

Russia contest 12

Created: 5/4/2025 22:28

Updated: 5/4/2025 22:31

Exported: 5/4/2025 22:30

Bài A. Truy đuổi Chim Cánh Cụt

 Tên file vào: chuẩn

 Tên file ra: chuẩn



 Giới hạn thời gian: 1 giây

 Giới hạn bộ nhớ: 256 MB


Đề bài (dịch tiếng Việt):

Bruce Wayne đang truy đuổi trợ thủ của Falcone — kẻ có biệt danh là **Chim Cánh Cụt** — trên một mặt phẳng, bằng chiếc Batmobile.

Tuy nhiên, do một vụ nổ, chiếc Batmobile bị hư hại và **chỉ có thể di chuyển theo hai hướng**:

- Tiến **thẳng lên** (trục Oy) 1 đơn vị, tốn a đơn vị nhiên liệu .
- Sang **phải** (trục Ox) 1 đơn vị, tốn b đơn vị nhiên liệu .

Ban đầu, Batmobile ở tọa độ **(0, 0)** và có **f đơn vị nhiên liệu**. Mỗi bước đi đều tiêu tốn nhiên liệu tương ứng. Khi hết nhiên liệu, Batmobile không thể tiếp tục di chuyển.

 Yêu cầu: Với lượng nhiên liệu ban đầu, hãy tính **số lượng điểm nguyên (x, y)** mà Batmobile có thể **đi đến được**.

 Có **t** vũ trụ song song, bạn cần giải bài toán này **cho mỗi vũ trụ** riêng biệt.

Input

- Dòng đầu tiên: số nguyên t — số lượng vũ trụ song song
 $1 \leq t \leq 500$
- t dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa ba số nguyên a , b , f :
 - a : nhiên liệu để đi lên 1 đơn vị
 - b : nhiên liệu để đi phải 1 đơn vị
 - f : lượng nhiên liệu ban đầu
 $1 \leq a, b, f \leq 10^9$

Output

- In ra t dòng, mỗi dòng là một số nguyên — **số lượng điểm nguyên (x, y)** Batmobile có thể đến được trong vũ trụ tương ứng.

Giải thích thêm

Batmobile bắt đầu từ $(0, 0)$. Mỗi điểm đến có dạng (x, y) , với:

- Tổng chi phí để đến (x, y) là: $a*y + b*x$
- Điều kiện: $a*y + b*x \leq f$

Bạn cần đếm tất cả các cặp số nguyên không âm (x, y) thỏa mãn điều kiện trên.

Ví dụ

Input

```
3
3 2 9
1 4 17
1 1 8
```

Output

```
12
50
45
```

Input

```
4
8 1 22
5 5 3
4 2 3
1 1 1
```

Output

```
45
1
2
3
```

Tóm tắt Subtasks

Subtask	Số điểm	Giới hạn bổ sung	Yêu cầu phụ thuộc
1	15	$t \leq 5, a, b, f \leq 10$	Không
2	15	$t \leq 100, a, b, f \leq 100$	Phải hoàn thành subtask 1
3	14	f chia hết cho a và b	Không
4	20	$a > 10^5$	Không
5	18	$a = 1$ với mọi bộ	Không
6	18	Không giới hạn	Phải hoàn thành 1-5

Bạn có muốn mình viết luôn code cho bài này không?

Bài B. Trận Đại Hồng Thủy

 Tên file vào: chuẩn

 Tên file ra: chuẩn

 Giới hạn thời gian: 1 giây

 Giới hạn bộ nhớ: 256 MB

Đề bài (dịch tiếng Việt)

Hệ thống cấp nước tại thành phố Gotham gồm n **hệ thống con**, mỗi hệ thống gồm một số **tháp nước độc lập**.

- Hệ thống con thứ i gồm b_i tháp, mỗi tháp hiện chứa a_i đơn vị nước.

- Mỗi giây, mỗi tháp tăng thêm **1 đơn vị nước**.
- Sau đúng t_i giây**, hệ thống con thứ i **xả nước** xuống cống \Rightarrow **tất cả tháp trong hệ thống đó lập tức về 0 nước** và **ngừng tăng** mãi mãi.

💣 Trước khi bị bắt, tên Riddler đã **gài bom** lên tất cả tháp.
 Khi một tháp bị kích nổ **tại thời điểm $t < t_i$** , lượng nước đổ ra thành phố là $a_i + t$. (Nếu đã bị xả nước hoặc chưa kịp nổ thì sẽ không có nước nào đổ ra).

- Việc nổ một tháp **không ảnh hưởng đến tháp khác** trong cùng hệ thống.
- Mỗi **giây**, Riddler có thể kích nổ **tối đa k tháp** (hoặc ít hơn).

🔍 Mục tiêu:

Hãy tính toán **lượng nước tối đa** có thể **chảy ra đường phố**, nếu Riddler hành động tối ưu.

📁 Input

- Dòng đầu tiên: hai số nguyên n và k
 $1 \leq n \leq 10^5, 1 \leq k \leq 10^9$
 — số hệ thống con, và số tháp có thể kích nổ mỗi giây
- n dòng tiếp theo: mỗi dòng gồm 3 số nguyên t_i, a_i, b_i
 $1 \leq t_i, b_i \leq 10^9, 1 \leq a_i \leq 10^4$
 — thời điểm hệ thống i xả nước, lượng nước ban đầu mỗi tháp, số tháp trong hệ thống đó

📌 **Đảm bảo:** Tổng tất cả $b_i \leq 10^9$

📁 Output

- Một số nguyên duy nhất — **tổng lượng nước tối đa** có thể đổ ra đường phố.

Giải thích thêm

Với mỗi tháp:

- Nếu nổ tại giây t (trước khi bị xả nước), sẽ thu được $a_i + t$ đơn vị nước.
- Nếu không nổ kịp trước t_i , tháp sẽ xả nước về 0 → không thu được gì.

Riddler có thể nổ tối đa k tháp mỗi giây \Rightarrow cần chọn thời điểm **ưu tiên nổ những tháp quan trọng nhất**, sắp xếp thứ tự nổ hợp lý để **thu được nước nhiều nhất**.

Ví dụ

Input

```
3 2
10 3 1
2 2 1
4 1 1
```

Output

```
19
```

Giải thích:

- Từng tháp nổ tại:
 - giây 9: $3 + 9 = 12$

- giây 1: $2 + 1 = 3$
- giây 3: $1 + 3 = 4$
→ Tổng = 19

Input

```
3 1
10 3 7
2 2 3
4 1 1
```

Output

```
69
```

Tóm tắt Subtasks

Subtask	Điểm	Giới hạn thêm	Yêu cầu phụ thuộc
1	10	Tổng số tháp ≤ 5 , $t_i \leq 5$, $k = 1$	Không
2	15	$k = 1$, $b_i = 1$, tất cả t_i khác nhau	Không
3	10	Tất cả t_i giống nhau	Không
4	20	$b_i = 1$ cho mọi i	Subtask 2
5	20	$t_i \leq 10^5$ cho mọi i	Subtask 1
6	25	Không giới hạn	Subtask 1-5

Bạn có muốn mình tiếp tục viết ý tưởng thuật toán và code mẫu cho bài này không?

Bài C. Câu Đố Cứu Mạng

 **Tên file vào:** chuẩn

 **Tên file ra:** chuẩn

 **Giới hạn thời gian:** 1 giây

 **Giới hạn bộ nhớ:** 256 MB

Đề bài (dịch tiếng Việt)

Tên Riddler đã bắt cóc công tố viên quận **Gil Colson**.

Để được tha mạng, Colson cần giải **ba câu đố**, trong đó hai câu đầu đã được Batman giúp giải.

Câu đố cuối cùng lại quá khó, bạn có thể giúp không?

Mô tả câu đố:

1. Riddler có một mảng số nguyên `a` gồm `n` phần tử.
2. Hắn **xoay vòng mảng a sang trái `x` đơn vị**.
→ Nghĩa là: `[a1, a2, ..., an]` trở thành `[ax+1, ax+2, ..., an, a1, ..., ax]`
3. Sau đó, tính mảng mới `b` như sau:
 - Với mỗi chỉ số `i`, ta có:

$$b_i = a_i - a_{(i+x) \bmod n}$$

👉 Riddler chỉ đưa cho Colson mảng b , còn mảng a và giá trị x thì giấu kín. Bạn cần giúp Colson **tìm tất cả giá trị x ($1 \leq x \leq n - 1$) có thể** tạo ra mảng b từ một mảng a nào đó.



Input

- Dòng đầu tiên: số nguyên n ($1 \leq n \leq 10^6$) — độ dài mảng
- Dòng thứ hai: n số nguyên b_1, b_2, \dots, b_n ($|b_i| \leq 10^9$)



Output

- In ra $n - 1$ số nguyên cách nhau bởi dấu cách
 - Số thứ i là 1 nếu tồn tại giá trị $x = i$ **hợp lệ**, và 0 nếu không



Ví dụ

Input

```
3
-2 0 2
```

Output

```
1 1
```

Giải thích:



- Với $x = 1$: có thể tạo mảng $a = [2, 4, 4]$
- Với $x = 2$: có thể tạo mảng $a = [2, 2, 4]$

Input

```
6  
-1 2 -3 -4 4 2
```

Output

```
1 1 0 1 1
```

Input

```
7  
-1 1 -1 1 -1 1 -1
```

Output

```
0 0 0 0 0 0
```

👉 Không tồn tại x nào hợp lệ.

🧠 Ý tưởng thuật toán (tóm tắt)

- Nhận xét: $b_i = a_i - a_{(i+x) \bmod n}$
- Với mỗi x từ 1 đến $n - 1$, kiểm tra xem có tồn tại a nào thỏa mãn hệ phương trình n phương trình theo định nghĩa trên không.

Ta có thể đưa về dạng:

$$a_i - a_{(i+x) \bmod n} = b_i \quad \text{với mọi } i = 0 \rightarrow n - 1$$

Xét chu trình $i \rightarrow (i + x) \% n \rightarrow \dots$, ta được một hệ chu trình tuyến tính. Giải hệ đệ quy này và kiểm tra điều kiện cần để tồn tại nghiệm.

Tóm tắt Subtasks

Subtask	Điểm	Giới hạn bổ sung	Phụ thuộc
1	7	$n \leq 5$, `	b_i
2	8	n là số nguyên tố	Không
3	13	$n = 2^k$ với k nguyên	Không
4	14	Tối đa 10 phần tử $b_i \neq 0$	Subtask 1
5	15	$n \leq 1000$	Subtask 1
6	23	$n \leq 10^5$	Subtask 5
7	20	Không giới hạn	Subtask 1–6

Bạn có muốn mình triển khai luôn hướng giải chi tiết và code Python/C++ cho bài này không?

Bài D. Cái Bẫy Bất Thường

 Tên file vào: chuẩn

 Tên file ra: chuẩn

 Giới hạn thời gian: 2 giây

 Giới hạn bộ nhớ: 256 MB

Đề bài (dịch tiếng Việt)

Tên Riddler đã nghĩ ra một **cái bẫy mới** gồm n phòng, nối với nhau bằng $n - 1$ lối đi, sao cho từ bất kỳ phòng u đến bất kỳ phòng v luôn chỉ có đúng một đường đi.

□ **Thang máy đặc biệt** dùng để di chuyển giữa các phòng:

- Mỗi lần di chuyển qua một lối đi (u, v) làm giảm độ bền thang máy đi w nếu có ít nhất 1 người trong đó.
- Nếu **không chở người**, thang không bị giảm độ bền.
- Thang máy chứa được tối đa b người.

 Có m nhóm người bị nhốt trong bẫy.

Nhóm thứ i có:

- c_i người,
- bắt đầu tại phòng x_i ,
- phải đến phòng y_i .

Mỗi người có thể tạm **xuống giữa đường để chờ** chuyển sau (không cần đi một mạch từ x_i đến y_i).

Riddler muốn **thiết kế lộ trình để tất cả các nhóm đều đến nơi yêu cầu**, sao cho:

“ **Thang máy vừa đủ độ bền để đưa tất cả người đến nơi và bị phá hủy ngay sau đó**

→ Tức là: **tổng độ bền mất là nhỏ nhất có thể**”

Input

- Dòng 1: n m b — số phòng, số nhóm người, sức chứa tối đa thang máy
 $2 \leq n \leq 10^5, 1 \leq m \leq 2 \times 10^5, 1 \leq b \leq 10^9$
- $n - 1$ dòng tiếp theo: mỗi dòng 3 số nguyên u_i v_i w_i — có lối đi giữa phòng u_i và v_i , hao mòn thang máy là w_i nếu có người đi
 $1 \leq u_i, v_i \leq n, 0 \leq w_i \leq 10^4$
(Đảm bảo đồ thị là cây)
- m dòng tiếp theo: mỗi dòng 3 số nguyên x_i y_i c_i — nhóm i bắt đầu từ phòng x_i , cần đến y_i , có c_i người
 $1 \leq x_i, y_i \leq n, 1 \leq c_i \leq 10^9$

Output

- Một dòng duy nhất: **tổng hao mòn tối thiểu** cần thiết để đưa tất cả người về đích và phá hủy thang máy.

Ví dụ

Input

```
4 3 5
3 2 3
3 4 0
4 1 2
1 2 9
2 4 7
3 4 12
```

Output

16

Input

```
7 3 5
2 1 2
3 1 1
3 4 3
3 5 0
5 6 4
5 7 0
2 4 11
1 7 8
4 5 3
```

Output

22

Giải thích thêm

Bài toán yêu cầu:

- Mô phỏng **việc chia nhóm chở người** sao cho:
 - ☒ tất cả đến đúng đích
 - ☒ thang bị hỏng ngay sau khi xong nhiệm vụ
 - ☒ tổng **chi phí di chuyển (hao mòn)** là nhỏ nhất

Điều cần tính:

- Với mỗi lối đi (u, v) , cần biết:
 - Tổng số lượt **người đi qua** đoạn này (trên hành trình từ $x_i \rightarrow y_i$)
 - Mỗi lượt vận chuyển là tối đa b người \rightarrow tính số chuyến
 - Mỗi chuyến chở người qua đoạn đó sẽ làm mất w_i độ bền

Ý tưởng giải bài

1. Gọi $f[u]$ là tổng **số người cần đi qua phòng** u (theo hướng cây)
2. Mỗi nhóm đóng góp $+c$ tại x_i và $-c$ tại y_i
3. Duyệt DFS từ gốc (ví dụ từ 1), cộng dồn các giá trị $f[u]$ dọc xuống cây
4. Mỗi cạnh (u, v) sẽ có số lượng người cần đi qua $= \text{abs}(f[v])$
5. Số lượt đi: $\text{ceil}(\text{abs}(f[v]) / b)$
 \rightarrow Tổng hao mòn $= \text{số'lượt} * w_i$

Tóm tắt Subtasks

Subtask	Điểm	Giới hạn thêm	Phụ thuộc
1	9	$n, m, b \leq 3, c_i \leq 3$	Không
2	14	$n, m, b \leq 50, c_i \leq 50$	Subtask 1
3	10	$n \leq 10^4, c_i \leq 10^4, b = 10^9$	Không
4	16	Mỗi phòng nối với tối đa 2 phòng khác	Không
5	19	$n, m \leq 500$	Subtask 2
6	12	$n \leq 5000$	Subtask 5
7	20	Không giới hạn	Subtask 1-6

Bạn có muốn mình viết code Python hoặc C++ để giải bài này luôn không?