Západočeská univerzita v Plzni

Lineární systémy 2

KKY/LS2

Semestrální práce

Autoři:
Josef Švec
Marek Lovčí

21. dubna 2018

FAKULTA
APLIKOVANÝCH VĚD
ZÁPADOČESKÉ
UNIVERZITY
V PLZNI

Obsah

1 Zadání

1. Ilustrujte použití regresního modelu a metody nejmenších čtverců pro identifikaci parametrů přenosu spojitého systému s využitím simulovaných dat.

   Je dán spojitý přenos systému: $F_s(p) = \dfrac{K\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2}$, $K = 1$, $\xi = 0.15$, $\omega_n = 1$.

   Zvolte periodu vzorkování $T = 0.2s$ a vypočítejte ekvivalentní diskrétní model s tvarovačem nultého řádu: $F_s(z) = \dfrac{b_1 z + b_0}{z^2 + a_1 z + a_0}$.

   (a) Použijte diskrétní přenos jako simulační model pro Gray-box identifikaci (známá struktura systému, neznámé parametry). Zvolte vhodný budící signál a proveďte identifikační experiment. Z naměřeného souboru vzorků vstupu a výstupu určete hledané parametry diskrétního přenosu metodou nejmenších čtverců. Uvažujte dva případy: 1) výstup nezatížený šumem, 2) výstup zatížený šumem.

   (b) Z identifikovaného $F_s(z)$ určete spojitý přenos $F_s(p)$ a porovnejte jeho přechodovou charakteristiku s přechodovou charakteristikou zadaného spojitého systému. Diskutujte možnost zanedbání nuly ve spojitém přenosu.

   (c) K získanému $F_s(p)$ vypočítejte při stejné periodě vzorkování jeho diskretizované modely:

      i. s použitím tvarovače 0. řádu,

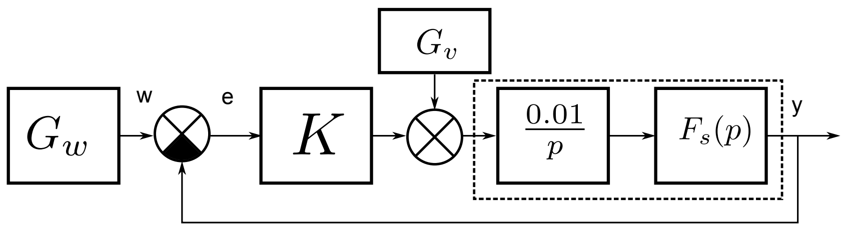
      ii. s dopřednou obdélníkovou aproximací,

      iii. lichoběžníkovou aproximací,

      iv. exaktním převodem nul a pólů.

   Porovnejte výsledky s výstupy makra `c2d` v MATLABu. Srovnejte impulzní a přechodové charakteristiky spojitého a čtyř diskretizovaných modelů (vždy v jednom grafu). Srovnejte rozmístění nul a pólů diskrétních modelů (opět v jednom grafu).

2. Uvažujte polohový servosystém dle následujícího schématu:



   (a) Předpokládejte nejprve použití proporcionálního regulátoru se zesílením K. Určete kritické zesílení K_{krit} a ověřte simulací netlumené kmitání uzavřené smyčky.

   (b) Vypočítejte ustálenou hodnotu výstupu $\lim_{t\to\infty} y(t)$ při působení skokové poruchy $v(t) = 1\,[t]$ na vstupu pro obecnou hodnotu zesílení K.

   (c) Nastavte zesílení K na 90 procent kritické hodnoty K_{krit} a určete bezpečnost v zesílení a ve fázi. Zakreslete Bodeho charakteristiky otevřené smyčky a přechodovou charakteristiku uzavřené smyčky.

(d) Uvažujte fixovanou hodnotu zesílení kvůli požadavku na kompenzaci poruchy. Navrhněte korekční článek 1. řádu pro vylepšení bezpečnosti v zesílení a ve fázi a omezení kmitavosti uzavřené smyčky. Zakreslete opět Bodeho charakteristiky otevřené smyčky a přechodovou charakteristiku uzavřené smyčky, porovnejte výsledky s předchozím bodem zadání.

(e) Zakreslete průběh citlivostní funkce $|S(j\omega)|$ před korekcí a po korekci a diskutujte vliv korekčního článku na potalčení amplitudy harmonických poruch v regulačním obvodu.

3. K systému s přenosem $F_s(p)$ (bez integrátoru) navrhněte PID regulátor splňující požadavky v časové oblasti při skokové změně požadované hodnoty.

   - Maximální relativní přeregulování $\sigma_{max} \leq 10\,\%$
   - Doba regulace $T_{reg} \leq 5\ s$.

     Pro návrh použijte a) metodu GMK, b) metodu Q-parametrizace stabilizujících regulátorů. Ověřte simulací splnění návrhových požadavků.

4. Uvažujte regulační obvod se dvěma stupni volnosti a k systému s přenosem $F_s(p)$ navrhněte 2DoF regulátor tak, aby přenos uzavřeného regulačního obvodu měl požadovaný tvar

$$T(p) = \frac{Y(p)}{W(p)} = \frac{2.44}{p^2 + 2.4p + 2.44}$$

   při volbě kompenzačního polynomu a) $t(p) = p + 0.2$, b) $t(p) = p + 2$. Porovnejte přechodové charakteristiky a citlivostní funkce obou variant.

5. K systému s přenosem $F_s(p)$ navrhněte stavový regulátor *minimalizující kritérium ITAE*. Navrhněte dvě varianty kompenzace statického zesílení dopřednou vazbou a zpětnovazební variantou s integrátorem. Zakreslete odezvu na referenční signál ve tvaru po částech konstantní funkce.

6. K diskretizovanému modelu $F_s(z)$ navrhněte *diskrétní dynamický regulátor ve smyslu konečného počtu kroků regulace* pro sledování referenčního signálu $w(t) = \sin(t)$. Ověřte simulačně chování regulační smyčky.

7. K polohovému servosystému z př. 2 ($F_s(p)$ + integrační člen) navrhněte diskrétní dynamický regulátor s minimálním počtem kroků (silná verze) pro periodu vzorkování $T = 0.1\ s$. Zakreslete přechodovou charakteristiku a průběh řízení.

8. Ke spojitému systému s přenosem $F_s(p)$ navrhněte úplný rekonstruktor stavu se zvoleným umístěním pólů. Funkci rekonstruktoru ověřte simulačně při vhodně zvolených nenulových počátečních podmínkách systému a rekonstruktoru (volte opačnou polaritu).

9. Ověřte chování uzavřené smyčky při řízení dynamickým kompenzátorem (stavový regulátor + rekonstruovaný stav). Srovnejte s výsledky dosaženými v úkolu 5.

2 Řešení

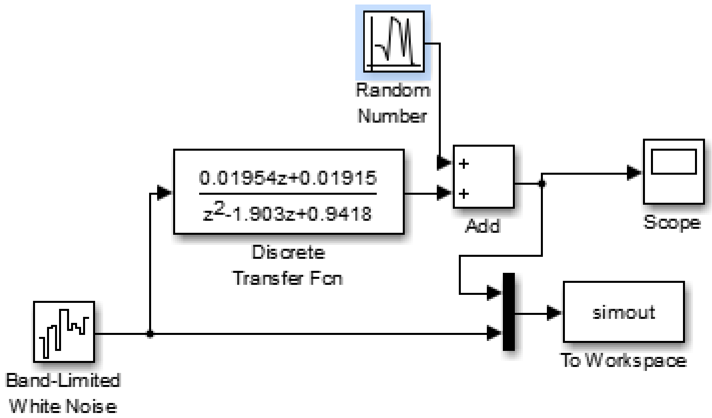
2.1 Použití regresního modelu

Po dosazení zadaných hodnot do spojitého přenosu systému $F_s(p)$ jsme z MATLABu dostali následující spojitý přenos.

$$F_s(p) = \frac{1}{1p^2 + 0.3p + 1}$$

Po diskretizaci a použití tvarovače nultého řádu s periodou vzorkování $T = 0.2\,s$ jsme získali diskrétní přenos $F_s(z)$.

$$F_s(z) = \frac{0.01954z + 0.01915}{z^2 - 1.903z + 0.9418}$$



Obrázek 1: Model systému použitý pro výpočet lineární regrese

V Simulinku jsme následně vytvořili model uvedený výše. Je důležité správně nastavit periodu vzorkování u vstupního signálu. Pro identifikaci jsme použili odezvu na bílý šum, protože tím získáme nejvíce informací o daném systému. Hodnoty vstupu a výstupu jsme ukládali do proměnné *simout* a poté jsme provedli zpětnou identifikaci systému. Využili jsme následující vztah.

$$y_m = \Phi \cdot \Theta + \epsilon$$

Kde y_m ... vektor měření, Φ ... matice regresorů, Θ ... vektor parametrů a ϵ ... vektor chyb.

Díky většímu počtu měření můžeme identifikaci neznámých parametrů Θ převést na optimalizační úlohu určení optimálního vektoru Θ^* tak, aby bylo minimalizováno kritérium ve tvaru součtu chyb měření.

$$J(\Theta) = \epsilon^T(\Theta)\epsilon(\Theta)$$

Bez šumu na výstupu jsme získali matici

$$\Theta^* = \begin{bmatrix} -1.9030 \\ 0.9418 \\ 0.0195 \\ 0.0192 \end{bmatrix}$$

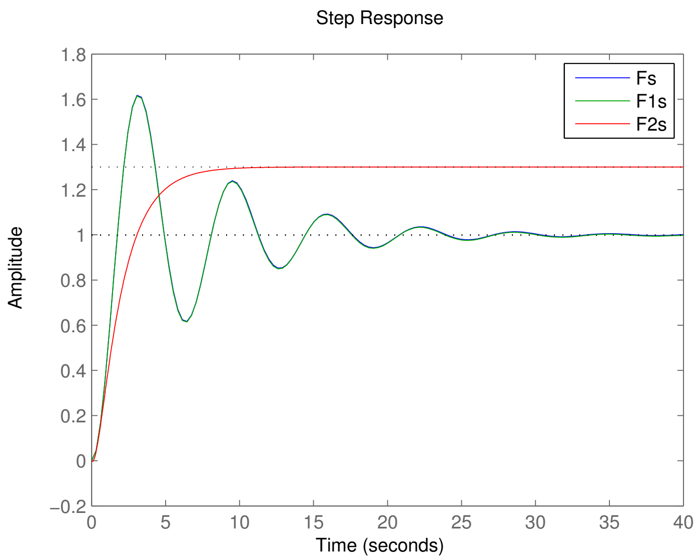
Po dosazení do diskrétního předpisu: $F_{1s}(z) = \dfrac{0.0195z + 0.0192}{z^2 - 1.9030z + 0.9418}$. Je dobře patrné, že koeficienty jsou téměř totožné se zadaným diskrétním přenosem. Určíme ještě spojitý přenos $F_{1s}(p)$.

$$F_{1s}(p) = \frac{-0.0002262p + 1}{p^2 + 0.2998p + 1.003}$$

Po identifikaci systému zatíženého šumem jsme dostali matici

$$\Theta^* = \begin{bmatrix} -1.5252 \\ 0.5655 \\ 0.0129 \\ 0.0395 \end{bmatrix}$$

Diskrétní přenos potom vypadá takto, $F_{2s}(z) = \dfrac{0.0129z + 0.0395}{z^2 - 1.5252z + 0.5655}$. Určením spojitého přenosu získáme $F_{2s}(p) = \dfrac{-0.1044p + 1.726}{p^2 + 2.85p + 1.328}$



Obrázek 2: Porovnání přechodových charakteristik

Ze simulace je vidět, že při identifikaci bez šumu se výsledek téměř shoduje s původním systémem, po přidání šumu už systém nebyl identifikován správně a přechodová charakteristika se liší.

Koeficient u nuly v čitateli přenosu bez šumu je velice malý, tudíž tuto nulu můžeme zanedbat.

2.1.1 Další dikretizované modely

Po použití makra c2d v MATLABu jsme schopni zjistit diskrétní přenosové funkce pro téměř všechny zadáním vyžadované metody. Jedinou metodu kterou jsme takto snadno nemohli zjistit je tzv. "obdélníková metoda". Tu jsme museli zjistit za použití syms toolboxu, nahrazením s ve spojitém systému za (z-1)/T. Po zapsání ve formě tf function jsme dostali požadovaný přenos.

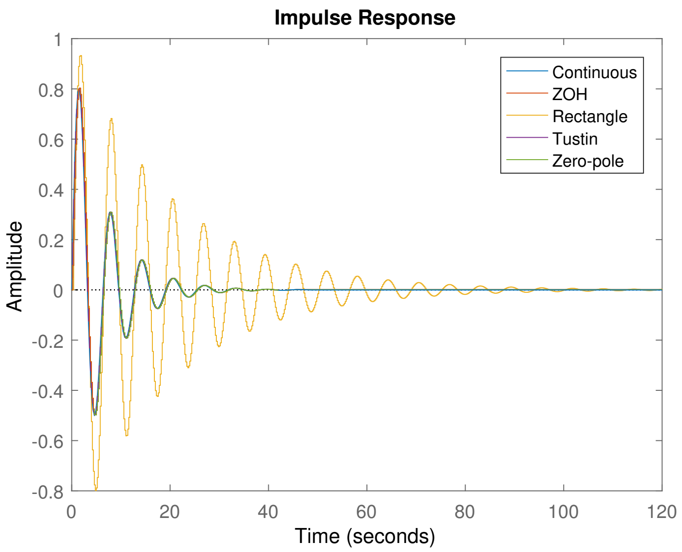
1. Tvarovač nultého řádu
$$F_s(z) = \frac{0.01954z + 0.01915}{z^2 - 1.903z + 0.9418}$$

2. Obdélníková metoda
$$F_s(z) = \frac{2}{50z^2 - 97z + 49}$$

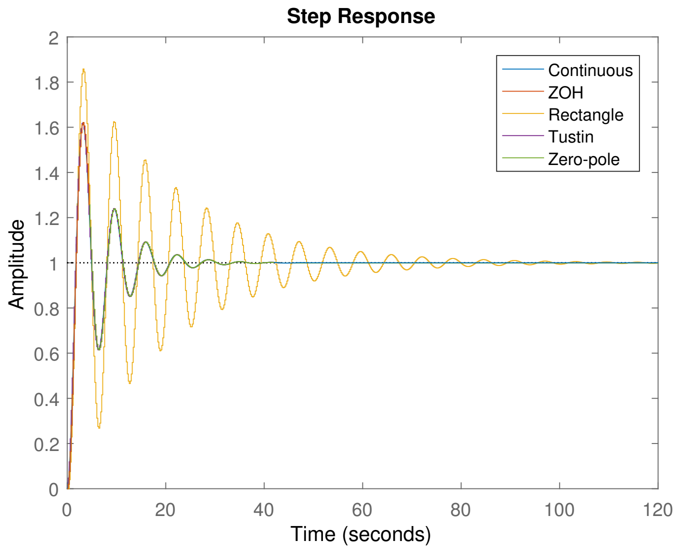
3. Lichoběžníková metoda
$$F_s(z) = \frac{0.009615z^2 + 0.01923z + 0.009615}{z^2 - 1.904z + 0.9423}$$

4. Exaktní převod nul a pólů
$$F_s(z) = \frac{0.01935z + 0.01935}{z^2 - 1.903z + 0.9418}$$

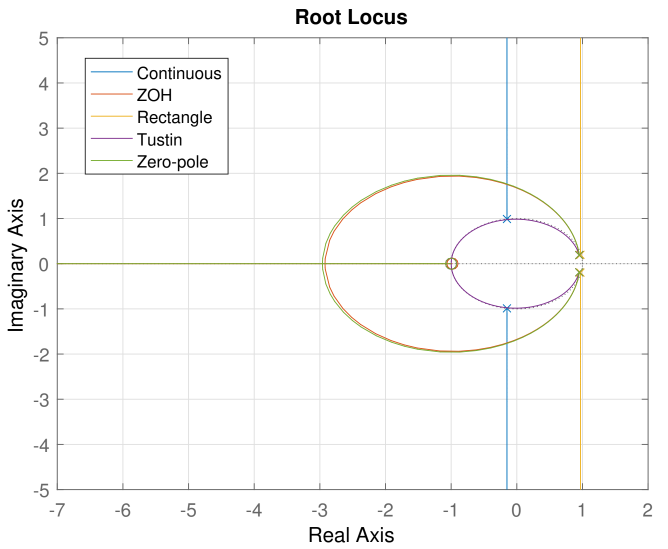
2.1.2 Porovnání charakteristik



Obrázek 3: Odezva spojitého a diskrétních systémů na impuls



Obrázek 4: Odezva spojitého a diskrétních systémů na jednotkový skok

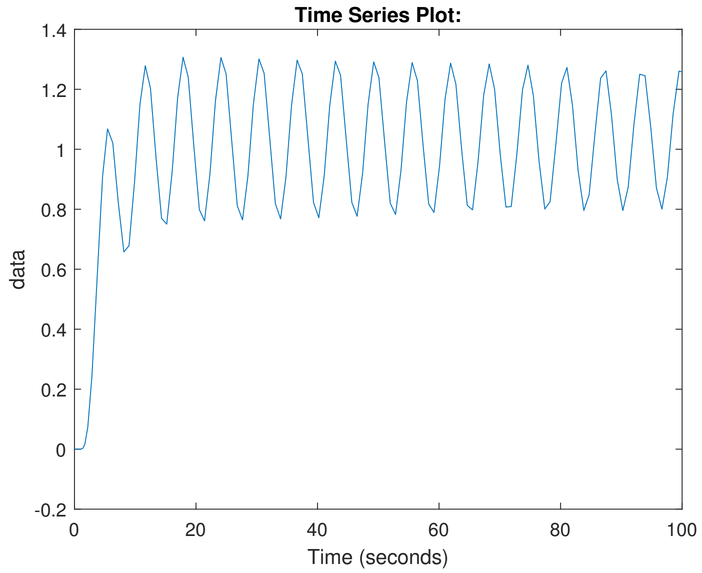


Obrázek 5: Rozmístění nul a pólů spojitého a diskrétních systémů

Póly všech systémů se téměř shodují. Drobné rozdíly jsou vidět u obdélníkové a lichoběžníkové metody (Tustin).

2.2 Polohový servosystém

Vynásobením přenosu systému $F_s(p)$ a zadaného integrátoru $0.01/p$ získáme souhrnný přenos. Po použití příkazu margin jsme po přepočtu získali kritické zesílení $K_{krit} = 29.8538$.

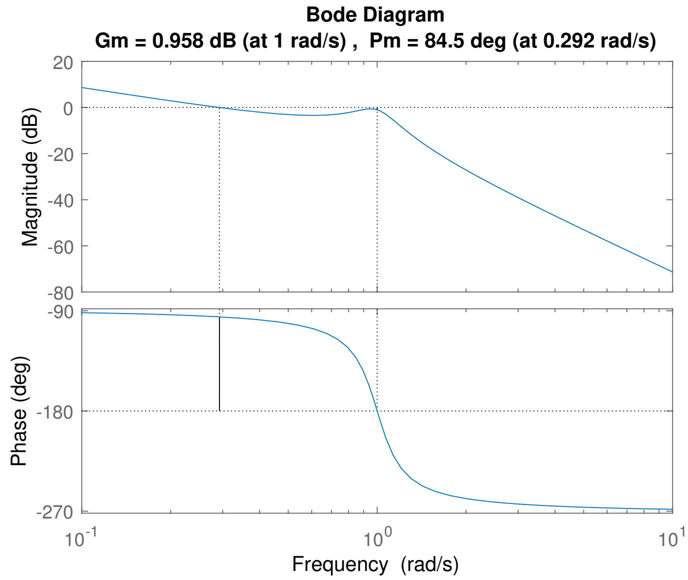


Obrázek 6: Netlumené kmitání uzavřené smyčky při kritickém zesílení

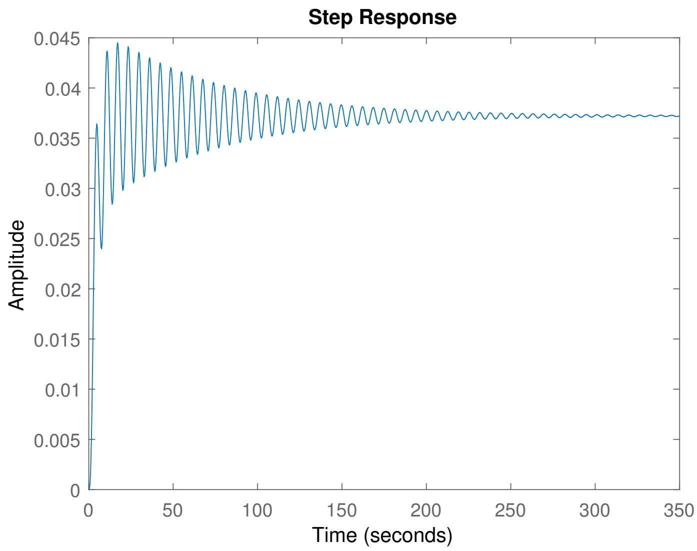
2.2.1 Výpočet ustálené hodnoty

Pro výpočet ustálené hodnoty výstupu si musíme uvědomit, že $\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{p\to 0} p \cdot Y(p)$. Použitím MATLABu jsme získali ustálenou hodnotu výstupu $\frac{1}{K}$.

Z následujícího grafu jsme vyčetli bezpečnost v zesílení. Po přepočtu zjišťujeme, že bezpečnost v zesílení je velmi malá (1.1166). Není se čemu divit, neboť jsme na 90 % kritické hodnoty. Bezpečnost ve fázi vychází 84.5 stupně, což je hodnota vcelku přijatelná.



Obrázek 7: Bodeho charakteristika otevřené smyčky

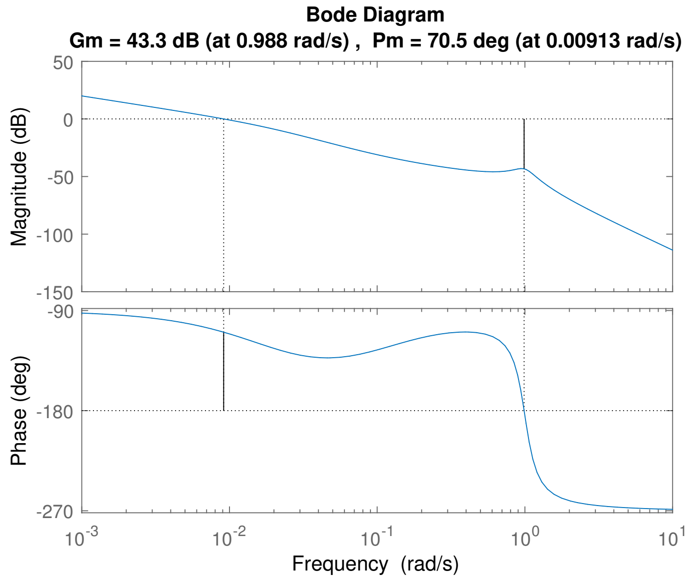


Obrázek 8: Přechodová charakteristika uzavřené smyčky

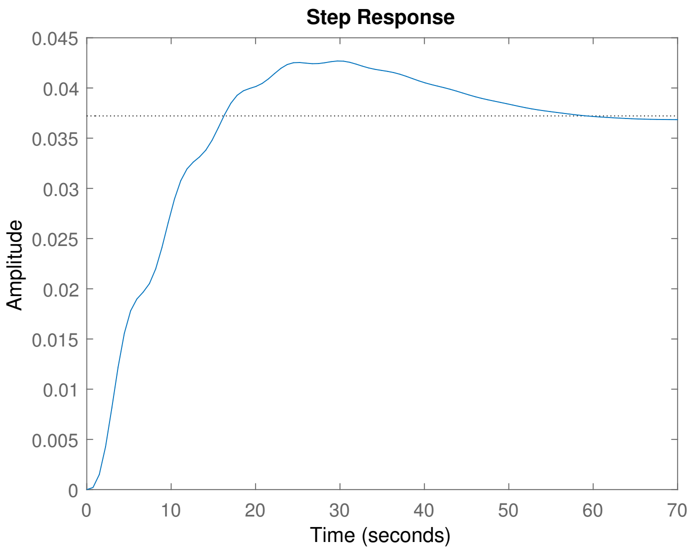
2.2.2 Korekční článek 1. řádu

Pro zlepšení bezpečnosti v zesílení zavedeme do systému korekční článek 1. řádu. V našem případě použijeme integrační článek.

$$F_I(p) = \frac{10p + 1}{50p + 1}$$



Obrázek 9: Bodeho charakteristika otevřené smyčky

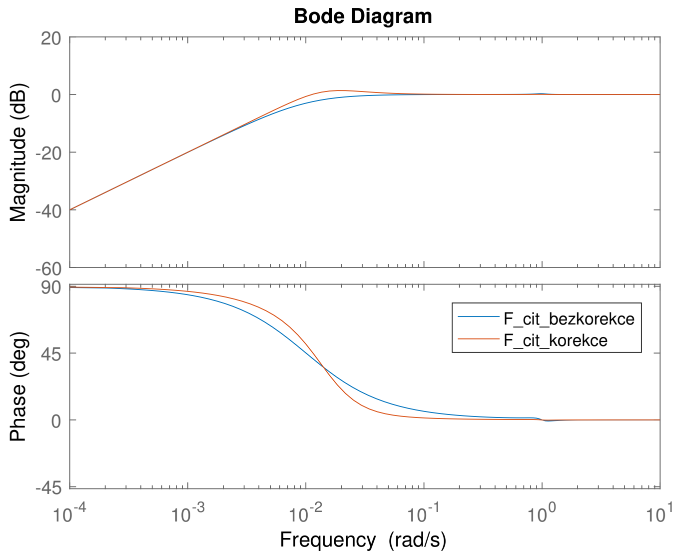


Obrázek 10: Přechodová charakteristika uzavřené smyčky

U přechodové charakteristiky se omezila kmitavost a zvýšila se bezpečnost v zesílení.

2.2.3 Citlivostní funkce

Přenos citlivostní funkce je $S(j\omega) = \dfrac{1}{1+F_0}$. Porovnali jsme citlivostní funkce před a po použití korekčního článku. Z grafu je vidět, že korekční článek lehce potlačil amplitudu harmonických poruch.



Obrázek 11: Bodeho charakteristiky citlivostní funkce před a po korekci

2.3 Návrh PID regulátoru

Na regulátor jsou kladeny následující požadavky:

- Maximální relativní přeregulování $\sigma_{max} \leq 10\,\%$
- Doba regulace $T_{reg} \leq 5\,s$.

  Pro návrh použijte a) metodu GMK, b) metodu Q-parametrizace stabilizujících regulátorů. Ověřte simulací splnění návrhových požadavků.

2.3.1 Metoda GMK

Jelikož zadaný systém je druhého řádu, je možné požadované umístění pólů regulátoru spočítat. Využijeme následující vzorce.

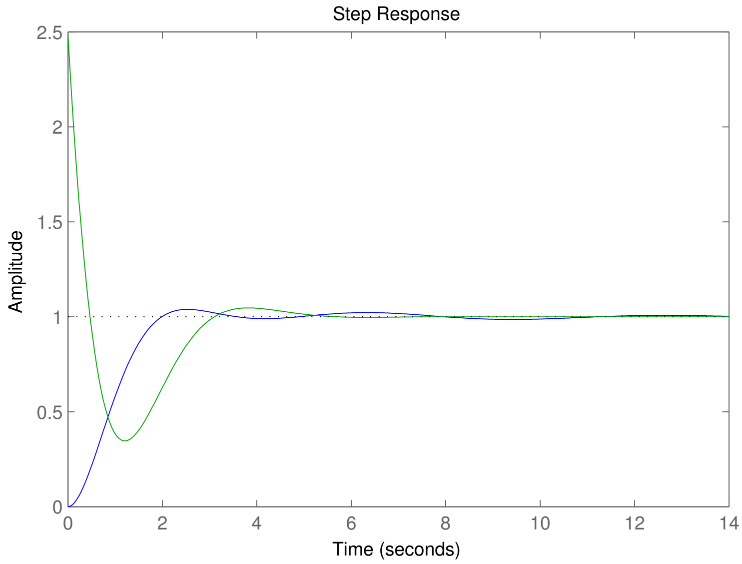
$$\xi^* \geq \left| \frac{\frac{\ln \sigma_{max}}{\pi}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\ln \sigma_{max}}{\pi}\right)^2}} \right| = 0.5911 \;\Rightarrow\; \xi^* \cong 0.5911$$

$$\omega_n^* \cong \frac{4.6}{\xi^*\, T_{reg,1\%}} = 1.556\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$$

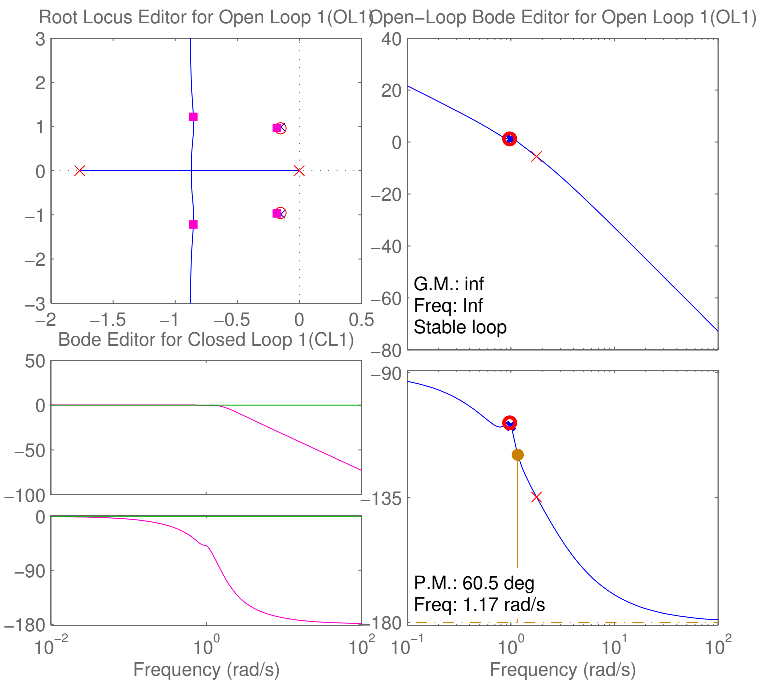
Požadovaný přenos by vypadal následovně.

$$F_s^*(p) = \frac{\omega_n^* 2}{p^2 + 2\xi^*\omega_n^* p + \omega_n^* 2} = \frac{2.4211}{p^2 + 1.8395p + 2.4211}$$

Z tohoto přenosu vypočteme póly $p_{1,2}^* = -0.9198 \pm 1.2551i$. Požadujeme, aby zadaný uzavřený systém vykazoval podobné chování (doba regulace a překmit). To znamená, že dominantní sdružené póly musí být ve stejném místě, jako jsou póly právě vypočtené.



Obrázek 12: Přechodové charakteristiky



Obrázek 13: GMK a jiné charakteristiky

Navrhli jsme PID regulátor, který má obecně přenos $K_p + \frac{K_i}{s} + K_d \cdot s$. Takový PID regulátor je fyzikálně nerealizovatelný, protože má relativní řád -1. Proto musíme derivační složku takového regulátoru vydělit výrazem $\tau \cdot s + 1$. Výsledný přenos má tedy následující tvar.

$$K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d \cdot s}{\tau \cdot s + 1} = \frac{K_p \tau s^2 + K_i \tau s + K_p s + K_i + K_d s^2}{s(\tau s + 1)}$$

Porovnáním koeficientů z nástroje *sisotool* v MATLABu jsme získali hodnoty $\tau = 0.55$, $K_i = 0.3$, $K_p = -0.3$ a $K_d = 1.46$.

2.3.2 Q-parametrizace

Principem této metody je takový, že k řízenému systému navrhujeme množinu zpětnovazebních stabilizujících regulátorů $F_R(p)$. Taková množina je dána vztahem $F_R(p) = \frac{Q(p)}{F_S(1 - Q(p))}$. Parametrem je $Q(p) = \frac{\beta_0}{\alpha_2 p^2 + \alpha_1 p + 1}$. Přenos F_S je přenos nám zadaného systému s dosazenými konstantami.

Hodnota β_0 je v našem případě rovna jedné. Hodnoty α_1 a α_2 jsou také známy: $\alpha_1 = 2\xi^* \omega_n^* \alpha_2$ a $\alpha_2 = \frac{1}{\omega_n^{2*}}$.

Přenos PID regulátoru s filtrovanou (aproximativní) derivací (viz skripta strana 38) je $F_{PID}(p) = K_P + \frac{K_I}{p} + \frac{K_D p}{\tau p + 1}$. Právě uvedený vztah se dá přepsat do lehce jiné formy.

$$F_{PID}(p) = \frac{(K_D + K_P \tau) p^2 + (K_P + K_I \tau) p + K_I}{p(\tau p + 1)}$$

Dosadíme-li do vztahu pro regulátor $F_R(p)$, získáme rovnici $F_R(p) = \frac{p^2 + 2\xi^* \omega_n^* p + \omega_n^{2*}}{K \alpha_1 p(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} p + 1)}$. Porovnáním $F_R(p)$ a $F_{PID}(p)$ jsme schopni odvodit vztahy pro parametry PID regulátoru.

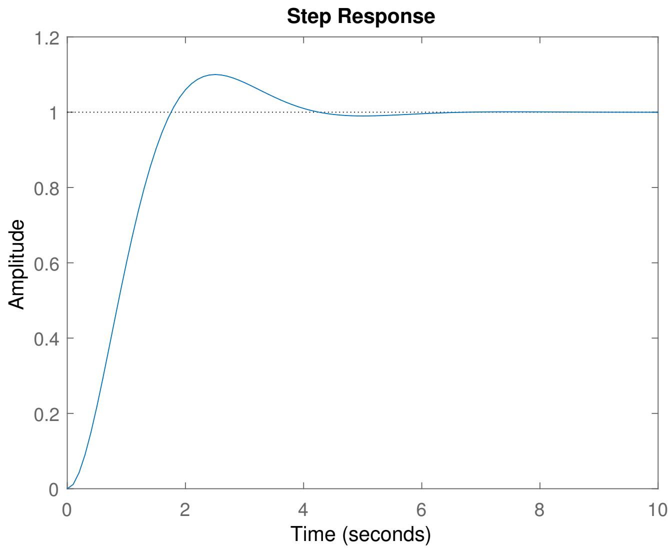
$$K_P = \frac{2\xi^* \omega_n^* \alpha_1 - \alpha_2 \omega_n^{2*}}{K \alpha_1^2} \tag{1}$$

$$K_I = \frac{\omega_n^{2*}}{K \alpha_1} \tag{2}$$

$$K_D = \frac{\alpha_1^2 - 2\xi^* \omega_n^* \alpha_1 \alpha_2 + \alpha_2^2 \omega_n^{2*}}{K \alpha_1^3} \tag{3}$$

$$\tau = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \tag{4}$$

Po dosazení všech známých parametrů získáváme hodnoty: $K_P = 0.6888$, $K_I = 3.1867$, $K_D = 0.9418$ a $\tau = 0.5436$.



Obrázek 14: Přechodová charakteristika uzavřeného systému s vypočteným PID regulátorem

2.4 Návrh 2DoF regulátoru

Při identifikaci parametrů 2DoF regulátoru vycházíme z přenosu uzavřeného systému $F_{CL} = \frac{\alpha t(p)b(p)}{a(p)c(p)+b(p)d(p)} = \frac{b_z}{a_z}$. V zadání jsme dostali požadovaný tvar regulátoru, a to $T(p) = \frac{2.44}{p^2+2.4p+2.44} = \frac{b_z^*}{a_z^*}$.

Při určování regulátoru nám pomůže znalost několika vztahů.

$$a_z^* = p^2 + 2.4p + 2.44 \tag{5}$$

$$F_2(p) \equiv \frac{d(p)}{c(p)} = \frac{d_1 p + d_0}{p + c_0} \tag{6}$$

$$F_s(p) = \frac{b(p)}{a(p)} = \frac{1}{p^2 + 0.3p + 1} \tag{7}$$

$$F_1(p) \equiv \frac{\alpha t(p)}{d(p)} = \frac{\alpha(p + t_0)}{d_1 p + d_0} \tag{8}$$

$$a_z = a_z^* \cdot t(p) \tag{9}$$

$$S(p) = \frac{a(p)c(p)}{a(p)c(p) + b(p)d(p)} \tag{10}$$

Pro následující výpočty uvažujme, že jmenovatel F_{CL} je roven a_z, tedy $a(p)c(p) + b(p)d(p) = a_z$.

2.4.1 Volba kompenzačního polynomu $t(p) = p + 0.2$

Dosadíme do posledního zmíněného vztahu.

$$a(p)c(p) + b(p)d(p) = a_z \tag{11}$$

$$a(p)c(p) + b(p)d(p) = a_z^* \cdot t(p) \tag{12}$$

$$(p^2 + 0.3p + 1)(p + c_0) + 1(d_1 p + d_0) = (p^2 + 2.4p + 2.44)(p + 0.2) \tag{13}$$

$$p^3 + (0.3 + c_0)p^2 + (d_1 + 0.3c_0 + 1)p + (d_0 + c_0) = p^3 + 2.6p^2 + 2.92p + 0.488 \tag{14}$$

Řešením jsou následující rovnice.

$$c(p) = p + c_0 = p + 2.3 \tag{15}$$

$$d(p) = d_1 p + d_0 = 1.23p - 1.812 \tag{16}$$

Korekci statického zesílení α dopočteme porovnáním čitatelů funkce $F_s(p)$ a $T(p)$: $\alpha = \frac{2.44}{1}$.
Po dosazení zpět do vztahu pro uzavřenou smyčku, získáme přenos k porovnání.

$$F_{CL} = \frac{2.44s + 0.488}{s^3 + 2.6s^2 + 2.92s + 0.488} \tag{17}$$

$$S(p) = \frac{s^3 + 2.6s^2 + 1.69s + 2.3}{s^3 + 2.6s^2 + 2.92s + 0.488} \tag{18}$$

2.4.2 Volba kompenzačního polynomu $t(p) = p + 2$

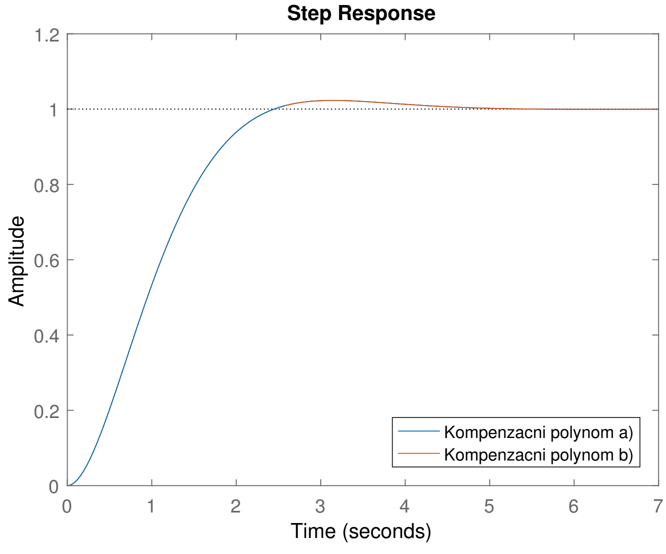
Postupujeme analogicky k předchozímu bodu. Výsledkem jsou následující vztahy.

$$c(p) = p + 4.1 \tag{19}$$

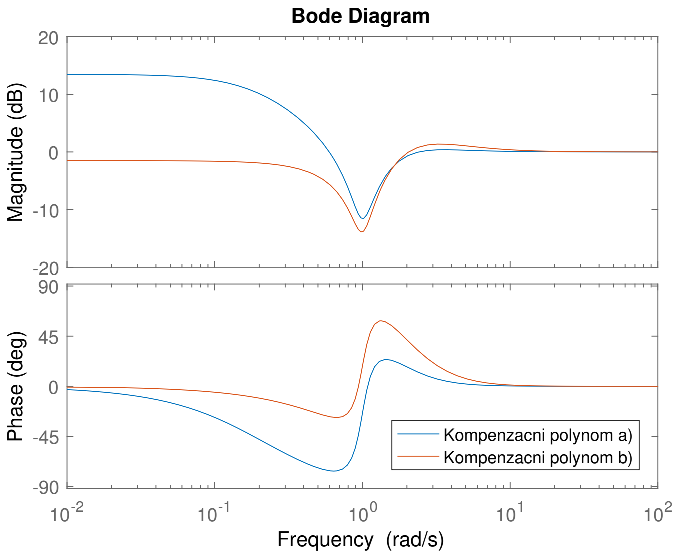
$$d(p) = 5.01p + 0.78 \tag{20}$$

$$F_{CL} = \frac{2.44s + 4.88}{s^3 + 4.4s^2 + 7.24s + 4.88} \tag{21}$$

$$S(p) = \frac{s^3 + 4.4s^2 + 2.23s + 4.1}{s^3 + 4.4s^2 + 7.24s + 4.88} \tag{22}$$



Obrázek 15: Porovnání přechodových charakteristik



Obrázek 16: Porovnání citlivostních funkcí $S(p)$

2.5 Stavový regulátor minimalizující kritérium ITAE

Odkazy

[1] Michael Šebek. *Póly, nuly a odezvy systému.* Pros. 2017. URL: http://www.polyx.com/_ari/slajdy/Bas-ARI-03-Pole-zero-response.pdf.

[2] Michael Šebek. *Studentův průvodce po automatickém řízení.* URL: http://www.polyx.com/_ari/ruzne/Studentuv_pruvodce_systemy_a_rizenim_ARI_2012.pdf.

[3] Doc. Ing. Jiří Melichar, CSc. a Ing. Martin Goubej, Ph.D. *Lineární systémy 1.* online. Sestavení stavového popisu systému: strana 11, linearizace nelineárních dynamických systémů: strana 13, Jordanova matice: strana 19, Frobeniova stavová reprezentace: strana 31, určování časových konstant: strana 35, statické zesílení: strana 56, Hurwitzovo algebraické kritérium stability: strana 83. 2017. URL: https://courseware.zcu.cz/CoursewarePortlets2/DownloadDokumentu?id=138261.

[4] Ing. Miroslava Odstrčilíková. *Automatizace pro 3. ročník oboru slaboproudá elektrotechnika.* Sv. 2. Posouzení přechodové charakteristiky: strana 46. 2003. URL: http://sps-se.kvalitne.cz/AT/AUT_3r_2cast.pdf.

[5] Fakulta aplikované informatiky Univerzity Tomáše Bati ve Zlíně. *Popis systému s dopravním zpožděním.* URL: rtp.webzdarma.cz/rizeni14.php.