Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Matemática

Ciclo 2022–II

Lista 3 - CM4F1

---

1. La ecuación $x^2 + x - 0.7 = 0$ posee un único cero real α dentro del intervalo $I = [0,1]$. Demuestre que existe $x_0 \in I$, $x_0 \neq \alpha$ tal que la sucesión:
$$x_{n+1} = 0.7 - x_n^2.$$
converge para α.

2. Utilice el método de Newton para aproximar la raíz de la siguiente función:
$$f(x) = e^{4x^2-5x}(x^3 - 1.45x^2 + 3x - 4.35).$$
Justifique adecuadamente para garantizar la convergencia. Luego, realice 3 iteraciones.

3. Resolver por un método de punto fijo (no de Newton) la ecuación siguiente, comprobando que en cada paso se cumplen las condiciones de convergencia. Hacer 10 iteraciones.
$$x^3 + 2x^2 + 10x - 20 = 0.$$

4. Una caja con la parte superior abierta es construida a partir de una placa de acero rectangular de lados de 25 cm y 40 cm. Para obtener la caja, se debe de cortar cuadrados en cada esquina de la placa de metal. Si la caja debe tener 250 cm^3 de volumen, ¿cuántas iteraciones se necesitarán si aplicamos el método de la bisección iniciando en $[20, 30]$ para aproximar la longitud del lado de los cuadrados con una tolerancia de 10^{-6}.?

5. Let $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ be a function such that $f^{(4)}(x)$ is continuous on $\mathbb{R}$. Furthermore, let $x^* \in \mathbb{R}$ satisfy $f(x^*) = f'(x^*) = 0, f''(x^*) \neq 0, f'''(x^*) \neq f''(x^*)$.
Suppose that the sequence $\{x_k\}$ in $\mathbb{R}$ defined by:
$$x_{k+1} = x_k - \frac{f'(x_k) + f(x_k)}{f''(x_k)}$$
for a given $x_0 \in \mathbb{R}$ converges to x^*. Show that the order of this convergence to x^* is two.

6. Under which conditions does Olver's method:
$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} - \frac{1}{2}\frac{f''(x_n)f^2(x_n)}{(f'(x_n))^3}$$
provide cubic convergence when solving $f(x) = 0$? Establish the convergence under these conditions.

7. El coeficiente de la fricción f para el flujo turbulento en un tubo está dada por:
$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2\log_{10}\left(\frac{e}{D} + \frac{9.35}{R_e\sqrt{f}}\right),$$
donde $D = 0.1m$, $e = 0.0001, R_e = 5 \times 10^6$. Resolver por el método de Newton con al menos 4 cifras decimales. Calcule el valor de la función a iterar en cada paso así como la derivada respectiva. Use como punto inicial a $x_0 = 0.01$.

8. Use el método de la bisección para determinar las dos menores raíces negativas de la ecuación:
$$2xcos(2x) - (x+1)^2 = 0.$$
Dar su respuesta con 3 dígitos exactos.

El profesor[1]
Lima, 23 de Noviembre del 2022.

---

[1] Hecho en LaTeX