

Программа курса

λ-исчисление, 2024

1. Определение множества λ-выражений. Сокращённая нотация. Свободные и связанные переменные. Совместимость отношения с операциями. α -конгруэнтность.
2. Корректные λ-выражения. Если M корректно, то $BV(M) \sqcup FV(M) = TV(M)$. Всякое λ-выражение α -конгруэнтно корректному. Правило переменных.
3. Определение оператора подстановки. Оператор подстановки уважает α -конгруэнтность. Лемма о подстановке.
4. Определение $\beta\eta$ -конверсии. Теорема о неподвижной точке. Оператор подстановки уважает конверсию.
5. Определение комбинатора. Стандартные комбинаторы. Комбинатор фиксированной точки. Терминология λ-теории (равенства, замкнутость, согласованность, противоречивость, несовместимость). I несовместимо с K .
6. Определение редукции (отношения (\rightarrow) , (\rightarrow_β) , (\rightarrow_η) , $(\rightarrow_{\beta\eta})$ с вариантами $(\beta-)$, $(\eta-)$, $(\beta\eta-)$). Редексы. Нормальные формы. Редукционный путь. Нормальная форма ни к чему не редуцируется. Определение редукционного графа. Свойство Чёрча-Россера.
7. Теорема о минимальном элементе. $CR(\sqsubset) \Rightarrow CR(Trans(\sqsubset))$.
8. Оператор подстановки уважает «рефлексивную β -редукцию» \leadsto (лемма 1.6.2.).
9. \leadsto удовлетворяет свойству Чёрча-Россера.
10. $\rightarrow_\beta -$ это транзитивное замыкание \leadsto_β . Теорема Чёрча-Россера для \rightarrow_β . Следствия.
11. Диаграммы бинарных отношений. Коммутирующие отношения. Лемма Хиндли-Росена.
12. Если для \sqsubset_1, \sqsubset_2 выполняется определённая диаграмма, то $Preord(\sqsubset_1)$ и $Preord(\sqsubset_2)$ коммутируют.
13. \rightarrow_η удовлетворяет свойству Чёрча-Россера.
14. \rightarrow_β и \rightarrow_η коммутируют.
15. Оператор подстановки уважает отношение $Refl(\rightarrow_\eta)$. Теорема Чёрча-Россера для $\rightarrow_{\beta\eta}$. Следствия.
16. Внешние/внутренние редексы/нормальные формы. Разбиение редукции на внешнюю и внутреннюю.
17. Стандартный редукционный путь. Для любой редукции $M \rightarrow N$ существует стандартная редукция $M \xrightarrow{s} N$.
18. Нормализующая редукционная стратегия. Определение крайней левой стратегии F_l . F_l — нормализующая.
19. Комбинаторы **T** и **F**. Упорядоченные пары. Конечные кортежи (+проекции). Обобщённая теорема о неподвижной точке.
20. Числа Барендрегта (λ-числа). Определение класса рекурсивных функций (суперпозиция, примитивная рекурсия, минимизация). λ-представимость.
21. Все рекурсивные функции λ-представимы.
22. Все λ-представимые функции рекурсивны (эскиз доказательства). Кодирование, функция комбинации, функция нумерации.
23. Числа Чёрча. Функции перехода от чисел Барендрегта к числам Чёрча и обратно. Функция $\varphi : \mathbb{N}_0^p \rightarrow \mathbb{N}_0$ рекурсивна $\iff \varphi$ λ-представима с помощью чисел Чёрча.
24. λ-выражения **A**₊, **A**_{*} и **A**_{exp} λ-представляют сложение, умножение и возведение в степень на числах Чёрча.
25. Числовые системы. Критерий адекватности числовой системы.
26. Рекурсивно сепарабельные и рекурсивные множества. Множества, замкнутые относительно конверсии.
27. Теорема Скотта-Карри о неразрешимости. Следствия.