

Программа курса

λ-исчисление, 2024

1. Определение множества λ-выражений. Сокращённая нотация. Свободные и связанные переменные.
2. Совместимость отношения с операциями. α-конгруэнтность. Корректные λ-выражения. Если M корректно, то $BV(M) \sqcup FV(M) = TV(M)$.
3. Всякое λ-выражение α-конгруэнтно корректному. Правило переменных. Замкнутые λ-выражения.
4. Определение оператора подстановки. Оператор подстановки уважает α-конгруэнтность.
5. Лемма о подстановке.
6. Определение βη-конверсии. Теорема о неподвижной точке. Оператор подстановки уважает конверсию.
7. Определение комбинатора. Стандартные комбинаторы. Комбинатор фиксированной точки. Терминология λ-теории (равенства, замкнутость, согласованность, противоречивость, несовместимость). **I** несовместимо с **K**.
8. Определение редукции (отношения (\rightarrow) , (\rightarrow_β) , (\rightarrow_η) , $(\rightarrow_{\beta\eta})$ с вариантами $(\beta-)$, $(\eta-)$, $(\beta\eta-)$). Редексы. Нормальные формы. Редукционный путь. Нормальная форма ни к чему не редуцируется (утв. 1.5.1.). Определение редукционного графа. Свойство Чёрча-Россера.
9. Теорема о минимальном элементе. $CR(\sqsubset) \Rightarrow CR(Trans(\sqsubset))$.
10. Оператор подстановки уважает «рефлексивную β-редукцию» \leadsto (лемма 1.6.2.).
11. \leadsto удовлетворяет свойству Чёрча-Россера.
12. \rightarrow_β — это транзитивное замыкание \leadsto . Теорема Чёрча-Россера для \rightarrow_β . Следствия.
13. Диаграммы бинарных отношений. Коммутирующие отношения. Лемма Хиндли-Росена.
14. Если для \sqsubset_1, \sqsubset_2 выполняется определённая диаграмма, то $Preord(\sqsubset_1)$ и $Preord(\sqsubset_2)$ коммутируют.
15. \rightarrow_η удовлетворяет свойству Чёрча-Россера.
16. \rightarrow_β и \rightarrow_η коммутируют.
17. Оператор подстановки уважает отношение $Refl(\rightarrow_\eta)$. Теорема Чёрча-Россера для $\rightarrow_{\beta\eta}$. Следствия.
18. Внешние (внутренние) редексы (нормальные формы). Разбиение редукции на внешнюю и внутреннюю.
19. Стандартный редукционный путь. Для любой редукции $M \rightarrow N$ существует стандартная редукция $M \xrightarrow{s} N$.
20. Нормализующая редукционная стратегия. Определение крайней левой стратегии F_l . F_l — нормализующая.
21. Комбинаторы **T** и **F**. Упорядоченные пары. Конечные кортежи (+проекции). Обобщённая теорема о неподвижной точке.
22. Числа Барендрегта (λ-числа). Определение класса рекурсивных функций (суперпозиция, примитивная рекурсия, минимизация). λ-представимость.
23. Все рекурсивные функции λ-представимы.
24. Все λ-представимые функции рекурсивны (эскиз доказательства). Кодирование, функция комбинации, функция нумерации.
25. Рекурсивно сепарабельные и рекурсивные множества. Множества, замкнутые относительно конверсии. Теорема Скотта-Карри о неразрешимости. Следствия.