



Universidad Nacional de Ingeniería  
Escuela Profesional de Matemática  
Ciclo 2022-2

[Análisis y Modelamiento Numérico I - CM4F1]  
[Los profesores]

UNI, 26 de octubre de 2022

Tercera Práctica Dirigida

1. Usando eliminación gaussiana, factorice las siguientes matrices en la forma  $A = LU$ , donde  $L$  es una matriz triangular inferior unitaria y  $U$  es una matriz triangular superior.

a) 
$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

b) 
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & -3 & 0 & 6 \\ 0 & 2 & 4 & -6 \end{bmatrix}$$

2. Considere la matriz

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

- a) Demuestre que  $A$  no se puede factorizar en el producto de una matriz triangular inferior unitaria y una matriz triangular superior.  
b) Intercambie las filas de  $A$  para que esto se pueda hacer.
3. Use el algoritmo de factorización  $LDL^t$  y obtenga una factorización de la matriz  $A$ :

a) 
$$\begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

b) 
$$\begin{bmatrix} 6 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

4. Use el algoritmo de Choleski y obtenga una factorización de la forma  $A = LL^t$  para la matrices.

a) 
$$\begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

b) 
$$\begin{bmatrix} 6 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

5. Use la factorización de Crout con sistemas tridiagonales para resolver los siguientes sistemas lineales:

a) 
$$\begin{aligned} x_1 - x_2 &= 0 \\ -2x_1 + 4x_2 - 2x_3 &= 1 \\ -x_2 + 2x_3 &= 1.5 \end{aligned}$$

b) 
$$\begin{aligned} 0.5x_1 + 0.25x_2 &= 0.35 \\ 0.35x_1 + 0.8x_2 + 0.4x_3 &= 0.77 \\ 0.25x_2 + x_3 + 0.5x_4 &= -0.5 \\ x_3 - 2x_4 &= -2.25 \end{aligned}$$

6. Implemente el algoritmo de la descomposición de Schur y aplíquelo a las siguientes matrices

a) 
$$A = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$$

b) 
$$B = \begin{bmatrix} 0.9 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

7. Una compañía minera trabaja en 3 minas, cada una de las cuales produce minerales de tres clases. La primera mina puede producir 4 toneladas del mineral  $A$ , 3 toneladas del mineral  $B$ , y 5 toneladas del mineral  $C$ ; la segunda mina puede producir 1 tonelada de cada uno de los minerales y la tercera mina, 2 toneladas del  $A$ , 4 toneladas del  $B$  y 3 toneladas del  $C$ , por cada hora de funcionamiento. Se desea satisfacer los tres pedidos siguientes:

Pedidos	Mineral A	Mineral B	Mineral C
$P_1$	19	25	25
$P_2$	13	16	16
$P_3$	8	12	10

Determine

- Modele el sistema ha resolver.
  - Resolver usando los programas  $LDL^T$  y Cholesky.
8. Determine el número de diagonales de un polígono convexo de  $n$  lados.
- Modele el sistema.
  - Resolver usando los programas  $LDL^T$  y Cholesky.
9. Una familia consta de una madre, un padre y una hija. La suma de las edades actuales de los 3 es de 80 años. Dentro de 22 años, la edad del hijo será la mitad que la de la madre. Si el padre es un año mayor que la madre. Determinar la edad de la familia según lo siguiente requerimiento:
- Modele el sistema.
  - Resolver usando los programas  $LDL^T$  y Cholesky.
10. En la empresa plástica Elsa se fabrican tres tipos de productos: botellas, garrafas y bidones. Se utiliza como materia prima 10 kg de granza de polietileno cada hora. Se sabe que para fabricar cada botella se necesitan 50 gramos de granza, para cada garrafa 100 gramos y para cada bidón 1 kg. El gerente también nos dice que se debe producir el doble de botellas que de garrafas. Por último, se sabe que por motivos de capacidad de trabajo en las máquinas se producen en total 52 productos cada hora. Se desea conocer la producción en cada hora según el siguiente requerimiento:
- Modele el sistema.
  - Resolver usando los programas  $LDL^T$  y Cholesky.
11. En una heladería, por un helado, dos zumos y 4 batidos nos cobraron 35 soles. Otro día, por 4 helados, 4 zumos y un batido nos cobraron 34 soles. Un tercer día por 2 helados, 3 zumos y 4 batidos 42 soles. Determine el precio de cada uno según el siguiente requerimiento:
- Modele el sistema.
  - Resolver usando los programas  $LDL^T$  y Cholesky.

12. Dado la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 3 \\ 4 & 27 & 16 & 13 \\ 2 & 16 & 10 & 7 \\ 3 & 13 & 7 & 7 \end{bmatrix}$$

determine la descomposición Parlett-Reid.

13. Dado la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

determine la descomposición Parlett-Reid.

14. Dado la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 10 & 20 \\ 10 & 1 & 30 \\ 20 & 30 & 1 \end{bmatrix}$$

determine la descomposición Parlett-Reid.

15. Dado la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 0,0909 & 0,1111 & 0,1429 & 0,2000 & 0,3333 & 1,0000 \\ 0,1111 & 0,1429 & 0,2000 & 0,3333 & 1,0000 & -1,0000 \\ 0,1429 & 0,2000 & 0,3333 & 1,0000 & -1,0000 & -0,3333 \\ 0,2000 & 0,3333 & 1,0000 & -1,0000 & -0,3333 & -0,2000 \\ 0,3333 & 1,0000 & -1,0000 & -0,3333 & -0,2000 & -0,1429 \\ 1,0000 & -1,0000 & -0,3333 & -0,2000 & -0,1429 & -0,1111 \end{bmatrix}$$

determine la descomposición Parlett-Reid.

16. Dado la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

determine la descomposición Parlett-Reid.

17. Encuentre la descomposición SVD de la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$