数学　1:12　[1], [3], [4], [5]　　2019, H31

[1]　17分

(1) $|A-\lambda E| = \begin{vmatrix} 10-\lambda & 12 & 3 \\ -6 & -7-\lambda & -2 \\ 3 & 4 & 2-\lambda \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 10-\lambda & 12 & 3 \\ 0 & 1-\lambda & 2(1-\lambda) \\ 3 & 4 & 2-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda)\begin{vmatrix} 10-\lambda & 12 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 2-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda)\begin{vmatrix} 10-\lambda & 12 & -21 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & -6-\lambda \end{vmatrix}$

$= (1-\lambda)\begin{vmatrix} 10-\lambda & -21 \\ 3 & -6-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda)\{(\lambda-10)(\lambda+6)+63\} = (1-\lambda)(\lambda^2-4\lambda+3) = (1-\lambda)(\lambda-1)(\lambda-3)$.

$|A-\lambda E|=0$ より. 固有値は. $\lambda = 1$ (重解), 3.

(2) Aの最大固有値は3.

$A-3E = \begin{pmatrix} 7 & 12 & 3 \\ -6 & -10 & -2 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 21 & 36 & 9 \\ 0 & -2 & -4 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 8 & 16 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

従って. 固有ベクトルとして. $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ がとれる.

(3).

$A-E = \begin{pmatrix} 9 & 12 & 3 \\ -6 & -8 & -2 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ より.

$\lambda=1$ の固有ベクトルは. $a\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ $(a, b \neq 0)$

従って. $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ -3 & -4 & 1 \end{pmatrix}$ ととると. $P^{-1}A^nP = \begin{pmatrix} 3^n & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ となる.

$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & -4 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 10 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 4 & 1 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 0 & 0 & -7 & -12 & -3 \\ 0 & 2 & 0 & 6 & 10 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 4 & 1 \end{array}\right)$

$P^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -7 & -12 & -3 \\ 6 & 10 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ だから.

$$\overrightarrow{a_n} = P\begin{pmatrix} 3^n & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} P^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ -3 & -4 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3^n & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -7 & -12 & -3 \\ 6 & 10 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ -3 & -4 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3^n & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -7 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

$$= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ -3 & -4 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -7\cdot 3^n \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -7\cdot 3^n + 9 \\ 0 \\ 21\cdot 3^n - 21 \end{pmatrix}$$

2 形

(1) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 4 & a & 1 \\ 1 & -2 & 3 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 4 & a & 1 \\ 1 & -2 & 3 & -1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 3 & -7 & 1 \\ 0 & 6 & a-3 & 2 \\ 1 & -2 & 3 & -1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 3 & -7 & 1 \\ 0 & 0 & a+11 & 0 \\ 1 & -2 & 3 & -1 \end{pmatrix} \to \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} x & y & \check{z} & \check{w} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 3 & -7 & 1 \\ 0 & 0 & a+11 & 0 \\ 3 & 0 & -5 & -1 \end{pmatrix} \end{array}$$

$a+11=0$ のとき、 $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = C_1\begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + C_2\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ $(C_1, C_2$ は任意$)$.

$a+11\neq 0$ のとき、 $A \to \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ で $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = C_3\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ $(C_3$ は任意$)$.

従って. $a=-11$ のとき. $\dim \operatorname{Ker} f = 2$ で最大となり. $\left\{\begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}\right\}$ を基底としてとれる.

(2) $\vec{e_1} = \begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}$, $\vec{e_2} = \begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}$, $\vec{e_3} = \begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}$, $\vec{e_4} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}$ として.

$\left(f(\vec{e_1})\ f(\vec{e_2})\ f(\vec{e_3})\ f(\vec{e_4})\right) = A$ であることから. $f(\vec{e_1}), \dots, f(\vec{e_4})$ の一次関係を調べる.

$$A \to \begin{pmatrix} 3 & 0 & -5 & -1 \\ 0 & 3 & -7 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$ で. 行基本変形で各列の一次関係は変化しないので.

$f(\vec{e_1}), f(\vec{e_2})$ を $\mathrm{Im}\, f$ の基底としてとれる. 従って. $\left\{ \begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-1\\4\\-2\end{pmatrix} \right\}$.

(3). 少なくとも.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ -1 & 1 & 1 \\ p & q & 2 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\2p+q+2\\0\end{pmatrix} \in \mathrm{Ker} f \quad \cdots ①$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ -1 & 1 & 1 \\ p & q & 2 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix}-1\\4\\2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-3\\7\\-p+4q+4\\-8\end{pmatrix} \in \mathrm{Ker} f \quad \cdots ②$$ が成立つ必要がある.

①を満たす $\vec{u} \in \mathrm{Ker} f$ を $\vec{u} = x\begin{pmatrix}5\\7\\3\\0\end{pmatrix} + y\begin{pmatrix}1\\-1\\0\\3\end{pmatrix}$ とすると.

$$\left(\begin{array}{cc|c} 5 & 1 & 0 \\ 7 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 2p+q+2 \\ 0 & 3 & 0 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2p+q+3 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$ より. $x=0$, $y=0$, $2p+q+3=0$ が分かる.

$\frac{4}{3} - \frac{8}{3} \qquad \frac{14}{3}$

②を満たす $\vec{u} \in \mathrm{Ker} f$ と同様におくと.

$$\left(\begin{array}{cc|c} 5 & 1 & -3 \\ 7 & -1 & 7 \\ 3 & 0 & -p+4q+4 \\ 0 & 3 & -8 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{cc|c} 3 & 0 & 1 \\ 7 & -1 & 7 \\ 3 & 0 & -p+4q+4 \\ 0 & 1 & -\frac{8}{3} \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{cc|c} 3 & 0 & 1 \\ 7 & 0 & \frac{14}{3} \\ 3 & 0 & -p+4q+4 \\ 0 & 1 & -\frac{8}{3} \end{array}\right)$$ より. $x = \frac{1}{3}$, $y = -\frac{8}{3}$, $-p+4q+4 = 1$ が分かる.

従って. $\begin{cases} 2p+q = -3 \\ -p+4q = -3 \end{cases}$ $\quad \left(\begin{array}{cc|c} 2 & 1 & -3 \\ -1 & 4 & -3 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{cc|c} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 9 & -9 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{cc|c} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & -1 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{array}\right)$.

従って. $p=-1$, $q=-1$.

3. 17分.

$u(x,y) = f(\sqrt{x^2+y^2})$

(1) Sの接平面の方程式は. $\frac{\partial f}{\partial x}(\cos\alpha, \sin\alpha)(x-\cos\alpha) + \frac{\partial f}{\partial y}(\cos\alpha, \sin\alpha)(y-\sin\alpha) + (z-f(1)) = 0.$

$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = f'(\sqrt{x^2+y^2}) \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$, $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = f'(\sqrt{x^2+y^2}) \cdot \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ であるから.

$f'(1)\cdot\cos\alpha(x-\cos\alpha) + f'(1)\cdot\sin\alpha(y-\sin\alpha) + z - f(1) = 0.$

$(x,y,z) = (0,0,z_0)$ において. この式を満たすので.

$-f'(1) + z_0 - f(1) = 0.$ $\therefore z_0 = f(1) + f'(1)$

(2) $\frac{\partial u}{\partial x} = f'(r)\cdot\frac{x}{r}$

$\frac{\partial u}{\partial y} = f'(r)\cdot\frac{y}{r}$ だから、

$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 = \{f'(r)\}^2 \cdot \frac{x^2+y^2}{r^2} = \{f'(r)\}^2$ 従って. rの関数として表される.

(3).

$I = \iint_D u(x,y)\,dxdy$

$= \iint_D f(\sqrt{x^2+y^2})\cdot dxdy.$

$= \iint_D (x^2+y^2)e^{-(x^2+y^2)}\cdot dxdy.$

$x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$とおくと. Dは$E = \{(r,\theta) \mid 0 \leqq r \leqq 1,\ 0 \leqq \theta \leqq 2\pi\}$に移り. 極座標変換となるので.

$I = \int_0^{2\pi}\int_0^1 r^3\cdot e^{-r^2}\cdot dr\,d\theta = 2\pi\int_0^1 r^3\cdot e^{-r^2}\cdot dr$

$\int r^3\cdot e^{-r^2}dr = -\frac{r^2}{2}e^{-r^2} + \int r\,e^{-r^2}\cdot dr = -\frac{r^2}{2}\cdot e^{-r^2} - \frac{1}{2}e^{-r^2} + C$ (C:積分定数) より.

$I = 2\pi\left[-\frac{r^2}{2}e^{-r^2} - \frac{1}{2}e^{-r^2}\right]_0^1 = 2\pi\left(-\frac{1}{2e} - \frac{1}{2e} + 0 + \frac{1}{2}\right) = \underline{\pi\left(1 - \frac{2}{e}\right)}$ //

$\boxed{4}$. 22分.

(1) $\frac{dy}{dx} = y^2 - 1 = (y+1)(y-1)$.

$\frac{1}{(y+1)(y-1)} \frac{dy}{dx} = 1$.

$\left(\frac{1}{y-1} - \frac{1}{y+1}\right) \frac{dy}{dx} = 1$

両辺を x で積分して.

$\log\left|\frac{y-1}{y+1}\right| = x + C$ (C: 積分定数).

$\frac{y-1}{y+1} = 1 - \frac{2}{y+1} = A \cdot e^x$ (A: 任意定数).

初期条件 $y(0) = 0$ より. $-1 = A$.

従って. $1 - \frac{2}{y+1} = -e^x$

$\frac{2}{y+1} = e^x + 1$

$y+1 = \frac{2}{e^x+1}$ $\therefore y = \frac{1-e^x}{e^x+1}$ //

(2)

(i) $\frac{dy}{dx} + 2y\cos x = \cos x$.

両辺. $e^{2\sin x}$ をかけて.

$\frac{d}{dx}\left(e^{2\sin x} \cdot y\right) = \cos x \cdot e^{2\sin x}$

x で積分して. $e^{2\sin x} \cdot y = \frac{1}{2} e^{2\sin x} + C$ (C: 積分定数).

$y = \frac{1}{2} + C \cdot e^{-2\sin x}$ (C: 任意定数)

(ii) $\frac{d^2y}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}+2=\cos 3x$ … ※

$\frac{d^2y}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}+2=0$ …①の一般解は.

特性方程式 $\lambda^2+2\lambda+2=0$ を解いて. $\lambda=-1\pm\sqrt{1-2}=-1\pm i$ より.

$y=e^{-x}(A\cos x+B\sin x)$ (A, B:任意定数).

次に ※の1つの解を. $y=a\cos 3x+b\sin 3x$ とおくと.

$\frac{dy}{dx}=3b\cos 3x-3a\sin x$,

$\frac{d^2y}{dx^2}=-9a\cos 3x-9b\sin 3x$. だから.

$(a+3b-9a)\cos 3x+(b-3a-9b)\sin 3x=\cos 3x$.

$$\begin{cases}-8a+3b=1\\ -3a-8b=0\end{cases}\quad \begin{pmatrix}-8&3&1\\-3&-8&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}24&-9&-3\\-24&-64&0\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}-8&3&1\\0&-73&-3\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}-8&0&\frac{64}{73}\\0&1&\frac{3}{73}\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&0&-\frac{8}{73}\\0&1&\frac{3}{73}\end{pmatrix}$$

従って. ※の一般解は. $y=e^{-x}(A\cos x+B\sin x)-\frac{8}{73}\cos 3x+\frac{3}{73}\sin 3x$.

$\boxed{5}$ 16分

$(a^2-1)^2$

a^4-2a^2+1

(1). $f(z)=\frac{1}{az^2-i(a^2+1)z-a}$

$az^2-i(a^2+1)z-a=0$ の解は. $z=\frac{i(a^2+1)\pm\sqrt{-(a^2+1)^2+4a^2}}{2a}=\frac{i(a^2+1)\pm\sqrt{-a^4+2a^2-1}}{2a}=\frac{i(a^2+1)\pm i(a^2-1)}{2a}$

つまり. $z=\frac{2a^2}{2a}i$, $\frac{2i}{2a}=ai$, $\frac{i}{a}$

$f(z)=\frac{1}{a(z-ai)(z-\frac{i}{a})}$

$\mathrm{Res}[ai]=\frac{1}{a}\cdot\frac{1}{ai-\frac{i}{a}}=\frac{1}{ai(a^2-1)}$

$\mathrm{Res}\left[\frac{i}{a}\right]=\frac{1}{a}\cdot\frac{1}{\frac{i}{a}-ai}=\frac{1}{ai(1-a^2)}$

(2) $I(a) = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{a^2 - 2a\sin\theta + 1}$

$z = e^{i\theta}$ とおくと. $\sin\theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i} = \frac{z - \frac{1}{z}}{2i} = \frac{z^2-1}{2zi}$, $dz = i \cdot e^{i\theta} d\theta$ より. $d\theta = \frac{dz}{i \cdot z}$ とおき. $|z|=1$を経路にとる.複素積分に変わる.

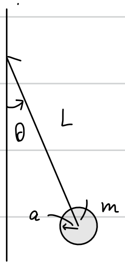
$$I(a) = \oint \frac{\frac{dz}{iz}}{a^2 - 2a \cdot \frac{z^2-1}{2zi} + 1} = \oint \frac{dz}{a^2 zi - az^2 + a + zi} = -\oint \frac{dz}{az^2 - i(a^2+1)z - a}$$

$|z| = 1$ 内に含まれる極は. $z = ai$ で. $\mathrm{Res}[ai] = \frac{1}{ai(a^2-1)}$ だから.

$$I(a) = - \cdot 2\pi i \cdot \frac{1}{ai(a^2-1)} = \frac{2\pi}{a(1-a^2)}$$

物理.

[1].



(1) $mL^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mgL\sin\theta$

$\sin\theta = \theta$ として良いので. $mL^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mgL\theta$

(2) $\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\theta$

これは.単振動を表す方程式なので. $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

(3). 平行軸の定理より

$I = mL^2 + I_G$

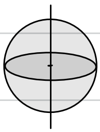
(4) $I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mgL\sin\theta$.

また $\sin\theta = \theta$として. $I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mgL\theta$

(5). $\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{mgL}{I}\theta$ と変形して.

(2)と同様に. $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgL}}$

(6). 半径r, 厚さdz, 密度 $\dfrac{m}{\frac{4}{3}\pi a^3}$ の円板の中心軸まわりの慣性モーメント dI_G は



$$dI_G = \int_0^{2\pi}\int_0^{r} \frac{3m}{4\pi a^3} \times ds \times s\,d\theta \times dz \times s^2$$

$$= 2\pi \cdot \frac{3m}{4\pi a^3}\, dz \times \int_0^r s^3 \cdot ds$$

$$= \frac{3m}{2a^3} \cdot dz \times \left[\frac{1}{4}s^4\right]_0^r$$

$$= \frac{3m}{8a^3} r^4 \cdot dz.$$

これを球に応用すれば. $r = \sqrt{a^2 - z^2}$, $z: -a \to a$ の積分となって.

$$I_G = \int_{-a}^{a} \frac{3m}{8a^3} \cdot (a^2 - z^2)^2 \cdot dz$$

$$= \frac{3m}{8a^3} \times 2\int_0^a (a^4 - 2a^2z^2 + z^4) \cdot dz$$

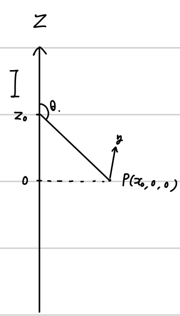
$$= \frac{3m}{4a^3}\left[a^4 z - \frac{2a^2}{3}z^3 + \frac{1}{5}z^5\right]_0^a$$

$$= \frac{3m}{4a^3}\left(a^5 - \frac{2}{3}a^5 + \frac{1}{5}a^5\right) \qquad \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$$

$$= \frac{3m}{4} \times \frac{8}{15}a^2 = \underline{\frac{2}{5}ma^2}$$

(表すだけだから、公式から書くだけでも良さそう).

2.



(1)

(1-a) $$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{x_0^2 + z_0^2} \times \frac{1}{\sqrt{x_0^2 + z_0^2}} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & dz \\ x_0 & 0 & z_0 \end{vmatrix}.$$

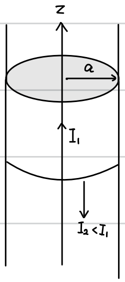
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi\,(x_0^2 + z_0^2)^{\frac{3}{2}}}\left(0,\ x_0 dz,\ 0\right)$$

(1-b). 磁束密度の x軸方向, z軸方向成分は0.

y軸方向の成分は. $$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu_0 I \cdot x_0}{4\pi\,(x_0^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}\, dz = \frac{\mu_0 I}{4\pi x_0}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot dx$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi x_0} \times 2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi x_0}$$

従って. $\vec{B} = \left(0,\ \dfrac{\mu_0 I}{2\pi x_0},\ 0\right)$.



(2)

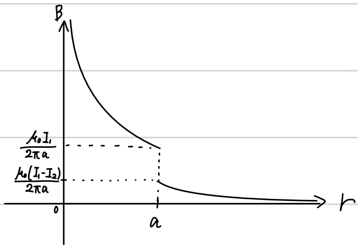
(2-a) z軸を中心とする半径r ($0<r<a$) の円を

z軸正の向きから見て反時計回りに回る経路をとる.

z軸からr離れた点では, どこでも磁場の大きさ・向きに対称性があるから.

(2-b) 内部 : $B=\dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$

外部 : $B=\dfrac{\mu_0 (I_1-I_2)}{2\pi r}$



3