V. Exercices

Exercice 1 (Estimation de la taille du noyau). [Corrigé page 86]
En première approximation, le champ géomagnétique peut-être assimilé à un champ magnétique dipolaire. On imagine alors que le champ à la surface résulte de la présence d'un aimant placé au centre de la Terre.

1. On note m la norme du moment magnétique de l'aimantant terrestre. L'amplitude B du champ magnétique à la surface de la Terre vaut alors approximativement

$$B = \frac{\mu_0 m}{4\pi R_T^3},$$

où R_T est le rayon de la Terre. Estimer m.

2. En déduire le nombre N d'atomes de la matière aimantée constituant le noyau terrestre. On considère pour cela que chaque atome porte un moment magnétique $\mu_B \approx 10^{-23}$ A · m^2 de l'ordre du magnéton de Bohr.

3. On considère que le noyau terrestre est constitué d'un mélange de fer et de nickel de masse molaire $M = 57$ g · mol^{-1} et de masse volumique $\rho = 8$ kg · L^{-1}. Estimer le volume V occupé par la matière aimantée.

4. En déduire le rayon R du noyau de la Terre supposé sphérique. Commenter le résultat et discuter le modèle.

5. La température du noyau étant de l'ordre de 4000 °C, de quelle grosse lacune souffre notre modèle ?

Exercice 2 (Composante horizontale du champ géomagnétique). [Corrigé page 86]
Un instrument, destiné à mesurer la composante horizontale B_h du champ magnétique terrestre, est constitué d'une boussole dont l'aiguille horizontale est placée entre deux bobines de Helmholtz de rayon $R = 5$ cm. Lorsque les bobines ne sont pas alimentées, l'aiguille de la boussole est orthogonale à leur axe de révolution. En revanche, lorsque ces enroulements sont parcourus par un courant I l'aiguille dévie d'un angle φ qu'un curseur orthogonal à l'aiguille permet de mesurer sur le cadran.

1. Expliquer pourquoi l'aiguille dévie d'un angle φ.

2. Quelle est la condition d'équilibre de la boussole ? En déduire une expression de $\tan\varphi$ en fonction de I. On rappelle qu'au centre de deux bobines de Helmholtz l'amplitude du champ magnétique vaut $B_0 = \mu_0 I/2R$ (voir TD précédent).

3. En mai 2009, à Toulouse, la mesure a donné $\varphi = 30\,^\circ$ pour $I = 1.08$ A. En déduire la valeur de la composante horizontale du champ magnétique à Toulouse.

Exercice 3 (Susceptibilité et loi de Curie). [Corrigé page 87]

L'objectif de cet exercice est de retrouver la loi de Curie à l'aide d'un modèle microscopique simple. Cette loi décrit la dépendance de la susceptibilité magnétique χ d'un matériau à la température T

$$\chi = \frac{C}{T},$$

où C est la constante de Curie.

On considère un cristal paramagnétique de volume V constitué d'un ensemble de N moments magnétiques atomiques $\boldsymbol{m}$ identiques et indépendants.

Le solide est plongé dans un champ magnétique $\boldsymbol{B} = B\boldsymbol{e}_z$. La projection du moment magnétique de chaque atome est quantifiée et peut prendre deux valeurs suivant l'axe (Oz) : $m_\pm = \pm\mu_B$ où μ_B est le magnéton de Bohr.

1. Donner l'expression de l'énergie magnétique E_+ d'un moment magnétique m_+ composant le cristal.

2. On suppose que le cristal est maintenu à une température T à l'aide d'un thermostat. Les moments magnétiques n'intéragissant pas entre eux, la physique statistique nous donne le nombre $N_\pm$ de moments magnétiques $m_\pm$

$$N_\pm = \frac{1}{Z}\exp\left(\frac{-E_\pm}{k_B T}\right),$$

où E_+ est l'énergie d'un moment magnétique $m_\pm$, Z un facteur de normalisation et $k_B = 1.23 \times 10^{-23}$ SI est la constante de Boltzmann. Cette loi est appelée la loi de Boltzmann, elle est extrêmement utile en physique. Déterminer les dimensions de Z et k_B.

3. Déterminer N_+ et N_- en explicitant l'expression de Z, de E_+ et E_-. En déduire le moment magnétique M du cristal.

4. Calculer la valeur du champ B_M à partir de laquelle l'énergie par moment magnétique est négligeable devant l'agitation thermique. Cette valeur vous semble-t-elle accessible expérimentalement ? Conclure.

5. L'aimantation M_c du cristal s'écrit M/V. En déduire l'expression de la susceptibilité χ de ce dernier. On rappelle pour cela le développement limité de tanh près de 0

$$\tanh(x) = x - \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} - \frac{17x^7}{315} + o(x^7).$$

En déduire l'expression de C.

6. Réaliser l'application numérique pour un cristal de cérium qui contient une mole de moments dipolaires atomiques. Le cérium présente une masse molaire $\mathcal{M} = 140\ \mathrm{g\cdot mol^{-1}}$ et une masse volumique $\rho = 6.7 \times 10^3\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$.