Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Matemática — Ciclo 2021-1

[Cod: CM4F1 Curso: Análisis y Modelamiento Numérico I]

Solucionario Primera Práctica Calificada

---

1. *a*) (Falso) Dado que el mínimo valor negativo se representa por $\mathbf{100000\ldots0}$ y su valor es -2^{n-1}.

   b) (Falso) Considerando $x = 0{,}123$ y $y = 0{,}122$ tenemos que si tomamos dos valores en la mantisa, $\mathrm{fl}(x) \leq \mathrm{fl}(y)$ pero no se cumple $x \leq y$.

   c) (Verdadero) La suma y la multiplicación es conmutativa.

   d) (Falso) La representación de $+\infty$ es:

0	**11111111**	**0000000 00000000 00000000**

   e) (Falso) Sigue siendo periódico en base 2.

2. *a*) Sean $X = \mathbb{R}^2$ y $Y = \mathbb{R}$ con

   x_1: el valor del chocolate.

   x_2: el valor del caramelo.

   Donde

   $$\begin{array}{rccl} \tilde{f}: & X & \rightarrow & Y \\ & (x_1, x_2) & \rightsquigarrow & \tilde{f}(x_1, x_2) = fl(x_1) - fl(x_2). \end{array}$$

   b) Como $x_1 = \pi$ y $x_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

   $$fl(x_1) = 3{,}14159... = 3{,}142 \ \wedge \ fl(x_2) = 0{,}707106... = 7{,}071 \times 10^{-1}$$

   Por (a): $fl(x_1) - fl(x_2) = 3{,}142 - 7{,}071 \times 10^{-1} = 2{,}4349$.

   Por (b): $fl(x_1) \ominus fl(x_2) = 2{,}435$

   Tomando, como $\tilde{x}_1 = 3{,}142$ y $\tilde{x}_2 = 0{,}707$ entonces $\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2 = 2{,}435$.

   c) El error relativo es:

   $$ER = \frac{|(fl(x_1) - fl(x_2)) - (fl(x_1) \ominus fl(x_2))|}{fl(x_1) - fl(x_2)} = \frac{|2{,}4349 - 2{,}435|}{2{,}4349} = 0{,}000041069 = 0{,}41069 \times 10^{-4} \ \boxdot$$

3. *a*) **[1 *pto.*]** Los dos métodos son:

   $$f(a, b) = a^2 - b^2 \ \wedge \ f(a, b) = (a + b)(a - b).$$

   b) **[1 *pto.*]**

   Método **1 :** $f = 0{,}3237^2 - 0{,}3134^2 = 0{,}1048 - 0{,}9822 \times 10^{-1} = 0{,}6580 \times 10^{-2}$.

   Método **2 :** $f = (0{,}6371)(0{,}1030 \times 10^{-1}) = 0{,}6562 \times 10^{-2}$.

   c) **[1 *pto.*]** La solución exacta es:

   $$f(0{,}3237, 0{,}3134) = 0{,}1047816 - 0{,}982185 \times 10^{-1} = 0{,}65621 \times 10^{-2}.$$

   Los errores relativos son:

   $$ER_1 = \frac{|0{,}65621 \times 10^{-2} - 0{,}6580 \times 10^{-2}|}{0{,}65621 \times 10^{-2}} = 0{,}0026211,$$

   $$ER_2 = \frac{|0{,}65621 \times 10^{-2} - 0{,}6562 \times 10^{-2}|}{0{,}65621 \times 10^{-2}} = 0{,}0000152.$$

d) [**1 *pto.***] La solución correcta es $\mathbf{0{,}6562\times 10^{-2}}$ que corresponde al segundo método.

4. En este caso como estamos en el formato doble, tenemos que la mantisa tiene $\mathbf{52}$ más el bit escondido tenemos $\boldsymbol{m = 53}$, de esta manera, de acuerdo a lo realizado en clase tenemos:

$$\boldsymbol{z(x+y) = \mathrm{fl}(z\,\mathrm{fl}(x+y)) = z(x+y)(1+\delta_1+\delta_2+\delta_1\delta_2) \simeq z(x+y)(1+\delta)}$$

Como $\boldsymbol{|\delta_1| \leq 2^{1-53}/2 = 2^{-53}}$ y $\boldsymbol{|\delta_2| \leq 2^{-53}}$ de esta forma tenemos que la cota superior para el error es:

$$\boldsymbol{|\delta| = |\delta_2+\delta_2| \leq 2(2^{-53}) = 2^{-52}}$$

28 de Abril del 2021