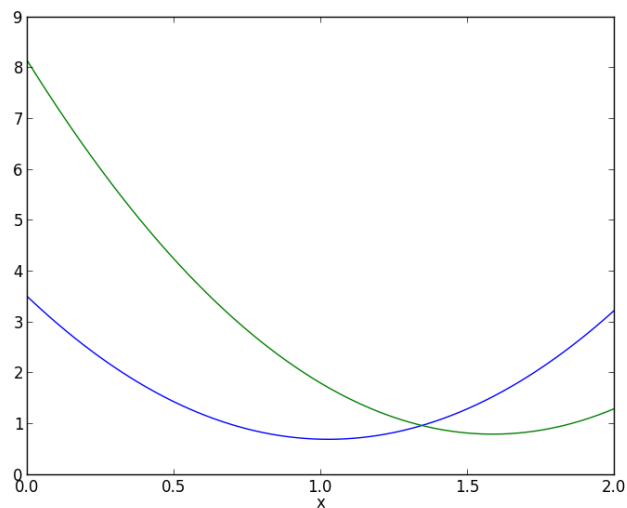


Figura 5: Curva de Oferta y Demanda. Q vs P

Se han obtenido una aproximación de las curvas de oferta y demanda:

$$O(x) = 2.6666666667 * x^2 - 5.4666666667 * x + 3.5$$

$$D(x) = 2.9166666667 * x^2 - 9.25 * x + 8.1333333333.$$

Analizaremos la solución de $O(x) - D(x) = 0$.
 Luego usando el programa de Resolución de ecuaciones no lineales”
 se obtiene una aproximación del punto de equilibrio:

```

1  Que desea resolver?
2
3  1.Una ecuacion de la forma f(x)=0 (una sola variable. f:R --> R)
4  2.Un sistema de ecuaciones f(x1,x2 ,..., xn)=0 (2 o mas variables. f:R^n --> R^n)
5  1
6
7  Determinaremos la solucion de f(x)=0
8
9  A continuacion ingrese los extremos del intervalo [a,b]:
10 a:0
11 b:2
12
13 A continuacion ingrese la funcion f(x):
14
15 NOTA: Se mostrara la grafica de f para que observe si existe
16 o no una raiz en [a,b], e intuya un punto inicial cercano a
17 dicha raiz para cuando se le pida en algunos metodos.
18
19 Luego de mostrarse la ventana con la grafica
20 CIERRELA PARA CONTINUAR
21
22 f(x)=2.66666666667*x**2-5.46666666667*x+3.5-(2.91666666667*x**2-9.25*x+8.13333333333)
23 Seleccione un metodo:
24
25 1.Biseccion
26 2.Newton-Raphson
27 3.Newton por Diferencias finitas
28 4.Newton Modificado
29 5.Secante
30 6.Regula Falsi
31 7.Punto Fijo
32 8.Steffensen
33 9.SI DESEA REINICIAR
34 10.SI DESEA SALIR
35 1
36 El intervalo [a,b] contiene una raiz
37 Ingrese el tol:0.001
38 It (k) | a,f(a) | b,f(b) | xk,f(xk)
39 -----
40 1 | a=0.0 | b=2.0 | xk=1.0
41 | f(a)=-4.63333333333 | f(b)=1.93333333333 | f(xk)=-1.1
42 -----
43 2 | a=1.0 | b=2.0 | xk=1.5
44 | f(a)=-1.1 | f(b)=1.93333333333 | f(xk)=0.479166666665
45 -----
46 3 | a=1.0 | b=1.5 | xk=1.25
47 | f(a)=-1.1 | f(b)=0.479166666665 | f(xk)=-0.294791666668
48 -----
49 4 | a=1.25 | b=1.5 | xk=1.375
50 | f(a)=-0.294791666668 | f(b)=0.479166666665 | f(xk)=0.0960937499987
51 -----
52 5 | a=1.25 | b=1.375 | xk=1.3125
53 | f(a)=-0.294791666668 | f(b)=0.0960937499987 | f(xk)=-0.0983723958344
54 -----
55 6 | a=1.3125 | b=1.375 | xk=1.34375
56 | f(a)=-0.0983723958344 | f(b)=0.0960937499987 | f(xk)=-0.000895182292813
57 -----
58 7 | a=1.34375 | b=1.375 | xk=1.359375

```

```

59 |         | f(a)=-0.000895182292813 | f(b)=0.0960937499987 | f(xk)=0.0476603190092
60 |-----|-----|-----|-----|
61 | 8      | a=1.34375 | b=1.359375 | xk=1.3515625
62 |         | f(a)=-0.000895182292813 | f(b)=0.0476603190092 | f(xk)=0.0233978271473
63 |-----|-----|-----|-----|
64 | 9      | a=1.34375 | b=1.3515625 | xk=1.34765625
65 |         | f(a)=-0.000895182292813 | f(b)=0.0233978271473 | f(xk)=0.0112551371245
66 |-----|-----|-----|-----|
67 | 10     | a=1.34375 | b=1.34765625 | xk=1.345703125
68 |         | f(a)=-0.000895182292813 | f(b)=0.0112551371245 | f(xk)=0.00518093109016
69 |-----|-----|-----|-----|
70 | 11     | a=1.34375 | b=1.345703125 | xk=1.3447265625
71 |         | f(a)=-0.000895182292813 | f(b)=0.00518093109016 | f(xk)=0.00214311281725
72 |-----|-----|-----|-----|
73 | la raiz es: 1.3447265625
74 |-----|-----|-----|-----|
75 | Desea observar el proceso con el acelerador de AITKEN?
76 | 1.SI
77 | 2.NO
78 | Ingrese 1 o 2:2
79 |
80 | Seleccione un metodo:
81 |
82 | 1.Biseccion
83 | 2.Newton-Raphson
84 | 3.Newton por Diferencias finitas
85 | 4.Newton Modificado
86 | 5.Secante
87 | 6.Regula Falsi
88 | 7.Punto Fijo
89 | 8.Steffensen
90 | 9.SI DESEA REINICIAR
91 | 10.SI DESEA SALIR
92 | 3
93 | El intervalo [a,b] contiene una raiz
94 |
95 | Ingrese un punto inicial, xi:
96 | xi=1.2
97 | Debido al punto inicial escogido
98 | se obtendra una raiz mayor o igual al valor de dicho punto
99 |
100 | Ingrese el tol:0.00001
101 |
102 | It(k) | xk | f(xk)
103 |-----|-----|-----|
104 | 1 | 1.34240837545 | -0.00507004116021
105 |-----|-----|-----|
106 | 2 | 1.34403749845 | -6.63520562938e-07
107 |-----|-----|-----|
108 | 3 | 1.34403771171 | -1.24344978758e-14
109 |-----|-----|-----|
110 | la raiz es: 1.34403771171
111 |-----|-----|-----|
112 | Desea observar el proceso con el acelerador de AITKEN?
113 | 1.SI
114 | 2.NO
115 | Ingrese 1 o 2:2
116 |
117 | Seleccione un metodo:
118 |
119 | 1.Biseccion

```

```

120 2.Newton–Raphson
121 3.Newton por Diferencias finitas
122 4.Newton Modificado
123 5.Secante
124 6.Regula Falsi
125 7.Punto Fijo
126 8.Steffensen
127 9.SI DESEA REINICIAR
128 10.SI DESEA SALIR
129 10
130 >>> ===== RESTART =====
131 >>>
132 Que desea resolver?
133
134 1.Una ecuacion de la forma  $f(x)=0$  (una sola variable.  $f:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ )
135 2.Un sistema de ecuaciones  $f(x_1,x_2, \dots, x_n)=0$  (2 o mas variables.  $f:\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ )
136 1
137
138 Determinaremos la solucion de  $f(x)=0$ 
139
140 A continuacion ingrese los extremos del intervalo  $[a,b]$ :
141 a:0
142 b:2
143
144 A continuacion ingrese la funcion  $f(x)$ :
145
146 NOTA: Se mostrara la grafica de  $f$  para que observe si existe
147 o no una raiz en  $[a,b]$ , e intuya un punto inicial cercano a
148 dicha raiz para cuando se le pida en algunos metodos.
149
150 Luego de mostrarse la ventana con la grafica
151 CIERRELA PARA CONTINUAR
152
153  $f(x)=2.6666666667*x**2-5.4666666667*x+3.5-(2.9166666667*x**2-9.25*x+8.1333333333)$ 
154 Seleccione un metodo:
155
156 1.Biseccion
157 2.Newton–Raphson
158 3.Newton por Diferencias finitas
159 4.Newton Modificado
160 5.Secante
161 6.Regula Falsi
162 7.Punto Fijo
163 8.Steffensen
164 9.SI DESEA REINICIAR
165 10.SI DESEA SALIR
166 1
167 El intervalo  $[a,b]$  contiene una raiz
168 Ingrese el tol:0.0001
169 It(k) | a,f(a) | b,f(b) | xk,f(xk)
170 -----
171 1 | a=0.0 | b=2.0 | xk=1.0
172 | f(a)=-4.6333333333 | f(b)=1.9333333333 | f(xk)=-1.1
173 -----
174 2 | a=1.0 | b=2.0 | xk=1.5
175 | f(a)=-1.1 | f(b)=1.9333333333 | f(xk)=0.47916666665
176 -----
177 3 | a=1.0 | b=1.5 | xk=1.25
178 | f(a)=-1.1 | f(b)=0.47916666665 | f(xk)=-0.294791666668
179 -----
180 4 | a=1.25 | b=1.5 | xk=1.375

```

181		f(a)=-0.294791666668	f(b)=0.479166666665	f(xk)=0.0960937499987	
182		-----			
183	5	a=1.25	b=1.375	xk=1.3125	
184		f(a)=-0.294791666668	f(b)=0.0960937499987	f(xk)=-0.0983723958344	
185		-----			
186	6	a=1.3125	b=1.375	xk=1.34375	
187		f(a)=-0.0983723958344	f(b)=0.0960937499987	f(xk)=-0.000895182292813	
188		-----			
189	7	a=1.34375	b=1.375	xk=1.359375	
190		f(a)=-0.000895182292813	f(b)=0.0960937499987	f(xk)=0.0476603190092	
191		-----			
192	8	a=1.34375	b=1.359375	xk=1.3515625	
193		f(a)=-0.000895182292813	f(b)=0.0476603190092	f(xk)=0.0233978271473	
194		-----			
195	9	a=1.34375	b=1.3515625	xk=1.34765625	
196		f(a)=-0.000895182292813	f(b)=0.0233978271473	f(xk)=0.0112551371245	
197		-----			
198	10	a=1.34375	b=1.34765625	xk=1.345703125	
199		f(a)=-0.000895182292813	f(b)=0.0112551371245	f(xk)=0.00518093109016	
200		-----			
201	11	a=1.34375	b=1.345703125	xk=1.3447265625	
202		f(a)=-0.000895182292813	f(b)=0.00518093109016	f(xk)=0.00214311281725	
203		-----			
204	12	a=1.34375	b=1.3447265625	xk=1.34423828125	
205		f(a)=-0.000895182292813	f(b)=0.00214311281725	f(xk)=0.000624024866863	
206		-----			
207	13	a=1.34375	b=1.34423828125	xk=1.34399414062	
208		f(a)=-0.000895182292813	f(b)=0.000624024866863	f(xk)=-0.000135563811813	
209		-----			
210	14	a=1.34399414062	b=1.34423828125	xk=1.34411621094	
211		f(a)=-0.000135563811813	f(b)=0.000624024866863	f(xk)=0.000244234252815	
212		-----			
213	15	a=1.34399414062	b=1.34411621094	xk=1.34405517578	
214		f(a)=-0.000135563811813	f(b)=0.000244234252815	f(xk)=5.43361518233e-05	
215		-----			
216	la raiz es: 1.34405517578				
217	-----				
218	Desea observar el proceso con el acelerador de AITKEN?				
219	1.SI				
220	2.NO				
221	Ingresa 1 o 2:1				
222					
223	Usando el acelerador de Aitken				
224	It(k) xk f(xk)				
225	-----				
226	1	1.3333333333	-0.033333333344		
227		-----			
228	2	1.3333333333	-0.033333333344		
229		-----			
230	3	1.3333333333	-0.033333333344		
231		-----			
232	4	1.3333333333	-0.033333333344		
233		-----			
234	5	1.375	0.0960937499987		
235		-----			
236	6	1.35416666667	0.0314887152766		
237		-----			
238	7	1.34375	-0.000895182292813		
239		-----			
240	8	1.34375	-0.000895182292813		
241		-----			


```

242 | 9      | 1.34375      | -0.000895182292813
243 | -----
244 | 10     | 1.34375      | -0.000895182292813
245 | -----
246 | 11     | 1.34375      | -0.000895182292813
247 | -----
248 | 12     | 1.34407552083 | 0.000117635725781
249 | -----
250 | 13     | 1.34407552083 | 0.000117635725781
251 | -----
252 | xk de la ultima iteracion es la raiz
253 | Seleccione un metodo:
254 |
255 | 1.Biseccion
256 | 2.Newton–Raphson
257 | 3.Newton por Diferencias finitas
258 | 4.Newton Modificado
259 | 5.Secante
260 | 6.Regula Falsi
261 | 7.Punto Fijo
262 | 8.Steffensen
263 | 9.SI DESEA REINICIAR
264 | 10.SI DESEA SALIR
265 | 2
266 | El intervalo [a,b] contiene una raiz
267 | f'(x)=-0.5*x.+3.78333333333
268 |
269 | Ingrese un punto inicial, xi:
270 | xi=1.2
271 | Debido al punto inicial escogido
272 | se obtendra una raiz mayor o igual al valor de dicho punto
273 |
274 | Ingrese el tol:0.0001
275 |
276 | It(k) | xk | f(xk)
277 | -----
278 | 1 | 1.34240837696 | -0.00507003645736
279 | -----
280 | 2 | 1.34403749845 | -6.63509204024e-07
281 | -----
282 | 3 | 1.34403771171 | -1.15463194561e-14
283 | -----
284 | la raiz es: 1.34403771171
285 | -----
286 | Desea observar el proceso con el acelerador de AITKEN?
287 | 1.SI
288 | 2.NO
289 | Ingrese 1 o 2:1
290 |
291 | Usando el acelerador de Aitken
292 | It(k) | xk | f(xk)
293 | -----
294 | 1 | 1.34403771173 | 8.68558558409e-11
295 | -----
296 | xk de la ultima iteracion es la raiz
297 | Seleccione un metodo:
298 |
299 | 1.Biseccion
300 | 2.Newton–Raphson
301 | 3.Newton por Diferencias finitas
302 | 4.Newton Modificado

```

```

303 5.Secante
304 6.Regula_Falsi
305 7.Punto_Fijo
306 8.Steffensen
307 9.SI_DESEA_REINICIAR
308 10.SI_DESEA_SALIR
309 3
310 El intervalo [a,b] contiene una raiz
311
312 Ingrese un punto inicial, xi:
313 xi=1.2
314 Debido al punto inicial escogido
315 se obtendra una raiz mayor o igual al valor de dicho punto
316
317 Ingrese el tol:0.0001
318
319 It(k) | xk | f(xk)
320 -----
321 1 | 1.34240837545 | -0.00507004116021
322 -----
323 2 | 1.34403749845 | -6.63520562938e-07
324 -----
325 3 | 1.34403771171 | -1.24344978758e-14
326 -----
327 la raiz es: 1.34403771171
328 -----
329 Desea observar el proceso con el acelerador de AITKEN?
330 1.SI
331 2.NO
332 Ingrese 1 o 2:1
333
334 Usando el acelerador de Aitken
335 It(k) | xk | f(xk)
336 -----
337 1 | 1.34403771173 | 8.68567440193e-11
338 -----
339 xk de la ultima iteracion es la raiz
340 Seleccione un metodo:
341
342 1.Biseccion
343 2.Newton-Raphson
344 3.Newton por Diferencias finitas
345 4.Newton Modificado
346 5.Secante
347 6.Regula_Falsi
348 7.Punto_Fijo
349 8.Steffensen
350 9.SI_DESEA_REINICIAR
351 10.SI_DESEA_SALIR
352 4
353 f'(x)= -0.5*x + 3.78333333333
354
355 El intervalo [a,b] contiene una raiz
356
357 Ingrese un punto inicial, xi:
358 xi=1.2
359 Ingrese el tol:0.0001
360
361 It(k) | xk | f(xk)
362 -----
363 1 | 1.34240837696 | -0.00507003645736

```

```

364 -----
365
366 2      | 1.34400105857      | -0.000114039760201
367 -----
368
369 la raiz es: 1.34400105857
370 -----
371 Desea observar el proceso con el acelerador de AITKEN?
372 1.SI
373 2.NO
374 Ingrese 1 o 2:2
375
376 Seleccione un metodo:
377
378 1.Biseccion
379 2.Newton–Raphson
380 3.Newton por Diferencias finitas
381 4.Newton Modificado
382 5.Secante
383 6.Regula Falsi
384 7.Punto Fijo
385 8.Steffensen
386 9.SI DESEA REINICIAR
387 10.SI DESEA SALIR
388 5
389 El metodo iniciara con x0=a y x1=b como puntos iniciales
390
391 Ingrese el tol:0.0001
392
393 El intervalo [a,b] contiene una raiz
394 It(k) | xk      | f(xk)
395 -----
396 1      | 1.41116751269      | 0.207735319127
397 -----
398 2      | 1.34028118595      | -0.011691260853
399 -----
400 3      | 1.34405807814      | 6.33662748593e-05
401 -----
402 la raiz es: 1.34405807814
403 -----
404 Desea observar el proceso con el acelerador de AITKEN?
405 1.SI
406 2.NO
407 Ingrese 1 o 2:1
408
409 Usando el acelerador de Aitken
410 It(k) | xk      | f(xk)
411 -----
412 1      | 1.34386702135      | -0.000531078649353
413 -----
414 xk de la ultima iteracion es la raiz
415 Seleccione un metodo:
416
417 1.Biseccion
418 2.Newton–Raphson
419 3.Newton por Diferencias finitas
420 4.Newton Modificado
421 5.Secante
422 6.Regula Falsi
423 7.Punto Fijo
424 8.Steffensen

```

```

425 9.SI DESEA REINICIAR
426 10.SI DESEA SALIR
427 6
428 El intervalo [a,b] contiene una raiz
429 Ingrese el tol:0.0001
430 It(k) | xk | f(xk)
431 -----
432 1 | 1.41116751269 | 0.207735319127
433 -----
434 2 | 1.35061283879 | 0.0204464800054
435 -----
436 3 | 1.34467889272 | 0.00199481300551
437 -----
438 4 | 1.3441002103 | 0.000194451793084
439 -----
440 5 | 1.34404380345 | 1.89533185244e-05
441 -----
442 la raiz es: 1.34404380345
443 -----
444 Desea observar el proceso con el acelerador de AITKEN?
445 1.SI
446 2.NO
447 Ingrese 1 o 2:1
448
449 Usando el acelerador de Aitken
450 It(k) | xk | f(xk)
451 -----
452 1 | 1.34403423424 | -1.08195094644e-05
453 -----
454 xk de la ultima iteracion es la raiz
455 Seleccione un metodo:
456
457 1.Biseccion
458 2.Newton-Raphson
459 3.Newton por Diferencias finitas
460 4.Newton Modificado
461 5.Secante
462 6.Regula Falsi
463 7.Punto Fijo
464 8.Steffensen
465 9.SI DESEA REINICIAR
466 10.SI DESEA SALIR
467 8
468 El intervalo [a,b] contiene una raiz
469 x( inicial )= 2.0
470 Ingrese el tol:0.0001
471
472 It(k) | xk | f(xk)
473 -----
474 1 | 1.15942028986 | -0.582923755512
475 -----
476 2 | 1.33346093571 | -0.032935643326
477 -----
478 3 | 1.34400089209 | -0.000114557731162
479 -----
480 4 | 1.34403771126 | -1.39339384475e-09
481 -----
482 la raiz es: 1.34403771126
483 -----
484 Desea observar el proceso con el acelerador de AITKEN?
485 1.SI

```

486	2.NO
487	Ingrese 1 o 2:1
488	
489	Usando el acelerador de Aitken
490	It(k) xk f(xk)
491	-----
492	1 1.34468034293 0.00199932459452
493	-----
494	2 1.34403784033 4.00187200711e-07
495	-----
496	xk de la ultima iteracion es la raiz
497	Seleccione un metodo:
498	
499	1.Biseccion
500	2.Newton-Raphson
501	3.Newton por Diferencias finitas
502	4.Newton Modificado
503	5.Secante
504	6.Regula Falsi
505	7.Punto Fijo
506	8.Steffensen
507	9.SI DESEA REINICIAR
508	10.SI DESEA SALIR
509	10

Se obtuvo como aproximación del punto de equilibrio

$$x = 1,344$$

luego haciendo la evaluación de este punto en las curvas de oferta y demanda se obtiene:

$$O(x) = 0,969760163983$$

$$D(x) = 0,969760163973$$

2.4. Interpretación del resultado

Con ayuda a la Teoría de Oferta y Demanda interpretamos que este valor $x = 1,344$ significa que para que no haya el fenómeno de abundancia o escasez del producto en el mercado la empresa debe producir 1344 unidades del producto y con puede venderlo al precio de S/0,96 por unidad producida y también el consumidor estaría dispuesto a pagar dicho precio.

3. Conclusiones

1. Se obtuvo las curvas de oferta y demanda para nuestro producto.
2. Obtuvimos el punto de equilibrio de nuestra gráfica Oferta vs Demanda

Nota: Haciendo este proceso podemos obtener el punto de equilibrio para nuestros otros productos.