

# **Tecnologia de Comunicação**

Aula 1 – Conceitos básicos & modulação digital

Prof. Paulo Matias

# Apresentação da disciplina

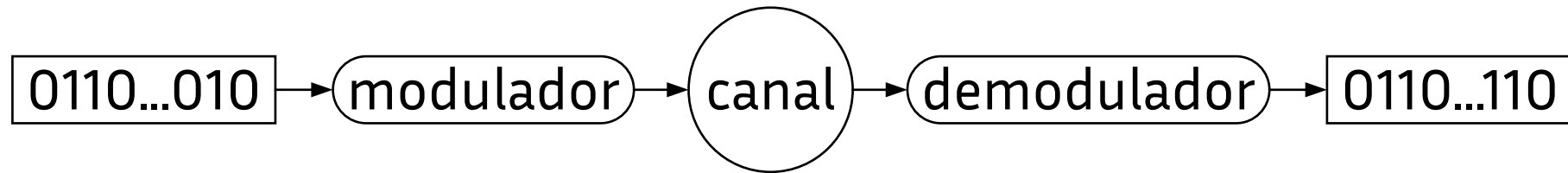
- Cinco *práticas* acompanhadas dos conceitos relacionados:
  1. modem V.21
  2. interface E1
  3. interface Ethernet
  4. WSPR no satélite QO-100
  5. IEEE 802.11 (Wi-Fi)
- Cinco *mini testes* antes das práticas
- Seminário com apresentação de experimento próprio

# Avaliação

- 50% – práticas (em grupo)
- 20% – quatro melhores mini testes (individual)
- 30% – seminário (em grupo)

# Objetivo da disciplina

Transmitir informação por um canal e recebê-la do outro lado.



- O canal adiciona ruído, interferência, distorções ao sinal.
- O demodulador não está perfeitamente sincronizado com o modulador.
- Em algumas tecnologias, há mais de um usuário compartilhando o mesmo canal.

# Ruído gaussiano branco aditivo (AWGN)

$$r_t = s_t + w_t$$

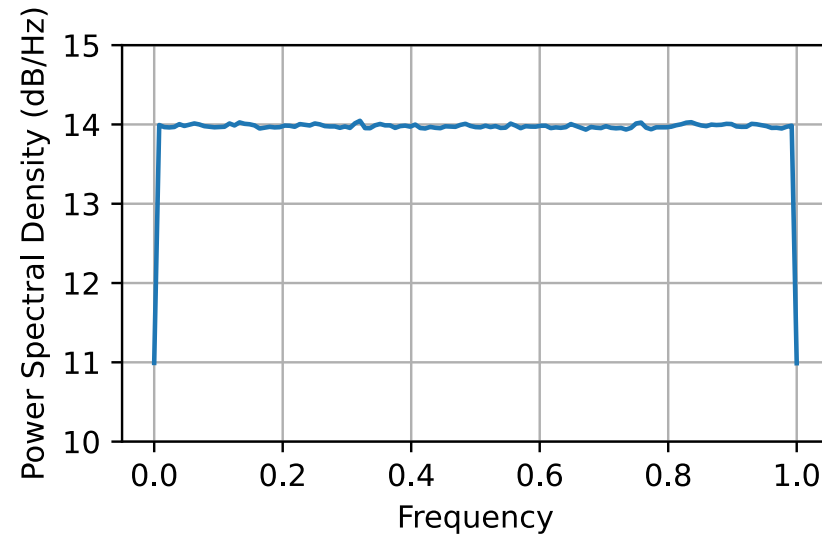
onde  $w_t$  é uma variável aleatória regida pela distribuição  $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$

É o modelo de ruído mais utilizado. Por quê?

- Ruído térmico
- Teorema do limite central de Lindeberg

# Densidade espectral do AWGN

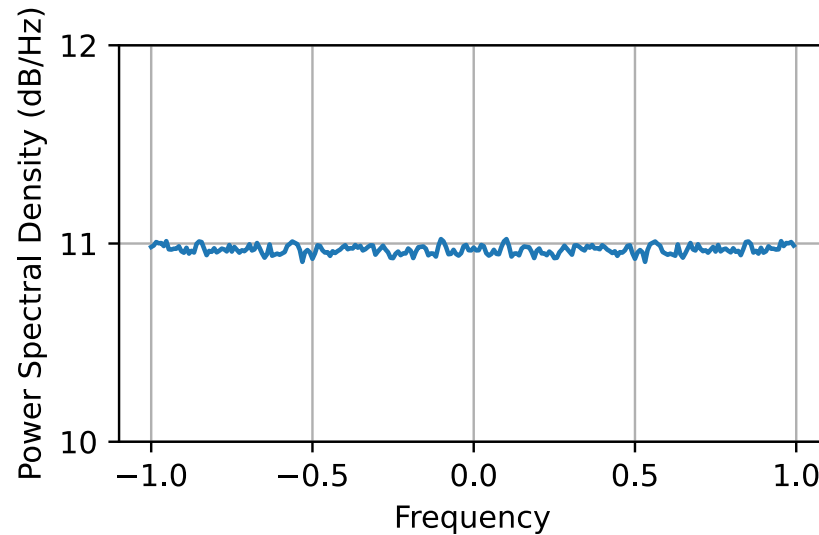
```
plt.psd(5*np.random.randn(10000000))
```



Com  $\sigma = 5$ , temos  $N_0 = \sigma^2 = 25 \approx 10^{\frac{14}{10}}$

Alguns autores distribuem  $\frac{N_0}{2}$  para  $f < 0$  e  $\frac{N_0}{2}$  para  $f \geq 0$ :

```
plt.psd(5*np.random.randn(10000000), sides='twosided')
```



Note que  $\frac{N_0}{2} = 12.5 \approx 10^{\frac{11}{10}}$

# Capacidade teórica de um canal AWGN

Teorema de Shannon–Hartley:

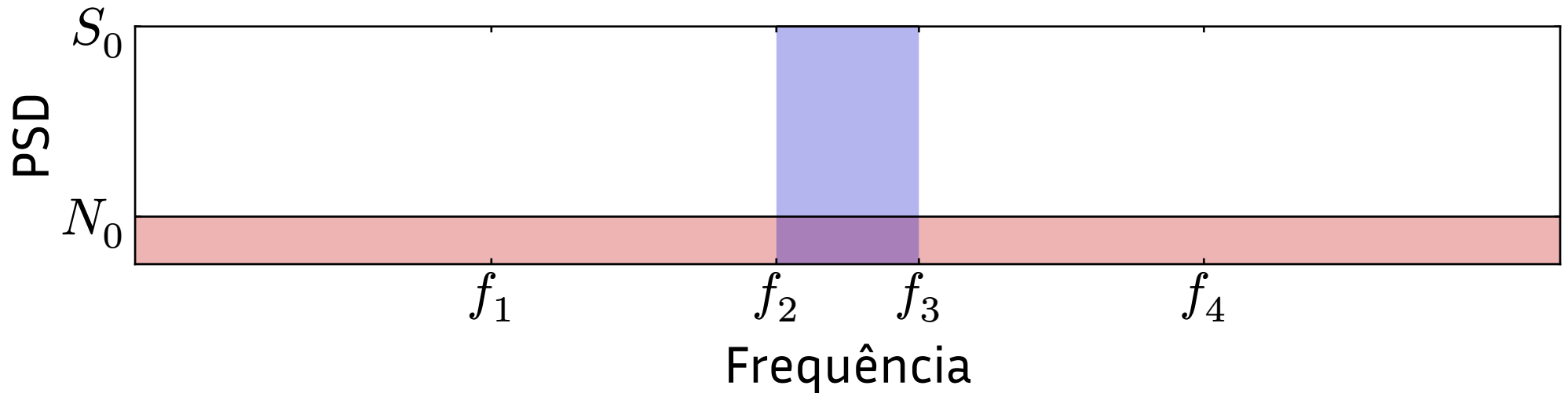
$$C = B \log_2 \left( 1 + \frac{S}{N} \right)$$

- $C$ : capacidade (bit/s)
- $B$ : banda (Hz)
- $S$ : potência do sinal (W)
- $N$ : potência do ruído (W)

Para uma prova do teorema, veja Wozencraft & Jacobs, *Principles of Communication Engineering*, 1966, pp. 323–342.



Mas  $N$  depende de  $B$ , por exemplo:



Se  $B = f_3 - f_2$ , então  $S = S_0 \cdot (f_3 - f_2)$  e  $N = N_0 \cdot (f_3 - f_2)$ .

Se  $B = f_4 - f_1$ , continuamos com  $S = S_0 \cdot (f_3 - f_2)$ ,  
mas  $N = N_0 \cdot (f_4 - f_1)$ .

E se pudermos escolher  $B$  tão grande quanto quisermos?

Lembrando que  $C = B \log_2 \left( 1 + \frac{S}{N} \right) = \log_2 \left( 1 + \frac{S}{B \cdot N_0} \right)^B$ ,

$$\lim_{B \rightarrow \infty} \log_2 \left( 1 + \frac{S}{B \cdot N_0} \right)^B = \log_2 e^{\frac{S}{N_0}} = \frac{S}{N_0} \log_2 e \approx 1.44 \frac{S}{N_0}$$

A expressão acima permite calcular a capacidade quando o fator limitante é a potência (e consequentemente o gasto de energia) para transmitir o sinal.

Ainda na condição de  $B \rightarrow \infty$ , e se quisermos comparar  $C$ , que é a taxa máxima teórica, com a taxa real  $f_b$  do transmissor?

$$\frac{C}{f_b} = \frac{S}{f_b} \frac{1}{N_0} \log_2 e$$

A grandeza  $\frac{S}{f_b}$  é bastante utilizada e recebe o nome  $E_b$ . Note que ela tem dimensão de joules por bit. Trata-se da energia empregada para transmitir um único bit. Temos assim:

$$\frac{C}{f_b} = \frac{E_b}{N_0} \log_2 e$$

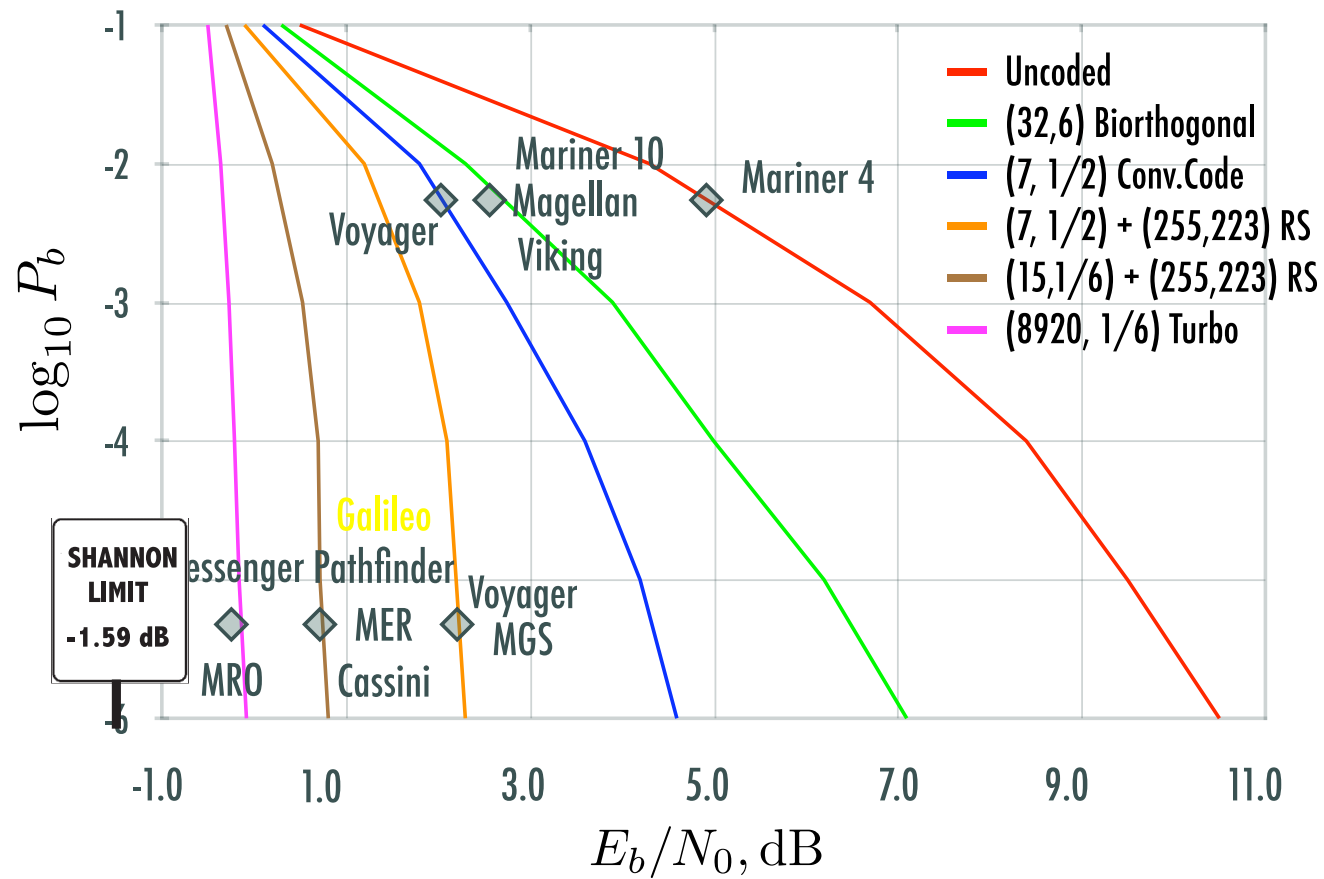
Como  $f_b \leq C$ ,

$$1 \leq \frac{C}{f_b}$$

$$\frac{E_b}{N_0} \log_2 e \geq 1$$

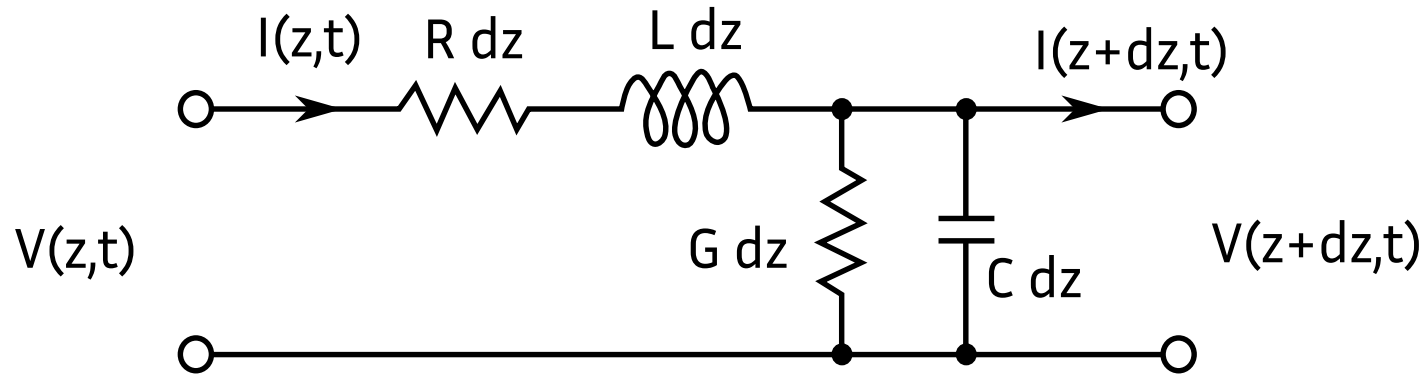
$$\frac{E_b}{N_0} \geq \frac{1}{\log_2 e} \approx 0.693 \approx -1.59 \text{ dB}$$

- Gráficos de BER (taxa de bits errados) vs  $\frac{E_b}{N_0}$  são bastante usados para avaliar o desempenho de sistemas de telecomunicação.
- Para chegar perto do limite teórico de  $-1.59$  dB, além de banda muito superior à taxa de transmissão, é necessário usar códigos de correção de erro.
- Estudaremos os códigos de correção de erro em uma aula futura.



Approaching The Shannon Limit at JPL: 1969–2008, obtido de leecenter.caltech.edu.

# Teoria de linhas de transmissão



Adaptado de *Microwave and RF Design II – Transmission Line Theory*, disponível em [eng.libretexts.org](http://eng.libretexts.org).

$$\frac{\partial v(z, t)}{\partial z} = -Ri(z, t) - L \frac{\partial i(z, t)}{\partial t}$$

$$\frac{\partial i(z, t)}{\partial z} = -Gv(z, t) - C \frac{\partial v(z, t)}{\partial t}$$

Substituindo soluções do tipo  $e^{j\omega t}$ , temos:

$$\frac{dV(z)}{dz} = -(R + j\omega L)I(z)$$

$$\frac{dI(z)}{dz} = -(G + j\omega C)V(z)$$



Substituindo uma equação na outra, e vice-versa, temos:

$$\frac{d^2 V(z)}{dz^2} - \gamma^2 V(z) = 0$$

$$\frac{d^2 I(z)}{dz^2} - \gamma^2 I(z) = 0$$

onde:

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$$

Convém separar  $\gamma$  em parte real ( $\alpha$ ) e parte imaginária ( $\beta$ ).

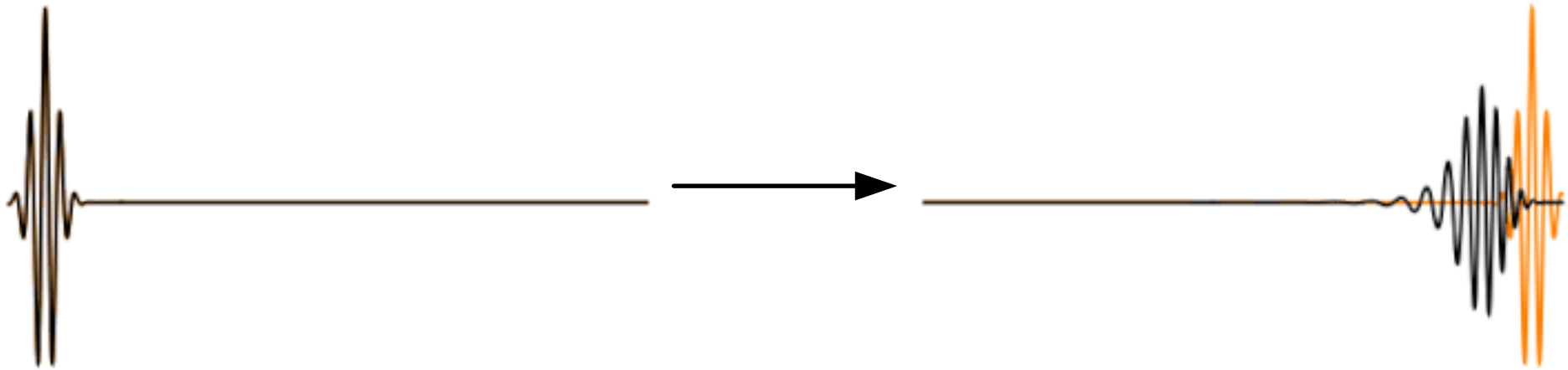
- $\alpha = \Re\{\gamma\}$  é a constante de atenuação
- $\beta = \Im\{\gamma\}$  é a constante de fase

Em uma **linha de transmissão ideal**,  $R = G = 0$ , então temos

$$\gamma = \sqrt{j^2 \omega^2 LC} = j\omega\sqrt{LC}$$

Ou seja,  $\alpha = 0$ , que significa que a linha não atenua o sinal, e  $\beta = \omega\sqrt{LC}$ . A velocidade de fase é  $v_p = \frac{\omega}{\beta}$ , que no caso da linha ideal dá  $\frac{1}{\sqrt{LC}}$  e é igual à velocidade de grupo.

Em uma **linha de transmissão não ideal**, com  $R \neq 0$  ou  $G \neq 0$ , temos atenuação e, além disso, a velocidade de fase é diferente da velocidade de grupo, o que causa dispersão do sinal conforme este se propaga pela linha:



Adaptado de Bertolotti, *Telegrapher's Equation*, disponível em [en.wikipedia.org](http://en.wikipedia.org).

A atenuação cresce com a frequência, efetivamente limitando a banda que pode passar pelo cabo.

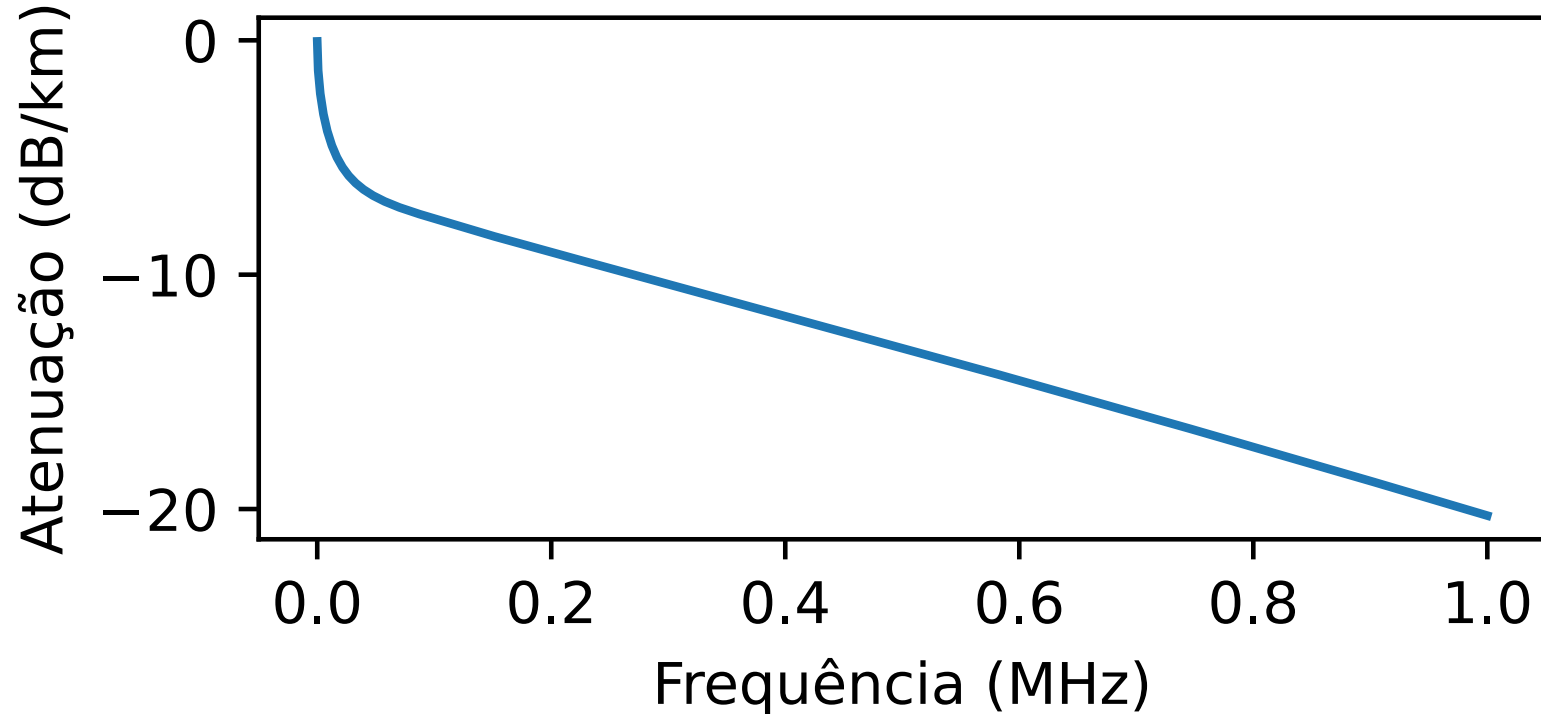
Os valores de  $R$ ,  $L$ ,  $G$ ,  $C$  podem variar com  $\omega$ . Por exemplo,  $R$  tende a aumentar com a frequência devido ao efeito pelicular (*skin effect*), fazendo com que a atenuação cresça com a frequência ainda mais rápido do que cresceria se  $R$  fosse constante.

# Cabo de telefone 24 AWG isolado com polietileno



Imagem de [caledonian-cables.co.uk](http://caledonian-cables.co.uk).

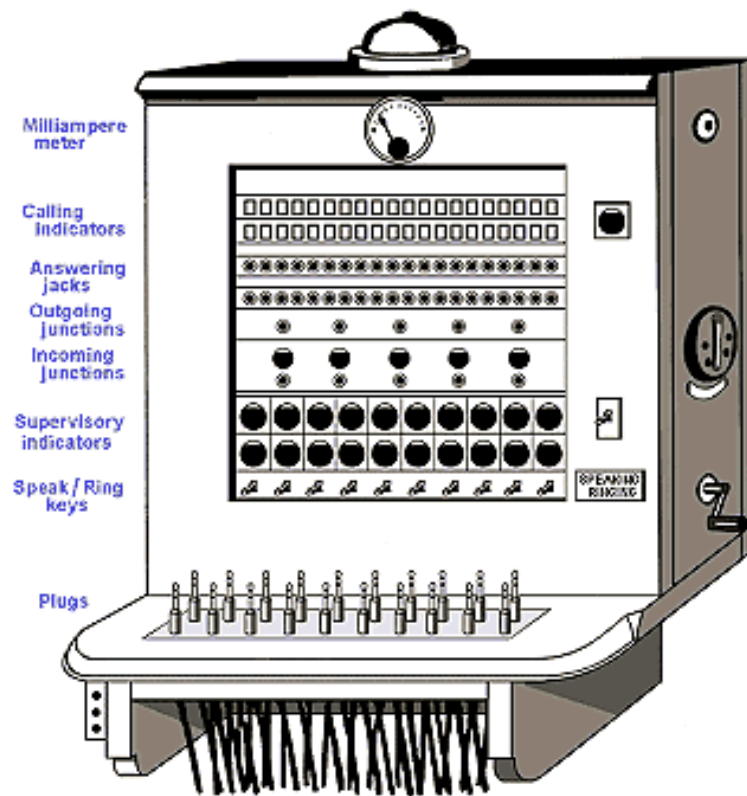
## Atenuação de um cabo de telefone 24 AWG isolado com polietileno



Com base em medidas de  $R$ ,  $L$ ,  $G$ ,  $C$  de Reeve, *Subscriber Loop Signaling and Transmission Handbook*, 1995, p. 558.

# Uma breve história da telefonia

1870s: primeiras  
centrais telefônicas



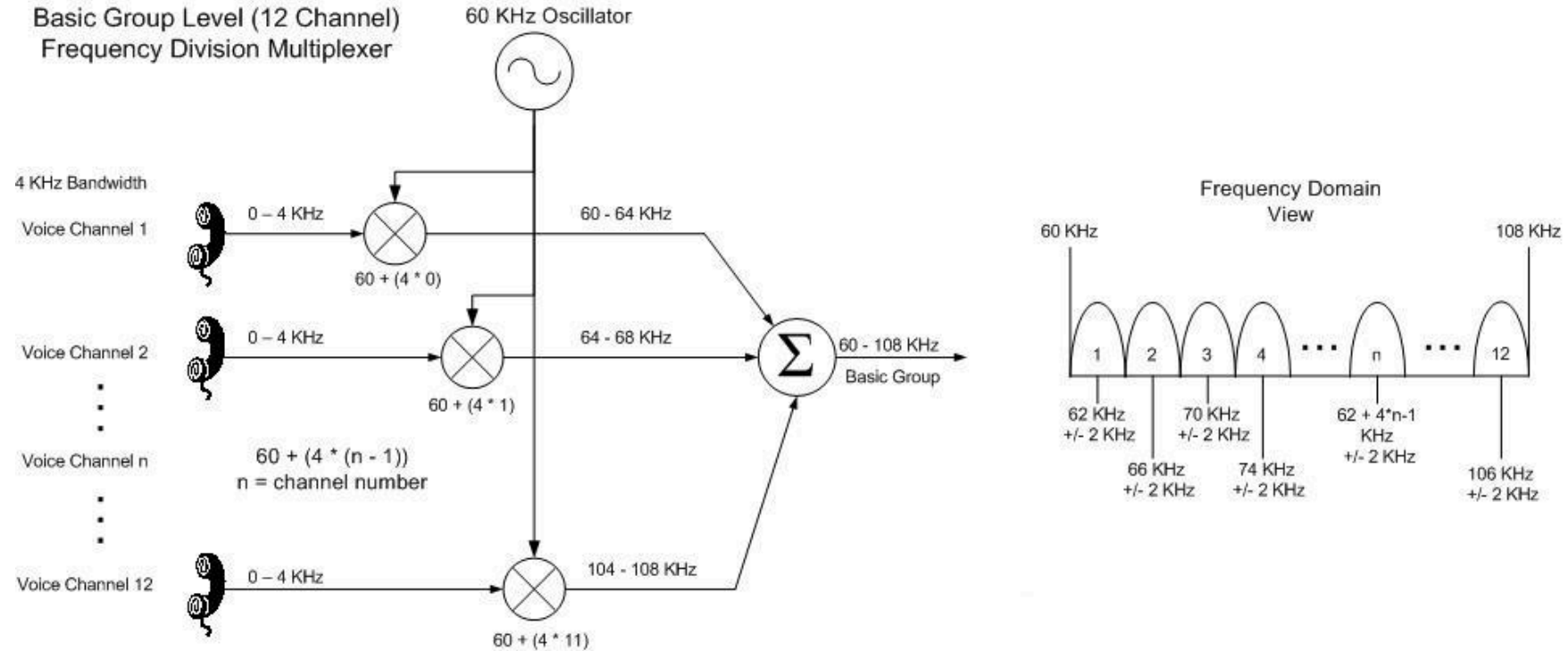
Hearfield, *A manual telephone exchange: CBS2*, obtido de [johnhearfield.com](http://johnhearfield.com).





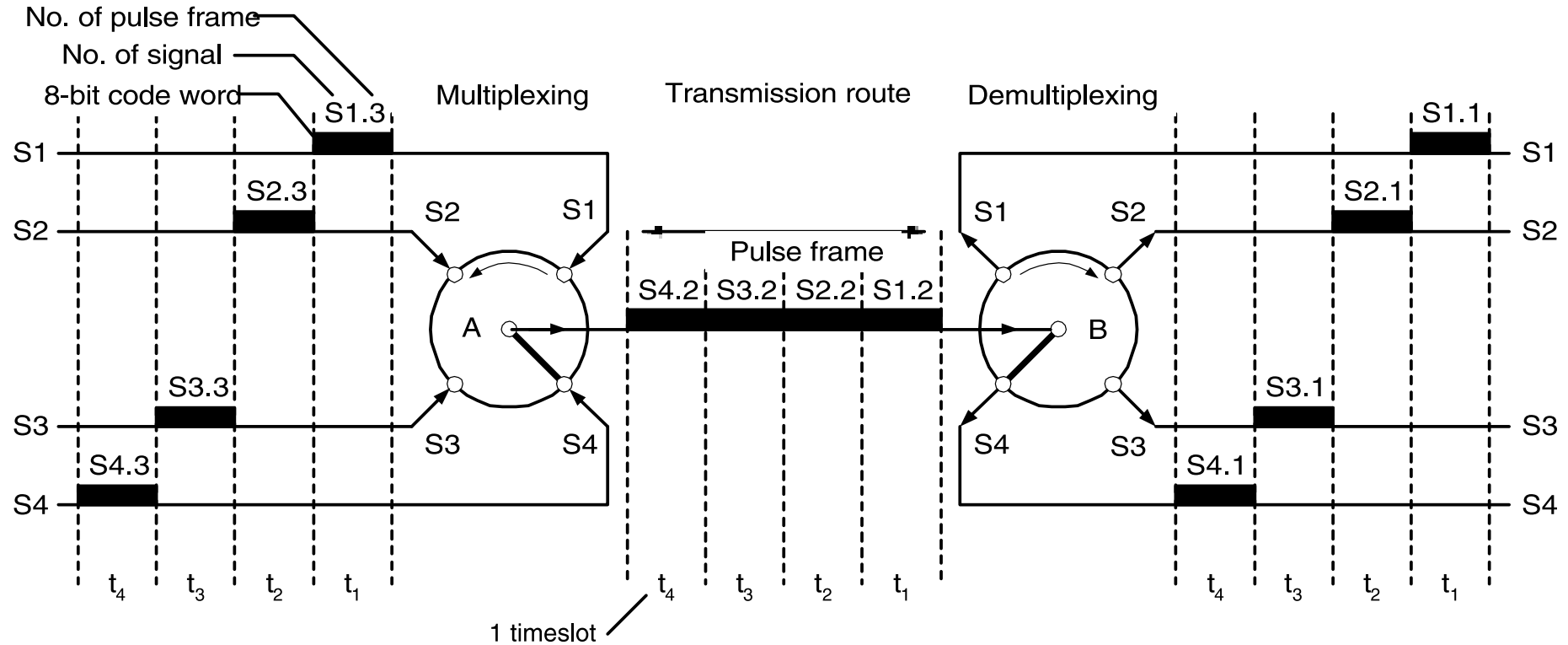


# *L-carrier system (FDM): 1930s – 1970s*



Adaptado de Steveo1544, *FDM drawings*, obtido de [en.wikipedia.org](https://en.wikipedia.org).

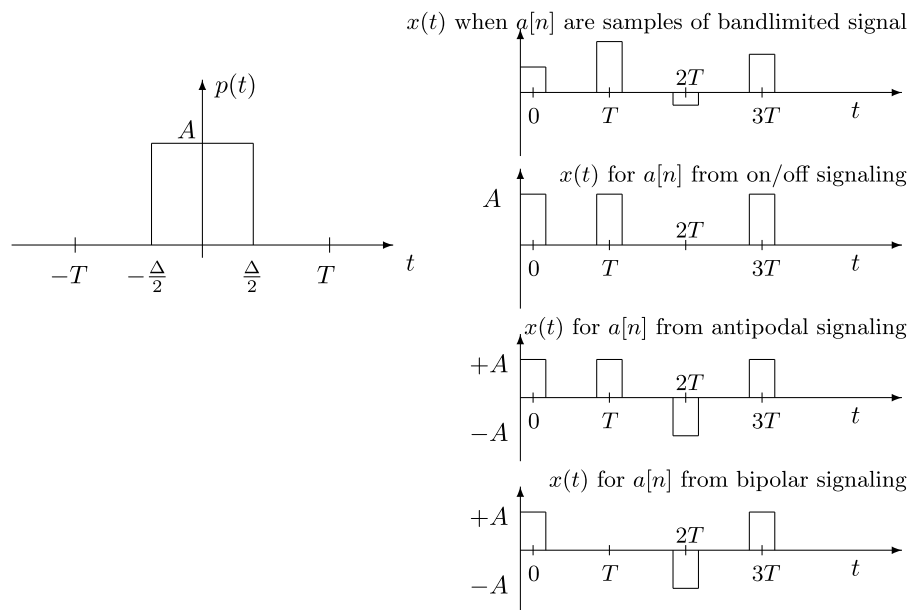
# *T-carrier system (TDM): 1960s – hoje*



- Componentes como capacitores e transformadores de isolação limitam a resposta da linha próximo de DC.
- O FDM utilizava uma separação de 4 kHz entre os canais.
- O TDM usa uma taxa de amostragem de 8 kHz, limitando a banda em 4 kHz de acordo com Nyquist.
- Para ligações telefônicas, geralmente considera-se como banda utilizável a faixa em torno de 300 Hz a 3400 Hz.

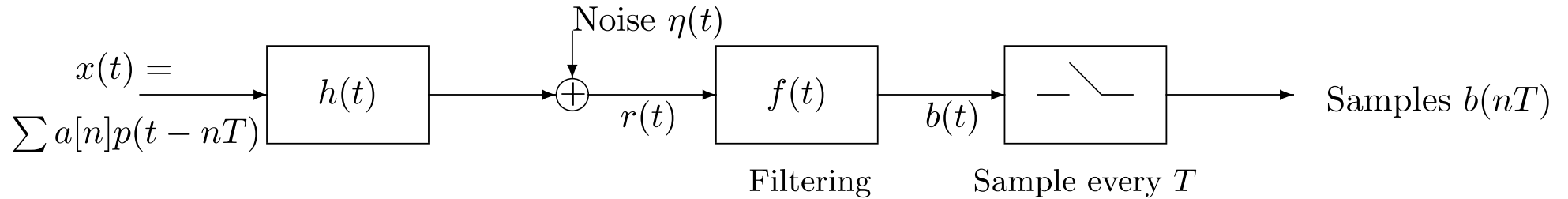
(Apesar do cabo da casa até a central geralmente suportar bem mais banda — por isso que o ADSL é possível.)

# Pulse Amplitude Modulation (PAM)



Oppenheim & Verghese, *6.011 Introduction to communication control and signal processing*, 2010, obtido de ocw.mit.edu.

$$x(t) = \sum_n a[n]p(t - nT)$$



Oppenheim & Verghese, 6.011 Introduction to communication control and signal processing, 2010, obtido de ocw.mit.edu.

$$X(j\omega) = \sum_n a[n] P(j\omega) e^{-j\omega nT} = A(e^{j\Omega})|_{\Omega=\omega T} P(j\omega)$$

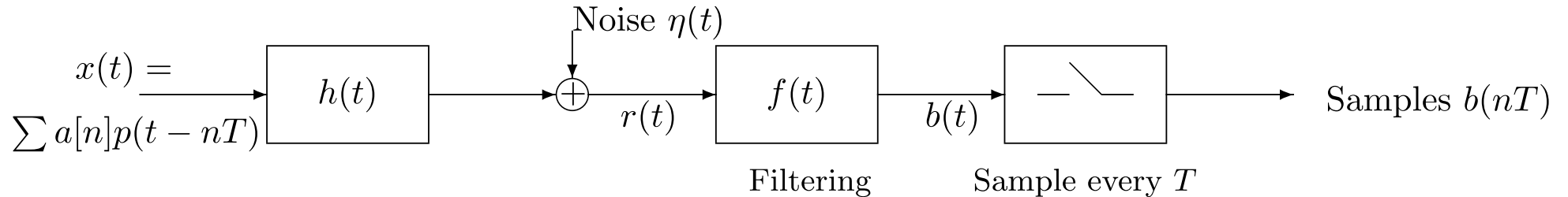
$$R(j\omega) = H(j\omega) X(j\omega)$$

$$B(j\omega) = F(j\omega) H(j\omega) X(j\omega)$$

$$X(j\omega) = A(e^{j\Omega})|_{\Omega=\omega T} P(j\omega)$$

$$B(j\omega) = F(j\omega)H(j\omega)X(j\omega)$$

- Precisamos conhecer  $A(e^{j\Omega})$  em todo o intervalo  $|\Omega| \leq \pi \Leftrightarrow |\omega| \leq \frac{\pi}{T}$  para conseguir reconstruir  $a[n]$ .
- Precisamos que  $P(j\omega) \neq 0$ ,  $H(j\omega) \neq 0$  e  $F(j\omega) \neq 0$  em  $|\omega| \leq \frac{\pi}{T}$  para conseguir obter  $A(e^{j\Omega})$  em todo o intervalo  $|\Omega| \leq \pi$  a partir de  $B(j\omega)$ .



Oppenheim & Verghese, *6.011 Introduction to communication control and signal processing*, 2010, obtido de ocw.mit.edu.

$$b(t) = \sum_n a[n]g(t - nT)$$

$$\text{onde } g(t) = f(t) * h(t) * p(t)$$

Note que se  $g(0) = c$  e  $g(nT) = 0$  para  $n \neq 0$ , então  $b(nT) = c \cdot a[n]$ , ou seja, não há ISI — pulsos emitidos em diferentes instantes de tempo não interferem uns com os outros no sinal  $b(t)$ .



- Uma função que satisfaz essa condição é  $g(t) = \frac{\sin(\frac{\pi}{T}t)}{\frac{\pi}{T}t}$ . Nesse caso,  $G(j\omega)$  é constante no intervalo  $|\omega| \leq \frac{\pi}{T}$  e zero fora dele.
- Na prática, é difícil trabalhar com pulsos no formato sinc porque eles decaem devagar. Uma alternativa comum é utilizar *raised cosine pulses*:  $g(t) = \frac{\sin(\frac{\pi}{T}t)}{\frac{\pi}{T}t} \frac{\cos(\beta \frac{\pi}{T}t)}{1 - (2\beta \frac{t}{T})^2}$ . Nesse caso,  $G(j\omega)$  fica contido num intervalo mais largo  $|\omega| \leq \frac{\pi}{T}(1 + \beta)$ .
- Deve-se projetar o pulso  $p(t)$  e o filtro  $f(t)$  para “anular” o efeito do canal  $h(t)$ , obtendo-se um  $g(t)$  como acima. Se  $H(j\omega) = 1$ , adota-se  $P(j\omega) = F(j\omega) = \sqrt{G(j\omega)}$ .

A modulação PAM produz sinais em banda base, ou seja, de DC até uma certa frequência de corte.

A seguir, veremos modulações que produzem um sinal em banda passante, ou seja, de uma frequência mínima até uma frequência máxima.

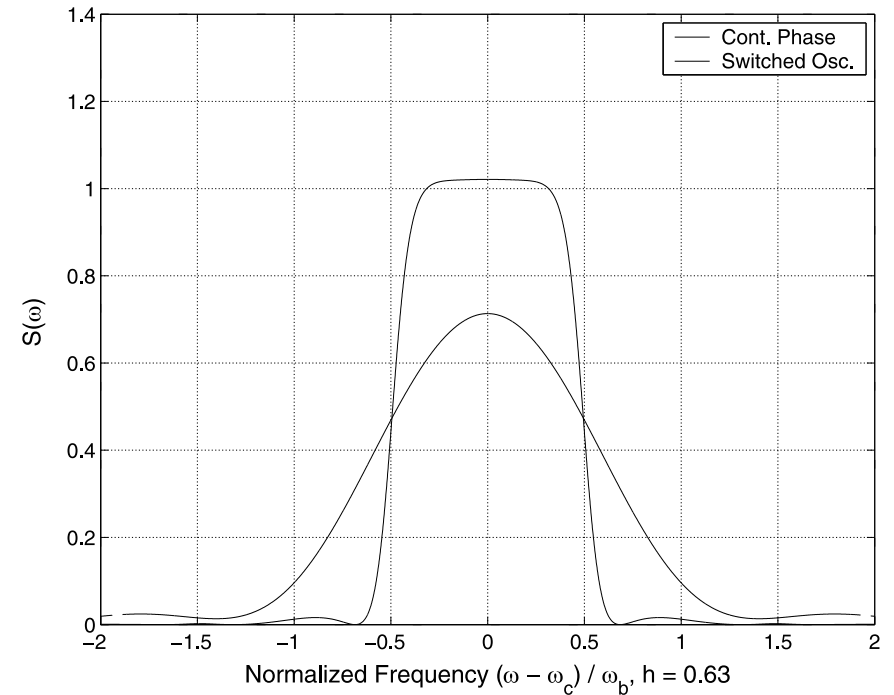
# Frequency Shift Keying (FSK)

$$s(t) = \sum_n a[n]p(t - nT) \cos((\omega_c + \Delta_n)t + \theta_c)$$

- Transmite-se os dados variando  $\Delta_n$ .
- Em tese, seria possível variar também  $a[n]$ , mas não é usual.
- Se em vez disso o cosseno tiver uma amplitude constante  $A$ , FSK produz um sinal com envelope constante, que facilita o uso de amplificadores de alta eficiência.

Duas maneiras de modular FSK:

- **Osciladores chaveados:**  
Alterna-se entre a saída de  $M$  osciladores do tipo  $A \cos((\omega_c + \Delta_n)t)$ .
- **Fase contínua:**  
Produz-se  $A \cos(\varphi)$  como saída, incrementando  $\varphi$  de  $(\omega_c + \Delta_n)\Delta t$  a cada intervalo de tempo  $\Delta t$ .



Tretter, *Additional Experiments for Communication System Design Using DSP Algorithms*, obtido de user.eng.umd.edu.

O modulador de fase contínua pode, ainda, ser generalizado como:

$$s(t) = A \cos(\omega_c t + \phi(t))$$

onde  $\phi(t) = \omega_d \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau$  ,  $m(t) = \sum_n a[n] p(t - nT)$

Se usarmos um pulso limitador de banda, conseguimos uma maior redução da largura de banda do sinal.

Mas, ao contrário do formalismo que desenvolvemos para o PAM, aqui  $p$  atua de forma não linear sobre  $s(t)$ .

# Phase Shift Keying (PSK)

$$s(t) = \sum_n a p(t - nT) \cos(\omega_c t + \theta_n)$$

- Varia-se  $\theta_n$  para transmitir os dados.
- Escolhe-se  $\theta_n = 2\pi \frac{b_n}{M} + \theta_0$  para utilizar  $M$  opções de ângulos igualmente espaçados.

Uma formulação alternativa é:

$$s(t) = \sum_n \Re \{ a e^{j\theta_n} p(t - nT) e^{j\omega_c t} \}$$

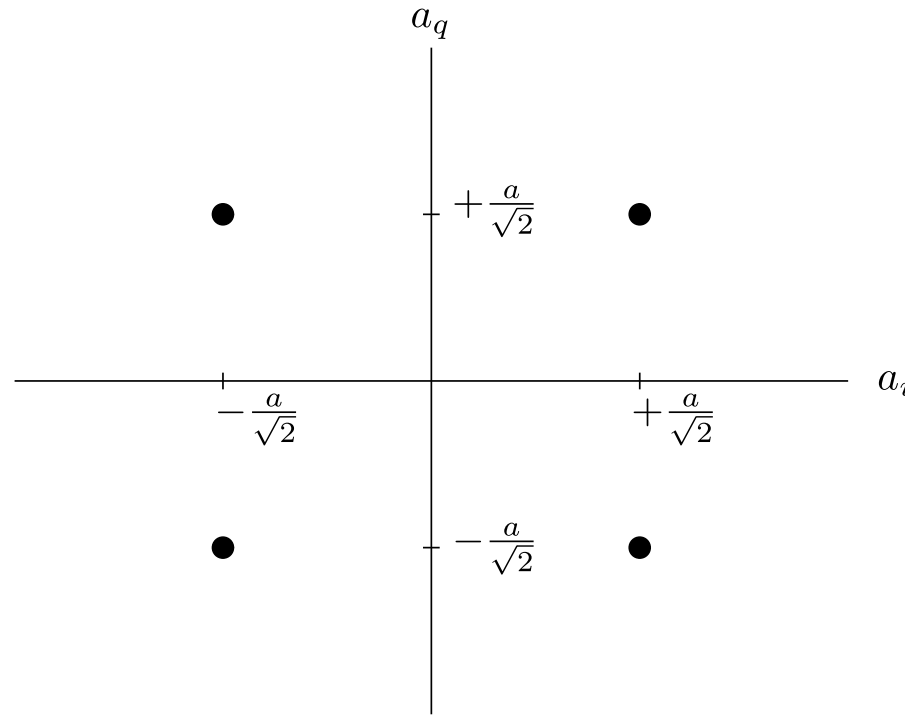
ou:

$$s(t) = I(t) \cos(\omega_c t) - Q(t) \sin(\omega_c t)$$

onde  $I(t) = \sum_n a_i[n] p(t - nT)$  e  $Q(t) = \sum_n a_q[n] p(t - nT)$

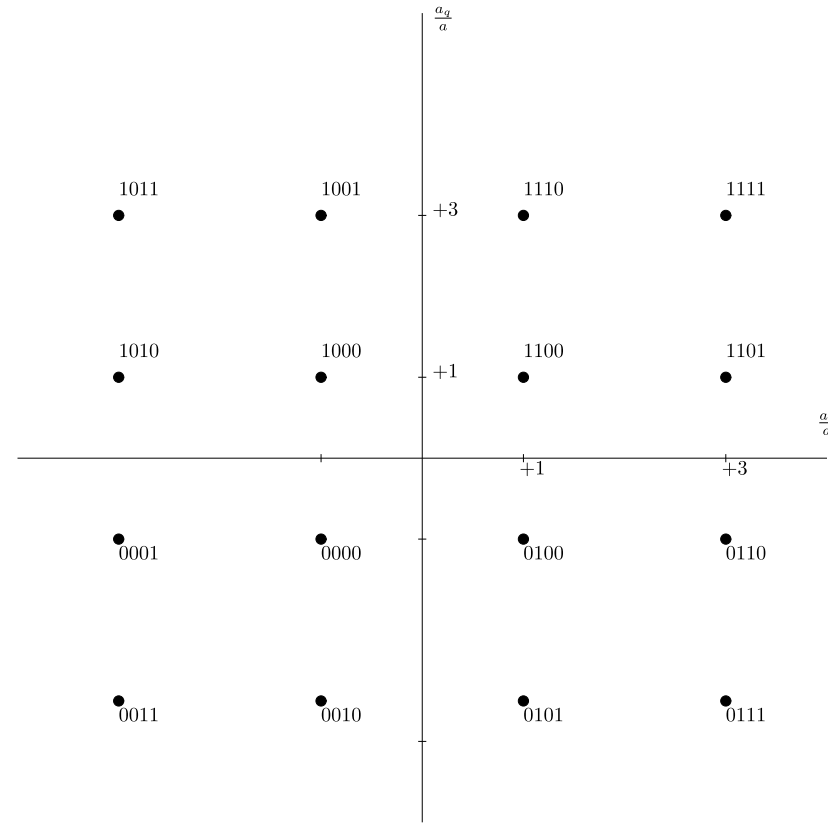
onde  $a_i[n] = a \cos(\theta_n)$  e  $a_q[n] = a \sin(\theta_n)$

Abaixo, visualizamos no plano IQ um caso especial de PSK com  $M = 4$ , conhecido como QPSK.





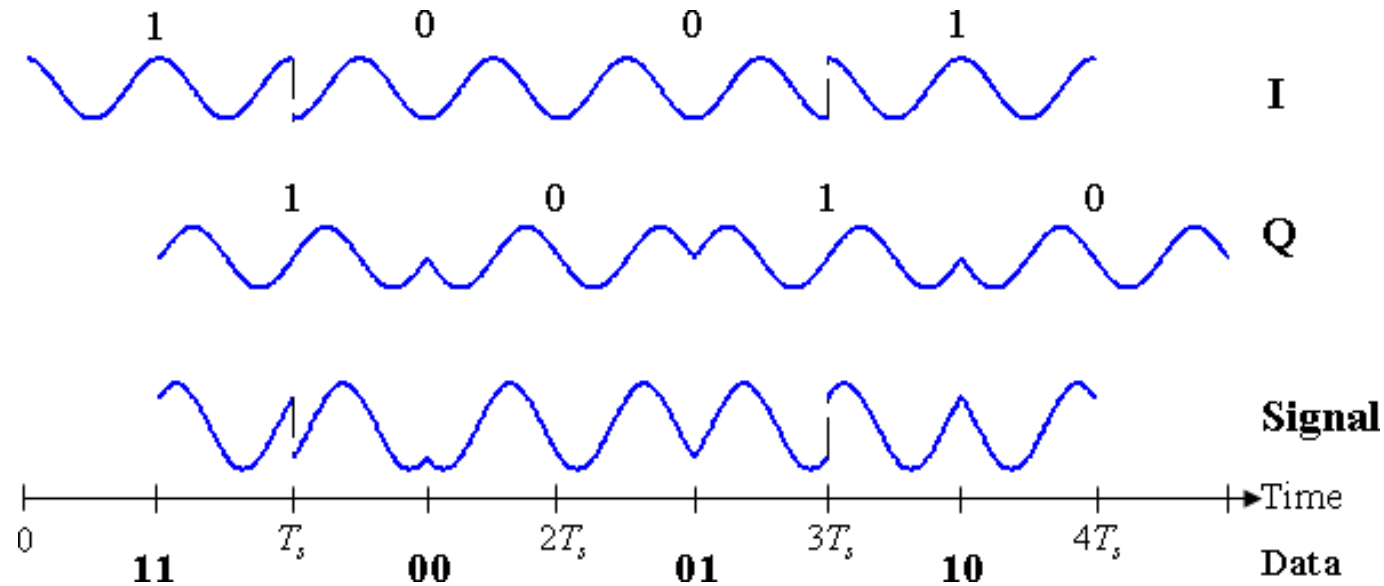
# Quadrature Amplitude Modulation (QAM)



Oppenheim & Verghese, *6.011 Introduction to communication control and signal processing*, 2010, obtido de ocw.mit.edu.

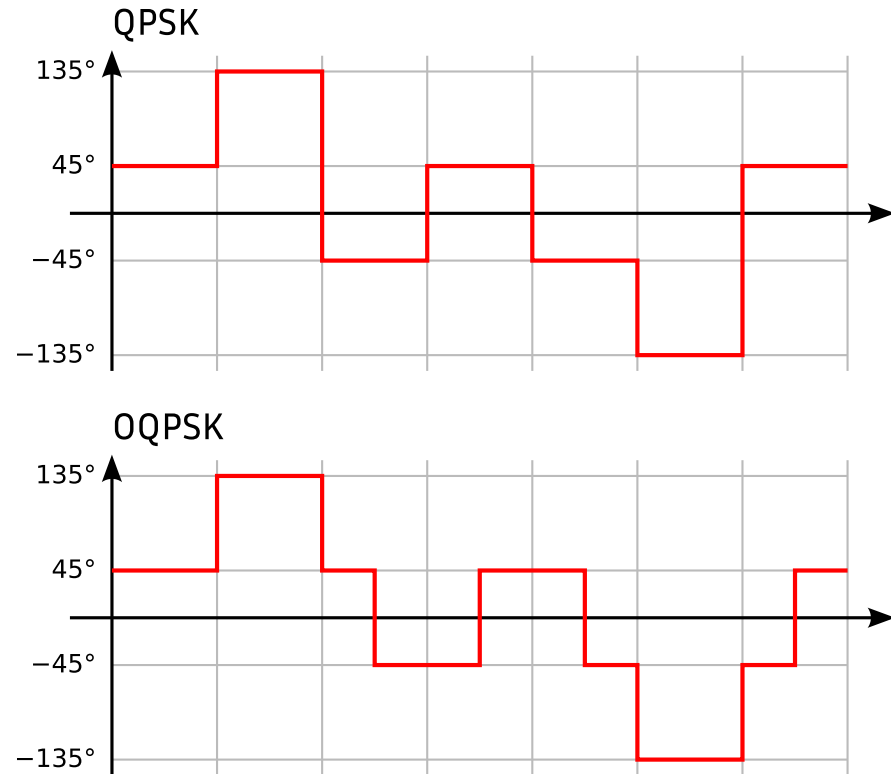
# Offset QPSK (OQPSK)

QPSK com deslocamento de meio período entre as componentes.



Splash, *Timing diagram for offset-QPSK*, obtido de commons.wikimedia.org.

OQPSK limita as mudanças de fase a  $90^\circ$ , em vez dos  $180^\circ$  do QPSK.



Alejo2083, *OQPSK phase plot*, obtido de [commons.wikimedia.org](https://commons.wikimedia.org/).

# Demodulação IQ

Relembrando algumas identidades trigonométricas:

$$\sin(a) \cos(a) = \frac{1}{2}(\sin(a) \cos(a) + \sin(a) \cos(a)) = \frac{1}{2} \sin(2a)$$

$$\cos^2(a) = \frac{1}{2}(\cos^2(a) + 1 - \sin^2(a)) = \frac{1}{2}(1 + \cos(2a))$$

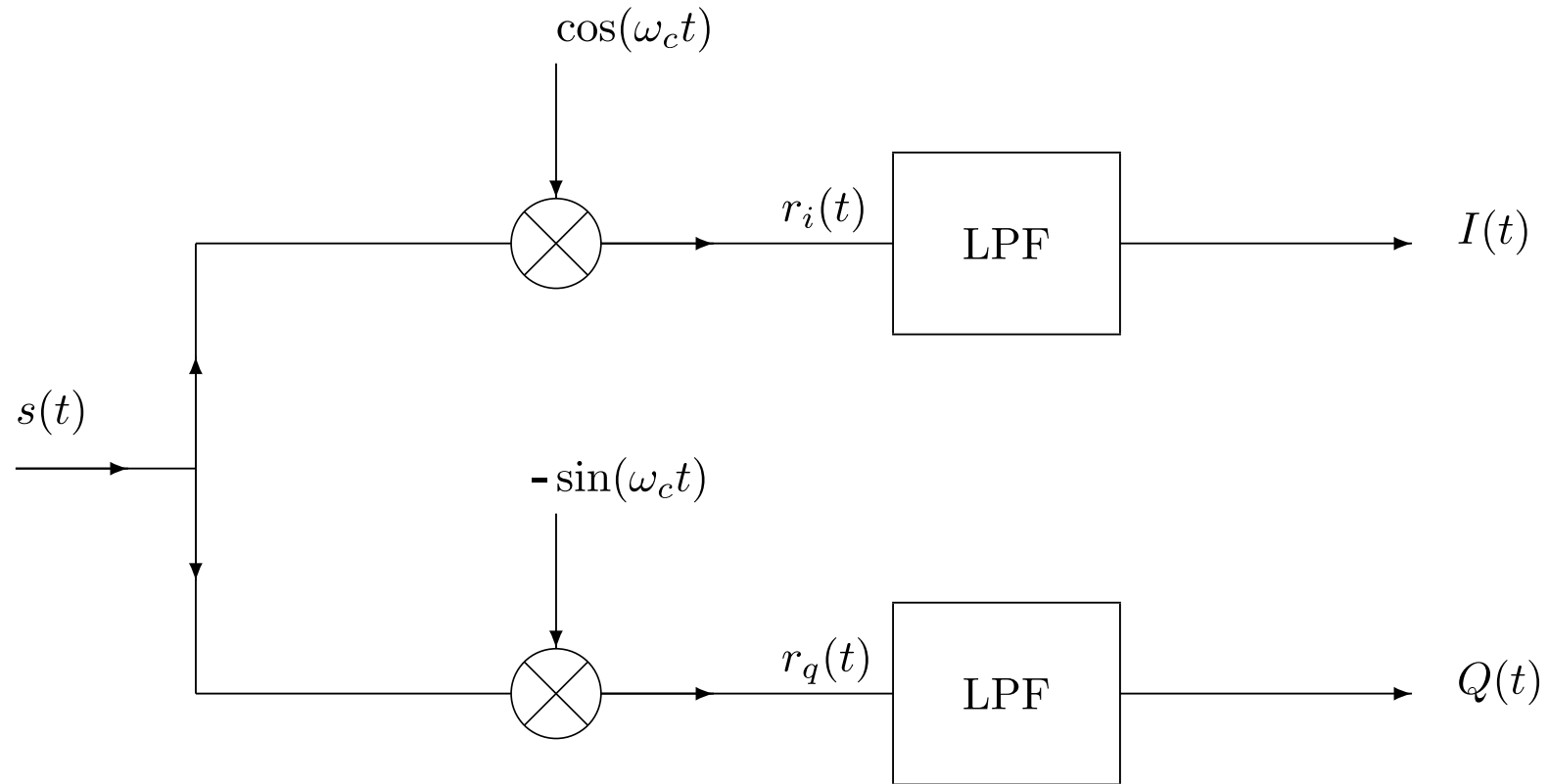
$$\sin^2(a) = \frac{1}{2}(\sin^2(a) + 1 - \cos^2(a)) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2a))$$

$$s(t) = I(t) \cos(\omega_c t) - Q(t) \sin(\omega_c t)$$

$$\begin{aligned} r_i(t) &= s(t) \cos(\omega_t) = I(t) \cos^2(\omega_c t) - Q(t) \sin(\omega_c t) \cos(\omega_c t) \\ &= \frac{1}{2}I(t) + \frac{1}{2}I(t) \cos(2\omega_c t) - \frac{1}{2}Q(t) \sin(2\omega_c t) \end{aligned}$$

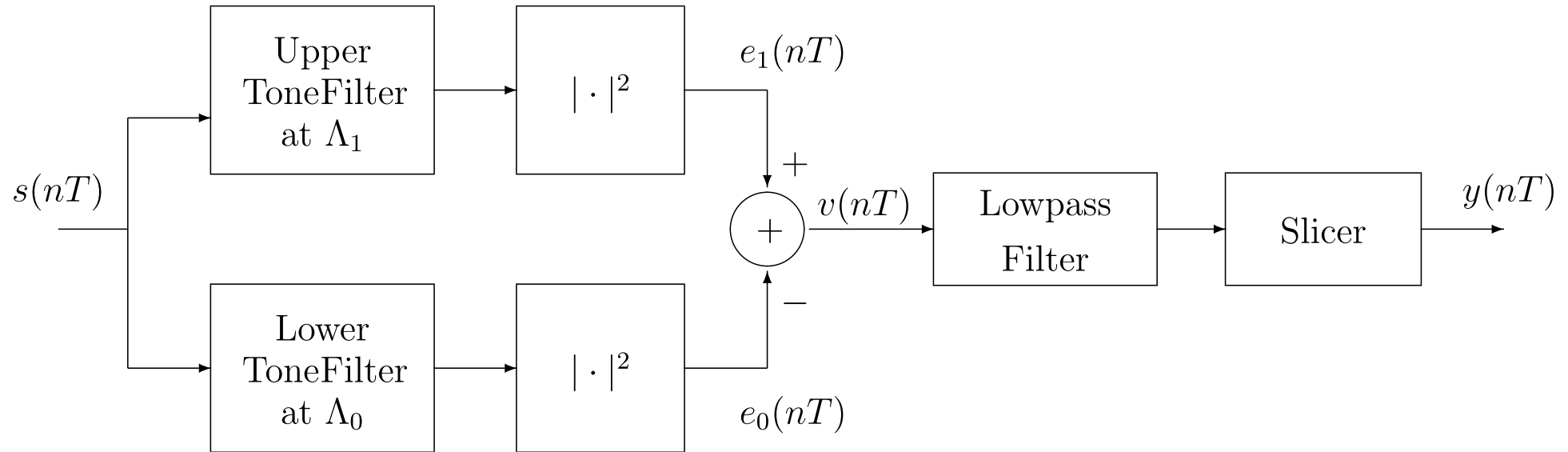
$$\begin{aligned} r_q(t) &= -s(t) \sin(\omega_t) = -I(t) \cos(\omega_c t) \sin(\omega_c t) + Q(t) \sin^2(\omega_c t) \\ &= -\frac{1}{2}I(t) \sin(2\omega_c t) + \frac{1}{2}Q(t) - \frac{1}{2}Q(t) \cos(2\omega_c t) \end{aligned}$$

Aplica-se, então, um filtro passa-baixas para eliminar os termos que oscilam ao redor de  $2\omega_c$ .



Adaptado de Oppenheim & Verghese, *6.011 Introduction to communication control and signal processing*, 2010, obtido de ocw.mit.edu.

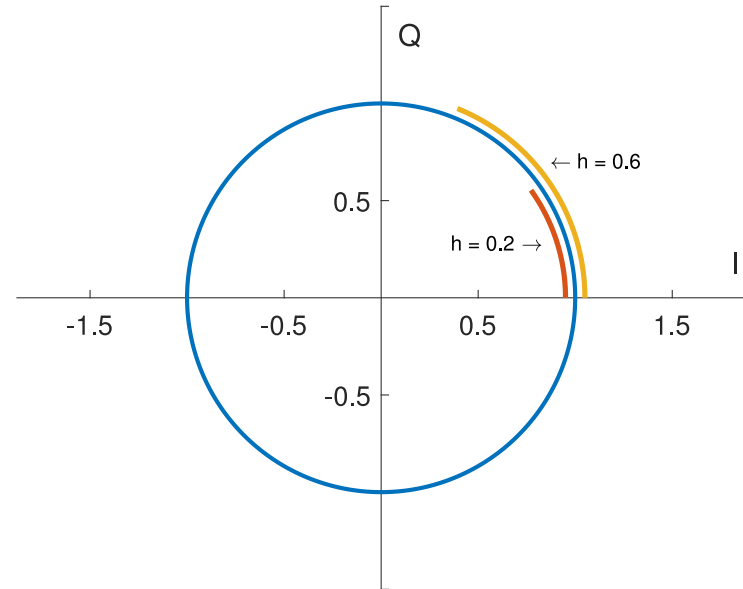
# Demodulação FSK (usando *tone filters*)



Tretter, *Additional Experiments for Communication System Design Using DSP Algorithms*, obtido de user.eng.umd.edu.

$$G_k(z) = \sum_{n=0}^{L-1} r^n e^{j\Lambda_k n t_s} z^{-n} = \frac{1 - r^L e^{j\Lambda_k L t_s} z^{-L}}{1 - r e^{j\Lambda_k t_s} z^{-1}}, \quad r = 1 - \epsilon$$

# Visão do FSK no plano IQ



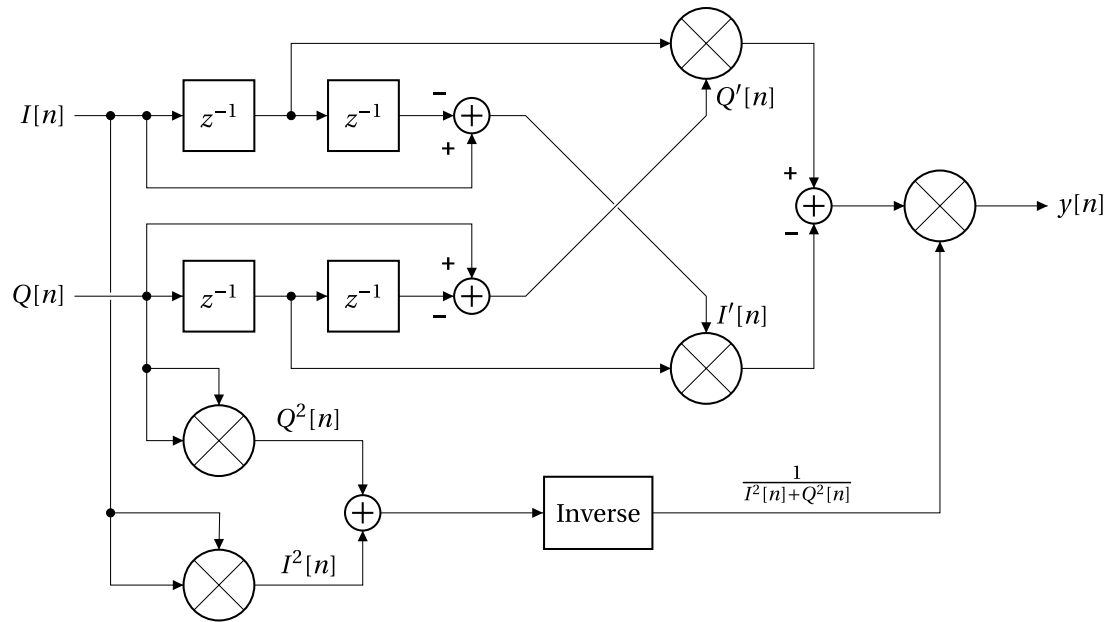
Šabanović, *Low-SNR Operation of FSK Demodulators*, obtido de repository.tudelft.nl.

$$h = \frac{2\omega_d}{\omega_b} = \frac{\Delta\omega}{\omega_b}, \quad \phi(t) = \tan_c^{-1} \left( \frac{Q(t)}{I(t)} \right)$$



# Demodulação FSK (a partir dos sinais IQ)

$$\frac{d}{dt} \left[ \tan_c^{-1} \left( \frac{Q(t)}{I(t)} \right) \right] = \frac{I(t)Q'(t) - I'(t)Q(t)}{I^2(t) + Q^2(t)}$$



Šabanović, Low-SNR Operation of FSK Demodulators, obtido de repository.tudelft.nl.

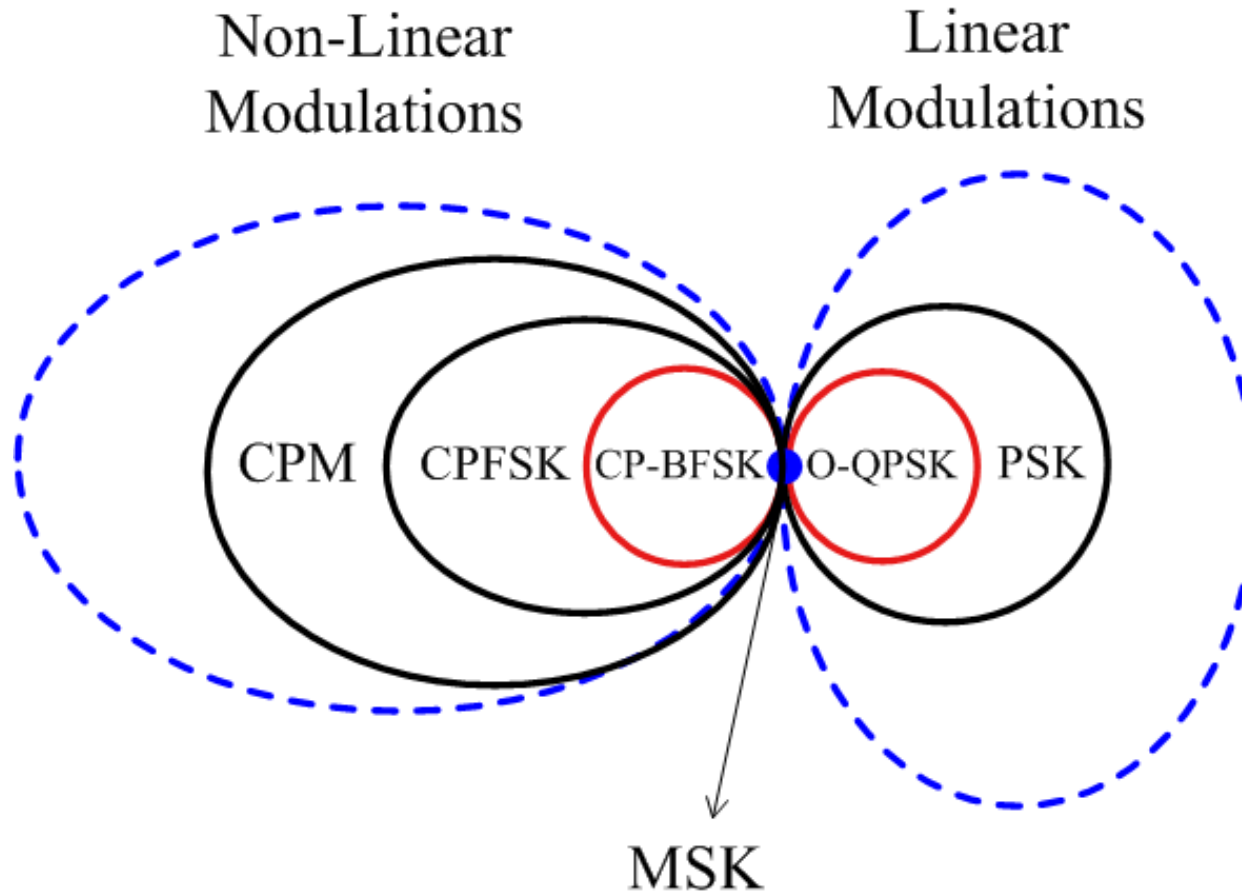
## Minimum Shift Keying (MSK)

2FSK com fase contínua,  $h = 0.5$ ,  $p$  retangular e símbolos  $b[n]$  é equivalente a OQPSK com  $p(t) = \sin(\frac{\pi t}{2T})$  e símbolos

$$a_i[n] = \begin{cases} -a_i[n-1] & \text{se } b[n] \neq b[n-1], n \text{ ímpar} \\ a_i[n-1] & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$a_q[n] = \begin{cases} -a_q[n-1] & \text{se } b[n] \neq b[n-1], n \text{ par} \\ a_q[n-1] & \text{caso contrário} \end{cases}$$

A esse caso especial de FSK (e de OQPSK) dá-se o nome MSK.



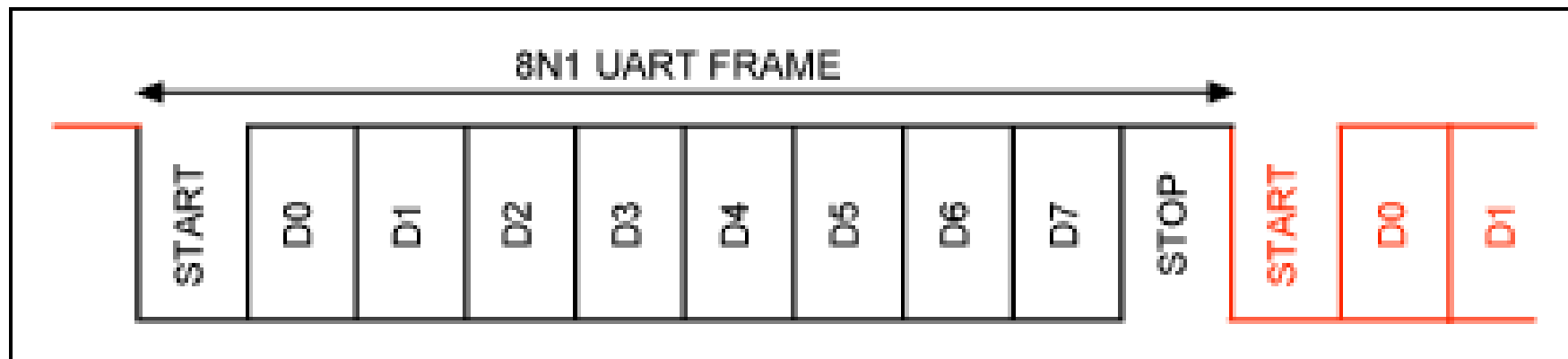
Chaudhari, *Minimum Shift Keying (MSK) – A Tutorial*, obtido de dsprelated.com.

# Universal Asynchronous Receiver-Transmitter (UART)



Imagine41, U.S. Robotics 56K external modem, obtido de imagine41.com.

Usado para comunicação entre o modem de linha telefônica e o computador.

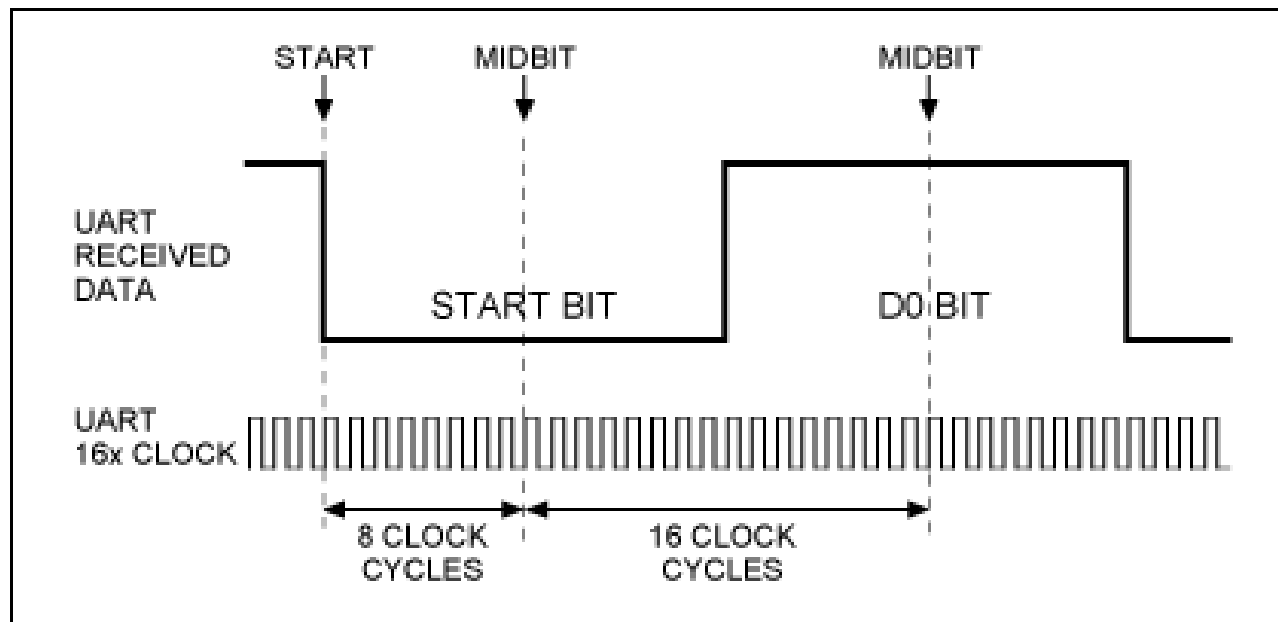


Maxim, *Determining Clock Accuracy Requirements for UART Communications*, obtido de [maximintegrated.com](http://maximintegrated.com).

Sinal digital pode ser visto como uma modulação PAM 00K com pulsos retangulares no domínio do tempo.

Ou seja, ineficiente para passar por um canal com banda limitada!

Para sincronizar o sinal no receptor, utiliza-se um relógio mais rápido que a taxa de transmissão e localiza-se a metade do pulso a partir da primeira queda de tensão do quadro (no *start bit*).



Maxim, *Determining Clock Accuracy Requirements for UART Communications*, obtido de [maximintegrated.com](http://maximintegrated.com).

# Breve histórico dos modems de linha telefônica

Bit/s	Símbolos/s	Modulação	Norma CCITT	Ano
300	300	2FSK	V.21	1964
1200	1200	2FSK	V.23	1968
1200	600	QPSK	V.22	1980
2400	600	16QAM	V.22bis	1984
4800	2400	QPSK	V.32	1984
14400	2400	128QAM,TCM	V.32bis	1991
28800	3429	1024QAM,TCM	V.fast(V.34)	1994
56000	8000	PAM	V.90	1998

## Prática: Implementação de um modem V.21

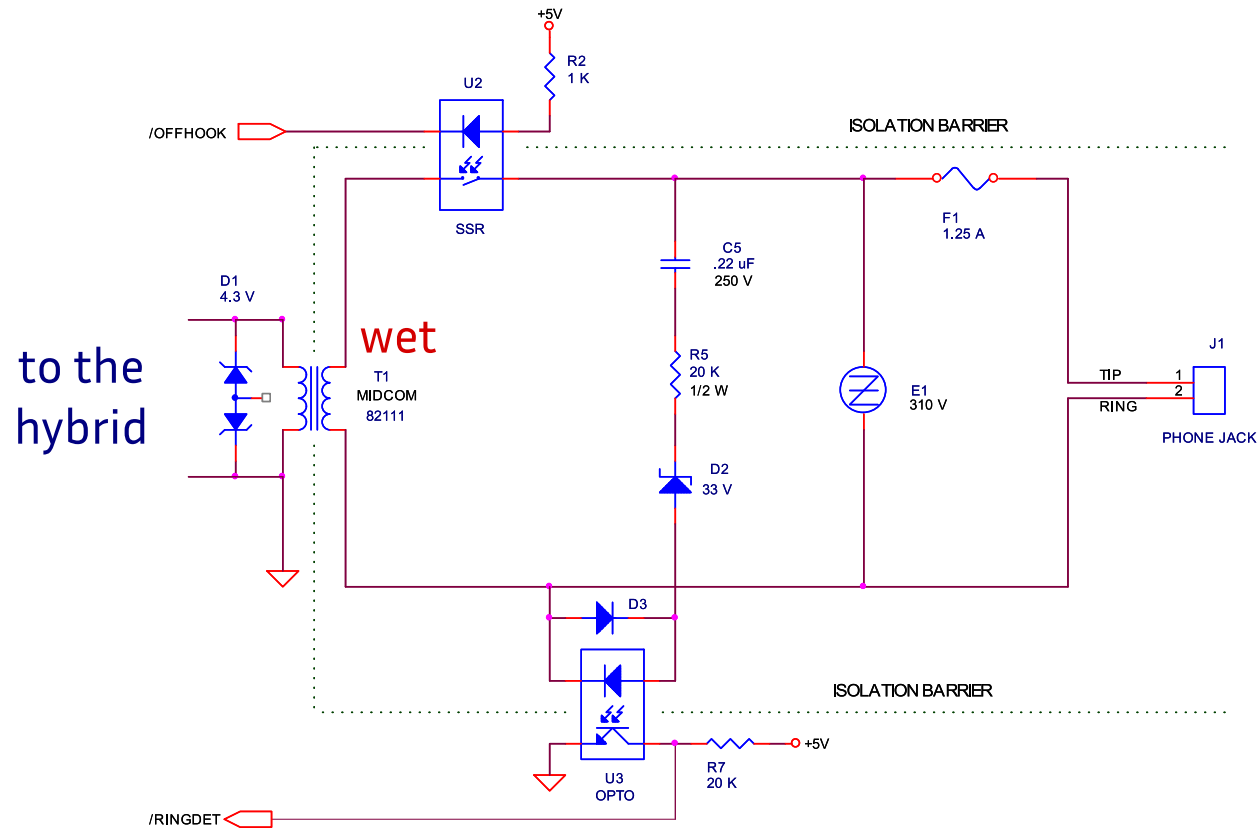
- Modulação 2FSK a uma taxa de 300 símbolos por segundo, em ambas as direções.
- Quem faz a chamada telefônica transmite bits zero (“espaço”) na frequência de 1180 Hz, e transmite bits um (“marca”) na frequência de 980 Hz.
- Quem atende a chamada telefônica transmite bits zero (“espaço”) na frequência de 1850 Hz, e transmite bits um (“marca”) na frequência de 1650 Hz.



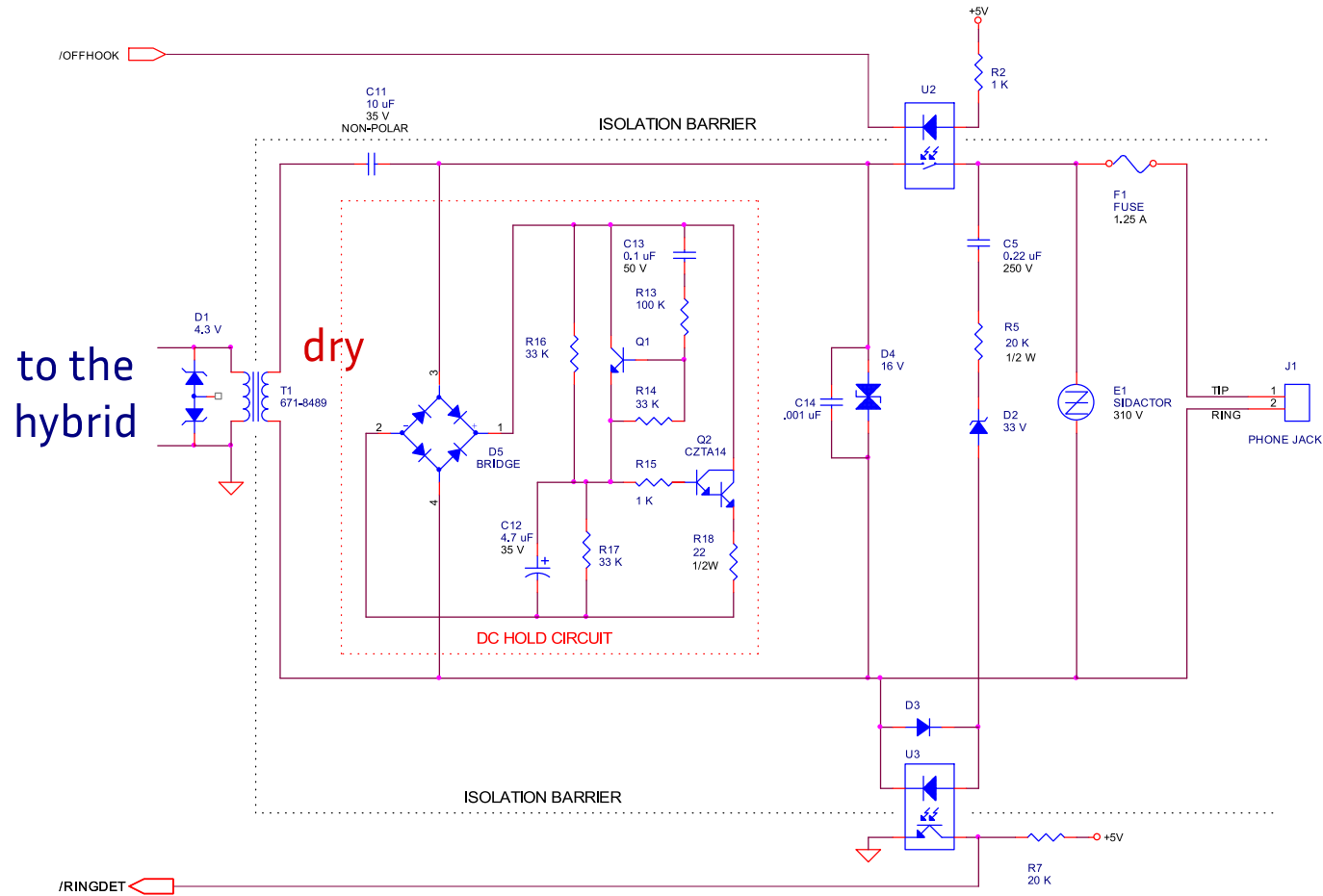
Fator de modulação:

$$h = \frac{1180 - 980}{300} = \frac{1850 - 1650}{300} = \frac{200}{300} \approx 0.67$$

# Hardware de um modem de linha telefônica

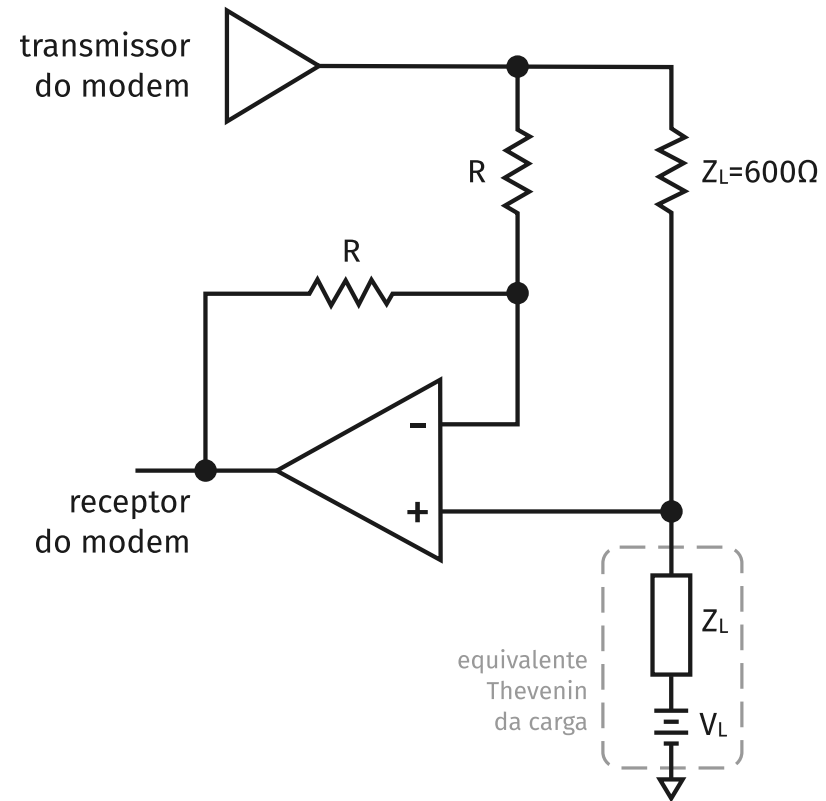


Adaptado de Randolph Telecom, *Transformer-based phone line interfaces*, obtido de randolph-telecom.com.

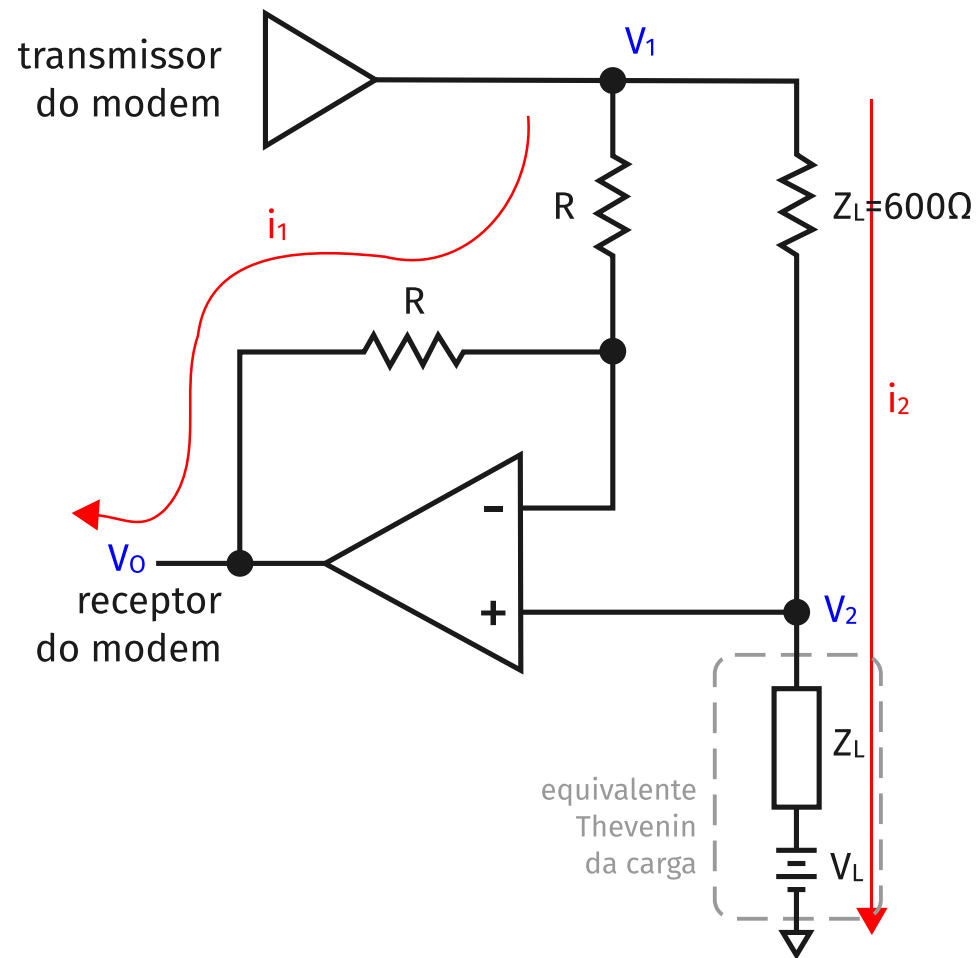


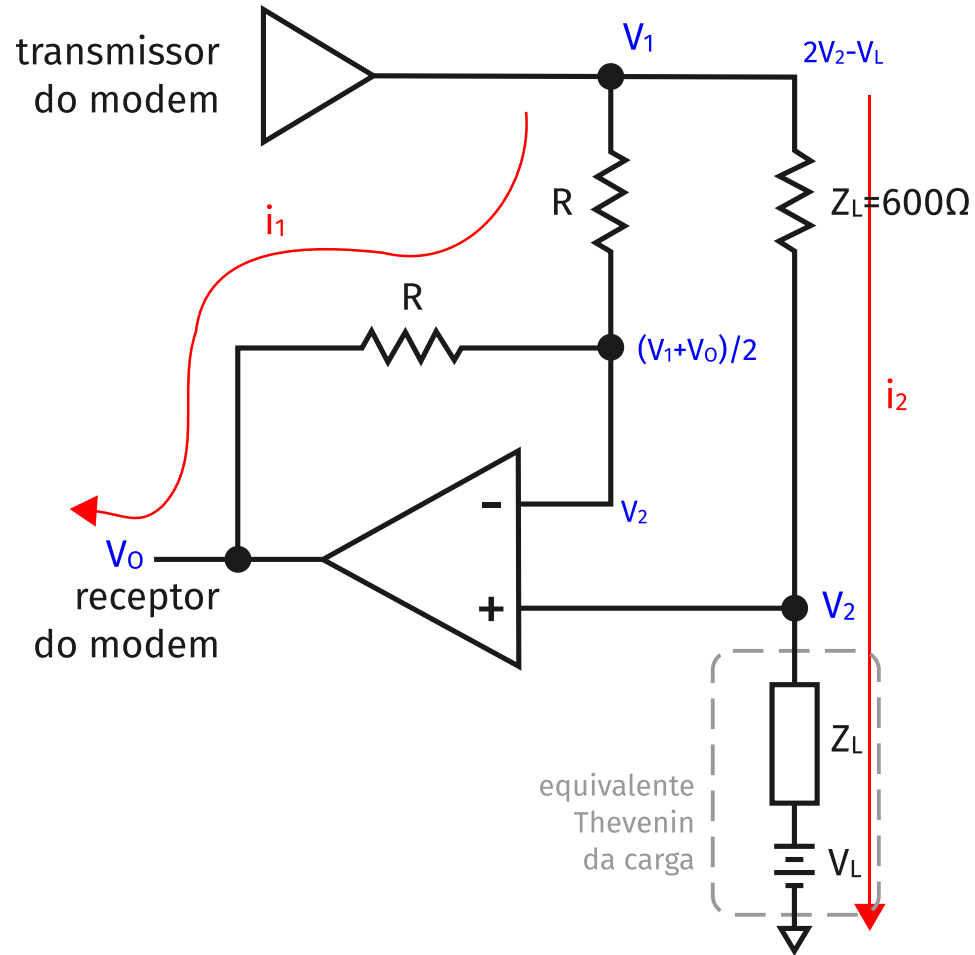
Adaptado de Randolph Telecom, *Transformer-based phone line interfaces*, obtido de randolph-telecom.com.

# Híbrido



Adaptado de National Semiconductor, *Optimal hybrid design*, obtido de [bitsavers.trailing-edge.com](http://bitsavers.trailing-edge.com).





$$V_1 = 2V_2 - V_L \Leftrightarrow 2V_2 = V_1 + V_L$$

$$V_2 = \frac{V_1 + V_O}{2} \Leftrightarrow V_O = 2V_2 - V_1$$

$$V_O = V_L$$

De volta à teoria de linhas de transmissão

Substituindo a solução

$$V(z) = V_0^+ e^{-\gamma z} + V_0^- e^{\gamma z}$$

em

$$\frac{dV(z)}{dz} = -(R + j\omega L)I(z)$$

temos

$$-\gamma V_0^+ e^{-\gamma z} + \gamma V_0^- e^{\gamma z} = -(R + j\omega L)I(z)$$

$$V_0^+ e^{-\gamma z} - V_0^- e^{\gamma z} = \frac{R + j\omega L}{\gamma} I(z)$$

Identificamos

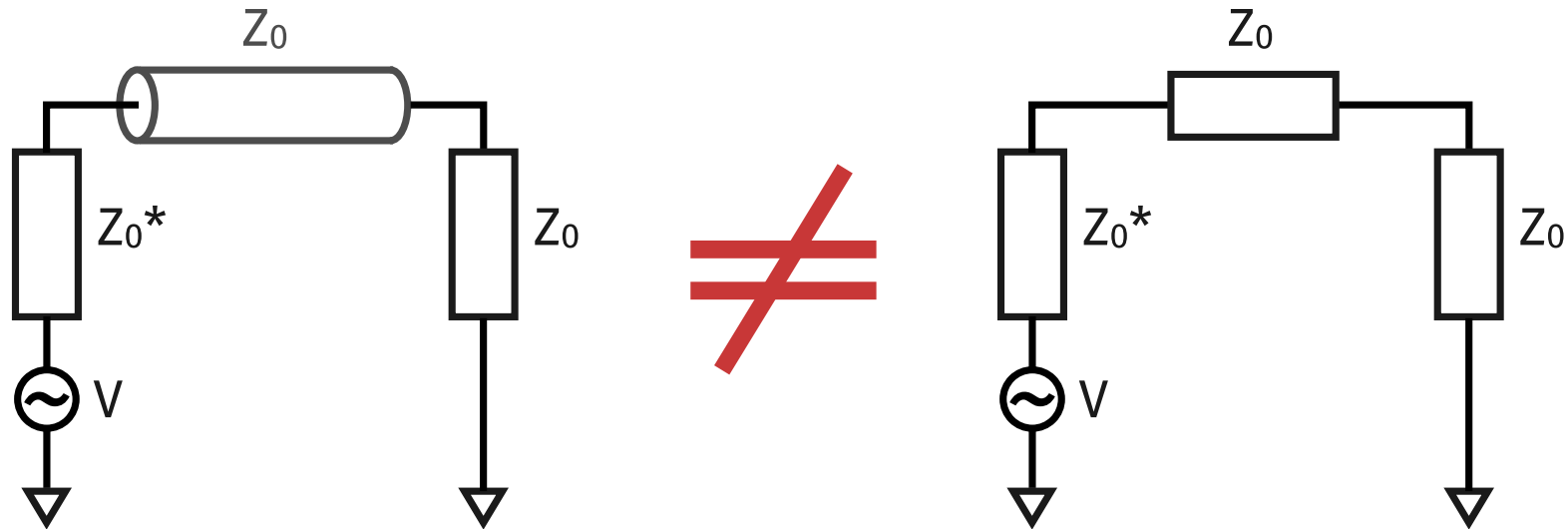
$$Z_0 = \frac{R + j\omega L}{\gamma} = \frac{R + j\omega L}{\sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$



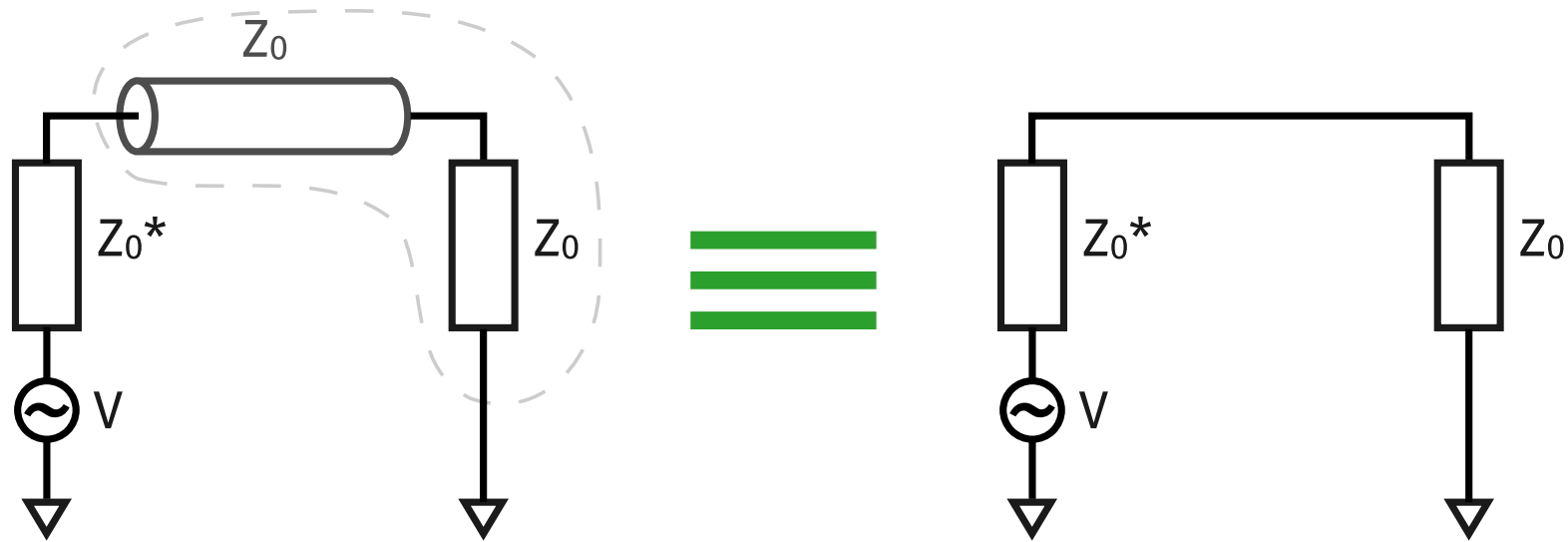
O que significa  $Z_0$ ?

- Posso trocar uma linha de transmissão com impedância característica  $Z_0$  por um equivalente Thevenin de impedância  $Z_0$ ? **Não!**



O que significa  $Z_0$ ?

- Posso trocar uma linha de transmissão com impedância característica  $Z_0$  terminada com uma carga de impedância  $Z_0$  por um equivalente Thevenin de impedância  $Z_0$ ? **Sim**



# Problema: a impedância da linha telefônica não é bem padronizada

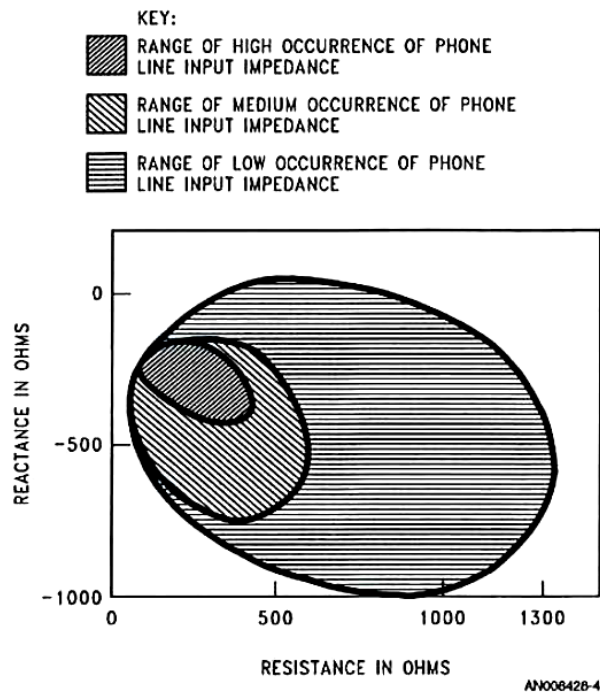


FIGURE 4. Input Impedance of Phone Line at 3 kHz

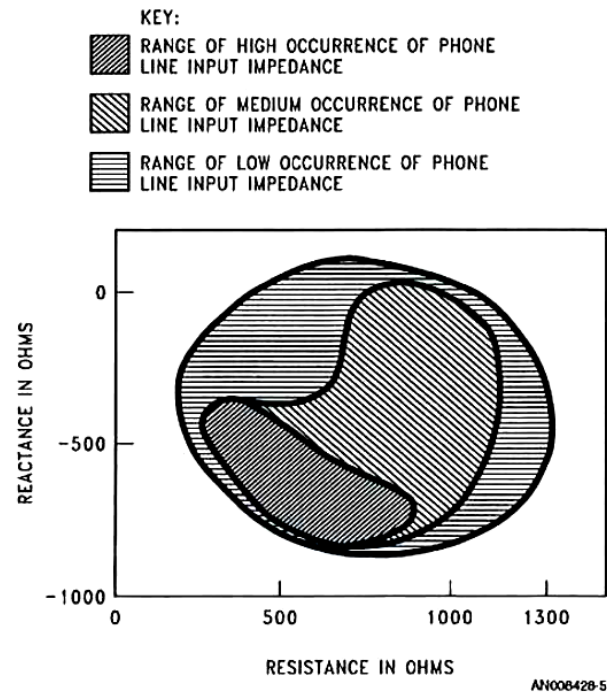


FIGURE 5. Input Impedance of Phone Line at 1 kHz

National Semiconductor, *Optimal hybrid design*, obtido de [bitsavers.trailing-edge.com](https://bitsavers.trailing-edge.com).

National Semiconductor, *Optimal hybrid design*, disponível em [bitsavers.trailing-edge.com](http://bitsavers.trailing-edge.com), apresenta uma abordagem para projetar um híbrido que funciona da melhor maneira possível para um intervalo de impedâncias  $Z_L$ .