VII. Exercices

Exercice 1 (Potentiel de Yukawa). [Corrigé page 23]
Le physicien japonais Yukawa a postulé la forme d'un potentiel pour modéliser les interactions entre particules dans un noyau atomique. Nous étudions ici ce potentiel comme s'il s'agissait d'un potentiel électrostatique.
Dans un repère sphérique $(\boldsymbol{e}_r, \boldsymbol{e}_\varphi, \boldsymbol{e}_\theta)$, une distribution de charge à symétrie sphérique crée, à une distance r, un potentiel électrostatique de la forme

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \exp\left(-\frac{r}{a}\right), \tag{1.28}$$

Q et a étant des constantes positives.

1. Déterminer les unités de Q et de a.

2. Déterminer le champ électrostatique correspondant.

3. En déduire la charge $q(r)$ contenue dans une sphère de rayon r et de centre O.

4. Déterminer $q(r)$ dans les deux cas extrêmes

  a. r tend vers zéro,

  b. r tend vers ∞

  En déduire qualitativement la nature de la distribution de charge et donner une interprétation de a.

Exercice 2 (Champ gravitationnel dans une cavité). [Corrigé page 23]
Un modèle de Terre de rayon R_1 et de centre O_1 possède une masse volumique $\rho > 0$ uniforme sauf dans une cavité sphérique, entièrement incluse dans la boule, centrée en O_2, de rayon R_2 (voir Fig 1.9).
On cherche le champ gravitationnel $\boldsymbol{g}(M)$ en un point M à l'intérieur de la cavité. Dans un premier temps, on ignore la présence de la cavité.

1. Rappeler l'expression du champ électrostatique $\boldsymbol{E}$ générée par une charge q et du champ gravitationnel $\boldsymbol{g}$ générée par une particule de masse m en un point P de l'espace. En déduire un tableau d'analogie entre interaction gravitationnel et interaction coulombienne.

2. En déduire un théorème de Gauss pour le champ gravitationnel $\boldsymbol{g}$.

3. Étudier les symétries et invariances du système en l'absence de la cavité creuse.

4. En appliquant le théorème de Gauss, déterminer l'expression du champ $\boldsymbol{g}$ en un point M de l'espace. Vérifier l'homogénéité de l'expression obtenue.

5. Étudier les symétries et invariances du système avec la cavité. Pensez-vous qu'il soit judicieux d'utiliser le théorème de Gauss ici ?

6. En vous servant du théorème de superposition, déterminer le champ $\boldsymbol{g}$ en un point M à l'intérieur de la cavité.

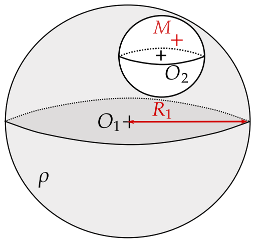

FIGURE 1.9 – Schéma de la sphère de masse volumique ρ (en gris sur le schéma) et de la cavité vide (en blanc). À l'intérieur de la cavité, la masse volumique vaut 0.

Exercice 3 (Fil chargé). [Corrigé page 25]
Calculer le champ électrostatique créé par un fil rectiligne infini uniformément chargé avec une densité linéïque de charge λ, en tout point de l'espace.