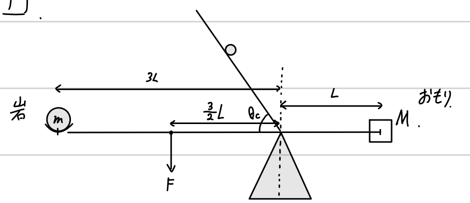
物理.

[1].



[1].

(1) 回転軸まわりの力のモーメントのつり合いより

$$mg\cdot 3L + F\cdot\frac{3}{2}L = Mg\cdot L.$$

$$\frac{3}{2}F = Mg - 3mg.$$

$$F = \frac{2}{3}(M-3m)g$$

(2) $F>0$ より. $M-3m>0$. $\underline{m < \frac{1}{3}M.}$

(3) 投石機の慣性モーメント I は. $I = ML^2 + m\cdot 9L^2 = (M+9m)L^2$

その瞬間. $I\cdot\frac{d^2\theta}{dt^2} = MgL - mg\cdot 3L$ が成り立つので.

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{(M-3m)gL}{I} = \frac{(M-3m)g}{(M+9m)L}$$

(4) 位置エネルギーの和. U は.

$$U = -MgL\cdot\sin\theta_s + mg\cdot 3L\sin\theta_c = -\frac{1}{\sqrt{2}}(M-3m)gL$$

(5). アームが水平時. エネルギーは 0 である.

アームがもつ回転運動エネルギーは. $K = \frac{1}{2}I\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$ で. $0 = U+K$ が成り立つから.

$$\frac{1}{2}I\cdot\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(M-3m)gL. \qquad \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \sqrt{2}\cdot\frac{(M-3m)gL}{I} = \sqrt{2}\,\frac{(M-3m)g}{(M+9m)L}$$

従って. $\frac{d\theta}{dt}$ の大きさは. 負を除いて. $\underline{\left|\frac{d\theta}{dt}\right| = \sqrt[4]{2}\cdot\sqrt{\frac{(M-3m)g}{(M+9m)L}}}$

(6). 岩のもつエネルギーK_mは、岩の速度を $v=3L\cdot\frac{d\theta}{dt}$ と表せることを用いて、

$$K_m=\frac{1}{2}mv^2=\frac{9}{2}mL^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$$ となる。

(5)の結果を用いて $K_m=\frac{9}{2}m\cdot 2\cdot\frac{(M-3m)gL}{M+9m}$ と表せる。

K_mが最大となるとき $\frac{m(M-3m)}{M+9m}$ も最大となるので、これを$f(m)$とする

$$\frac{df(m)}{dt}=\frac{(M-6m)(M+9m)-m(M-3m)\cdot 9}{(M+9m)^2}=\frac{1}{(M+9m)^2}\left\{M^2+3Mm-54m^2+27m^2-9Mm\right\}=\frac{1}{(M+9m)^2}\left\{-27m^2-6Mm+M^2\right\}$$

$$=-\frac{1}{(M+9m)^2}\left(27m^2+6Mm-M^2\right).$$

$\frac{df(m)}{dt}=0$ のとき $m=\frac{-3M\pm\sqrt{9M^2+27M^2}}{27}=\frac{-3M\pm 6M}{27}$ 負を除いて $m=\frac{3}{27}M=\frac{1}{9}M$.

増減表は、

	0	…	$\frac{1}{9}M$	…
$f'(m)$	+	+	0	−
$f(m)$	0	↗		↘

となるので、$f(m)$は $m=\frac{1}{9}M$ で最大.

従って、求める重量は $\frac{1}{9}M$.

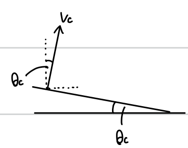
[2]

(1) $U=-MgL\cdot\sin\theta_s+mg\cdot 3L\sin\theta_c=-(M-3m)gL\cdot\sin\theta_c$.

(2) まず、ストッパーに当たる直前の岩の速さV_cは、アームの角速度から求まる.

[1]-(5),(6)と同様に、$\left|\frac{d\theta}{dt}\right|=\sqrt{2\frac{(M-3m)g}{(M+9m)L}\cdot\sin\theta_c}$ と求まるので、

$$V_c=3L\cdot\left|\frac{d\theta}{dt}\right|=3\sqrt{\frac{2(M-3m)}{M+9m}\cdot gL\sin\theta_c}$$



求める鉛直方向の成分は、$V_c\cos\theta=3\cos\theta_c\cdot\sqrt{\frac{2(M-3m)}{M+9m}gL\sin\theta_c}$

(3) 求める時間をtとすると、$V_c\cos\theta-gt=0$.

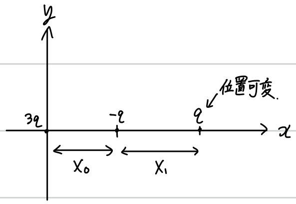
$$t=\frac{V_c\cos\theta}{g}=3\cos\theta_c\sqrt{\frac{2(M-3m)L}{(M+9m)g}\sin\theta_c}$$

(4) $L_x=V_c\sin\theta\cdot t=\frac{1}{g}\cdot V_c^2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{g}\cdot\left(9\frac{2(M-3m)}{M+9m}gL\cdot\sin\theta_c\right)\sin\theta_c\cdot\cos\theta_c$

$$\therefore L_x=18\cdot\frac{M-3m}{M+9m}L\sin^2\theta\cdot\cos\theta=9\cdot\frac{M-3m}{M+9m}L\sin 2\theta\cdot\cos\theta$$

2

[1].



(1) 大きさ : $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{3q^2}{(X_0+X_1)^2}$

向き : x軸 正の向き.

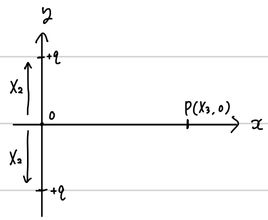
(2) $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{3q^2}{(X_0+X_1)^2}-\frac{q^2}{X_1^2}\right\}=0$ が成り立つ.

$3q^2X_1^2=q^2(X_0+X_1)^2 \qquad 3X_1^2=X_1^2+2X_1X_0+X_0^2$

$2X_1^2-2X_0X_1-X_0^2=0. \qquad X_1{}^2=\frac{X_0\pm\sqrt{X_0^2+2X_0^2}}{2}=\frac{(1\pm\sqrt{3})X_0}{2}$

負を除いて. $X_1=\frac{1+\sqrt{3}}{2}X_0$

[2]



(1) $\vec{E}=\left(2\times\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{X_2^2+X_3^2}\cdot\frac{X_3}{\sqrt{X_2^2+X_3^2}},\ 0\right)$

$=\left(\frac{qX_3}{2\pi\varepsilon_0(X_2^2+X_3^2)^{\frac{3}{2}}},\ 0\right)$

従って. 大きさ : $\frac{qX_3}{2\pi\varepsilon_0(X_2^2+X_3^2)^{\frac{3}{2}}}$

向き : x軸 正の向き.

(2). $\frac{X_3}{(X_2^2+X_3^2)^{\frac{3}{2}}}$ に注目し. これを $f(X_3)$ とおく

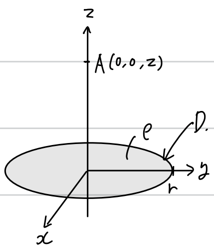
$\frac{df(X_3)}{dX_3}=\frac{1}{(X_2^2+X_3^2)^3}\left\{(X_2^2+X_3^2)^{\frac{3}{2}}-X_3\cdot\frac{3}{2}\sqrt{X_2^2+X_3^2}\cdot 2X_3\right\}=0$ となる X_3 をもとめる.

$(X_2^2+X_3^2)^{\frac{3}{2}}-3X_3^2\sqrt{X_2^2+X_3^2}=(X_2^2+X_3^2-3X_3^2)\sqrt{X_2^2+X_3^2}=(X_2^2-2X_3^2)\sqrt{X_2^2+X_3^2}=0$ を解いて.

$X_3>0$ より. $X_3=\frac{X_2}{\sqrt{2}}$, このとき $\vec{E}$ の大きさが最大となり.

大きさは. $\frac{q\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}X_2}{2\pi\varepsilon_0\cdot X_2^3\cdot\frac{3}{2}\cdot\sqrt{\frac{3}{2}}}=\frac{q}{3\sqrt{3}\pi\varepsilon_0\cdot X_2^2}$

[3]



(1) 微小面積は $ds \cdot s \cdot d\theta$ で表せるから.

$$E = \int_0^{2\pi}\int_0^{r} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\rho \cdot s \cdot ds \cdot d\theta}{s^2+z^2} \cdot \frac{z}{\sqrt{s^2+z^2}}$$

$$= \frac{\rho z}{2\varepsilon_0} \cdot \int_0^{r} \frac{s}{(s^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot ds$$

$$= \frac{\rho \cdot z}{2\varepsilon_0} \cdot \left[-\frac{1}{\sqrt{s^2+z^2}}\right]_0^{r}$$

$$= \frac{\rho z}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{z} - \frac{1}{\sqrt{r^2+z^2}}\right)$$

従って. 大きさ: $\frac{\rho z}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{z} - \frac{1}{\sqrt{r^2+z^2}}\right)$

向き: z軸正の向き.

(2) $$V = -\int_{\infty}^{0} \frac{\rho}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{z}{\sqrt{r^2+z^2}}\right) \cdot dz$$

$$= -\frac{\rho}{2\varepsilon_0}\left[z - \sqrt{r^2+z^2}\right]_{\infty}^{0}$$

$$= \frac{\rho \cdot r}{2\varepsilon_0}$$

$$V = \int_0^{2\pi}\int_0^{r} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\rho \cdot ds \cdot s \cdot d\theta}{\sqrt{s^2+z^2}}$$

こっちの方が良さそう　V から E.

$$= \frac{\rho}{2\varepsilon_0}\int_0^{r} \frac{s}{\sqrt{s^2+z^2}} \cdot ds$$

$$= \frac{\rho}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{s^2+z^2}\right]_0^{r}$$

$$= \frac{\rho}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{r^2+z^2} - z\right)$$

求めるのは. $z=0$ で. $V = \frac{\rho \cdot r}{2\varepsilon_0}$ で一致