



Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Matemática

Ciclo 2022-2

[Cod: CM4F1 Curso: Análisis y Modelamiento Numérico I]

Práctica Dirigida N° 04

1. Un fabricante de bombillas gana 0,3 dolares por cada bombilla que sale de la fábrica, pero pierde 0,4 dolares por cada una que sale defectuosa. Un día en el que fabricó 2100 bombillas obtuvo un beneficio de 484,4 dolares. Determine el número de bombillas buenas y defectuosa según el requerimiento siguiente.
 - a) Modele el problema.
 - b) Resolver usando el método de Richardson y Jacobi.
2. Sean dos números tales que la suma de un tercio del primero más un quinto del segundo sea igual a 13 y que si se multiplica el primero por 5 y el segundo por 7 se obtiene 247 como suma de los dos productos. Determine los números según el requerimiento siguiente.
 - a) Modele el problema.
 - b) Resolver usando el método de Richardson y Jacobi.
3. Dos kilos de plátanos y tres de peras cuestan 8,80 soles. Cinco kilos de plátanos y cuatro de peras cuestan 16,40 soles. Determine el costo de kilo del plátano y de la pera según el requerimiento siguiente.
 - a) Modele el problema.
 - b) Resolver usando el método de Richardson y Jacobi.
4. La edad de Manuel es el doble de la edad de su hija Ana. Hace diez años, la suma de las edades de ambos era igual a la edad actual de Manuel. Determine la edad de ambos según el requerimiento siguiente.
 - a) Modele el problema.
 - b) Resolver usando el método de Richardson y Jacobi.

5. José dice a Eva: Mi colección de discos compactos es mejor que la tuya ya que si te cedo 10 tendríamos la misma cantidad. Eva le responde: Reconozco que tienes razón. Solo te faltan 10 para doblarme en número. Determine la cantidad de discos que tiene cada uno según el requerimiento siguiente.
 - a) Modele el problema.
 - b) Resolver usando el método de Richardson y Jacobi.
6. Un cliente de un supermercado ha pagado un total de S/ 156 por 24 litros de leche, 6 kilogramos de jamón serrano y 12 litros de aceite de oliva. Determine el precio de cada artículo, sabiendo que 1 litro de aceite cuesta el triple que 1 litro de leche y que 1 kilogramo de jamón cuesta igual que 4 litros de aceite más 4 litros de leche. Usando los programas desarrollados de Jacobi y Gauss-Seidel.
7. Un video club está especializado en tres tipos de películas Infantiles, Oeste y Terror. Donde el 60 % de las películas Infantiles más el 50 % de las del Oeste representan el 30 % del total de las películas. Además el 20 % de las Infantiles más el 60 % de las del Oeste más el 60 % de las de Terror representan la mitad del total de las películas. Hay 100 películas más del Oeste que de Infantiles. Determine el número de películas de cada tipo usando los programas desarrollados de Jacobi y Gauss-Seidel.
8. Una familia consta de una madre, un padre y un hijo. La suma de las edades actuales de los tres es de 80 años. Dentro de 22 años, la edad del hijo será la mitad que la madre. Si el padre es un año mayor que la madre. Determine la edad actual de cada miembro de la familia usando los programas desarrollados de Jacobi y Gauss-Seidel, con $\bar{x}_0 = (1, 2, 0)^T$.
9. Una empresa de transportes gestiona una flota de 60 camiones de tres modelos diferentes. Los mayores transportan una media diaria de 15000 kilogramos y recorren diariamente una media de 400 kilómetros. Los medianos transportan diariamente una media de 10000 kilogramos y recorren 300 kilómetros. Los pequeños transportan diariamente 5000 kilogramos y recorren 100 kilómetros de media. Diariamente los camiones de la empresa transportan un total de 475 toneladas y recorren 12500 kilómetros entre todos. Determine el número de camiones que gestiona la empresa de cada modelo, usando los programas desarrollados de Jacobi y Gauss-Seidel.
10. Un carpintero fabrica sillas, mesas redondas y mesas cuadradas. Cada silla requiere un minuto de lija, 3 minutos de pintura y un minuto de barniz. Cada mesa redonda requiere 2 minutos de lija, 1 minuto de pintura y un minuto de barniz. Cada mesa cuadrada requiere un minuto de lija, 1 minuto de pintura y 3 minutos de barniz. Las máquinas de lijar, pintar y barnizar están disponibles 6, 6 y 5 horas por día respectivamente. Determine el número de muebles que puede fabricar el carpintero si las máquinas se usan a toda capacidad, usando los programas desarrollados de Jacobi y Gauss-Seidel.

11. Resuelva el siguiente sistema lineal

$$\begin{array}{ccccccccc}
 4x_1 & - & x_2 & & & - & x_4 & & & = & 0 \\
 -x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & & & - & x_5 & & = & 5 \\
 & & - & x_2 & + & 4x_3 & & & & - & x_6 & = & 0 \\
 -x_1 & & & & & & + & 4x_4 & - & x_5 & & = & 6 \\
 & & - & x_2 & & & & - & x_4 & + & 4x_5 & - & x_6 & = & -2 \\
 & & & & & & - & x_3 & & & - & x_5 & + & 4x_6 & = & 6
 \end{array}$$

tiene solución $(1, -1, 1)^t$. Resuelva el sistema lineal mediante los métodos de SOR y del descenso más rápido con una aritmética de redondeo a tres dígitos.

12. Use los métodos de SOR y del descenso más rápido para encontrar la solución de sistema $Ax = b$ con una precisión de 10^{-5} es la norma $\|\cdot\|_\infty$

$$a_{ij} = \begin{cases} 4, & \text{si } j = 1 \text{ e } i = 1, 2, \dots, 16 \\ -1 & \text{si } \begin{cases} j = i + 1 \text{ e } i = 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 13, 14, 15, \\ j = i - 1 \text{ e } i = 2, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 14, 15, 16, \\ j = i + 4 \text{ e } i = 1, 2, \dots, 12, \\ j = i - 4 \text{ e } i = 5, 6, \dots, 16 \end{cases} \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

y

$$b = (1.902207, 1.051143, 1.175689, 3.480083, 0.819600, -0.264419, -0.412789, 1.175689, 0.913337, -0.150209, -0.264419, 1.051143, 1.966694, 0.913337, 0.819600, 1.902207)^t$$

13. Use los métodos de SOR y del descenso más rápido para encontrar la solución de sistema $Ax = b$ con una precisión de 10^{-5} es la norma $\|\cdot\|_\infty$

$$a_{ij} = \begin{cases} 4, & \text{si } j = 1 \text{ e } i = 1, 2, \dots, 25 \\ -1 & \text{si } \begin{cases} j = i + 1 \text{ e } i = 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 21, 22, 23, 24, \\ j = i - 1 \text{ e } i = 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 24, 25, \\ j = i + 5 \text{ e } i = 1, 2, \dots, 20, \\ j = i - 5 \text{ e } i = 6, \dots, 25. \end{cases} \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

y

$$b = (1, 0, -1, 0, 2, 1, 0, -1, 0, 2, 1, 0, -1, 0, 2, 1, 0, -1, 0, 2, 1, 0, -1, 0, 2, 1, 0, -1, 0, 2)^t$$

14. Use los métodos de SOR y del descenso más rápido para encontrar la solución de sistema $Ax = b$

con una precisión de 10^{-5} es la norma $\|\cdot\|_\infty$

$$a_{ij} = \begin{cases} 2i, & \text{si } j = i \text{ e } i = 1, 2, \dots, 40 \\ -1 & \text{si } \begin{cases} j = i + 1 \text{ e } i = 1, 2, \dots, 39, \\ j = i - 1 \text{ e } i = 2, 3, \dots, 40, \end{cases} \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$$

y $b_i = 1.5i - 6$, para cada $i = 1, 2, \dots, 40$.

15. Demuestre que un conjunto A ortogonal de vectores no nulos asociados con una matriz definida positiva es linealmente independiente.
16. Una heladería, reabrirá sus puertas luego de 6 meses de confinamiento debido al covid-19; para ello, realizará una campaña virtual mostrando sus instalaciones en las cuales brinda todas las medidas de seguridad a sus cliente y ofrece los siguientes combos. Combo 1, un helado, 2 zumos y 4 batidos por el módico precio de S/ 41,80. Combo 2 compuesto, por 4 helados, 4 zumos y un batido por un valor de S/ 38,00 y Combo 3, 2 helados, 3 zumos y 4 batidos por S/ 49,40. Determine el precio de cada producto usando el programa desarrollado del gradiente conjugado.
17. Se venden 3 especies de cereales trigo, cebada y mijo. El trigo se vende cada saco por S/ 253,50. La cebada se vende S/ 126,75. El mijo se vende cada saco a S/ 31,75. Si se venden 100 sacos y se obtiene por la venta S/ 1014. Determine la cantidad de cada cereal se vendió, usando el programa desarrollado del gradiente conjugado.
18. Un fabricante de autos ha lanzado al mercado tres nuevos modelos A , B y C . El precio de venta de cada modelo es de 15000, 20000 y 30000 soles, respectivamente, ascendiendo el importe total de los autos vendidos durante el primer mes a 250000. Donde los costes de fabricación son de S/ 10000 para el modelo A , S/ 15000 para el modelo B y S/ 20000 para el modelo C , siendo el coste total de fabricación de los autos en el mes de S/ 175000 y el número total de autos vendidos es de 140. Determine el número de autos vendidos de cada modelo en el mes, usando el programa desarrollado del gradiente conjugado.
19. La ciudad de Huánuco compra 540000 barriles de petróleo tres suministradores diferentes que lo venden a 27, 28 y 31 dólares el barril, respectivamente. La factura total asciende a 15999000 dólares. Si del primer suministrador recibe el 30 % del total de petróleo comprado. Determine la cantidad comprada a cada suministrador, usando el programa desarrollado del gradiente conjugado.
20. Las edades de tres hermanos tales que el quintuplo de la edad del primero, más el cuádruplo de la edad del segundo, más el triple de la edad del tercero, es igual a 60. El cuádruplo de la edad del primero, más el triple de la edad del segundo, más el quintuplo de la edad del tercero, es igual a 50. Y el triple de la edad del primero, más el quintuplo de la edad del segundo, más el cuádruplo de la edad del tercero, es igual a 46. Determine la edad de los tres hermanos usando el programa desarrollado del gradiente conjugado.

16 de Noviembre del 2022