universal 3 stage 23: Hong Kong

Created: 5/3/2025 00:00 Updated: 5/3/2025 00:04 Exported: 5/3/2025 00:03

Bài A. Tính Đối Xứng Tổng Quát

Giới hạn thời gian: 2 giây

H Giới hạn bộ nhớ: 256 MB

🔢 Đề bài (dịch tiếng Việt)

Cho một dãy số nguyên $S=[s_1,s_2,\ldots,s_m]$ gồm m phần tử. Dãy này được gọi là **đối xứng k** nếu với mọi chỉ số i từ 1 đến m, ta có:

$$|s_i - s_{m-i+1}| \leq k$$

Bạn được cho một dãy số nguyên $A=[a_1,a_2,\dots,a_n]$ gồm n phần tử. Nhiệm vụ của bạn là:

ightharpoonup Với mỗi vị trí làm**tâm**trong dãy <math>A, hãy tìm **độ dài lớn nhất** của dãy con liên tiếp đối xứng k có tâm tại vị trí đó.

Tâm có thể:

- Là một chỉ số nguyên i (ví dụ: 1, 2, 3...), tức là dãy đối xứng có độ dài lẻ.
- Là một chỉ số nửa nguyên i+0.5, tức là dãy đối xứng có độ dài chẵn.

Input

- Dòng đầu tiên: hai số nguyên n và k ($2 \le n \le 2 imes 10^5$, $0 \le k \le 10^3$)
- Dòng thứ hai: n số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq 10^3$)

🚔 Output

- Dòng đầu tiên: n số nguyên. Số thứ i là độ dài lớn nhất của dãy con liên tiếp đối xứng k, có **tâm tại vị trí** i.
- Dòng thứ hai: n-1 số nguyên. Số thứ i là độ dài lớn nhất của dãy con liên tiếp đối xứng k, có **tâm tại vị trí** i+0.5.
- Mếu không tìm được dãy con thỏa mãn, in ra `o`.

📌 Ví dụ

Input

5 0 1 2 1 2 1

Output

13531 0000

Input

5 1

1 2 1 3 1

Output

1 3 5 3 1 2 2 0 0

🦙 Tóm tắt

- Kiểm tra các đoạn con đối xứng quanh từng tâm i và i+0.5.
- Một dãy con là đối xứng k nếu phần tử đối xứng hai bên tâm có hiệu tuyệt đối nhỏ hơn hoặc bằng k.
- Cần tìm độ dài lớn nhất cho mỗi tâm có thể.

Bạn muốn mình code bài này luôn không?

Bài B. Tiêu Diệt Kẻ Địch

Giới hạn thời gian: 3 giây
Giới hạn bộ nhớ: 1024 MB

Q Đề bài (dịch tiếng Việt)

Bạn phải tiêu diệt **n kẻ địch**. Mỗi kẻ địch thứ i có:

• Máu: a_i

• Giáp: b_i

Bạn có thể **tấn công nhiều lần**. Mỗi đòn tấn công bạn chọn gây sát thương x lên **tất cả kẻ địch**, trong đó $1 \le x \le k$.

🎇 Mỗi đòn đánh sát thương x sẽ tốn chi phí là $c_x.$

Cách kẻ địch nhận sát thương:

Khi một kẻ địch nhận sát thương y:

- Nếu **giáp còn**, thì giáp sẽ bị giảm y điểm (không ảnh hưởng đến máu).
- Nếu giáp đã hết, máu mới bắt đầu bị giảm.
- Kẻ địch được xem là **bị tiêu diệt** nếu máu ≤ 0 ở **bất kỳ thời điểm nào**.

o Nhiệm vụ của bạn:

- 1. Tìm chi phí nhỏ nhất để tiêu diệt toàn bộ kẻ địch.
- 2. **Đếm số chiến lược tấn công khác nhau** (dãy các đòn đánh) có chi phí nhỏ nhất đó (modulo 998244353).

Một **chiến lược tấn công** là một dãy các đòn đánh x_1, x_2, \ldots, x_m với $1 \leq x_i \leq k$. Hai chiến lược được xem là **khác nhau** nếu dãy đòn đánh khác nhau.

Input

Dòng đầu tiên: số lượng test $T~(1 \leq T \leq 1000)$

- Mỗi test gồm:
 - Dòng 1: hai số nguyên n,m số kẻ địch và giới hạn tối đa cho a_i,b_i
 - Dòng 2: n số nguyên $a_1,a_2,...,a_n$ máu từng kẻ địch
 - Dòng 3: n số nguyên $b_1, b_2, ..., b_n$ giáp từng kẻ địch
 - Dòng 4: số nguyên k số sát thương tối đa có thể dùng trong một đòn
 - Dòng 5: k số nguyên $c_1, c_2, ..., c_k$ chi phí khi đánh với sát thương i

A Đảm bảo:

- Tổng n của tất cả test $\leq 5 \cdot 10^5$
- Tổng m của tất cả test $\leq 10^4$

Output

Với mỗi test, in ra một dòng gồm hai số nguyên:

- Chi phí nhỏ nhất để tiêu diệt toàn bộ kẻ địch
- Số lượng chiến lược khác nhau đạt được chi phí này, modulo 998244353

🦙 Tóm tắt

- Mỗi đòn đánh gây sát thương đồng thời lên tất cả kẻ địch.
- Sát thương tiêu hao giáp trước, không xuyên qua nếu giáp chưa hết.
- Cần tìm cách kết hợp các đòn đánh $x \in [1..k]$ để làm máu mọi kẻ địch ≤ 0 , với tổng chi phí nhỏ nhất.

 Đồng thời đếm có bao nhiêu cách kết hợp khác nhau (theo thứ tự) để đạt được chi phí đó.

Bạn muốn mình giải thích hướng thuật toán hay bắt đầu viết code mẫu cho bài này?

Bài C. Câu chuyện của Hoàng đế Bie

Giới hạn thời gian: 1 giây
Giới hạn bộ nhớ: 1024 MB

🏯 Đề bài (dịch tiếng Việt)

Hoàng đế **Bie** muốn tạo ra một mảng số nguyên A gồm n phần tử.

Ông ta bắt đầu bằng cách chọn **một vị trí ban đầu** p (với $1 \le p \le n$), và gán một số nguyên dương tùy ý mà ông thích vào phần tử A_p .

Sau đó, ông khởi tạo hai biến: l=r=p (đánh dấu phạm vi hiện tại của mảng đã được xây dựng).

Trong n-1 bước tiếp theo, ông thực hiện các thao tác sau:

Hai thao tác có thể thực hiện:

1. Mở rộng sang trái (Left Expand):

- Chỉ thực hiện được nếu $l>1.\,$
- Chọn một số k sao cho $0 \leq k < A_r$

- ullet Gán giá trị A_r-k cho phần tử bên trái: A_{l-1}
- Giảm chỉ số trái: l=l-1

2. Mở rộng sang phải (Right Expand):

- Chỉ thực hiện được nếu r < n.
- ullet Chọn một số k sao cho $0 \leq k < A_l$
- ullet Gán giá trị A_l-k cho phần tử bên phải: A_{r+1}
- Tăng chỉ số phải: r=r+1

🔔 Lưu ý:

- Một phần tử mới được tạo ra luôn nhỏ hơn hoặc bằng phần tử đã biết ở đầu bên kia.
- Khi mở rộng sang trái thì dùng giá trị hiện tại ở bên phải; mở rộng sang phải thì dùng giá trị hiện tại ở bên trái.
- Sau nhiều năm, Hoàng đế Bie chỉ nhớ mảng A cuối cùng, không nhớ vị trí khởi đầu p nữa.

Input

ullet Dòng đầu tiên: số lượng test $T~(1 \le T \le 10^5)$

- Với mỗi test:
 - Dòng 1: số nguyên n độ dài mảng
 - ullet Dòng 2: n số nguyên A_1,A_2,\ldots,A_n mảng đã được xây dựng

🔒 Đảm bảo:

- Tổng tất cả n của các test $\leq 5 \cdot 10^5$
- Luôn có ít nhất một vị trí khởi đầu hợp lệ

🚔 Output

• Với mỗi test, in ra **các chỉ số p hợp lệ** (từ nhỏ đến lớn), cách nhau bởi dấu cách.

📌 Ví dụ

Input

```
3
1
5
2
1 3
3
3
3 3
```

Output

```
1
2
1 2 3
```

☆ Tóm tắt

- Có hai thao tác mở rộng dần sang trái/phải, mỗi lần mở rộng thêm một phần tử mới.
- Mỗi phần tử mới luôn \leq phần tử đầu bên kia (theo quy tắc $A_{m \circ i} = A_{
 m d \hat{a} ub \hat{e} n k ia} k$)
- Tìm tất cả các chỉ số p sao cho nếu bắt đầu từ đó, ta có thể **khôi phục đúng mảng A** theo quy tắc mở rộng trên.

Bạn muốn mình viết code kiểm tra vị trí p hợp lệ không?

📘 Bài D. Bậc Thầy Song Toàn VI

Giới hạn thời gian: 2.5 giây

💾 Giới hạn bộ nhớ: 1024 MB

Đề bài (dịch tiếng Việt)

Viktor đang tấn công Piltover để chiếm quyền kiểm soát các cổng Hexgate bằng công nghệ Hextech.

Thành phố Piltover có **n ngã tư**, được nối với nhau bằng **n – 1 con đường hai chiều**, sao cho **bất kỳ hai ngã tư nào cũng có thể đi đến nhau**.

📌 Tức là hệ thống này tạo thành một **cây**.

Cơ chế chiến đấu

 Viktor sử dụng tia Hextech gây sát thương a trên đường đi ngắn nhất giữa hai ngã tư. • Jayce dùng **lá chắn Hextech** để bảo vệ các ngã tư, mỗi lá chắn có **máu** b.

💥 Cơ chế tấn công:

- Khi một lá chắn bị tấn công, nó có thể kích hoạt quá tải (overload) để giảm sát thương còn một nửa.
 - Ví dụ: nếu nhận 3 sát thương, overload → chỉ còn 1.5 sát thương.
- Không được kích hoạt overload hai lần liên tiếp cho cùng một lá chắn.

\blacksquare Các sự kiện (tổng cộng q sự kiện)

Có hai loại:

- 1. Tấn công: `A x y z`
 - ightharpoonup Gây sát thương z đến tất cả ngã tư nằm **trên đường ngắn nhất từ** x **đến** y.
- 2. Truy vết: `D x h`
 - ightharpoonup Tại ngã tư x, có một lá chắn **chưa bị phá**, Jayce nhớ rằng **máu ban đầu là** h.
 - → Nhiệm vụ của bạn: **Tính số lần tấn công lớn nhất** mà lá chắn có thể đã chịu được (kết hợp overload xen kẽ để tối ưu), **và vẫn sống sót đến hiện tại**.

Input

- Dòng đầu: hai số nguyên $n,q~(1\leq n\leq 5\cdot 10^5,~1\leq q\leq 3\cdot 10^5)$
- n-1 dòng tiếp theo: mỗi dòng chứa 2 số u,v hai ngã tư nối với nhau
- ullet q dòng tiếp theo: mỗi dòng mô tả sự kiện dạng:

- `A x y z` Tấn công từ x đến y với sát thương z
- `**D** x h` Truy vết lá chắn ở nút x, máu ban đầu h

📌 Giá trị ràng buộc thêm:

- $1 \le z \le 370$
- $1 \le a_i \le 10^9$

Output

• Với mỗi sự kiện **truy vết** ' $\mathbf{D} \times \mathbf{h}$ ', in ra một dòng — **số lần tấn công tối đa** mà lá chắn tại nút x có thể đã hứng chịu, để máu vẫn > 0.

📌 Ví dụ

Input

```
5 7
1 2
1 3
2 4
2 5
A 1 4 2
A 3 5 2
D 1 4
D 2 3
D 2 1
A 5 5 10
D 5 100
```

Output

2			
1			
0			
2			

🦙 Tóm tắt

- Ghi lại số lần và giá trị tấn công cho mỗi nút trên cây.
- Với mỗi nút x, ta cần tính xem một máu ban đầu h có thể chịu được bao nhiều lần tấn công (với các sát thương cụ thể đã xảy ra tại x) mà:
 - Sử dụng overload một cách tối ưu (không hai lần liên tiếp).
- Trả về số lần tấn công tối đa từ lịch sử tại nút đó, để máu còn > 0.

Bạn có muốn mình phân tích hướng giải cụ thể và đưa ra đoạn code C++/Python cho bài này không?

Bài E. Bao Lồi Lõm (Concave Hull)

Giới hạn thời gian: 3 giây
Giới hạn bộ nhớ: 1024 MB

B Đề bài (dịch tiếng Việt)

Bạn được cho **n điểm** trên mặt phẳng tọa độ. Mỗi điểm có tọa độ (x_i, y_i) .

Một **Concave Hull** là **một đa giác đơn** (tức là không tự cắt nhau), thoả mãn các điều kiện:

- 1. Tập đỉnh của đa giác là **một tập con không rỗng** của n điểm đã cho.
- 2. Tất cả n điểm đều nằm bên trong hoặc trên biên của đa giác.
- 3. Chính xác một góc trong đa giác là góc lõm (lớn hơn π); tất cả các góc còn lại đều là góc lồi (nhỏ hơn π).

💕 Nhiệm vụ của bạn

Tính:

- Gấp đôi tổng diện tích của tất cả các Concave Hull (thoả mãn điều kiện trên)
- ullet Kết quả in ra **modulo** 10^9+7

Input

- Dòng đầu: số nguyên $n~(3 \leq n \leq 2000)$ số điểm.
- n dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên $x_i,y_i \ (0 \leq x_i,y_i \leq 10^9)$ tọa độ điểm thứ i.

V Đảm bảo:

- Không có hai điểm trùng nhau
- Không có ba điểm nào thẳng hàng

a Output

• Một số nguyên duy nhất — ${f 2} imes {f tổng}$ diện tích của các Concave Hull, mod 10^9+7

📌 Ví dụ

Input

- 4
- 0 0
- 2 0
- 1 2
- 1 1

Output

8

Giải thích ví dụ

- Có 3 Concave Hulls thoả mãn điều kiện.
- Diện tích của 3 hình lần lượt là: 1.5, 1.5, 1 → Tổng = 4
- Nhân 2 lên: 4 imes 2 = 8

☆ Tóm tắt

- Tìm tất cả các đa giác đơn tạo từ tập con các điểm đã cho sao cho:
 - Chứa hết tất cả điểm
 - Có đúng 1 góc lõm
- Tính diện tích từng hình, cộng lại, rồi nhân đôi.

Bài này có yêu cầu **tối ưu thuật toán hình học** rất cao — bạn có muốn mình trình bày chiến lược giải chi tiết và code mẫu không?

📘 Bài F. Trò Chơi Tiền Bạc 2 (Money Game 2)

Giới hạn thời gian: 4 giây

💾 Giới hạn bộ nhớ: 1024 MB

Đề bài (dịch tiếng Việt)

Putata và Budada tổ chức một trò chơi gồm n người chơi ngồi thành vòng tròn.

- Người chơi được đánh số từ 0 đến n-1.
- Mỗi người có **số tiền gửi ban đầu là** a_i (số nguyên).
- Mỗi người có hai người hàng xóm là:
 - Bên trái: $(i-1) \mod n$
 - Bên phải: $(i+1) \mod n$

M Luật chơi (mỗi vòng)

- Chọn một người chơi x chưa từng được chọn trước đó.
- Người này sẽ cho đi một nửa số tiền của mình (làm tròn xuống) cho **một người hàng xóm (bên trái hoặc bên phải)*.
- Mỗi người chỉ được chia tiền một lần duy nhất.

Với mỗi người chơi i, tính giá trị f(i) — **số tiền tối đa mà người đó có thể nhận được**, sau một số lượng vòng chơi nào đó *(hoặc không có vòng nào)*.

- $\red ilde ilde$
 - Với mỗi i, bạn cần xét cách tối ưu để **người chơi số** i nhận **nhiều tiền nhất**, không cần đồng thời tối ưu cho người khác.

Input

- Dòng đầu: số nguyên $T~(1 \leq T \leq 5 \cdot 10^5)$ số test case.
- Mỗi test gồm:
 - Dòng 1: số nguyên n số người chơi.
 - Dòng 2: n số nguyên $a_0, a_1, ..., a_{n-1}$ số tiền ban đầu của từng người.
- lacksquare Tổng tất cả n trong các test không vượt quá $5\cdot 10^5$.

📥 Output

• Với mỗi test case, in một dòng gồm n số: f(0), f(1), ..., f(n-1)



Input

```
3
5
2 1 4 3 5
5
5
2 1 3 1 2
1
1000000000
```

Output

```
6 5 7 8 8
4 4 5 4 4
1000000000
```

☆ Tóm tắt

- Mỗi người chơi chỉ được chia tiền đúng 1 lần cho 1 hàng xóm.
- Với mỗi người chơi i, muốn tìm cách bố trí sao cho **tổng tiền của** i đạt **giá trị lớn nhất có thể**:
 - Giữ lại tiền gốc của mình.
 - Nhận tối đa 1 lần từ **trái** (nếu người trái chưa chia cho ai khác).
 - Nhận tối đa 1 lần từ phải.

Với người chơi i:

$$f(i) = a_i + \max\left(\left\lfloorrac{a_{(i-1+n)\%n}}{2}
ight
floor, \, \left\lfloorrac{a_{(i+1)\%n}}{2}
ight
floor
ight)$$

Bạn có muốn mình viết code Python hoặc C++ mẫu cho bài này không?

Bài G. Yelkrab

Giới hạn thời gian: 2 giây

H Giới hạn bộ nhớ: 1024 MB

Đề bài (dịch tiếng Việt)

Một kỳ thi lập trình đặc biệt dành cho... **heo** (Piggy) sắp diễn ra! Trong kỳ thi này có **n track thi đấu**, track thứ k yêu cầu **đúng** k **thí sinh mỗi đội**.

Bạn có **n chú heo**, mỗi chú heo có một cái tên s_i (chữ thường, không rỗng). Mỗi **đội thi** phải gồm đúng k chú heo có tên từ danh sách ban đầu.

💥 Cách tính điểm:

- Điểm của một đội: độ dài prefix chung dài nhất giữa các tên heo trong đội.
- Điểm của trường: tổng điểm của các đội.
- Mỗi heo chỉ tham gia tối đa 1 đội.

🚆 Yêu cầu

Với mỗi test, bạn cần tính:

Với mỗi
$$1 \leq i \leq n, ext{ tính } igoplus_{j=1}^i \left(f(i,j) imes j
ight)$$

Trong đó:

- f(i,j): điểm cao nhất trường có thể đạt được nếu chỉ dùng **i heo đầu tiên**, lập thành các **đội size đúng** j.
- igoplus igoplus: phép XOR giữa các giá trị f(i,j) imes j

Input

- Dòng đầu: số nguyên T số test case.
- Mõi test gồm:
 - Một dòng: số nguyên n
 - ullet n dòng tiếp theo: mỗi dòng là chuỗi tên s_i

✓ Ràng buộc:

- Tổng n của tất cả test $\leq 5 \cdot 10^5$
- Tổng độ dài tất cả tên $\leq 10^6$

Output

• Với mỗi test, in ra n số nguyên, cách nhau bởi khoảng trắng

ullet Số thứ i: là kết quả XOR từ j=1 đến j=i của f(i,j) imes j

📌 Ví dụ

Input

```
2
5
aa
ab
ab
ac
d
1
aaaaa
```

Output

```
2 6 1 9 8
5
```

Tóm tắt

- Mỗi track yêu cầu đội có size = số track.
- Cần chia các heo thành các nhóm đúng size và không trùng nhau.
- Mỗi nhóm có điểm là prefix chung dài nhất của tên các heo trong nhóm.
- Với i heo đầu tiên, tìm tất cả chia nhóm size j tối đa và tính tổng điểm tốt nhất có thể.

- XOR tất cả f(i,j) imes j với $1 \leq j \leq i$

Bạn có muốn mình phân tích hướng giải thuật chi tiết và viết code C++ hoặc Python mẫu cho bài này không?

Bài H. Mạt chược (Mah-jong)

Giới hạn thời gian: 3 giây

💾 Giới hạn bộ nhớ: 1024 MB

🖶 Đề bài (dịch tiếng Việt)

Gọi một **multiset** (tập có thể lặp phần tử) s gồm các số nguyên dương là:

- ullet Pong nếu $s=\{x,x,x\}$ với một số nguyên dương x
- Chow nếu $s=\{x,x+1,x+2\}$ với một số nguyên dương x

Một multiset được gọi là **Mahjong** nếu nó có thể được **chia** thành **vài tập Pong và vài tập Chow** (có thể không có tập nào).

o Nhiệm vụ

Bạn được cho một mảng số nguyên $a_1,a_2,...,a_n$ với $1\leq a_i\leq 8$. Hãy đếm số lượng **đoạn con liên tiếp** [l,r] (với $1\leq l\leq r\leq n$) sao cho tập các phần tử từ a_l đến a_r tạo thành một **Mahjong**.

Input

- Dòng đầu: số nguyên T- số lượng test.
- Với mỗi test:
 - Dòng đầu: số nguyên n
 - Dòng thứ hai: n số nguyên $a_1,...,a_n$, với $1 \leq a_i \leq 8$

▼ Ràng buộc:

• Tổng tất cả n trong các test $\leq 10^5$

📥 Output

Với mỗi test, in ra một dòng duy nhất — số đoạn con tạo thành Mahjong.

📌 Ví dụ

Input

```
5
4
1 1 1 1
6
1 2 3 1 2 3
7
6 5 8 7 6 3 2
8
1 2 1 2 1 2 1 3
9
2 2 4 4 1 1 1 3 3
```

Output

2

5

1

3

2

🦙 Tóm tắt

- Một đoạn là **Mahjong** nếu tập con các phần tử từ a_l đến a_r **có thể chia** thành nhiều **Pong** hoặc **Chow**.
- Mỗi tập con có độ dài chia hết cho 3 (vì mỗi tổ hợp là 3 phần tử).
- Vì $a_i \in [1..8]$, ta có thể dùng **quy hoạch động (DP)** trên tần số xuất hiện từ $1 \to 8$ để thử tất cả các cách chia.

Bạn muốn mình giải thích thuật toán chi tiết và viết code Python/C++ cho bài này chứ?

🔋 Bài I. Ma Meilleure Ennemie

Giới hạn thời gian: 1.5 giây

💾 Giới hạn bộ nhớ: 1024 MB

Đề bài (dịch tiếng Việt)

Ekko đang bị phân thân vì thiết bị Z-Drive khiến có tới **n Ekko** trong vũ trụ hiện tại. Heimerdinger muốn gửi họ về đúng **m vũ trụ** có sẵn, theo một thuật toán phân chia đặc biệt.

🌼 Quy trình phân chia vũ trụ

- 1. Ban đầu tất cả **n Ekko** trong **1 nhóm**.
- 2. Heimerdinger chọn một số nguyên **x** từ 1 đến m, gọi là **số tốt** nếu:
 - ullet Với mọi Ekko i trong nhóm, thì Ekko $(i+x) \mod n$ cũng phải ở trong nhóm.
- 3. Với số tốt x, chia nhóm thành các **nhóm tạm thời** sao cho:
 - Nếu Ekko i trong nhóm tạm, thì $(i+x) \mod n$ cũng ở trong đó.
 - Cách chia phải là cách cho số nhóm tạm thời lớn nhất có thể.
- 4. Nếu nhóm chỉ chia được ra **1 nhóm duy nhất**, thì:
 - Gửi tất cả Ekko trong nhóm về **vũ trụ** x.
- 5. Ngược lại, tiếp tục lặp lại bước trên **với từng nhóm tạm thời mới**.

o⁴ Yêu cầu

Tính xem có bao nhiều cách khác nhau để phân các Ekko về các vũ trụ, theo quy trình trên, modulo 998244353.

Hai kết quả được coi là **khác nhau** nếu **tồn tại ít nhất một Ekko** được gửi về **hai vũ trụ khác nhau** trong hai cách.

Input

• Một dòng chứa 2 số nguyên n,m với $1 \leq n,m \leq 10^{18}$

Output

• Một số nguyên: **số lượng cách phân chia khác nhau**, mod 998244353

📌 Ví dụ

Input

4 4

Output

6

🦙 Tóm tắt thuật toán

Đây là một bài toán **phân tích nhóm và quay vòng** (modulo) với bài toán phân nhóm quay đều theo modulo n.

Ý tưởng chính:

- Mỗi số tốt x phải chia n, tức là $n \mod x = 0$
- Với mỗi x chia hết n, số nhóm tạm thời sẽ là $\gcd(n,x)$

 Mỗi cách chia sẽ tạo ra cây phân rã, đệ quy theo nhóm con → tổ hợp chia và số gốc sinh.

📌 Cốt lõi là:

Số kết quả khác nhau = $\sum_{d|n} \phi(d) \cdot m^{n/d} \mod 998244353$ Trong đó:

- d là ước của n
- $\phi(d)$ là Euler's totient function
- $ullet m^{n/d}$: số cách gán vũ trụ cho nhóm gốc

Bạn muốn mình cài thuật toán này bằng Python và giải ví dụ mẫu chứ?

Bài J. Reconstruction - Tái dựng cây

Giới hạn thời gian: 3 giây
Giới hạn bộ nhớ: 1024 MB

Đề bài (dịch tiếng Việt)

Ban được cho:

- Một cây ban đầu T1 với n đỉnh.
- Một mảng `a[1..n]`, ban đầu bằng 0.
- Bạn sẽ thực hiện n lần thao tác để xây dựng cây mới T2, như sau:

Quy trình xây dựng cây T2 từ T1

- 1. Chọn một đỉnh x chưa bị xóa khỏi T1.
- 2. Gán `a[x]` là cha của `x` trong cây mới T2 (nếu `a[x] = 0` thì `x` là gốc).
- 3. **Với mọi đỉnh `y` còn kết nối với `x` trong T1**, ta gán `a[y] = x`. Tức là sau khi x bị xóa, tất cả hàng xóm của x sẽ chọn x làm cha.
- 4. Xóa `x` và các cạnh nối với `x` ra khỏi T1.

Lặp lại **n lần**, mỗi lần xóa một đỉnh → bạn có được cây T2 thông qua mảng cha `a`.

o⁴ Yêu cầu

Bạn được cho một cây khác **T** (gồm n đỉnh), **không biết gốc**, và bạn cần xác định:

• Với mỗi đỉnh $u \in [1..n]$, nếu gốc cây ${\bf T}$ là u, thì cây ${\bf T}$ có thể được tạo từ ${\bf T}{\bf 1}$ thông qua quy trình trên không?

In ra một chuỗi nhị phân dài n:

- Ký tự thứ i là `'1'` nếu i là gốc hợp lệ ightarrow cây T có thể tạo được từ T1.
- Ngược lại là `'o'`.

Input

- Dòng 1: n số đỉnh của cây
- ullet n-1 dòng tiếp theo: cạnh của cây **T1**
- ullet n-1 dòng sau đó: cạnh của cây ${f T}$

☑ Bảo đảm: cả hai tập cạnh tạo thành cây hợp lệ.

a Output

• Một dòng gồm chuỗi nhị phân dài n, ký tự thứ i là `'1'` nếu đỉnh i có thể là gốc của cây T hợp lệ tạo từ T1.

📌 Ví dụ

Input

3 1 2 2 3 2 1

Output

1 3

001

Input

6
1 3
3 4
3 6
4 5
5 2
1 3
1 4
4 5

5 2

3 6

Output

010110

🦙 Tóm tắt ý tưởng giải

Trực giác:

- Bạn có thể coi quá trình xóa các đỉnh trong T1 là một phép duyệt ngược, và
 xây T2 theo thứ tự xóa.
- Vì mỗi thao tác chọn đỉnh x rồi đặt `a[x]` làm cha → đỉnh nào xóa sau cùng sẽ là gốc của T2.

Ý tưởng chính:

- Gán thứ tự xóa (reverse) sao cho các đỉnh x bị xóa ngược theo cây T2, bắt đầu từ lá đến gốc.
- 2. Việc tạo được cây T2 từ T1 theo quy tắc chỉ hợp lệ nếu với **từng đỉnh**, khi bị xóa thì các hàng xóm còn lại phải đúng như cách nối trong T.

Thuật toán:

- Chọn thử từng đỉnh làm gốc của T (n ≤ 5e5).
- Với mỗi đỉnh đó:
 - Duyệt cây T từ gốc (DFS/BFS), gán cha `par[u]`.
 - Duyệt cây T từ dưới lên, với mỗi đỉnh `u`, kiểm tra xem các hàng xóm `v` trong T1 đã được xét chưa, nếu chưa thì `a[v] = u` hợp lệ không?

- Cần cấu trúc dữ liệu để mô phỏng xóa đỉnh khỏi T1 theo thứ tự post-order duyệt cây T.
- \rightarrow Tổng thời gian tối ưu: $O(n \log n)$

Bạn muốn mình cài thuật toán này bằng Python/C++ mẫu không?

Bài K. LR String

Giới hạn thời gian: 2 giây

💾 Giới hạn bộ nhớ: 1024 MB

Đề bài (dịch tiếng Việt)

Bạn có một chuỗi ban đầu chỉ gồm các ký tự `'L'` và `'R'`, gọi là chuỗi gốc s.
Tuy nhiên, người em trai đã **thực hiện một số thao tác** trên chuỗi này, mỗi thao tác là:

- Chọn một ký tự `'L'` (không phải ký tự đầu tiên) → xóa ký tự bên trái của nó.
- Chọn một ký tự `'R'` (không phải ký tự cuối cùng) → xóa ký tự bên phải của nó.

Sau các thao tác đó, chuỗi gốc bị thay đổi thành một chuỗi mới.

or Nhiệm vụ

Cho chuỗi gốc s, và một danh sách gồm q chuỗi nhỏ $t_1,t_2,...,t_q$, bạn cần xác định:

• Mỗi chuỗi t_i có thể là kết quả sau khi thực hiện một chuỗi thao tác (theo quy tắc trên) từ s hay không?

Input

- ullet Dòng đầu: số nguyên T- số lượng test
- Mỗi test gồm:
 - ullet 1 dòng chứa chuỗi s
 - 1 dòng chứa số nguyên q
 - ullet q dòng tiếp theo: mỗi dòng là chuỗi t_i

V Ràng buộc:

- Tổng độ dài các chuỗi s, tổng số chuỗi q, và tổng độ dài các chuỗi t_i trên tất cả các test không vượt quá 10^6

Output

• Với mỗi chuỗi t_i , in `"YES"` nếu có thể là kết quả của thao tác từ s, `"NO"` nếu không.

📌 Ví dụ

Input

2 RRLLRRLL

```
4
LLLLL
LLR
LRLR
R
RLLLLLL
3
LLLLL
RL
```

Output

```
NO
YES
NO
YES
YES
YES
NO
```

🦙 Ý tưởng giải thuật

Đây là một **bài toán kiểm tra subsequence có điều kiện**.

Cách hiểu:

Ta có thể hiểu:

- `'L'` có thể xóa bên trái nó → tức là `'L'` có thể "bảo vệ" ký tự trước nó khỏi bị match vào kết quả.
- `'R'` có thể **xóa bên phải nó** → tức là `'R'` có thể "bảo vệ" ký tự sau nó khỏi bị match.

☑ Quan sát:

Một ký tự của chuỗi kết quả t phải xuất hiện trong chuỗi gốc s theo đúng thứ tự, nhưng:

Một số ký tự của s có thể bị xóa do nằm bên trái một `'L'` hoặc bên phải một
 `'R'`.

→ Thuật toán hợp lý là:

✓ Duyệt từ cuối chuỗi s ngược lên, lưu số `'L'` và `'R'` đã gặp để biết vị trí nào bị xóa.

Sau đó, từ chuỗi đã giữ lại, kiểm tra xem **chuỗi** t có phải là subsequence không.

Bạn có muốn mình cài thuật toán mẫu bằng Python hoặc C++ cho bài này không?

Bài L. Flipping Paths

Giới hạn thời gian: 1 giây

💾 Giới hạn bộ nhớ: 1024 MB

Đề bài (dịch tiếng Việt)

Grammy có một tờ giấy hình chữ nhật kích thước $n \times m$, chia thành các ô vuông đơn vị.

Ban đầu, mỗi ô có màu đen (`w`) hoặc trắng (`B`).

Grammy muốn **tô cho toàn bộ bảng cùng màu** (tất cả ô đen hoặc tất cả ô trắng). Để làm điều đó, cô có thể thực hiện **tối đa 400 lần thao tác**, mỗi thao tác như sau:

- 1. Đặt bút tại $\hat{o}(1,1)$ (góc trên trái).
- 2. Vẽ một đường đi đến ô (n,m) (góc dưới phải), chỉ đi **sang phải ('R') hoặc xuống dưới ('D')**.

- 3. Lật màu tất cả các ô đi qua (đen thành trắng, trắng thành đen).
- 4. Xóa đường đi, và tiếp tục thao tác tiếp theo (nếu cần).

of Nhiệm vụ

- Với mỗi test case, xác định có thể biến toàn bộ bảng về một màu duy nhất sau tối đa 400 thao tác không?
- Néu không thể, in `"no"`.
- Nếu có thể, in:
 - `"YES"`
 - Số thao tác đã dùng
 - Danh sách các đường đi từ (1,1) o (n,m) bằng chuỗi ký tự `' ${f r}$ '` và `' ${f p}$ '`

Input

- ullet Dòng đầu: số test case T
- Với mỗi test:
 - Dòng đầu: hai số nguyên n,m
 - n dòng tiếp theo: mỗi dòng có m ký tự `w` hoặc `**B**`
- ✓ Ràng buộc:
 - $1 \le T \le 500$
 - $1 \leq n, m \leq 200$, $n \cdot m \geq 2$

- Tổng $\sum n \leq 1000$, tổng $\sum m \leq 1000$

🚔 Output

- Với mỗi test case, in:
 - `"No"` nếu không thể
 - "YES" néu có thể, tiếp theo:
 - Số thao tác k
 - k dòng mô tả các đường đi (chuỗi gồm `'R'` và `'D'`, dài đúng n+m-2)

📌 Ví dụ

Input

```
4
3 3
WBB
BWB
BBW
1 5
WWWWW
2 2
BB
BB
BB
BB
H
H
W
```

Output

```
YES
2
RRDD
DDRR
YES
0
YES
0
NO
```

🦙 Tóm tắt cách giải

- Mỗi thao tác giống như "flip XOR" một đường đi trên bảng.
- Tổng số trạng thái có thể biểu diễn bằng vector nhị phân n imes m.
- Nếu số ô khác màu là chẵn (hoặc phù hợp kiểu parity), thường có thể đưa về một màu.
- Với bảng nhỏ (tổng ô ≤ 1000), bạn có thể đơn giản đảo màu từng ô khác màu,
 bằng cách chọn một đường đi có giao với ô đó.

Bạn có muốn mình cài thuật toán Python/C++ mẫu cho bài này không?

Bài M. Godzilla

Giới hạn thời gian: 5 giây
Giới hạn bộ nhớ: 1024 MB

Đề bài (dịch tiếng Việt)

Thành phố Bytetown là một lưới kích thước $n \times m$. Godzilla sẽ **ghé thăm từng ô đúng một lần**.

 $\mathring{\text{O}}$ mỗi ô (i,j), Godzilla có thể:

- Không làm gì, hoặc
- Tiêu tốn năng lượng `e(i,j)` để tấn công một trong hai cách:
 - 1. Horizontal Atomic Breath: tấn công toàn bộ hàng i
 - 2. **Vertical Atomic Breath**: tán công toàn bộ cột j

▲ Mỗi kiểu tấn công chỉ được thực hiện đúng một lần trên mỗi ô (tức là: tại một ô, chỉ thực hiện tối đa 1 trong 2 kiểu tấn công).

o⁴ Yêu cầu

Godzilla muốn mỗi ô được:

- Tấn công bằng Horizontal đúng 1 lần
- Tấn công bằng Vertical đúng 1 lần
- Nghĩa là: ta cần chọn đúng 1 ô mỗi hàng để dùng Horizontal, và 1 ô mỗi cột để dùng Vertical
- → Từ đó tạo nên một **tổ hợp gồm n + m ô tấn công**, không trùng lặp.

✓ Nhiệm vụ

Tìm cách chọn các ô tấn công thoả mãn quy tắc để:

- Tổng **sát thương** (cộng tất cả giá trị d(i,j) tại ô được tấn công) là lớn nhất
- ullet Đồng thời, tổng năng lượng tiêu hao mod 4 = k với $k \in \{0,1,2,3\}$

ightharpoonup In ra **4 dòng**, mỗi dòng là đáp án tối đa khi năng lượng tổng chia 4 dư 0,1,2,3. Nếu không có cách nào thỏa mãn, in `-1`.

Input

- Dòng đầu: $n,m~(2\leq n,m\leq 75)$
- n dòng tiếp theo: ma trận d (sát thương)
- n dòng tiếp theo: ma trận e (năng lượng)

📌 Ví dụ

Input

- 2 2
- 1 2
- 3 4
- 2 1
- 0 3

Output

- -1
- -1
- 10
- -1

Input

```
3 3
1 2 3
4 5 6
7 8 9
2 1 0
0 3 2
1 2 1
```

Output

```
35
38
37
36
```

🦙 Tóm tắt hướng giải

- Chọn một ô trên mỗi hàng để đánh horizontal → chọn `n` ô.
- Chọn một ô trên mỗi cột để đánh vertical → chọn `m` ô.
- Mỗi ô được phép được chọn tối đa một lần cho một trong hai kiểu tấn công → các chọn này không giao nhau.

🔷 Ý tưởng:

- Duyệt tất cả cách chọn n ô (mỗi hàng ${\bf 1}$ ô) cho horizontal
- Với mỗi tổ hợp đó, loại bỏ các ô đã dùng → duyệt tất cả cách chọn 1 ô mỗi cột từ phần còn lại → vertical
- Dùng dynamic programming với modulo 4 để lưu trạng thái theo năng lượng

ullet Trạng thái: $dp[mask][modulo] = max_damage$

🔧 Kỹ thuật:

- Tổng số cách chọn nhỏ hơn 2^{n+m} nếu ta gói theo trạng thái ightarrow khả thi với $n+m \leq 150$
- Tối ưu bằng bitmasking, memoization, pruning theo modulo

Bạn có muốn mình viết code Python hoặc C++ mẫu cho bài này không?