



Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Matemática

Ciclo 2022-2

[Cod: CM4F1 Curso: Análisis y Modelamiento Numérico I]

Solucionario Práctica Calificada 05

1. Un comerciante vende quesos de 3 tipos curado, semicurado y tierno. Los precios de cada uno de ellos son S/ 12, S/ 10 y S/ 9 el kilogramo, respectivamente. Se sabe que el total de kilos vendidos son 44, siendo el importe total de la venta S/ 436 y que el número de kilos vendidos del queso semicurado es el doble que del curado. Ayudale al comerciante a determinar los kilos de queso que vendió.

- (a) [1 *pto.*] Modele el problema.
- (b) [1 *pto.*] Determine la solución usando la transformación de Householder.
- (c) [1 *pto.*] Determine la solución usando la transformación de Givens.
- (d) [1 *pto.*] Indique que método recomienda.

Solución:

- (a) [1 *pto.*] Sean:

x : Queso tipo curado.
 y : Queso tipo semicurado.
 z : Queso tipo tierno.

Donde, el sistema a resolver es:

$$\begin{aligned}x + y + z &= 44 \\12x + 10y + 9z &= 436 \\2x - y + 0z &= 0\end{aligned}$$

- (b) [1 *pto.*] Por la transformación de Householder se obtienen las matrices siguientes:

$$H_1 = \begin{bmatrix} -0.999994444491 & 0 & -0.0033333314815 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.0033333314815 & 0 & 0.999994444491 \end{bmatrix} \wedge H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.999999500006 & 0.000999993944 \\ 0 & 0.000999993944 & 0.999999500006 \end{bmatrix}$$

Luego

$$H_2 H_1 A = R = \begin{bmatrix} 12.20655561573 & 9.748859854177 & 8.929627933658 \\ 0 & 2.638130312101 & 1.495873311008 \\ 0 & 0 & -0.155267523511 \end{bmatrix}$$

$$H_1 H_2 = Q = \begin{bmatrix} 0.081923192052 & 0.076320066888 & -0.993712150471 \\ 0.983078304623 & 0.157728138236 & 0.093160514107 \\ 0.163846384104 & -0.984528862857 & -0.062107009404 \end{bmatrix}$$

$$Q'b = c = \begin{bmatrix} 432.2267612658 \\ 72.12755121377 \\ -3.105350470223 \end{bmatrix}$$

Al resolver, se tiene

$$x = \begin{bmatrix} 8 \\ 16 \\ 20 \end{bmatrix}$$

(c) [1 *pto.*] Por la transformación de Givens tenemos las matrices siguientes:

$$G_{21} = \begin{bmatrix} 0.083045479854 & -0.996545758245 & 0 \\ 0.996545758245 & 0.083045479854 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$G_{31} = \begin{bmatrix} 0.98648586529 & 0 & -0.163846384104 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0.163846384104 & 0 & 0.98648586529 \end{bmatrix}$$

y

$$G_{32} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.062957830000 & 0.998016188066 \\ 0 & -0.998016188066 & -0.062957830000 \end{bmatrix}$$

Luego

$$G_{32} G_{31} G_{21} A = R = \begin{bmatrix} 12.20655561573 & 9.748859854177 & 8.929627933658 \\ 0 & -2.638130312101 & -1.495873311008 \\ 0 & 0 & 0.155267523511 \end{bmatrix}$$

$$G_{21} G_{31} G_{32} = Q = \begin{bmatrix} 0.081923192052 & -0.076320066888 & 0.993712150471 \\ 0.983078304623 & -0.157728138236 & -0.093160514107 \\ 0.163846384104 & 0.984528862857 & 0.062107009404 \end{bmatrix}$$

$$Q'b = c = \begin{bmatrix} 432.2267612658 \\ -72.12755121377 \\ 3.105350470223 \end{bmatrix}.$$

Al resolver, se tiene:

$$x = \begin{bmatrix} 8 \\ 16 \\ 20 \end{bmatrix}$$

- (d) [1 *pto.*] Se recomienda la transformación de Householder para este problema en particular, porque se reduce el número de operaciones.

2. Roberto compra una bolsa de dulces que contiene diez unidades, por el cual paga $\sqrt{7}$ ayúdalo en lo siguiente:

- (a) [1 *pto.*] Modele el problema.
 (b) [1 *pto.*] Indique la cantidad de iteraciones que se requiere.
 (c) [1 *pto.*] Determine la solución aproximada usando el método de bisección.
 (d) [1 *pto.*] Determine el vuelto si paga con 5.00 soles.

Solución:

- (a) [1 *pto.*] Sea x : el valor de la bolsa de los 10 dulces. Donde

$$x = \sqrt{7} \Rightarrow x^2 = 7.$$

Luego la función es:

$$f(x) = x^2 - 7 = 0.$$

- (b) [1 *pto.*] Sabemos que:

$$\sqrt{7} = 2.645751311 \wedge \varepsilon = 10^{-2}.$$

Donde $a = 2$ y $b = 3$.

Luego

$$n + 1 > \frac{\ln\left(\frac{b-a}{\varepsilon}\right)}{\ln(2)} = 6.64385619 \Rightarrow n = 6.$$

- (c) [1 *pto.*] Por el método de Bisección:

n	a	b	c	f(a)	f(b)	f(c)	Error
0	2	3	2.5	-3	2	-0.75	2.5
1	2.5	3	2.75	-0.75	2	0.5625	0.25
2	2.5	2.75	2.625	-0.75	0.5625	-0.109375	0.125
3	2.625	2.75	2.6875	-0.109375	0.5625	0.2226562	0.0625
4	2.625	2.6875	2.65625	-0.109375	0.2226562	0.0556641	0.03125
5	2.625	2.65625	2.640625	-0.109375	0.0556641	-0.0270996	0.015625
6	2.640625	2.65625	2.6484375	-0.2070996	0.0556641	0.0142212	0.0078125

Entonces

$$x = 2.64$$

- (d) [1 *pto.*] El vuelto que recibe Roberto es:

$$5.00 - 2.64 = 2.36$$

14 de Diciembre del 2022