

universal cup 3 stage 28 : Haidian Huangzhuang

Created: 4/27/2025 22:48

Updated: 4/27/2025 22:56

Exported: 4/27/2025 22:57

Bài A. Chiến Binh Sắt (Iron Warrior)

Đề bài:

Bạn đang chơi một trò chơi thẻ bài. Ban đầu, chồng rút bài (draw pile) của bạn trống rỗng, và bạn có 4 lá bài trên tay: **Rage**, **Shrug It Off**, **Pommel Strike**, và **Body Slam**. Mỗi khi bạn chơi một lá bài từ tay, lá đó sẽ được đưa vào chồng rút bài sau khi áp dụng hết hiệu ứng của nó.

Hiệu ứng của các lá bài:

- **Rage**: Thẻ kỹ năng (Skill); tốn 0 năng lượng. Sau mỗi lần bạn chơi một thẻ tấn công (Attack), bạn nhận được 5 giáp (block). Hiệu ứng này *cộng dồn* (nếu bạn đã chơi 2 lá Rage, mỗi lá tấn công sau đó cho bạn 10 giáp).
- **Shrug It Off**: Thẻ kỹ năng; tốn 1 năng lượng. Nhận 11 giáp và rút thêm 1 lá bài.
- **Pommel Strike**: Thẻ tấn công; tốn 1 năng lượng. Gây 10 sát thương và rút thêm 2 lá bài.
- **Body Slam**: Thẻ tấn công; tốn 0 năng lượng. Gây sát thương bằng đúng lượng giáp bạn đang có (gây sát thương trước, rồi mới tính giáp cộng thêm từ Rage).

Quy tắc rút bài:

- Khi rút bài, nếu số lượng bài cần rút lớn hơn hoặc bằng số bài trong chồng rút, bạn rút hết số bài đó vào tay.
- Ngược lại, bạn rút ngẫu nhiên đúng số lượng cần từ chồng rút.

Nhiệm vụ:

Với số năng lượng ban đầu là **n** , hãy tính lượng **sát thương tối đa bạn chắc chắn có thể gây ra** (dù cho việc rút bài ra sao).

Tóm tắt:

- Có 4 lá bài: Rage (tăng giáp khi đánh), Shrug It Off (tăng giáp + rút bài), Pommel Strike (gây sát thương + rút bài), Body Slam (gây sát thương bằng lượng giáp).
 - Mỗi lá bài đã chơi sẽ vào lại chồng rút bài.
 - Phải tìm **sát thương tối đa đảm bảo gây ra** với **n năng lượng**.
-

Input:

- Một số nguyên duy nhất n ($1 \leq n \leq 10^{18}$) — số năng lượng ban đầu.

Output:

- Một số nguyên duy nhất — lượng sát thương tối đa chắc chắn có thể gây ra.
-

Ví dụ:

Input	Output
1	20
3	72
4	105

Bài B. Little, Cyan, Fish!

Đề bài:

Bạn có một bàn cờ kích thước $n \times n$, với các ô được đánh số từ 1 đến n theo cả hàng và cột. Tọa độ của ô nằm ở cột thứ i và hàng thứ j là (i, j) . Bây giờ, bạn cần thực hiện q thao tác tô màu trên bàn cờ.

Có ba loại thao tác tô màu:

- **Little Sign (Dấu Little):** Tô một đoạn thẳng nằm ngang. Cụ thể, cho hai ô (x_1, y_1) và (x_2, y_2) , đảm bảo $y_1 = y_2$, bạn sẽ tô tất cả các ô từ (x_1, y_1) đến (x_2, y_2) (bao gồm cả hai đầu).
- **Cyan Sign (Dấu Cyan):** Tô một đoạn thẳng thẳng đứng. Cụ thể, cho hai ô (x_1, y_1) và (x_2, y_2) , đảm bảo $x_1 = x_2$, bạn sẽ tô tất cả các ô từ (x_1, y_1) đến (x_2, y_2) .
- **Fish Sign (Dấu Fish):** Tô một đoạn thẳng chéo (đường chéo chính). Cụ thể, cho hai ô (x_1, y_1) và (x_2, y_2) , đảm bảo $x_2 - x_1 = y_2 - y_1$, bạn sẽ tô tất cả các ô từ (x_1, y_1) đến (x_2, y_2) .

Sau khi thực hiện xong tất cả các thao tác tô màu, bạn cần tính tổng giá trị:

$$\sum (a_x \cdot b_y)$$

với tất cả các ô (x, y) **được tô cả ba loại dấu** (Little, Cyan, Fish). Kết quả lấy modulo 998244353.

Input:

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên n và q ($1 \leq n, q \leq 10^5$) — kích thước bàn cờ và số thao tác tô màu.
- Dòng thứ hai chứa n số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n ($0 \leq a_i < 998244353$).

- Dòng thứ ba chứa n số nguyên b_1, b_2, \dots, b_n ($0 \leq b_i < 998244353$).
- Mỗi dòng trong số q dòng tiếp theo chứa bốn số nguyên x_1, y_1, x_2, y_2 — tham số cho thao tác tô màu.

Output:

- In ra một số nguyên — tổng cần tìm, modulo 998244353.
-

Ví dụ:

Input	Output
5 3	9
1 2 3 4 5	
1 2 3 4 5	
1 3 5 3	
3 5 3 1	
5 5 1 1	

Tóm tắt:

- Bàn cờ $n \times n$.
- Có 3 loại thao tác: tô ngang (Little), tô dọc (Cyan), tô chéo (Fish).

- Sau khi tô xong, tìm tổng $a_x \cdot b_y$ của các ô được tô cả ba loại dấu.

Bài C. Tiền Tệ (Currency)

Đề bài:

Cho một lưới kích thước $2 \times n$, bạn cần di chuyển từ ô góc trên bên trái $(1, 1)$ đến ô góc dưới bên phải $(2, n)$. Mỗi cạnh trên lưới có trọng số, ngoài ra còn có thêm m ràng buộc bổ sung.

Mỗi ràng buộc gồm ba số nguyên i, j , và c , có ý nghĩa sau:

- Nếu bạn **đồng thời** đi qua hai cạnh:
 - Cạnh từ $(1, i)$ đến $(1, i + 1)$.
 - Cạnh từ $(2, j)$ đến $(2, j + 1)$.

thì bạn phải chịu thêm một **khoản phí phụ** là c .

Yêu cầu: Tìm tổng trọng số nhỏ nhất của đường đi từ $(1, 1)$ đến $(2, n)$, **bao gồm cả phí phụ nếu có**.

Input:

- Dòng đầu chứa hai số nguyên n và m ($1 \leq n \leq 500, 1 \leq m \leq 1000$) — số cột của lưới và số ràng buộc.
- Dòng tiếp theo chứa $n - 1$ số nguyên — trọng số các cạnh **nằm ngang hàng trên** từ $(1, i)$ đến $(1, i + 1)$.
- Dòng tiếp theo chứa n số nguyên — trọng số các cạnh **nối giữa hai hàng** tại cột i từ $(1, i)$ đến $(2, i)$.

- Dòng tiếp theo chứa $n - 1$ số nguyên — trọng số các cạnh **nằm ngang hàng dưới** từ $(2, i)$ đến $(2, i + 1)$.
- Mỗi dòng trong m dòng tiếp theo chứa ba số nguyên i, j , và c — mô tả ràng buộc ($1 \leq i, j < n$; $1 \leq c \leq 10^9$).

Output:

- In ra một số nguyên duy nhất — tổng trọng số nhỏ nhất có thể đạt được.

Ví dụ:

Input	Output
5 2	13
2 3 5 2	
6 1 2 1 1	
1 2 4 2	
1 4 4	
2 3 1	

Tóm tắt:

- Lưới $2 \times n$ với trọng số các cạnh ngang và dọc.



- Có các ràng buộc **phí phụ** khi đi qua hai cạnh nhất định cùng lúc.
- Tìm **tổng trọng số tối thiểu** từ $(1, 1)$ đến $(2, n)$.

Bài D. Vấn Đề Nổi Tiếng (Widely Known Problem)

Đề bài:

Bạn được cho một chuỗi **s** độ dài **n** gồm các chữ cái thường trong bảng chữ cái tiếng Anh (a-z). Các ký tự trong chuỗi **s** được đánh số từ 1 đến **n**.

Ngoài ra, bạn còn có **m mẫu** (patterns), mỗi mẫu được xác định bởi hai chỉ số *tli* và *tri*, biểu diễn một đoạn con trong chuỗi **s**: $s[tli..tri]$.

Tiếp theo, có **q truy vấn**. Mỗi truy vấn gồm hai chỉ số *qli* và *qri*, yêu cầu bạn đếm có bao nhiêu **mẫu** xuất hiện ít nhất một lần trong đoạn con $s[qli..qri]$.

Input:

- Dòng đầu chứa ba số nguyên n , m , và q ($1 \leq n \leq 4 \cdot 10^5$; $1 \leq m, q \leq 10^6$) — độ dài chuỗi, số lượng mẫu, và số lượng truy vấn.
- Dòng tiếp theo chứa chuỗi **s** gồm **n** ký tự.
- **m** dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên *tli* và *tri* ($1 \leq tli \leq tri \leq n$) — đoạn con dùng làm mẫu.
- **q** dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên *qli* và *qri* ($1 \leq qli \leq qri \leq n$) — đoạn con cần kiểm tra trong truy vấn.

Output:

- In ra **q dòng**, mỗi dòng là số lượng mẫu xuất hiện ít nhất một lần trong đoạn con tương ứng.

Ví dụ:

Input	Output
5 2 2	1
abaab	2
3 4	
4 5	
2 4	
1 5	

Giải thích:

- **Chuỗi s**: "abaab".
- **Mẫu 1**: $s[3..4] = "aa"$.
- **Mẫu 2**: $s[4..5] = "ab"$.
- Truy vấn 1: đoạn $s[2..4] = "baa"$ chứa mẫu "aa" (mẫu 1) → kết quả là 1.
- Truy vấn 2: đoạn $s[1..5] = "abaab"$ chứa cả "aa" và "ab" → kết quả là 2.

Tóm tắt:

- Cho chuỗi **s** và **m mẫu** là các đoạn con trong **s**.
- Với mỗi **q truy vấn**, đếm số mẫu xuất hiện ít nhất một lần trong đoạn con được chỉ định.

Bài E. Uống Nhẹ và Hát Thấp (Light Drinking and Low Singing)

Đề bài:

Bạn có một **dãy nhị phân** độ dài **n**, và cần thực hiện **q thao tác** trên dãy này. Có ba loại thao tác:

- Loại 1:** Với đoạn từ $[l, r]$, **đồng thời** đổi tất cả các cặp liên kề **01** thành **10**.
- Loại 2:** Với đoạn từ $[l, r]$, **đồng thời** đổi tất cả các cặp liên kề **10** thành **01**.
- Loại 3:** Với đoạn từ $[l, r]$, đếm số lượng số **1** trong đoạn đó.

Input:

- Dòng đầu chứa hai số nguyên n và q ($1 \leq n \leq 2 \cdot 10^6; 1 \leq q \leq 2.5 \cdot 10^5$).
- Dòng tiếp theo chứa một **chuỗi nhị phân** độ dài **n**.
- q dòng tiếp theo**, mỗi dòng chứa ba số nguyên t, l, r :
 - t là loại thao tác ($1 \leq t \leq 3$).
 - $[l, r]$ là đoạn thao tác ($1 \leq l \leq r \leq n$).

Output:

- Với mỗi thao tác **loại 3**, in ra một dòng chứa số lượng số **1** trong đoạn chỉ định.

Ví dụ:

Input	Output
10 10	2
0011101100	1
2 5 9	3
3 2 5	3
1 1 10	4
1 1 5	
3 4 6	
1 2 5	
2 4 9	
3 5 10	
3 2 7	
3 1 8	

Giải thích:

- Dãy ban đầu: ``0011101100``

- Thao tác 2 (4-9): đổi **10** thành **01** trong đoạn [5,9].
 - Truy vấn 3 (2-5): đếm số **1** trong đoạn [2,5].
-

Tóm tắt:

- Dãy nhị phân **n** phần tử.
- Có 3 loại thao tác:
 1. Đổi **01** thành **10**.
 2. Đổi **10** thành **01**.
 3. Đếm số lượng **1** trong đoạn.
- Cần xử lý tối ưu với **n** và **q** lớn.

Bài F. Vấn Đề Rác (Trash Problem)

Đề bài:

Bạn được cho một **lưới vuông kích thước** $n \times n$, mỗi ô có màu **đen (0)** hoặc **trắng (1)**.

Nhiệm vụ của bạn là **đếm số lượng hình chữ nhật** trong lưới thỏa mãn điều kiện sau:

- **Tất cả các ô trắng bên trong hình chữ nhật** có thể được **phủ chính xác bằng các hình vuông 2×2 không chồng lấp nhau**.
- **Không ô đen nào bị phủ bởi các hình vuông 2×2 đó**.
- Mỗi hình vuông 2×2 phải **nằm hoàn toàn bên trong hình chữ nhật**.

Lưu ý: Các hình chữ nhật **không chứa ô trắng nào** cũng được tính là hợp lệ.

Input:

- Dòng đầu chứa số nguyên n ($1 \leq n \leq 300$) — kích thước lưới.
 - n dòng tiếp theo, mỗi dòng là một chuỗi độ dài n gồm các ký tự '0' hoặc '1' — mô tả trạng thái các ô trên lưới.
-

Output:

- In ra một số nguyên duy nhất — số lượng hình chữ nhật thỏa mãn điều kiện.
-

Ví dụ:

Input	Output
4	17
0110	
0110	
1111	
1111	

Giải thích:

- Trong ví dụ, có 17 hình chữ nhật khác nhau thỏa mãn yêu cầu.
 - Các hình chữ nhật không có ô trắng nào cũng được tính.
-

Tóm tắt:

- Cho lưới **đen trắng** kích thước $n \times n$.
- Đếm số hình chữ nhật sao cho:
 - **Các ô trắng** được phủ hoàn toàn bằng các hình vuông **2x2** không chồng lấp.
 - **Không phủ lên ô đen.**
 - **Các hình vuông 2x2** phải nằm **gọn trong hình chữ nhật**.

Bài G. Phân Tích (Analysis)

Đề bài:

Cho một **cây vô hướng** gồm **n đỉnh**. Little Q muốn **xóa tất cả các cạnh** của cây.

Ban đầu, Little Q chọn một đỉnh bắt đầu. Trong mỗi thao tác, anh ta có thể:

1. **Chọn một cạnh** **kề chưa bị xóa**, di chuyển qua nó và **xóa cạnh đó** (miễn phí).
2. **Trả phí A** để **khôi phục một cạnh đã xóa**.
3. **Trả phí B** để **dịch chuyển (teleport)** đến bất kỳ đỉnh nào.

Yêu cầu: Tìm **tổng chi phí tối thiểu** để **xóa toàn bộ các cạnh** của cây.

Input:

- Dòng đầu chứa ba số nguyên n , A , và B ($1 \leq n \leq 5 \cdot 10^5; 1 \leq A, B \leq 10^9$) — số đỉnh, chi phí khôi phục cạnh, và chi phí teleport.
- **$n-1$ dòng** tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên u, v ($1 \leq u, v \leq n$) — mô tả một cạnh của cây.

Output:

- In ra một số nguyên — **tổng chi phí tối thiểu** để xóa toàn bộ các cạnh.

Ví dụ:

Input	Output
5 100 1000	0
1 2	
2 3	
3 4	
4 5	
5 100 200	100
1 2	
1 3	
2 4	
2 5	

Giải thích:

- **Ví dụ 1:** Cây là một đường thẳng. Little Q chỉ cần di chuyển dọc theo cây để xóa tất cả các cạnh, **không cần teleport hay khôi phục cạnh** → chi phí 0.
 - **Ví dụ 2:** Cây là một nhánh. Little Q có thể phải teleport để tiết kiệm thời gian hơn so với khôi phục cạnh, với chi phí nhỏ nhất là **100**.
-

Tóm tắt:

- Cây vô hướng **n đỉnh**.
- Little Q có thể:
 - Di chuyển qua cạnh kề và xóa cạnh (**miễn phí**).
 - Khôi phục cạnh đã xóa (**mất phí A**).
 - Teleport đến đỉnh bất kỳ (**mất phí B**).
- Tìm **chi phí tối thiểu** để xóa hết các cạnh.

Bài H. Đại số (Algebra)

Đề bài:

Xây dựng một cây theo cách sau:

- Gốc cây là đỉnh **1**.
- Với mỗi đỉnh **i** từ **2** đến **n** , chọn **ngẫu nhiên một đỉnh p** từ **1** đến **$i-1$** và nối **p** làm cha của **i** .

Gọi:

- s_u là **kích thước của cây con** tại đỉnh u .
- $f_u = s_u^k$ (tức là lũy thừa bậc k của kích thước cây con tại u).

Yêu cầu: Với mỗi đỉnh u , tính **kỳ vọng (expected value)** của f_u , sau đó in ra:

$$p \cdot q^{-1} \mod M$$

trong đó:

- p/q là giá trị kỳ vọng đã được rút gọn (q nguyên tố cùng nhau với M).
- q^{-1} là **nghịch đảo modular** của q theo modulo M .

Input:

- Một dòng gồm ba số nguyên n , k , và M :
 - n ($1 \leq n \leq 10^5$) — số lượng đỉnh.
 - k ($1 \leq k \leq 200$) — số mũ.
 - M ($10^8 \leq M \leq 10^9 + 7$) — số nguyên tố.

Output:

- In ra **n số nguyên**, mỗi số là kết quả $p \cdot q^{-1} \mod M$ cho từng đỉnh.

Ví dụ:

Input	Output
3 1 1000000007	3 500000005 1
3 2 998244353	9 499122179 1

Giải thích:

- Dữ liệu cây được sinh **ngẫu nhiên**, do đó kỳ vọng các giá trị cần được tính toán qua xác suất.
- Kết quả in ra là **kỳ vọng** của s_u^k với mỗi đỉnh, dạng số nguyên theo công thức yêu cầu.

Tóm tắt:

- Sinh cây ngẫu nhiên từ **1 đến n**.
- Tính **kỳ vọng** $E[s_u^k]$ với mỗi đỉnh u .
- Kết quả in ra theo dạng:

$$p \cdot q^{-1} \mod M$$

Bài I. Hai mươi hai (Twenty-two)

Đề bài:

Cho một **dãy số** có độ dài **n**: a_1, a_2, \dots, a_n .

Có **q thao tác** được thực hiện trên dãy số này. Mỗi thao tác thuộc một trong hai loại:

1. **Loại 1:** Cho số c , **gán** $a_i = \min(a_i, c)$ với mọi $1 \leq i \leq n$.
2. **Loại 2:** Cho đoạn $[\ell, r]$ và số c , **gán** $a_i = \max(a_i, c)$ với mọi $\ell \leq i \leq r$.

Mỗi thao tác được thực hiện đúng **một lần**, nhưng **thứ tự thực hiện có thể tùy ý** (tổng cộng có $q!$ cách sắp xếp thứ tự).

Yêu cầu: Đếm **số lượng dãy kết quả khác nhau** có thể tạo ra sau khi thực hiện tất cả thao tác theo mọi thứ tự, **lấy modulo 998244353**.

Input:

- Dòng đầu chứa ba số nguyên n, m , và k ($1 \leq n, m, k \leq 150$):
 - n : độ dài dãy số.
 - m : số thao tác **loại 1**.
 - k : số thao tác **loại 2**.
- Dòng tiếp theo chứa **n số nguyên** a_1, a_2, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq n$) — dãy ban đầu.
- Dòng tiếp theo chứa **m số nguyên** — tham số c cho từng thao tác **loại 1**.
- **k dòng tiếp theo**, mỗi dòng chứa ba số nguyên ℓ, r, c — tham số cho từng thao tác **loại 2**.

Output:

- In ra một số nguyên dương — **số lượng dãy kết quả khác nhau** sau khi áp dụng tất cả thao tác, **lấy modulo 998244353**.

Ví dụ:

Input	Output
5 2 2	6
4 1 3 5 2	
2 4	
1 3 3	
2 5 5	

Giải thích:

- Dãy ban đầu: $[4, 1, 3, 5, 2]$.
- Có **2 thao tác loại 1** (min toàn dãy với 2 và 4).
- Có **2 thao tác loại 2**:
 - Thao tác 1: max đoạn $[1, 3]$ với 3.
 - Thao tác 2: max đoạn $[2, 5]$ với 5.
- Áp dụng các thao tác theo nhiều thứ tự khác nhau có thể tạo ra **6 dãy kết quả khác nhau**.

Tóm tắt:

- Cho dãy **n số**, thực hiện **m thao tác min toàn dãy** và **k thao tác max trên đoạn** theo **thứ tự bất kỳ**.

- Tìm **số lượng dãy kết quả khác nhau** có thể tạo ra.

Bài J. Yêu Em Một Cách Khiêm Nhường (Loving You in My Humble Way)

Đề bài:

Đây là **bài toán output-only**. Bạn cần xây dựng một **siêu đồ thị 3-đều (3-uniform hypergraph)** thỏa mãn các điều kiện sau:

- Siêu đồ thị có **1893 đỉnh**.
- Có ít nhất **13 244 cạnh** (mỗi cạnh là một tập hợp **3 đỉnh khác nhau**).
- Không chứa bất kỳ cấu trúc **BC2**, **BC3**, hoặc **BC4** nào.

Định nghĩa:

- **3-uniform hypergraph**: Là một đồ thị mà mỗi cạnh kết nối **3 đỉnh khác nhau**.
- **BC_k**: Gồm:
 - **k đỉnh khác nhau** v_1, v_2, \dots, v_k .
 - **k cạnh khác nhau** e_1, e_2, \dots, e_k .
 - Với mỗi i , đỉnh v_i thuộc cả hai cạnh e_i và $e_{(i \bmod k)+1}$.

Input:

- **Không có input.**
-

Output:

- Dòng đầu tiên: Số lượng cạnh m .
- **m dòng tiếp theo:** Mỗi dòng chứa **3 số nguyên** đại diện cho một cạnh (ba đỉnh khác nhau).

Yêu cầu:

- $m \geq 13244$.
- Thứ tự các cạnh và thứ tự các đỉnh trong mỗi cạnh **bất kỳ**.

Ví dụ:

Output

3

1 2 3

3 4 5

5 6 7

(Lưu ý: Ví dụ chỉ minh họa định dạng, không thỏa yêu cầu đề bài.)

Tóm tắt:

- Xây **siêu đồ thị 3-đều** với **1893 đỉnh** và $\geq 13\ 244$ cạnh.
- Không chứa cấu trúc **BC2, BC3, BC4**.



- In ra số cạnh và danh sách các cạnh (mỗi cạnh gồm 3 đỉnh).

Bài K. Cúp của Ying (Ying's Cup)

Đề bài:

Cho một **cây vô hướng** $T = (V, E)$ với **n đỉnh**. Hãy xác định, với mỗi $k = 1, 2, \dots, n$, có bao nhiêu **hoán vị** a_1, a_2, \dots, a_n của các số từ **1 đến n** sao cho **chính xác có k đỉnh là cực tiểu địa phương (local minima)**.

- Một đỉnh u là **cực tiểu địa phương** nếu $a_u < a_v$ với mọi đỉnh kề v (tức là giá trị tại u nhỏ hơn tất cả các đỉnh kề nó).

Input:

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên n ($1 \leq n \leq 500$) — số lượng đỉnh.
- **$n-1$ dòng** tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên x_i, y_i — biểu diễn một cạnh nối giữa hai đỉnh x_i và y_i .

Output:

- In ra **n dòng**, dòng thứ k in ra số lượng hoán vị có **chính xác k đỉnh là cực tiểu địa phương**, lấy **modulo 998244353**.

Ví dụ:

Input	Output
5	28
1 2	54
1 3	38
2 4	0
2 5	0

Giải thích:

- Cây có 5 đỉnh.
- Kết quả liệt kê số lượng hoán vị với **1, 2, ..., 5** cực tiểu địa phương tương ứng.

Tóm tắt:

- Cho một cây **n đỉnh**.
- Đếm số **hoán vị các số từ 1 đến n** sao cho **có đúng k đỉnh là cực tiểu địa phương**.
- In ra kết quả với $k = 1, 2, \dots, n$.