



[Cod: CM4F1 Curso: Análisis y Modelamiento Numérico I]

Práctica Dirigida Nro. 1

- Conteste verdadero o falso cada proposición. Justifique adecuadamente.
 - Al aproximar $\pi = \frac{22}{7}$ el error relativo es aproximadamente 4.024×10^{-5} .
 - Asuma un computador que usa 10 bits. El primero es el signo, los siguientes 4 para el exponente (incluye el signo) y el resto la mantisa, entonces la representación del número 6 en esta máquina es 0001111000.
 - Al evaluar 4.85274×0.0124758 usando aritmética de 4 dígitos con redondeo se obtiene 0.06057.
- Si $x = 0.43257143$ e $y = 0.43257824$.
 - Use aritmética de redondeo a cinco cifras para calcular $fl(x)$ y $fl(y)$.
 - Calcular los errores relativos y absolutos.
 - Calcular $x + y, x - y, xy$ y x/y .
 - Calcular los errores relativos para las operaciones realizadas en el inciso anterior.
- Considere las siguientes cantidades representadas en complemento a dos:

$$A = 01100001, \quad B = 10011001.$$

Efectúe las siguientes operaciones, expresando el resultado en complemento a dos:

- $A + B$.
 - $A - B$.
 - $B - A$.
 - $-A - B$.
- Sean las cantidades, expresadas en el sistema decimal de numeración: $A = 5, B = -7.5, C = 3.25$ y $D = -30$. Se pide:
 - Represente A, B, C y D en complemento a dos de 9 bits. Determine $A + D, A - D$ y $-A - D$ en dicho formato así como el rango del mismo.
 - Represente A, B, C y D en coma flotante con un bit para el signo, cuatro para el exponente y cuatro para la mantisa.
 - Determine el rango del formato detallado en (b).
 - Determine el valor decimal, la suma y la diferencia de los números binarios $A = 11100111$ y $B = 10111111$, suponiendo que:
 - Ambos están representados en magnitud y signo.
 - Ambos están representados en complemento a 2.
 - Los puntos (x_0, y_0) y (x_1, y_1) con $y_1 \neq y_0$ están sobre una línea recta. Disponemos de dos fórmulas para hallar el punto de corte de dicha recta con el eje de abscisas.

$$x = \frac{x_0 y_1 - x_1 y_0}{y_1 - y_0} \quad \text{y} \quad x = x_0 - \frac{(x_1 - x_0) y_0}{y_1 - y_0}$$

- Prueba que ambas fórmulas son algebraicamente correctas.

- b) Usando los datos $(x_0, y_0) = (1.31, 3.24)$ y $(x_1, y_1) = (1.93, 4.76)$ y aritmética con tres cifras y redondeo, calcula el punto de corte con el eje de abscisas mediante ambos métodos. ¿Qué método es mejor? ¿Por qué?.
7. Evaluar $f(x) = x^3 - 6.1x^2 + 3.2x + 1.5$ en $x = 4.71$ con una aritmética de tres cifras (por redondeo y por truncamiento) usando cada uno de los siguientes métodos:
- Calcule cada sumando del polinomio $(x^3, 6.1x^2, 3.2x)$ y luego sume cada sumando.
 - Usando la forma anidada $f(x) = ((x - 6.1)x + 3.2)x + 1.5$.
 - En cada caso hallar los errores relativos y absolutos. ¿Qué método brinda mayor exactitud?.
8. Calcula la suma y la resta de los números $a = 0.4523 \times 10^4$ y $b = 0.2115 \times 10^{-3}$ con una aritmética flotante con mantisa de cuatro dígitos decimales, es decir, una aritmética de cuatro dígitos de precisión. ¿Se produce alguna diferencia cancelativa?.
9. Utilizando aritmética de 7 dígitos, redondeo y considerando: $a = 1234.567$, $b = 1.234567$, $c = 3.333333$.
- Calcule $(a + b)c$ y $(ac + bc)$.
 - Compare los errores relativos.
10. Considere los valores $A = 0.492$, $B = 0.603$, $C = -0.494$, $D = -0.602$, $E = 10^{-5}$ y se desea calcular $F = \frac{A + B + C + D}{E}$. Se les brinda a dos alumnos una calculadora para realizar el cálculo y se les informa que la máquina trabaja con 3 dígitos en la mantisa, con redondeo y opera en base 10. Efectuaron ese cálculo de forma distinta, el alumno X calculó $A + B$ y después $C + D$, sumó los valores y dividió por E , mientras que el alumno Y calculó $A + C$ y después $C + D$, sumó los valores y dividió por E . Realice los cálculos hecho por los dos alumnos y comente sobre los resultados obtenidos. Observe que se usaron procesos matemáticos equivalentes.
11. Un computador que usa redondeo y punto flotante con 10 bits posee la siguiente estructura: el primer bit guarda información sobre el signo, los 3 bits siguientes guardan información sobre el exponente (desplazado 3 unidades) y los 6 bits restantes guardan los dígitos de la mantisa (a partir del segundo porque el primero siempre es uno y con redondeo en el séptimo dígito si esto es necesario). Por ejemplo, el registro 1110001000 representa al número $(-1)^1 \times 0.1001000 \times 2^{6-3}$. ¿Cómo almacena este computador al número 9.123 ?. Calcule el error relativo que se comete al realizar tal representación?
12. Las raíces de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ vienen dadas por
- $$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$
- Si $a = 1$, $b = -0.3001$ y $c = 0.00006$, entonces las raíces exactas son $x_1 = 0.29989993$ y $x_2 = 2.000667 \times 10^{-4}$. Use el sistema $F(4, 10, -10, 10)$ y redondeo para calcular x_2^* que es una aproximación de x_2 . Use $\sqrt{0.09002} = 0.30003331481$.
13. ¿Cómo se debe evaluar la función $f(x) = x - \sqrt{x^2 - \alpha}$ para $\alpha \ll x$, de forma tal que se eviten diferencias cancelativas?
14. Asuma que se necesita calcular $A = \sqrt{10^{14} + \frac{2}{3}} - 10^7$ en un computador que usa aritmética de punto flotante con una exactitud de 15 dígitos.
- Explicar si esta fórmula producirá información sin pérdida de dígitos significativos. ¿Cuál es el valor?.
 - Reescribir la fórmula en una forma alternativa de modo que un cálculo más exacto sea posible. Compare con lo obtenido en la parte (a).
15. Escribir el número decimal correspondiente a los siguientes números
- 1101110_2 .
 - 1101110.01_2 .
 - 100111.101_2 .
 - 101101.001_2 .
16. Escribir en base dos los siguientes números dados en base 10.

- a) 2324.6.
- b) 3475.52.
- c) 45632.
- d) 1234.83.

17. Si tenemos $\beta = 10$, $N = 11$ y $k = 6$. Entonces, disponemos de $k = 6$ dígitos para la parte fraccionaria y $N - k - 1$ dígitos para la parte entera. Escribe la representación de los siguientes números:

- a) -38.214
- b) 40.9561
- c) -0.000876
- d) 0.952

18. Sea la longitud de palabra de $N = 4$ bits, genere una tabla que muestre la representación decimal de los números $+7, +6, +5, +4, +3, +2, +1, +0, -0, -1, -2, -3, -4, -5, -6, -7$ y -8 en la representación de su signo-magnitud y complemento a dos. Es decir

Representación decimal	Representación signo-magnitud	Representación complemento a dos
+7	0111	0111

19. Realice las operaciones aritmética con enteros complemento a dos con una longitud de palabra de $N = 4$ bits para las siguientes operaciones:

- a) $1001 + 0101$.
- b) $1100 + 0100$.
- c) $0011 + 0100$.
- d) $1100 + 1111$.

20. Sea un ordenador (hipotético) que trabaje con números expresados en base 10, con cuatro dígitos de precisión, y con aproximación por redondeo.

- a) Determine su valor exacto y por el ordenador: $\frac{4}{3} + \frac{2}{9}$.
- b) Determine su valor exacto y por el ordenador: $0.3721478693 - 0.37223052$

21. Sean $a = 0.000063381158$, $b = 73.688329$ y $c = -73.687711$. Determine la aritmética de punto flotante para:

- a) $a + (b + c)$
- b) $(a + b) + c$.
- c) $a + b + c$.

22. a) Convierte 0.5 a binario y determine su representación en *IEEE* precisión simple.
 b) Convierte 3.75 a binario y determine su representación en *IEEE* precisión simple.
 c) Determine el valor de 01000000011100000000000000000000.
 d) Determine el valor de 10111110011000000000000000000000.

23. Si tenemos $\beta = 2$, $t = 3$, $L = -1$ y $U = 2$.

- a) Determine el intervalo donde se representa los números reales.
- b) Determine la cantidad de números reales que tiene dicho intervalo.
- c) Determine los números de máquina que contiene dicho intervalo.

24. Si tenemos $\beta = 2$, $t = 3$, $L = -2$ y $U = 2$, determine los número de máquina que contiene dicho intervalo y además determine:

- a) $\frac{24}{32} \oplus \frac{7}{32}$.

$$b) \frac{24}{32} \ominus \frac{7}{32}.$$

$$c) \frac{24}{32} \otimes \frac{7}{32}.$$

$$d) \frac{24}{32} \oslash \frac{7}{32}.$$

El profesor*
Lima, 05 de Abril del 2023.