

IV. Exercices

Exercice 1 (Effet de peau).

[Corrigé page 39]

Le demi-espace $x < 0$ est rempli d'air tandis que le demi-espace $x > 0$ est constitué d'un métal. Lorsqu'une onde électromagnétique venant de l'air se réfléchit sur le métal, le métal est le siège de courants volumiques de la forme

$$\mathbf{j} = j_0 \exp\left(\frac{-x}{\delta}\right) \mathbf{e}_y,$$

où j_0 et δ sont des constantes.

1. Donner la dimension de j_0 et de δ . À quoi correspond δ ?
2. δ est appelé l'épaisseur de peau. Elle dépend de la conductivité en régime stationnaire σ du matériau considéré et de la pulsation de l'onde électromagnétique ω

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \omega \sigma}},$$

où $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-2}$ est la perméabilité magnétique du vide. Vérifier l'homogénéité de cette expression.

3. Déterminer δ dans le cas d'un gisement de pyrrhotite de résistivité $\rho = 5 \times 10^{-5} \Omega \cdot \text{m}$ pour 2 méthodes de prospection différentes utilisant des ondes électromagnétiques
 - a. induction électromagnétique ($f = 1 \text{ kHz}$)
 - b. radar ($f = 100 \text{ MHz}$)

Ces méthodes permettent-elles de détecter le gisement s'il est enfoui sous un sol de 3 m d'épaisseur et ayant une résistivité de $100 \Omega \cdot \text{m}$?

4. L'œil humain perçoit des ondes électromagnétiques dont la fréquence est située entre 400 et 780 THz environ. Quelle est la valeur de δ pour ces fréquences et pour le cuivre ? Quelle propriété de ce dernier cette valeur traduit-elle ?

Exercice 2 (Contamination d'un aquifère).

[Corrigé page 39]

De l'eau de mer contamine un aquifère qui sert de source d'eau potable à une ville côtière. Les mesures suivantes de résistivité apparente ont été réalisées pour différentes distances inter-électrodes avec la méthode de Wenner pour déterminer la profondeur de la contamination.

$a(m)$	$\rho(\Omega \cdot m)$	$a(m)$	$\rho(\Omega \cdot m)$	$a(m)$	$\rho(\Omega \cdot m)$
10	29.0	140	19.8	280	8.7
20	28.9	160	18.0	300	7.8
40	28.5	180	16.3	320	7.1
60	27.1	200	14.5	340	6.7
80	25.3	220	12.9	360	6.5
100	23.5	240	11.3	400	6.4
120	21.7	260	9.9	440	6.4

1. Tracer l'évolution de la résistivité apparente ρ en fonction de la distance inter-électrode.
2. Combien de couches différentes pouvez-vous identifier grâce à cette courbe ? Quelle est leur résistivité respective ? À quelle couche correspond à l'eau salée ?
3. Identifier la courbe de résistivité apparente de la figure 2.7 qui correspond au problème. Tracer la résistivité apparente normalisée par la résistivité de la première couche en fonction de la distance inter-électrode normalisée pour différentes valeurs de d . Estimer la profondeur de l'interface aquifère-eau salée.

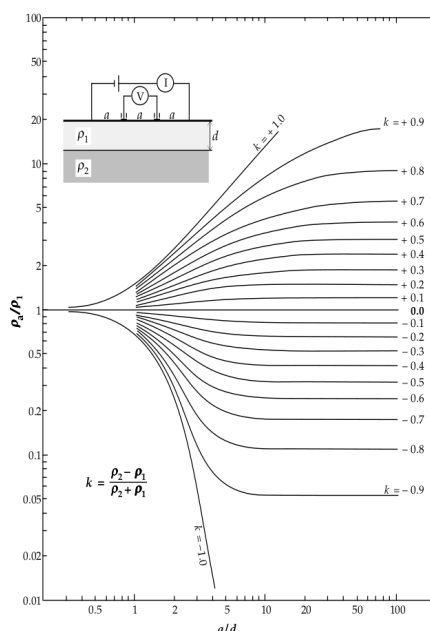


FIGURE 2.7 – Courbes caractéristiques de résistivité apparente normalisée pour un sol bicouche en fonction de la distance relative inter-électrode pour le montage de Wenner. Les notations sont précisées dans la figure. L'image est extraite de Lowrie (2007)

Exercice 3 (Le condensateur plan).[\[Corrigé page 39\]](#)

On considère un condensateur plan composé de deux plaques conductrices infinies, parallèles et séparées par une distance a . La première plaque est chargée positivement avec une densité surfacique de charge σ , tandis que la deuxième est chargée négativement avec une densité surfacique de charge $-\sigma$.

On cherche à déterminer le champ électrique généré par les deux plaques chargées.

1. Réaliser un schéma du système et choisir un repère adapté.
2. Quelle est la direction et le sens du champ électrique en un point situé à l'intérieur des deux plaques ?
3. Étudier les symétries et les invariances du système.
4. En appliquant le théorème de Gauss aux trois surfaces suivantes,
 - a. un cube de section S inclus entre les deux plaques et situé entre les abscisses a_1 et a_2 ,
 - b. un cube de section S à l'extérieur des deux plaques entre les abscisses b_1 et b_2 ,
 - c. un cube de section S contenant une partie de la plaque 1 situé entre les abscisses c_1 et c_2 ,

déterminer l'expression du champ électrique généré par les deux plaques en tout point de l'espace.