

分解体

$ax^2 + bx + c = 0$ これが解けるか？

環の様々な定義

UFD 整域では素元が定義できる TestTestTestTestTestTest

既約元

イデアル単項イデアル=一つの元で生成されるイデアル単項イデアル整域=任意のイデアルが単項イデアルになる整域素イデアル極大イデアル TestTestTest

多項式環既約多項式準同型写像

剰余定理 $f(x) = 3x^3 + 4x + 2$, $g(x) = 3x^2 + 1$ 体係数に限定しないの珍しい

Proof. 存在証明 $\deg f < \deg g$ の時は自明 $\deg f \geq \deg g$ の時、最高次係数を合わせて逐次消していけば、有限回で終了する。いわゆるユークリッドの互除法

一意性証明 $f = pg + q = p'g + q'$ とする。 $\deg q, \deg q' < g$ より $\deg q - q' < \deg g$ $q - q' = (p' - p)g$ $p \neq p'$ ならば $\deg q - q' \geq \deg g$ で矛盾するため $p = p'$ よって $q = q'$ \square

体は係数

Proof. unit は零因子にならない \square