

**Probeprüfung für Mathematik 1**  
**Computational and Data Science BSc, Teil Analysis**

**HS2023**

**1. Aussagen über das Verhalten einer Funktion (6 Punkte)**

Gegeben sei die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \rightarrow f(x) = (x^2 - 9)(x^2 - 16)$$

Welche der folgenden Aussagen sind wahr bzw. falsch?

	Wahr	Falsch
a) Es gilt $f(0) = 0$ .		
b) Die Funktion $f$ ist injektiv.		
c) Die Funktion $f$ ist bijektiv.		
d) Die Funktion hat genau drei Extrema.		
e) Die Funktion $f$ hat auf $\mathbb{R}$ kein globales Minimum.		
f) Das globale Maximum der Funktion $f$ auf dem Intervall $[3;4]$ ist 0.		

**2. Aussagen über die natürliche Exponentialfunktion (6 Punkte)**

Welche der folgenden Aussagen sind wahr bzw. falsch?

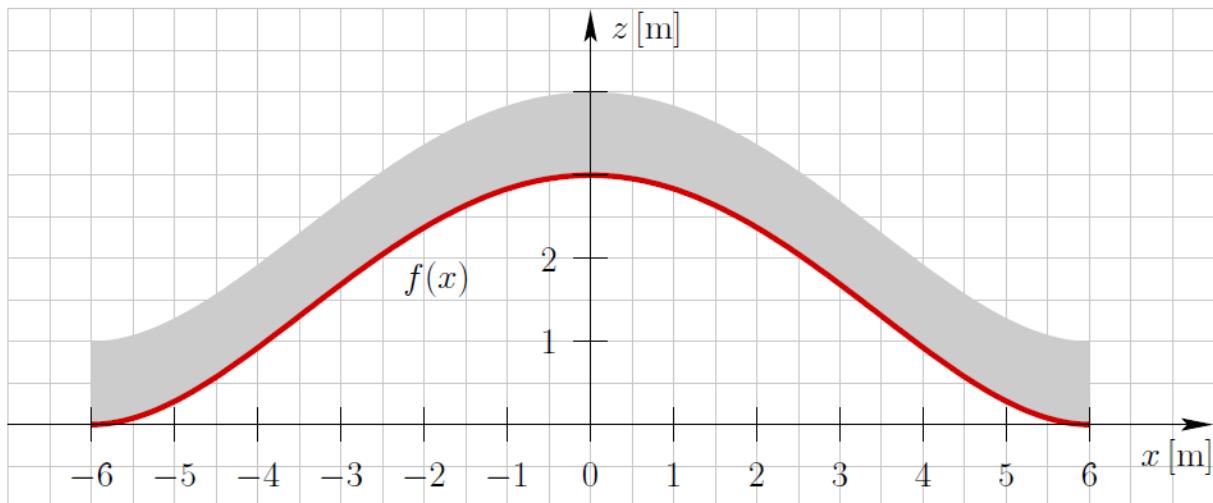
	Wahr	Falsch
a) Es gilt $\exp(0) = 1$ .		
b) Es gilt $\exp'''(x) = (\exp(x))'$ .		
c) Es gilt $\exp(0,25) = \sqrt[8]{e^2}$ .		
d) Für all $x \in \mathbb{R}$ gilt $\exp(2x) = 2 \cdot \exp(x)$ .		
e) Für alle $x, y \in \mathbb{R}$ gilt: $\exp(x - y) = \exp(x) / \exp(y)$ .		
f) Eigentliche Exponentialfunktionen sind immer streng monoton steigend.		

**3. Vermischte Aufgaben (7 Punkte)**

- Schreiben Sie die Menge  $\operatorname{sgn}(]0; 7])$  in aufzählender Form.
- Berechnen Sie für  $n \rightarrow \infty$  den Grenzwert der Folge  $a_n = \frac{2n-5-4n^2}{3-8n^2-10n}$ .
- Berechnen Sie die Ableitung der Funktion  $f(x) = \sqrt{3x^2 + 3^{2x}}$ .
- Berechnen Sie das folgende bestimmte Integral  $\int_u^{-v} (2wu - 6vw^2 + 1) dw$ .

#### 4. Fussgängerbrücke (8 Punkte)

Eine Fussgängerbrücke habe eine Länge von 12 m und eine Höhe von 3 m und ihre Unterkante kann mittels des Graphen der Funktion  $f(x) = \frac{1}{432m^3}x^4 - \frac{1}{6m}x^2 + 3m$  beschrieben werden (siehe Abbildung).



- Wie hoch darf ein Lastwagen der Breite 2,5 m maximal sein, damit er unter der Brücke durchfahren kann?
- Welche Steigung hat der Weg über die Brücke an seiner steilsten Stelle?
- Wie gross ist die Querschnittsfläche der gesamten Durchfahrtöffnung unter der Brücke?