# Masha Gessen

# Perfect Rigor

[A Genius] + [The Mathematical Breakthrough of the Century]

# Thiên tại ky di và đột phá toán học của thế kỷ



NHÀ XUẤT BẢN TRỂ

## Thiên tài kỳ dị và đột phá toán học của thế kỷ



#### Chủ biên

#### PHẠM VĂN THIỀU VŨ CÔNG LẬP NGUYỄN VĂN LIỄN

PERFECT RIGOR: A GENIUS AND THE MATHEMATICAL BREAKTHROUGH OF THE CENTURY
Copyright © 2009 by Masha Gessen
All rights reserved.
Bån tiếng Việt © Nhà xuất bản Trẻ, 2014

BIỂU GHI BIÊN MỤC TRƯỚC XUẤT BẢN DO THƯ VIỆN KHTH TP.HCM THỰC HIỆN General Sciences Library Cataloging-in-Publication Data

#### Gessen, Masha

Thiên tài kỳ dị & đột phá toán học của thế kỷ / Masha Gessen ; Phạm Văn Thiều, Phạm Thu Hằng dịch ; Phạm Văn Thiều ... [và nh.ng. khác] chủ biên. - T.P. Hồ Chí Minh : Trẻ, 2014.

276 tr.; 21 cm.

Nguyên bản: Perfect rigor: a genius and the mathematical breakthrough of the century.

1. Perelman, Grigory, 1966-. 2. Nhà toán học -- Liên bang Nga -- Tiểu sử. 3. Giả thuyết Poincaré. I. Phạm Văn Thiều. II. Phạm Thu Hằng. III. Ts: Thiên tài kỳ dị và đột phá toán học của thế kỷ.

**510.92** -- dc 23

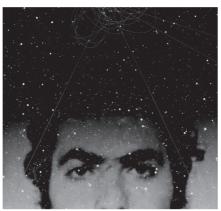
### Masha Gessen

Pham Văn Thiều và Pham Thu Hằng dịch

#### **Perfect Rigor**

[A Genius] + [The Mathematical Breakthrough of the Century

Thiên tài kỳ dị và đột phá toán học của thế kỷ



N H À XUẤT BẢN TRỂ

#### Mở đầu Bài toán triệu đô

Các con số làm mê hoặc tất cả chúng ta nhưng các nhà toán học có biệt tài làm cho chúng trở nên có ý nghĩa. Năm 2000, một nhóm các nhà toán học hàng đầu thế giới đã có cuộc họp ở Paris mà họ tin là vô cùng quan trọng. Họ muốn tận dụng dịp này để đánh giá một cách toàn diện lĩnh vực hoạt động của mình. Họ muốn thảo luận về vẻ đẹp tuyệt đối của toán học – một giá trị mà mọi người có mặt đều hiểu và tán thưởng. Họ muốn dành thời gian để tán tụng lẫn nhau, và quan trọng nhất là để ước mơ. Họ cùng nhau cố gắng hình dung về sự tao nhã, bản chất và tầm quan trọng của các thành tựu toán học trong tương lai.

Cuộc họp thiên niên kỷ này đã được triệu tập bởi Viện toán học Clay, một tổ chức phi lợi nhuận được một doanh nhân vùng Boston là Landon Clay và vợ ông là Lavinia sáng lập, nhằm mục đích đại chúng hóa các ý tưởng toán học và khuyến khích những nghiên cứu chuyên nghiệp trong lĩnh vực này. Sau hai năm thành lập, Viện đã có một văn phòng đẹp đẽ trong tòa nhà nằm ngay bên ngoài Quảng trường Harvard ở Cambridge, Massachusetts, và đã trao một vài giải thưởng nghiên cứu. Hiện nay, Viện có một kế hoạch đầy tham vọng đối với tương lai của toán học là "tập hợp lại những bài toán thách thức nhất của thế kỷ 20 mà chúng ta mong giải được chúng nhất",

theo lời Andrew Wiles, nhà lý thuyết số người Anh, người nổi tiếng là đã chinh phục được Định lý cuối cùng của Fermat. "Chúng ta không biết làm thế nào hoặc khi nào chúng sẽ được giải: có thể là năm năm mà cũng có thể hàng trăm năm. Nhưng chúng ta tin rằng nhờ giải được các bài toán này, bằng cách nào đó chúng ta sẽ mở ra những triển vọng hoàn toàn mới của những khám phá và cảnh quan của toán học".

Như thể viết nên một câu chuyện cổ tích về toán học, Viện Clay đã đặt tên cho bảy bài toán – con số thần kỳ trong nhiều truyền thuyết dân gian – và đặt phần thưởng có giá trị hấp dẫn là một triệu đôla cho mỗi lời giải. Các ông hoàng đang trị vì toán học đã thuyết trình tóm tắt về các bài toán đó. Michael Francis Atiyah, một trong những nhà toán học có ảnh hưởng lớn nhất của thế kỷ trước, đã mở đầu bằng việc trình bày khái lược Giả thuyết Poincaré, phỏng đoán được Henri Poincaré đề xuất vào năm 1904. Đây là một bài toán kinh điển của topo học. "Nó đã được nhiều nhà toán học nổi tiếng nghiên cứu mà vẫn chưa giải được", Atiyah tuyên bố. "Và cũng đã từng có nhiều chứng minh sai. Nhiều người đã thử giải nhưng đều mắc sai lầm. Đôi khi họ tự phát hiện ra mình sai, đôi khi lại do bạn bè họ phát hiện". Cử tọa bật cười, vì chắc chắn trong số họ đã có vài ba người từng mắc sai lầm khi chứng minh giả thuyết này.

Atiyah gợi ý rằng lời giải cho bài toán này rất có thể xuất phát từ vật lý. "Đây là một thứ đầu mối – một dạng gợi ý – mà giáo viên (người không giải được bài toán) nêu ra cho học sinh (người đang cố gắng tìm cách giải nó)", ông đùa. Quả thật, một số thính giả thực sự đang nghiên cứu các bài toán mà họ hy vọng sẽ đưa toán học đến gần với việc chứng minh được Giả thuyết Poincaré. Nhưng không ai nghĩ là lời giải lại đang ở rất gần. Thực sự thì một số nhà toán

học giấu giếm nỗi ám ảnh của mình khi họ nghiên cứu các bài toán nổi tiếng – giống như Wiles khi ông nghiên cứu Định lý cuối cùng Fermat – nhưng nhìn chung họ thường theo sát những nghiên cứu của nhau. Và mặc dù những thứ được giả định là lời giải của Giả thuyết Poincaré xuất hiện ít nhiều hằng năm, song bước đột phá lớn gần đây nhất cũng đã gần hai mươi năm. Vào năm 1982, Richard Hamilton, nhà toán học người Mỹ, đã đưa ra một chương trình chi tiết nhằm giải bài toán này. Tuy nhiên, ông phát hiện ra rằng quá khó theo đuổi chương trình này và cũng không có một ai khác đưa ra được một kế hoạch thay thế đáng tin cậy. Giả thiết Poincaré, cũng giống như các bài toán Thiên niên kỷ khác của Viện Clay, rất có thể sẽ chẳng bao giờ giải được.

Việc giải được bất kỳ bài toán nào trong những bài toán này sẽ chẳng thua kém gì một chiến công lừng lẫy. Mỗi bài toán phải nghiên cứu mất hàng thập kỷ, và cho đến lúc xuống mồ, nhiều nhà toán học vẫn thất bại trước bài toán mình đã vật lộn trong nhiều năm. Theo nhà toán học người Pháp Alain Connes, một người khổng lồ nữa trong toán học của thế kỷ 20, "Viện Toán học Clay thực sự muốn gửi đi một thông điệp rõ ràng: toán học có giá trị chủ yếu là bởi những bài toán vô cùng khó như vậy. Chúng giống như đỉnh Everest hay những đỉnh của dãy Himalaya trong toán học. Và việc lên được đỉnh là một điều vô cùng khó khăn – thậm chí có thể phải trả giá bằng chính mạng sống của mình. Nhưng quả thực một khi đã lên tới đỉnh, quang cảnh mở ra sẽ thật tuyệt vời".

Dù không chắc chắn là sẽ có ai đó giải được một Bài toán Thiên niên kỷ trong tương lai gần, song Viện Clay vẫn đặt ra một quy trình rõ ràng cho việc trao giải thưởng. Quy tắc đề ra là lời giải của bài toán phải được đăng trên một tạp chí có phản

biện, tất nhiên, đây là một tiêu chuẩn thông thường. Sau khi công bố, sẽ bắt đầu một khoảng thời gian chờ đợi là hai năm để cộng đồng toán học thế giới kiểm tra lời giải và đi đến nhất trí về tính chính xác và tác quyền. Sau đó, một hội đồng được chỉ định để đưa ra đề cử cuối cùng cho giải thưởng. Chỉ sau khi tất cả các công việc này được hoàn tất thì Viện mới trao một triệu đôla cho tác giả. Theo dự tính của Wiles thì sẽ phải mất ít nhất năm năm mới có được lời giải đầu tiên – giả định là có một bài toán nào đó thực sự được giải – nên quy trình này hoàn toàn không có gì là quá rườm rà cả.

Nhưng chỉ hai năm sau đó, vào tháng 11 năm 2002, một nhà toán học người Nga đã đăng tải trên Internet chứng minh của anh đối với Giả thuyết Poincaré. Anh không phải là người đầu tiên tuyên bố đã giải được bài toán Poincaré – anh thậm chí cũng không phải là người Nga duy nhất đăng tải trên Internet cái được cho là chứng minh cho giả thuyết này *vào năm đó* – nhưng chứng minh của anh hóa ra lại là đúng.

Và sau đó mọi việc đã không theo quy trình – cả quy trình của Viện Clay cũng như bất kỳ quy trình nào khác mà một nhà toán học cho là hợp lý. Grigory Perelman đã không công bố nghiên cứu của mình trên tạp chí khoa học có phản biện. Anh cũng không đồng ý hiệu đính hay thậm chí xem xét lại lý giải của những người khác về chứng minh của mình. Anh từ chối rất nhiều lời mời từ các trường đại học danh tiếng nhất thế giới. Anh cũng từ chối nhận Huy chương Fields, vinh dự cao nhất của toán học, được quyết định trao cho anh vào năm 2006. Và sau đó, về cơ bản, anh không chỉ ngưng giao tiếp với cộng đồng toán học thế giới mà còn với hầu hết các ban bè của mình.

Hành xử kỳ lạ của Perelman đã thu hút sự chú ý đối với Giả thuyết Poincaré và chứng minh của nó, có lẽ đến mức chưa từng có trong lịch sử các câu chuyện toán học. Giá trị chưa từng có của giải thưởng (rõ ràng đang chờ đợi anh), cùng vụ tranh cãi đột ngột về đánh cắp ý tưởng (có hai nhà toán học Trung Quốc tuyên bố họ xứng đáng được nhận giải thưởng cho chứng minh Giả thuyết Poincaré của mình) cũng giúp làm tăng sự quan tâm của dư luận. Càng nhiều người nói về Perelman thì dường như anh càng thu mình lại; cuối cùng, ngay cả những người đã từng biết anh rất rõ cũng nói rằng anh đã "biến mất", mặc dù anh vẫn sống trong một căn hộ ở St. Petersburg – là nhà của anh trong nhiều năm. Đôi khi ở đó anh cũng có nhấc điện thoại – nhưng chỉ để làm rõ là anh muốn cả thế giới cứ xem như anh không còn tồn tại nữa.

Khi bắt tay vào viết cuốn sách này, tôi muốn tìm câu trả lời cho ba câu hỏi: Tại sao Perelman lại có thể chứng minh được Giả thuyết Poincaré; tức là điều gì về mặt trí tuệ khiến anh tách biệt hản với tất cả những nhà toán học đã từng tìm cách chứng minh giả thuyết này trước đó? Và rồi tại sao anh lại chối bỏ toán học và, ở phạm vi rộng lớn hơn, chối bỏ cả thế giới? Liệu anh có từ chối nhận tiền thưởng Clay (biết rằng anh xứng đáng với giải thưởng và hoàn toàn chắc chắn có thể sử dụng số tiền đó)? Và nếu anh từ chối thì tại sao lại như vậy?

Cuốn sách này không được viết theo kiểu viết các cuốn tiểu sử khác. Tôi không phát triển nó từ các cuộc phỏng vấn Perelman. Thực tế, tôi chưa từng có cuộc trò chuyện nào với anh cả. Khi tôi bắt đầu dự án này, anh đã cắt đứt liên lạc với tất cả các nhà báo và hầu hết mọi người. Điều này làm công việc của tôi khó khăn hơn (tôi phải tưởng tượng về một người mà tôi chưa từng gặp mặt) nhưng cũng

lại thú vị hơn (nó như một cuộc điều tra). May mắn thay, hầu hết những người thân cận với anh và có liên quan đến câu chuyện Giả thuyết Poincaré đều đồng ý trò chuyện với tôi. Thực tế là có nhiều lúc tôi đã nghĩ việc này còn dễ dàng hơn là viết một cuốn sách về một đối tượng chịu hợp tác, vì tôi không nhất thiết phải trung thành với lời kể của chính Perelman và quan niệm của anh về bản thân mình – ngoại trừ việc phải cố gắng hình dung ra mọi thứ.

## cháy trốn vào tưởng tượng

Bất kỳ ai từng học qua phổ thông đều biết toán học không giống bất kỳ thứ gì khác trong vũ trụ. Thực sự thì ai cũng đã từng trải qua cảm giác "ngộ ra" khi một sự trừu tượng đột nhiên trở nên có ý nghĩa. Và trong khi số học phổ thông đối với toán học cũng chỉ như việc học đánh vần trong nghệ thuật viết tiểu thuyết, thì mong muốn hiểu được các hình mẫu – và sự hồi hộp như con trẻ khi làm cho một hình mẫu khó hiểu và bất tuân phù hợp với một tập hợp các quy tắc logic – chính là động lực của toàn bộ toán học.

Phần lớn cảm giác hồi hộp nằm ở bản chất duy nhất của lời giải. Chỉ có duy nhất một đáp số hay một lời giải đúng, đó chính là lý do tại sao hầu hết các nhà toán học coi lĩnh vực của họ là khắc nghiệt, chính xác, thuần túy và cơ bản, ngay cả nếu nó không thể được gọi một cách chính xác là một môn khoa học. Chân lý của khoa học được kiểm chứng bởi thực nghiệm. Chân lý của toán học được kiểm chứng bởi lập luận, khiến nó trở nên giống với triết học

hơn, hoặc thậm chí giống luật pháp, là thứ cũng đòi hỏi sự tồn tại của một chân lý duy nhất. Trong khi các ngành khoa học "cứng" khác sống trong phòng thí nghiệm hoặc trong tự nhiên, được hỗ trợ bởi cả một đội quân các nhà kỹ thuật, thì toán học sống trong trí não. Thứ mang lại sức sống cho nó là quá trình tư duy, giữ cho nhà toán học luôn trăn trở ngay cả trong giấc ngủ và thức dậy với một ý tưởng mới nảy ra, rồi sự giao tiếp, tranh luận làm thay đổi, hiệu chỉnh và khẳng định ý tưởng đó.

"Nhà toán học không cần các phòng thí nghiệm hay hỗ trợ kỹ thuật nào", nhà lý thuyết số người Nga Alexander Khinchin viết. "Một mẩu giấy, cây bút chì và năng lực sáng tạo là nền tảng cho hoạt động nghiên cứu của anh ta". Nếu được hỗ trợ thêm cơ hội sử dụng một thư viện khá tươm tất cộng với niềm đam mê và nhiệt tình đối với khoa học (mà gần như mọi nhà toán học đều có) thì không có sự phá hoại nào có thể ngăn cản công việc sáng tạo của họ". Các khoa học khác, như đã được tiến hành từ đầu thế kỷ 20, do bản chất của chúng, là sự theo đuổi mang tính tập thể; còn toán học là một quá trình đơn độc, nhưng các nhà toán học luôn giao tiếp với những trí tuệ khác có cùng mối quan tâm. Công cụ của những cuộc đối thoại – nơi diễn ra các cuộc tranh luận chủ yếu đó – chính là các hội nghị, các tạp chí và, vào thời đại của chúng ta là Internet.

Việc nước Nga sản sinh ra một số các nhà toán học vĩ đại nhất thế kỷ 20, nói một cách đơn giản là một sự thần kỳ. Toán học đối chọi với cách thức vận hành mọi thứ kiểu Xô Viết. Nó khuyến khích tranh luận; nó nghiên cứu các hình mẫu trong một đất nước kiểm soát mọi

công dân của mình bằng cách buộc họ phải sống trong một thực tế luôn thay đổi và không dự đoán trước được; nó đặc biệt coi trọng tính logic và nhất quán trong một nền văn hóa thinh vương dựa trên sự khoa trương và nỗi sợ hãi; để hiểu được nó đòi hỏi cao độ những kiến thức chuyên môn, điều này làm cho các đối thoại về toán học trở thành một thứ mật mã mà người ngoài không thể giải mã được; và tồi tệ hơn cả là toán học đưa ra tuyên bố về các chân lý duy nhất và có thể nhận thức được trong khi chế độ đặt cược tính hợp pháp của mình vào một chân lý duy nhất. Tất cả những điều này làm cho toán học ở Liên Xô trở nên đặc biệt hấp dẫn đối với những người mà trí tuệ của họ đòi hỏi sự logic và nhất quán, những yếu tố hầu như không thể có được ở bất kỳ lĩnh vực nghiên cứu nào khác. Nó cũng làm cho toán học và các nhà toán học nghi ngờ. Giải thích điều khiến cho toán học trở nên quan trọng và đẹp để như những gì các nhà toán học vẫn nghĩ, nhà đại số học người Nga Mikhail Tsfasman đã nói, "Toán học là thứ duy nhất thích hợp với việc dạy cho con người biết phân biệt đúng với sai, cái được chứng minh với cái chưa được chứng minh, cái có thể với cái không thể. Nó cũng dạy chúng ta phân biệt cái gì là có thể và thực sự có thể với cái mà nhìn bề ngoài là có thể, nhưng lại là một sự dối trá rõ ràng. Đây là một phần của văn hóa toán học mà xã hội [Nga] nói chung còn thiếu rất nhiều".

Thật hợp lý là phong trào nhân quyền ở Liên Xô lại được khởi xướng bởi một nhà toán học. Alexander Yesenin-Volpin, một nhà logic học lý thuyết, đã tổ chức cuộc biểu tình đầu tiên ở Moscow vào tháng 12 năm 1965. Các khẩu hiệu của phong trào đều dựa trên pháp luật Xô Viết, và các nhà khởi xướng đã đưa ra một yêu cầu duy nhất: họ kêu gọi chính quyền Xô Viết phải tuân thủ văn bản pháp luật của đất nước. Nói cách khác, họ đòi hỏi sự logic và nhất

quán; đây là một sự vượt quá giới hạn, và vì thế Yesenin-Volpin đã bị giam giữ ở buồng dành cho các bệnh nhân bị bệnh tâm thần trong nhiều nhà tù trong suốt mười bốn năm trời, và cuối cùng bị buộc phải rời khỏi đất nước.

Nên học thuật Xô Viết và các học giả Xô Viết tồn tại là để phục vụ cho nhà nước Xô Viết. Tháng 5 năm 1927, gần mười năm sau Cách mạng tháng Mười, Ban chấp hành Trung ương đã bổ sung vào nội quy của Viện Hàn lâm Khoa học Liên Xô một điều khoản, trong đó quy định, một thành viên của Viện Hàn lâm có thể bị tước bỏ địa vị này của mình "nếu các hoạt động của người đó rõ ràng nhằm mục đích phá hoại đất nước Liên Xô". Từ lúc đó, mọi thành viên của Viện Hàn lâm đều bị coi là phạm tội nếu có mục đích chống phá nhà nước Xô Viết. Các phiên tòa công khai liên quan đến các nhà sử học, các học giả văn chương và các nhà hóa học kết thúc với việc họ bị làm nhục công khai, bị tước bỏ lễ phục hàn lâm và thường là bị giam giữ với tội danh phản quốc. Toàn bộ các lĩnh vực nghiên cứu – mà đáng chú ý nhất là di truyền học – bị triệt tiêu bởi rõ ràng nó trở nên xung đột với lý tưởng Xô Viết. Đích thân Joseph Stalin đứng ra kiểm soát nền học thuật. Ông ta thậm chí còn công bố các bài báo khoa học của chính mình, qua đó đề ra kế hoạch nghiên cứu một lĩnh vực cụ thể trong những năm tiếp theo. Chẳng hạn, bài báo của ông về ngôn ngữ học đã giải tỏa đám mây nghi ngờ treo lơ lửng bên trên nghiên cứu về ngôn ngữ so sánh và kết tội nó, cùng với nhiều thứ khác, là nghiên cứu có sự phân biệt giai cấp trong ngôn ngữ cũng như toàn bộ lĩnh vực ngữ nghĩa học. Cá nhân Stalin cũng ủng hộ cho một kẻ thù thập tự chinh của di truyền học, Trofim Lysenko, và rõ ràng là đồng tác giả của bài phát biểu của Lysenko, dẫn đến lệnh cấm hoàn toàn nghiên cứu về di truyền học ở Liên bang Xô Viết.

Điều đã cứu toán học Nga khỏi bị hủy hoại bởi sắc lệnh này là sự kết hợp của ba yếu tố gần như hoàn toàn không liên quan đến nhau. Thứ nhất, toán học Nga ngẫu nhiên trở nên mạnh mẽ phi thường ngay cả khi nó có thể phải chịu đựng nhiều nhất. Thứ hai, toán học đã chứng minh là nó quá mù mờ, không thể can thiệp theo cách mà các nhà lãnh đạo Xô Viết thích làm nhất. Và thứ ba, ở giây phút quyết định, nó đã chứng minh được sự hữu dụng to lớn đối với Quốc gia.

Vào những năm 1920 và 1930, Moscow tự hào có một cộng đồng toán học mạnh; những công trình có tính đột phá được thực hiện trong topo học, lý thuyết xác suất, lý thuyết số, giải tích hàm, phương trình vi phân và các lĩnh vực khác tạo nên nền tảng của toán học thế kỷ 20. Toán học rất rẻ và điều này thực sự có ích: khi khoa học tự nhiên lụi tàn do thiếu thiết bị và thậm chí thiếu cả không gian nhiệt huyết để làm việc, thì các nhà toán học vẫn làm việc chỉ với cây bút chì và những đối thoại của họ. "Sự thiếu hụt những tài liệu tham khảo đương đại, ở chừng mực nào đó, được bù đắp bởi sự trao đổi liên tục thông tin khoa học, thứ có thể được tổ chức và hỗ trợ trong những năm tháng ấy", Khinchin đã viết như vậy về thời kỳ đó. Cả một mùa bội thu các nhà toán học trẻ, mà rất nhiều trong số họ được đào tạo ở nước ngoài, trở thành các giáo sư được phong hàm rất nhanh và là thành viên của Viện Hàn lâm vào thời đó.

Thế hệ các nhà toán học già hơn – những người có sự nghiệp của mình từ trước cách mạng – lẽ tự nhiên là đáng ngờ. Một trong số họ, Dimitri Egorov, ngôi sao hàng đầu của nền toán học Nga giai đoạn đầu thế kỷ 20, đã bị bắt và qua đời vào năm 1931 trong lúc đi đày. Tội của ông là có đạo và đã không giấu giếm điều đó, đồng thời ông khăng khăng ý định lý tưởng hóa toán học – chẳng hạn như

tìm cách (nhưng không thành công) làm sai lạc mục đích của bức thư chào mừng gửi từ một Hội nghị của các nhà toán học đến Đại hội Đảng. Những người ủng hộ Egorov đã bị loại bỏ hoàn toàn khỏi các chức vụ lãnh đạo của các cơ quan nghiên cứu và giảng dạy toán học ở Moscow, nhưng theo tiêu chuẩn của thời đó thì đây là một sự cảnh báo hơn là một cuộc thanh trừng: không lĩnh vực nghiên cứu nào bị cấm và Kremlin cũng không vạch ra một đường hướng chung nào. Các nhà toán học được khuyến nghị là nên chuẩn bị ứng phó một cú đánh lớn hơn.

Vào những năm 1930, một phiên tòa nhằm tác động đến dư luận về toán học đã được sắp đặt trước. Nikolai Luzin là một cộng sự trẻ của Egorov trong việc lãnh đạo cộng đồng toán học Moscow, cũng là học trò đầu tiên của ông. Bản thân Luzin là một giảng viên đầy uy tín đến nỗi đông đảo sinh viên đã gọi nhóm nghiên cứu của họ là Luzitania, như thể đó là một đất nước huyền diệu, hoặc có lẽ là một hội huynh đệ kín với các thành viên được gắn kết với nhau bởi trí tưởng tượng chung. Toán học, khi được dạy bằng một loại mơ mộng đúng đắn thì rất thích hợp với các hội kín. Như hầu hết các nhà toán học nhanh chóng chỉ ra, chỉ có ít người trên thế giới này hiểu được những gì mà các nhà toán học nói. Khi những người này tình cờ nói chuyện với nhau – hoặc tốt hơn là tạo thành một nhóm nghiên cứu và sống ăn ý với nhau – sẽ có thể rất vui vẻ.

Một đồng nghiệp đã viết đơn tố cáo Luzin như sau: "Lý tưởng chiến đấu của Luzin đã được thể hiện quá rõ ràng trong câu trích sau đây từ bản báo cáo trước Viện Hàn lâm về chuyến đi nước ngoài của ông: 'Dường như tập hợp các số tự nhiên không phải là sự hình thành hoàn toàn có tính khách quan. Có vẻ như đó là một đặc trưng trong bộ não của nhà toán học, những người tình cờ nói đến tập

hợp các số tự nhiên ở một thời điểm nhất định nào đó. Dường như, trong số nhiều bài toán của số học, có những bài toán hoàn toàn không thể giải được".

Lời tố cáo này quả là xuất sắc: người nghe không cần biết gì về toán học mà chỉ biết chắc chắn rằng chủ nghĩa duy ngã, tính chủ quan và bất định tuyệt đối không phải là những phẩm chất Xô Viết. Tháng 7 năm 1936, một chiến dịch công khai chống lại nhà toán học nổi tiếng này được khởi xướng trên tờ nhật báo *Pravda* (*Sự Thật*), trong đó Luzin bị xem là "kẻ thù mang mặt nạ Xô Viết".

Chiến dịch chống Luzin tiếp tục bằng các bài báo, các cuộc họp cộng đồng và năm ngày xét xử bởi một hội đồng được Viện Hàn lâm Khoa học thành lập khẩn cấp. Các bài báo vạch trần Luzin và các nhà toán học khác là kẻ thù vì họ đã công bố nghiên cứu của mình ở nước ngoài. Nói cách khác, các sự kiện đã được phơi bày phù hợp với kịch bản chuẩn của một phiên tòa nhằm tác động đến dư luận. Nhưng sau đó quá trình này dường như đã thất bại: Luzin công khai hối lỗi và bị khiển trách gay gắt mặc dù vẫn được phép giữ nguyên chức danh thành viên của Viện Hàn lâm. Một cuộc điều tra tội phạm nhằm cáo buộc ông tội phản quốc cũng lặng lẽ chấm dứt.

Các nhà nghiên cứu xem xét trường hợp của Luzin đều tin rằng chính Stalin là người cuối cùng đã cho dừng lại chiến dịch này. Họ cho rằng lý do ở đây là toán học hoàn toàn không có ích lợi gì cho công tác tuyên truyền. "Việc phân tích mang tính ý thức hệ trong trường hợp này được ủy thác cho một cuộc thảo luận về sự hiểu biết của nhà toán học đối với tập hợp các số tự nhiên, nhưng trong ý thức tập thể của người Xô Viết điều này dường như khác xa sự phá hoại gắn với các vụ nổ hầm mỏ hay các bác sỹ giết người", Sergei Demidov và Vladimir Isakov, hai nhà toán học đã cùng nhau nghiên

cứu trường hợp này khi điều kiện cho phép vào những năm 1990 đã viết, "Một cuộc thảo luận như vậy tốt hơn là nên được tiến hành bằng cách sử dụng các chất liệu giúp ích hơn cho công tác tuyên truyền, chẳng hạn như, sinh học và thuyết tiến hóa của Darwin mà chính vị lãnh tụ vĩ đại thường thích bàn tới. Nó đụng chạm đến những chủ đề có tính ý thức hệ và dễ hiểu: khỉ, con người, xã hội và chính bản thân cuộc sống. Nó hứa hẹn hơn rất nhiều so với tập hợp các số tự nhiên hay hàm số của biến số thực".

Luzin và nền toán học Nga quả thực là rất, rất may mắn.

Toán học đã sống sót sau vụ tấn công này nhưng vẫn thường xuyên gặp khó khăn. Cuối cùng, Luzin đã bị công khai giáng chức và bị khiển trách vì tiếp tục hoạt động toán học: đăng bài trên các tạp chí quốc tế, giữ liên lạc với các đồng nghiệp ở nước ngoài, tham gia các cuộc thảo luận quan trọng của toán học. Thông điệp từ các phiên xử Luzin được các nhà toán học Xô Viết rất chú ý quan tâm vào những năm 1960, cho đến khi Liên bang Xô Viết sụp đổ, đó là: Hãy ở phía sau Bức màn sắt. Vờ như nền toán học Xô Viết không phải là nền toán học tiến bộ nhất thế giới – đây là khẩu hiệu chính thức của họ - mà là nền toán học duy nhất của thế giới. Chính vì lẽ đó, các nhà toán học Xô Viết và phương Tây hoàn toàn không biết gì về những nỗ lực của nhau, họ cùng giải quyết những vấn đề như nhau, tạo ra những khái niệm có hai tên như độ phức tạp Chaitin-Kolmogorov và định lý Cook-Levin. (Cả hai trường hợp các đồng tác giả đều làm việc độc lập với nhau). Nhà toán học Xô Viết hàng đầu, Lev Pontryagin, nhớ lại trong suốt chuyến đi ra nước

ngoài đầu tiên của mình vào năm 1958 – năm năm sau khi Stalin mất – khi đó ông đã 50 tuổi và thuộc vào hàng các nhà toán học nổi tiếng thế giới, ông cứ phải hỏi đi hỏi lại các đồng nghiệp rằng liệu các kết quả gần đây nhất của ông có thực sự là mới hay không; ông thực sự không có cách nào khác để biết điều đó.

"Vào những năm 1960, một số người được phép đến Pháp trong vòng nửa năm hoặc một năm", Sergei Gelfand, một nhà toán học Nga, người hiện nay đang điều hành chương trình xuất bản của Hội toán học Mỹ nhớ lại, "Việc đi đi về về như vậy rõ ràng là rất hữu ích cho các nhà toán học Xô Viết. Họ có thể giao lưu và nhận ra, đồng thời giúp cho cả những người khác cũng nhận ra, rằng ngay cả những con người tài năng nhất cũng không nhìn thấy được bức tranh tổng thể nếu chỉ loay hoay trong xó bếp nhà mình phía sau Bức màn sắt. Họ phải trao đổi với nhau, phải đọc công trình của những người khác và điều này có ảnh hưởng đến cả hai phía: tôi biết các nhà toán học Mỹ học tiếng Nga chỉ để đọc được các tạp chí toán học Liên Xô". Thực tế, đã có một thế hệ các nhà toán học Mỹ có khả năng đọc được tài liệu toán bằng tiếng Nga - một kỹ năng khá đặc biệt ngay cả đối với người bản xứ; Jim Carlson, chủ tịch Viện toán học Clay, là một trong số họ. Bản thân Gelfand rời nước Nga vào đầu những năm 1990 vì ông được Hội Toán học Mỹ mời gọi nhằm lấp đầy khoảng trống về kiến thức toán học Nga hình thành trong suốt thời kỳ Xô Viết: ông điều phối việc dịch và xuất bản tại Mỹ các công trình đã được tích lũy của các nhà toán học Nga.

Như vậy, đối với các nhà toán học Xô Viết, một số thứ Khinchin coi là các công cụ lao động của nhà toán học – như "một thư viện khá tươm tất" và "giao tiếp khoa học liên tục" – đều đã bị tước bỏ. Mặc dù vậy họ vẫn có các công cụ tiên quyết chủ yếu – "một mẩu

giấy, một cây bút chì và khả năng sáng tạo" – và quan trọng nhất là họ còn có một điều khác nữa: đó là các nhà toán học là nhóm được loại ra khỏi các cuộc thanh trừng đầu tiên vì toán học quá trừu tượng, mù mờ và không có ý nghĩa gì đối với công tác tuyên truyền. Tuy nhiên, trong suốt gần bốn thập niên dưới thời Stalin, không có gì là quá mù mờ, không có ý nghĩa để khỏi bị hủy diệt cả. Chắc chắn rồi cũng sẽ tới lượt toán học nếu như không có bước ngoặt trong lịch sử thế kỷ 20, toán học không còn thuộc lĩnh vực trừu tượng nữa mà bất ngờ trở nên vô cùng cần thiết. Điều cuối cùng đã cứu nền toán học và các nhà toán học Xô Viết chính là Thế chiến thứ II và cuộc chạy đua vũ trang tiếp sau nó.

Nước Đức phát xít xâm chiếm Liên bang Xô Viết vào ngày 22 tháng 6 năm 1941. Ba tuần sau, không lực Liên Xô đã bị tiêu diệt: bom dội bất ngờ xuống các sân bay trước khi các máy bay kịp cất cánh. Quân đội Nga quyết định trang bị thêm cho các máy bay dân sự để biến chúng thành máy bay ném bom. Vấn đề là, máy bay dân sự chậm chạp hơn đáng kể so với máy bay quân sự, khiến cho mọi tính toán trước đây về mục tiêu của giới quân sự trở nên vô nghĩa. Người ta cần một nhà toán học để tính toán vận tốc và khoảng cách để không lực có thể bắn trúng mục tiêu. Thực tế là một nhóm nhỏ các nhà toán học đã được huy động. Nhà toán học Nga vĩ đại nhất thế kỷ 20, Andrei Kolmogorov, đã trở lại Moscow từ nơi sơ tán của giới khoa học ở Tatarstan và dẫn đầu một nhóm sinh viên được trang bị máy móc để tính toán lập bảng bắn cho không quân và pháo bình Hồng quân. Khi công việc này hoàn tất, ông bắt tay vào

thiết lập một hệ thống mới nhằm kiểm soát và dự báo mang tính thống kê cho quân đội Liên Xô.

Vào đầu Thế chiến thứ II, Kolmogorov ở tuổi 38 đã là một ủy viên của Đoàn Chủ tịch Viện Hàn lâm Khoa học Liên Xô – địa vị này đưa ông trở thành một trong số ít các viện sĩ có ảnh hưởng lớn nhất trong toàn liên bang – và nổi tiếng thế giới nhờ các công trình nghiên cứu của ông trong lý thuyết xác suất. Ông cũng là một giáo sư có năng suất phi thường: đến cuối đời, ông đã hướng dẫn 79 luận án và là người xung kích trên cả hai lĩnh vực là hệ thống olympic toán học và giáo dục toán học trong trường phổ thông. Nhưng trong suốt thời kỳ chiến tranh, Kolmogorov đã cống hiến sự nghiệp khoa học của mình phục vụ trực tiếp cho nhà nước Xô Viết – và quá trình đó đã chứng tỏ rằng các nhà toán học có tầm quan trọng sống còn đối với quốc gia.

Liên bang Xô Viết tuyên bố chiến thắng vào ngày 9 tháng 5 năm 1945, kết thúc cuộc chiến tranh mà người Liên Xô gọi là Cuộc chiến tranh vệ quốc vĩ đại. Tháng 8, Mỹ thả bom nguyên tử xuống hai thành phố Hiroshima và Nagasaki của Nhật Bản. Stalin giữ im lặng trong nhiều tháng sau đó. Cuối cùng ông cũng lên tiếng, sau cái gọi là tái đắc cử của ông vào tháng 2 năm 1946, hứa hẹn với nhân dân rằng Liên bang Xô Viết sẽ vượt mặt phương Tây trong việc phát triển vũ khí hạt nhân. Nỗ lực tập hợp một đội quân các nhà vật lý và toán học tương tự như dự án Manhattan được thực hiện trong thời gian ít nhất là một năm; các học giả trẻ được gọi về từ tiền tuyến và thậm chí còn được ra tù để tham gia vào cuộc chạy đua chế tạo bom nguyên tử.

Sau chiến tranh, Liên bang Xô Viết đã đầu tư rất mạnh vào các nghiên cứu quân sự công nghệ cao. Họ đã xây dựng thêm hơn 40 thành phố cho các nhà khoa học và toán học làm việc bí mật. Sự huy

động gấp rút này thực sự giống với dự án Manhattan, chỉ có điều kéo dài hơn và lớn hơn rất rất nhiều. Ước tính số lượng người tham gia công cuộc nghiên cứu vũ khí của Liên Xô vào nửa sau thế kỷ không thật chính xác song cũng phải cỡ 12 triệu người, với khoảng 2 triệu người được các viện nghiên cứu quân sự tuyển dụng. Trong nhiều năm, một nhà vật lý hay toán học mới tốt nghiệp chắc chắn sẽ được trưng dụng vào việc nghiên cứu liên quan đến quốc phòng hơn là các nghiên cứu dân sự. Công việc này đòi hỏi một sự cô lập gần như hoàn toàn về mặt khoa học: đối với các nhân viên quốc phòng, do đòi hỏi bảo mật, cho dù họ có thực sự được tiếp cận với các thông tin quân sự nhạy cảm hay không thì bất kỳ một mối liên hệ nào với người nước ngoài không chỉ bị nghi ngờ mà còn bị coi như là phản bội. Thêm vào đó, một số công việc đòi hỏi những nhà khoa học phải chuyển đến các thành phố nghiên cứu, nơi có môi trường xã hội tiện nghi với hàng rào bao quanh, và họ không có cơ hội tiếp xúc về trí tuệ với bên ngoài. Bút chì và giấy của nhà toán học lúc này trở nên vô dụng khi không có những cuộc đối thoại về toán học. Vì vậy, việc Liên Xô cố gắng che giấu một số bộ não toán học lỗi lạc nhất của mình cũng là điều dễ hiểu.

Sau khi Stalin qua đời vào năm 1953, đất nước đã thay đổi quan điểm về mối quan hệ với phần còn lại của thế giới: giờ đây, Liên bang Xô Viết không chỉ làm cho các nước khác khiếp sợ mà còn phải được tôn trọng. Vì vậy một mặt, hầu hết các nhà toán học được trưng dụng để chế tạo bom và tên lửa, mặt khác, một số ít được lựa chọn để gây dựng uy tín. Vào cuối những năm 1950, Bức màn sắt bắt đầu từ từ hé ra một khe nứt nhỏ – chưa hoàn toàn đủ để tạo nên sự giao lưu cần thiết giữa các nhà toán học Xô Viết với bên ngoài nhưng cũng đủ để khoe một số thành tựu đáng tự hào nhất của toán học Xô Viết.

Vào những năm 1970, nền toán học Xô Viết đã định hình. Nó là một hệ thống chuyên chế nằm trong một hệ thống chuyên chế. Nó cung cấp cho các thành viên không chỉ công việc và tiền bạc mà còn cả các căn hộ, thực phẩm và phương tiện đi lại; nó quyết định nơi ho sống và khi nào đi làm hoặc đi nghỉ, ở đâu và bằng phương tiện gì. Với những người được bao bọc trong hệ thống đó thì nó giống như một người mẹ nghiêm khắc và thích kiểm soát nhưng chu đáo: các con của bà ta sẽ được nuôi dưỡng và giáo dục đặc biệt, một nhóm đặc quyền đặc lợi không thể phủ nhân so với phần còn lại của đất nước. Khi những hàng hóa cơ bản hiếm hoi, các nhà toán học chính thức và các nhà khoa học khác có thể mua sắm tại các cửa hàng được chỉ định đặc biệt, được cung ứng tốt hơn và vắng vẻ hơn các cửa hàng mở cửa công khai. Vì trong phần lớn thời kỳ Xô Viết không có cái gọi là căn hộ tư nhân, nên các công dân trong biên chế được nhận nhà từ Nhà nước; các thành viên của các cơ quan khoa học được các viện phân nhà và những căn hộ này thường lớn hơn và ở vị trí tốt hơn so với đồng bào của mình. Cuối cùng, một trong những đặc quyền hiếm hoi nhất trong cuộc sống của một công dân Xô Viết là đi nước ngoài cũng được dành cho các thành viên của các cơ quan nghiên cứu toán học. Viên Hàn lâm Khoa học, dưới sự phê chuẩn của Đảng và Nhà nước, quyết định nhà toán học nào được nhận lời mời tham dự một hội thảo khoa học, ai được đi cùng, chuyến đi kéo dài bao lâu, và trong nhiều trường hợp, quyết định cả nơi ở của họ. Chẳng hạn năm 1970, người Liên Xô đầu tiên giành Huy chương Field, Sergei Novikov, đã không được phép đến Nice để nhận giải thưởng. Ông nhận được nó một năm sau đó khi Hiệp hôi Toán học Quốc tế họp ở Moscow.

Mặc dù vậy, ngay cả với thành viên của các cơ quan nghiên cứu toán học thì nguồn lực cũng luôn khan hiếm. Số lượng căn hộ tốt

luôn ít hơn số người muốn có và những người muốn dự hội thảo nước ngoài luôn nhiều hơn số người được phép đi. Vì vậy đó là một thế giới nhỏ đầy khắc nghiệt và dễ bị đâm sau lưng, được tạo ra bởi sự vận động ngầm, sự tố giác lẫn nhau và cạnh tranh không công bằng. Các rào cản để gia nhập vào câu lạc bộ này là cực kỳ cao: một nhà toán học phải là người có lòng tin và trung thành tuyệt đối không chỉ với Đảng, mà với cả các thành viên tiền bối trong hội, người Do Thái và phụ nữ khó có cơ hội được gia nhập.

Thành viên của các cơ quan nghiên cứu cũng rất dễ dàng bị khai trừ nếu cư xử không đúng đắn. Điều này đã từng xảy ra với một học trò của Kolmogorov là Eugene Dynkin, người đã khuyến khích môi trường tự do quá mức trong trường chuyên toán ở Moscow mà ông điều hành. Một học trò khác của Kolmogorov là Leonid Levin cũng bị khai trừ vì kết giao với những người chống đối. "Tôi trở thành gánh nặng đối với những người có liên quan đến mình", ông viết trong cuốn hồi ký. "Tôi không được bất kỳ viên nghiên cứu nghiêm túc nào mời làm việc và tôi cảm thấy mình thậm chí còn không được phép tham dự các hội thảo vì những người tham dự được yêu cầu phải thông báo [với những người có thẩm quyền] nếu thấy tôi xuất hiện. Sự tồn tại của tôi ở Moscow dường như bắt đầu lạc lõng". Cả Dynkin và Levin đều đã di cư. Ngay sau khi đến Mỹ, Levin mới biết vấn đề ông đưa ra trong các hội thảo toán học ở Moscow (xây dựng một phần dựa trên nghiên cứu của Kolmogorov về độ phức tạp) cũng chính là vấn đề đã được nhà khoa học về máy tính của Mỹ là Stephen Cook định nghĩa. Cook và Levin đều trở thành giáo sư ở Đại học Boston và được coi là nhà đồng phát minh của định lý NP-đầy đủ, còn được biết đến dưới cái tên định lý Cook-Levin; nó chính là cơ sở hình thành nên một trong bảy bài toán Thiên niên

kỷ mà Viện toán học Clay đã đưa ra giải thưởng một triệu đôla nếu ai giải được chúng. Về bản chất, định lý này phát biểu rằng một số bài toán dễ dàng được đưa ra nhưng lại đòi hỏi nhiều tính toán đến mức không tồn tại một máy tính nào có thể giải được chúng.

Cũng có những người ít có cơ hội trở thành thành viên của Viện Hàn lâm: đó là những người trót sinh ra là người Do Thái hoặc là phụ nữ, những người gặp phải thầy hướng dẫn có vấn đề ở trường đại học và những người không muốn vào Đảng. "Nhiều người nhận thức được rằng họ sẽ không bao giờ được Viện Hàn lâm chấp nhận và điều mà họ có thể hy vọng nhất là có thể bảo vệ được luận án tiến sĩ tại một viện nào đó ở Minsk nếu có mối liên hệ tin cậy ở đó", Sergei Gelfand nói. Ông là con trai của Israel Gelfand, một trong những nhà toán học hàng đầu của Nga trong thế kỷ 20 - là người phụ trách xuất bản của Hội Toán học Mỹ đồng thời cũng là học trò của Kolmogorov. "Họ thường tham dự các seminar ở trường đại học, nhưng biên chế chính thức của họ là ở một viên nghiên cứu nào đó, ví dụ như trong lĩnh vực công nghiệp chế biến gỗ chẳng hạn. Họ làm toán rất giỏi và ở chừng mực nào đó họ thậm chí còn bắt đầu có các mối quan hệ ở nước ngoài và thỉnh thoảng cũng có công trình được công bố ở phương Tây – thực sự là rất khó khăn, vì họ phải chứng minh là mình không tiết lộ bí mật quốc gia, nhưng họ đã làm được. Một số nhà toán học đến từ phương Tây thậm chí còn xin gia hạn thời gian lưu trú vì nhận ra ở đây có rất nhiều con người tài năng. Nhưng đó chỉ là toán học không chính thức".

Một trong những người xin gia hạn thời gian lưu trú là Dusa McDuff, một nhà đại số người Anh (và giờ là giáo sư danh dự của Đại học New York ở Stony Brook). Bà đã học với Gelfand cha trong sáu tháng và có được kinh nghiệm làm mở mang tầm mắt của mình

cả với cách thực hành toán học – một phần thông qua việc trao đổi với các nhà toán học khác – lẫn toán học thực sự là gì. "Đó quả là một sự giáo dục tuyệt vời, trong đó việc đọc *Mozart và Salieri* của Pushkin đóng vai trò quan trọng không kém việc học về nhóm Lie¹ hay đọc Cartan và Eilenberg². Gelfand khiến tôi phải kinh ngạc khi nói về toán học mà như thơ. Ông từng nói về một bài báo dài với đầy rẫy công thức chứa đựng ý tưởng ban đầu rất mơ hồ mà ông chỉ có thể gợi ý và không bao giờ cố làm cho nó trở nên rõ ràng hơn. Tôi luôn coi toán học là thứ gì đó rất mạch lạc: công thức là công thức và số học là số học, nhưng Gelfand lại nhìn thấy những con nhím ẩn nấp trong những dãy phổ của mình!".

Trên giấy tờ, những công việc mà các thành viên của nền văn hóa toán học phản kháng thực hiện nhìn chung đều không được đòi hỏi cao mà cũng chẳng được ban thưởng gì, phù hợp với công thức nổi tiếng của người lao động Xô Viết: "Chúng tôi giả vờ làm việc và họ giả vờ trả lương". Các nhà toán học được trả lương với mức khiêm tốn nhất và tăng chút ít trong suốt cuộc đời nhưng cũng đủ để trang trải những nhu cầu cơ bản và cho phép họ dành thời gian để nghiên cứu thực sự. "Không có kiểu suy nghĩ đại loại như bạn phải tập trung nghiên cứu một lĩnh vực hẹp nào đó vì bạn phải tiến xa hơn để được bổ nhiệm". Gelfand nói. "Toán học gần như là một sở thích. Vì vậy bạn có thể dành thời gian làm những việc có thể không hữu ích cho bất kỳ ai trong cả một thập kỷ". Các nhà toán học gọi đó là "toán học vị toán học", cố tình vẽ một đường thẳng song

Nhóm mang tên Marius Sophus Lie - nhà toán học người Nauy thế kỷ 19, người đã đặt nền móng cho lý thuyết về các phép biến đổi liên tục.

Henri Cartan - nhà toán học người Pháp và Samuel Eilenberg - nhà toán học người Ba Lan gốc Do thái, ám chỉ cuốn Đại số đồng điều do hai ông là đồng tác giả.

song giữa họ và các nghệ sỹ, những người lao động cần cù vì nghệ thuật. Không có bất kỳ phần thưởng bằng vật chất nào – không bổ nhiệm, không tiền bạc, không căn hộ, không du lịch nước ngoài; tất cả những gì họ đạt được từ những nghiên cứu lỗi lạc của mình là sự tôn trọng của những người ngang hàng với họ. Ngược lại, nếu họ cạnh tranh không công bằng, họ mất tất cả sự tôn trọng trong khi không thu được điều gì hết. Nói cách khác, cơ quan toán học lập dị của Liên bang Xô Viết hoàn toàn không giống với bất kỳ thứ gì ở bất cứ nơi đâu trong thế giới thực: nó là một chế độ nhân tài thuần túy mà trong đó những thành quả tri thức chính là phần thưởng.

Trong các bài thuyết trình và bài giảng ngoài giờ, đối thoại toán học ở Liên bang Xô Viết đã được tái lập và sự hấp dẫn của toán học trong quá trình tìm kiếm thử thách, logic và nhất quán một lần nữa trở nên rõ ràng. "Trong thời kỳ hậu Stalin của Liên bang Xô Viết, toán học là một trong những con đường tự nhiên nhất để người có tư duy tư do khám phá năng lực của bản thân", Grigory Shabat, một nhà toán học nổi tiếng của Moscow nói. "Nếu tôi được tự do lựa chọn nghề nghiệp thì tôi muốn trở thành một nhà phê bình văn học. Nhưng tôi muốn làm việc chứ không muốn dành cả đời mình để chiến đấu với những nhân viên kiểm duyệt". Toán học hứa hẹn rằng người ta không chỉ được làm những công việc trí tuệ mà không có sự can thiệp của Nhà nước (và tất nhiên là không có tài trợ) mà còn tìm được những thứ không sẵn có trong xã hội Xô Viết trước đây: đó là chân lý độc nhất có thể nhận thức được. "Các nhà toán học là những người sở hữu sự trung thực đặc biệt trong tư duy", Shabat nói, "Nếu hai nhà toán học đưa ra những tuyên bố trái ngược nhau thì một người sẽ là đúng và người kia là sai. Và rồi họ nhất định sẽ tìm ra và người sai thì nhất định sẽ thừa nhận sai lầm của mình". Quá trình kiếm tìm chân lý có thể kéo dài hàng năm – nhưng ở Liên bang Xô Viết, thời gian dường như đứng yên, điều đó có nghĩa là cư dân của thế giới toán học khác có đủ thời gian họ cần.

# Làm thế nào tạo ra được một nhà toán học

Vào giữa những năm 1960, giáo sư Garold Natanson đã đề nghị cho một nữ sinh viên của ông có tên là Lubov được làm nghiên cứu sinh. Đây không phải là một đề nghị bình thường: nghiên cứu sinh nữ thường là không đáng tin cậy, rồi sẽ sinh con đẻ cái và theo đuổi đủ thứ xao lãng khác. Thêm vào đó, cô sinh viên này lại là người Do Thái, điều đó có nghĩa là để dành một chỗ cho cô ấy, GS. Natanson buộc phải thu xếp, vạch ra kế hoạch hành động và kêu gọi cả sự ưu ái nữa: dưới con mắt của chế độ thì người Do Thái thậm chí còn thiếu tin cậy hơn cả phụ nữ và họ phải chịu sự phân biệt đối xử theo tinh thần bài Do Thái như một thứ luật bất thành văn. Bản thân Natanson cũng là người Do Thái, ông giảng dạy ở Học viện Sư phạm Herzen, một trường đại học chỉ đứng sau Đại học Quốc gia Leningrad và vì vậy được phép tiếp nhận giáo viên và sinh viên Do Thái – với mức độ hợp lý hoặc được chấp thuận ở Liên bang Xô Viết thời hậu chiến. Cô sinh viên này hơi nhiều tuổi – cô gần

30, đã qua cái ngưỡng lấy chồng và sinh con của một phụ nữ Nga bình thường, vì vậy Natanson có thể biện hộ rằng cô sẽ quyết tâm cống hiến toàn bộ cuộc đời mình cho toán học.

Natanson đã không hoàn toàn sai: người phụ nữ này thực sự đã toàn tâm toàn ý với toán học. Nhưng cô đã từ chối lời đề nghị hào phóng của giáo sư. Cô giải thích rằng cô mới cưới và dự định gây dựng hạnh phúc gia đình. Vì vậy, cô nhận làm giáo viên dạy toán tại một trường thương mại và biến mất khỏi giới toán học Leningrad trong hơn mười năm.

Mười hay mười hai năm ở Liên Xô chẳng có ý nghĩa gì. Chỉ có một vài công trình xây dựng nhà mới ở Leningrad và một số gia đình có thể rời bỏ vùng trung tâm thành phố đông đúc và đổ nát để chuyển đến những tòa tháp bêtông mới ở vùng ngoại ô. Quần áo và thực phẩm tiếp tục được cung cấp một cách thiếu thốn và chất lượng thì tồi tệ, nhưng sản xuất công nghiệp cũng có tăng chút ít, vì vậy một số cư dân vùng ngoại ô mới đã có thể thực sự mua sắm được máy giặt bán tự động và tivi cho gia đình mình. Tivi dù mới chỉ là đen trắng nhưng những khuôn hình chủ yếu là màu xám xịt nên cũng phản ánh khá chính xác thực tế. Ngoài ra, chẳng có gì thay đổi. Natanson vẫn tiếp tục giảng dạy ở Herzen, bản thân Học viện này cũng trở nên quá đông đúc và xuống cấp. Cựu sinh viên Lubov đã đến văn phòng tìm ông. Cô già hơn và trông nặng nề hơn. Cô thông báo là mình đã có một đứa con, giờ thì cậu bé đã đi học và bộc lộ khá rõ năng khiếu toán học. Cậu bé đã tham gia thi học sinh giỏi toán cấp quận ở một trong những vùng ngoại ô bêtông mới xây dựng, nơi họ đang sinh sống, và cậu đã đạt kết quả rất tốt. Trong kế hoạch vô thời hạn của nền toán học Nga, cậu bé đã sẵn sàng bắt đầu từ nơi mà mẹ cậu đã từ bỏ.

Toàn bộ điều này có ý nghĩa tuyệt vời đối với Natanson. Bản thân ông cũng được để chế toán học mời đón: cha ông, Isidor Natanson, tác giả của cuốn sách giáo khoa hoàn chỉnh về giải tích của Nga và cũng từng giảng dạy ở Herzen cho tới khi qua đời năm 1963. Con trai của Lubov học lớp 5, độ tuổi phù hợp để cậu bé có thể bắt đầu học toán một cách đủ chặt chẽ trong một hệ thống đã được gây dựng trong nhiều năm nhằm tạo ra các nhà toán học. Natanson đã nhắm tới một huấn luyện viên toán học trẻ tuổi và ông đã hướng dẫn cậu bé và mẹ cậu tới gặp anh ta.

Quá trình dạy dỗ Grigory Perelman đã bắt đầu như vậy.

Toán học thi đấu giống với thể thao hơn hầu hết những gì mọi người hình dung. Nó cũng có các huấn luyện viên, các câu lạc bộ, các khóa huấn luyện và tất nhiên là cả thi đấu. Năng khiếu là cần thiết nhưng hoàn toàn chưa đủ để thành công: đứa trẻ có tài năng cần phải có một huấn luyện viên thích hợp, một đội tuyển lý tưởng, sự hỗ trợ tương xứng từ gia đình, và quan trọng nhất là ý chí chiến thắng. Ngay từ đầu, gần như không thể nói được sự khác biệt giữa các ngôi sao tương lai và những người giỏi nhưng không bao giờ trở nên vĩ đại.

Grisha¹ Perelman tham gia câu lạc bộ toán của Cung thiếu niên Tiền phong ở Leningrad vào mùa thu năm 1976, một chú vịt con xấu xí trong số những chú vịt con xấu xí khác. Cậu béo lùn và trông khá vụng về. Cậu biết chơi violin; mẹ của cậu, người trước

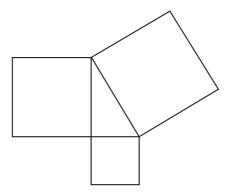
<sup>1.</sup> Tên gọi thân mật của Grigory.

đây không chỉ học toán mà còn học cả violin từ khi còn bé, đã thuê một gia sư cho Perelman ngay từ lúc còn nhỏ. Những khi cậu cố gắng giải thích lời giải của một bài toán, từ ngữ dường như díu lại ở đầu lưỡi, như thể quá nhiều từ dồn dập đến quá nhanh, tức thời bi đông cứng lai, rồi tất cả tuôn ra một cách lôn xôn. Câu bộc lô sư thông minh từ sớm - trước một năm so với những đứa trẻ khác ở cùng độ tuổi - nhưng một cậu bé khác trong câu lạc bộ thậm chí còn trẻ hơn: đó là Alexander Golovanov, người mỗi năm học hết hai lớp và tốt nghiệp phổ thông ở tuổi 13. Ba đứa trẻ khác thường đánh bại Perelman trong các cuộc thi vài năm đầu tiên ở câu lạc bộ. Ít nhất thì còn một đứa nữa - Boris Sudakov, một cậu bé tròn trĩnh, ưa hoạt động và hay tò mò, có bố mẹ vô tình quen biết với gia đình Perelman - bộc lộ năng khiếu còn hơn cả Perelman. Cả Sudakov và Golovanov đều mang những dấu hiệu của sự lỗi lạc: hai cậu bé dường như luôn luôn gấp gáp tiến về phía trước và sôi sùng suc. Chúng tranh đấu một cách tư nhiên để giành vi trí quán quân ở bất kỳ lớp học nào, và toán học đơn giản là một trong rất nhiều thứ khiến chúng phần khích nhất, đó là một trong những cách để sử dụng trí óc ưu tú của chúng, và là một trong các công cụ để biểu thi sư độc tôn của chúng. Bên canh hai câu bé này, Perelman là một đồng đội thú vị nhưng lặng lẽ, gần như là một tấm gương; cậu là thú tiêu khiển để họ khoe khoang các ý tưởng nhưng bản thân cậu dường như hiếm khi bộc lộ nhu cầu đó. Cậu tạo lập những mối quan hệ với các bài toán; mối quan hệ này không những sâu sắc mà còn dường như rất riêng tư: hầu hết các cuộc trò chuyện của cậu đều về toán học và được thực hiện trong đầu cậu. Một người khách tình cờ đến câu lạc bộ sẽ không thấy cậu có gì nổi bật hơn các cậu bé khác. Thực sự thì kể cả những người đã gặp cậu nhiều năm sau đó, không ai mà tôi gặp gỡ lại nhận xét cậu là một thiên tài; không ai nghĩ rằng cậu sẽ tỏa sáng, mà mọi người chỉ cho rằng cậu rất, rất thông minh và rất, rất chính xác trong tư duy.

Chỉ có điều kiểu tư duy này là thế nào thì vẫn còn là một bí ẩn. Nói một cách nôm na thì các nhà toán học được chia làm hai nhóm: nhóm các nhà đại số, những người thấy các bài toán sẽ là dễ dàng nhất khi được quy về tập hợp các số và biến số; và nhóm thứ hai là các nhà hình học, những người nhận thức thế giới thông qua các hình khối. Trong đó một nhóm thì thấy:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

còn nhóm kia thì thấy:



Golovanov, người cùng học tập và đôi khi cạnh tranh với Grisha Perelman trong hơn mười năm, đã gắn cho cậu cái mác là nhà hình học chân chính: Perelman có thể giải xong một bài hình học trong khoảng thời gian mà Golovanov mới chỉ hiểu được đầu bài. Đó là bởi vì Golovanov là một nhà đại số. Sudakov, người có sáu năm học tập và cạnh tranh với Perelman, nhận xét Perelman có thể rút gọn mọi bài toán về một công thức. Điều đó dường như bởi vì Sudakov là một nhà hình học: cách chứng minh ưa thích của cậu đối với định lý kinh điển nêu trên là hoàn toàn bằng hình

học, không có bất kỳ công thức hay ngôn ngữ nào để minh hoa. Nói cách khác, mỗi người trong số họ đều cảm thấy rằng trí tuệ của Perelman có sự khác biệt sâu sắc với họ. Nhưng không ai có một chứng cứ rõ ràng nào. Perelman hầu như chỉ tư duy trong đầu, không viết hay vẽ ra trên giấy nháp. Cậu cũng có nhiều điều khác biệt khác như hay lẩm bẩm, rên rỉ, ném quả bóng bàn lên mặt bàn, đu đưa qua lại, dùng bút gỗ nhịp trên mặt bàn, xoa đùi mình cho đến khi hai ống quần sáng bóng lên, rồi xoa hai tay vào nhau - tín hiệu cho thấy lời giải đã xong và chuẩn bị được ghi ra giấy. Trong suốt phần còn lại của sự nghiệp, ngay cả khi lựa chọn đối tượng nghiên cứu là các hình khối, cậu chưa bao giờ khiến các đồng nghiệp phải kinh ngạc bởi trí tưởng tượng hình học của mình nhưng cậu hầu như chưa bao giờ thất bại khi gây ấn tượng với họ về tính chính xác khi cậu xử lý kỹ các bài toán. Bộ não của câu dường như là một máy nén toán học van năng, có thể cô đong mọi bài toán về bản chất cốt lõi của nó. Các bạn bè cùng câu lạc bộ cuối cùng đã gắn cho những thứ có trong đầu cậu là "cây gậy Perelman" - một công cụ tưởng tượng rất lớn mà với nó cậu có thể ngôi yên lặng trước khi ra đòn quyết định.

Những đợt huấn luyện ở các câu lạc bộ trên khắp thế giới cơ bản cũng tương tự nhau. Bọn trẻ đến và thấy các bài toán được viết trên bảng hoặc trên giấy. Chúng ngồi xuống và cố gắng giải các bài toán. Huấn luyện viên hầu hết thời gian là ngồi yên lặng; còn các trợ giảng thì thi thoảng kiểm tra học sinh, đôi khi kích thích chúng bằng các câu hỏi và đôi khi gợi ý chúng đi theo những hướng khác nhau.

Với một đứa trẻ Xô Viết, câu lạc bộ toán sau giờ học ở trường là một điều kỳ diệu. Chỉ bởi vì một lý do là nó không phải trường học. Mỗi sáng sau 8 giờ, trẻ em Xô Viết trên cả nước đều rời các căn hộ bêtông giống y hệt nhau và đi bộ tới trường cũng là những tòa nhà bằng bêtông giống y hệt nhau, để ngồi trong các phòng học giống y hệt nhau với các bức tường sơn màu vàng và trên đó treo những bức chân dung giống y hệt nhau của những người đàn ông có râu đã qua đời - Dostoyevsky và Tolstoy trong các lớp văn học, Mendeleev trong lớp hóa học và Lenin thì ở khắp mọi nơi. Giáo viên điểm danh học trò trên các sổ đầu bài y hệt nhau và sử dụng những cuốn sách giáo khoa giống hệt nhau để truyền đạt một nền giáo dục đồng nhất hoàn hảo tới các con chiên của mình, và ngược lại cũng đòi hỏi từ chúng sự đồng nhất tương tự. Giáo viên lớp 1 của chính tôi, ở lân cận vùng ngoại ô Moscow mà chắc cũng chẳng khác gì lân cận vùng ngoại ô Leningrad của Perelman, thực sự đã buộc tôi phải giả vờ tỏ ra kỹ năng đọc của tôi cũng kém cỏi như những đứa trẻ khác, để áp đặt cách nhìn nhận của cá nhân cô về sự đồng nhất trong cùng một lớp. Lần đầu tiên tôi đã dành cả buổi chiều để giải các bài toán - cũng cùng lúc với Perelman cách đó bốn trăm dặm về phía bắc - tôi ngồi đó tưởng chừng như vô tận, cầm trong tay một cây bút chì để vẽ hình. Tôi không nhớ bài toán đó cụ thể thế nào, chỉ nhớ cách giải là phải chuyển vị hình đó. Tôi ngồi mãi, không thể vẽ được gì lên giấy cho đến khi một giáo viên hướng dẫn đến gần và hỏi tôi một câu rất cơ bản, kiểu như "Con đinh làm thế nào?"

"Con định chuyển vị nó, giống như thế này". Tôi trả lời.

"Vậy thì làm đi", thấy giáo đó nói.

Rõ ràng đây là nơi mà tôi được yêu cầu phải tự tư duy. Một sự xấu hổ xâm chiếm tôi; tôi gò mình lên mẩu giấy, phác họa lời giải

trong vài phút và cảm thấy hoàn toàn nhẹ nhõm đến mức tôi nghĩ là mình ngay lập tức đã trở thành một kẻ nghiện toán. Tôi không từ bỏ thói quen này cho đến khi vào đại học (và tôi đã bị kỷ luật vì tội lén thay một môn học nhân văn bắt buộc bằng một môn về giải tích nâng cao). Cảm giác sung sướng khi trí não mình bắt đầu tăng tốc để tìm lời giải, rồi thành công và được xác nhận cũng giống như tình yêu, sự thật, hy vọng và công lý được trao cho tôi cùng một lúc.

Câu lạc bộ toán nơi Perelman sinh hoạt có hoạt động rất cơ bản. Người hướng dẫn mà giáo sư Natason quyết định gửi gắm người được ông bảo hộ là một người đàn ông cao, mặt có nhiều tàn nhang, tóc màu sáng và hay nói to, có tên là Sergei Rukshin. Người này có một đặc điểm khác biệt rất quan trọng, đó là mới chỉ 19 tuổi. Ông chưa từng có chút kinh nghiệm nào trong việc điều hành câu lạc bộ; cũng không có trợ giảng. Điều duy nhất mà ông có là tham vọng cực lớn và nỗi sợ hãi thất bại khi thi đấu. Lúc đó, ông là sinh viên ở Đại học Leningrad; hai buổi chiều mỗi tuần ông mặc vest, đeo cà vạt và đóng vai một huấn luyện viên tại câu lạc bộ toán ở Cung thiếu niên Tiền phong.

Trong nền văn hóa toán học phản kháng lặng lẽ và trang nghiêm của toán học Leningrad, Rukshin là người ngoài cuộc. Ông lớn lên ở một thị trấn gần Leningrad, một đứa trẻ rắc rối giống như bất kỳ đứa trẻ rắc rối nào khác trên thế giới. Ở tuổi 15, ông cũng đã vài lần phạm những tội nhỏ của trẻ vị thành niên và thứ duy nhất mà ông thích là quyền anh. Ông đã vào học trường trung học thương mại, sau đó nhập ngũ, rồi có một giai đoạn ngắn trong đời dính đến rượu và bạo lực – giống như hầu hết đàn ông Nga ở thế hệ ông. Viễn cảnh tương lai của ông khiến cha mẹ ông lo sợ tới mức họ phải cầu xin, van nài và thậm chí là hối lộ cho đến khi một điều thần kỳ đã

xảy ra, con trai họ có một chỗ trong trường trung học chuyên toán ở thành phố. Ở đây, một điều thần kỳ khác lại xảy ra: Rukshin trở nên yêu toán học và dành cho nó toàn bộ khả năng sáng tạo, tinh thần hăng hái và tranh đua. Ông đã thử thi đấu trong các cuộc thi olympic toán học nhưng bị loại bởi những đồng đội đã được luyện thi trong nhiều năm. Tuy nhiên, ông vẫn tin rằng mình biết làm thế nào để chiến thắng; chỉ có điều ông không thể tự mình làm được điều đó mà thôi. Ông đã lập một nhóm học sinh chỉ nhỏ hơn ông một tuổi, huấn luyện họ và họ đã làm tốt hơn ông thật. Rồi ông bắt đầu luyện thi cho lớp cao hơn ở khắp Leningrad. Sau đó ông trở thành trợ giảng ở Cung thiếu niên Tiền phong và chỉ một năm sau đó, khi huấn luyện viên dạy nghề cho ông ở đây rời câu lạc bộ vì kiếm được công việc ở thành phố khác, chính ông đã trở thành huấn luyện viên.

Giống như những giáo viên trẻ khác, ông hơi e ngại các học sinh của mình một chút. Nhóm đầu tiên mà ông huấn luyện gồm có Perelman, Golovanov, Sudakov và một số đứa trẻ khác, tất cả đều chỉ nhỏ hơn ông vài tuổi nhưng đã tự tin để trở thành những nhà toán học có thể thi đấu thành công. Cách duy nhất để ông có thể chứng minh mình xứng đáng làm thầy giáo của chúng là trở thành một người luyện toán giỏi nhất thế giới.

Và quả thật ông đã làm được điều đó. Trong nhiều thập niên, học sinh của ông đã đoạt được hơn 70 Huy chương Olympic toán học quốc tế, trong đó có hơn 40 huy chương vàng; trong hai thập niên gần đây, khoảng một nửa các thí sinh được Nga cử đi thi đều là các học sinh thuộc câu lạc bộ hiện nay đã trở nên lớn mạnh của Rukshin. Tại đây, chúng được chính Rukshin hoặc một trong các học trò của ông huấn luyện bằng phương pháp huấn luyện vô song của ông.

Không rõ điều gì đã khiến phương pháp của Rukshin trở nên vô song. Sudakov, giờ đã trở thành một nhà khoa học máy tính hói đầu và to béo sống ở Jerusalem, thừa nhận, "Tôi vẫn còn không hiểu ông ấy đã làm thế nào, mặc dù tôi biết chút ít về tâm lý học trong những chuyện đó. Chúng tôi đến, ngôi xuống và nhận một tập các bài toán. Rồi chúng tôi giải chúng. Rukshin ngôi ở đó. Khi giải được bài nào, [học sinh] sẽ đến bàn Rukshin, giải thích cách giải của mình và cùng thảo luận. Vậy đó. Tất cả chỉ có thế thôi". Sudakov có vẻ đắc thắng nhìn tôi qua chiếc bàn trong một quán cà phê ở Jerusalem.

"Ai cũng làm như vậy mà". Tôi đáp.

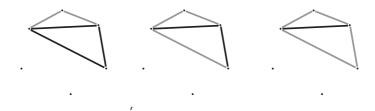
"Chính xác! Đó chính là điều tôi muốn nói đấy!" Sudakov nhấp nhồm trên ghế một cách vui vẻ khi nói chuyện.

Tôi đã đến quan sát các lớp luyện thi ở câu lạc bộ mà Rukshin điều hành trong một phần tư thế kỷ qua. Ngày nay nó mang tên Trung tâm Giáo dục Toán học với khoảng vài trăm học sinh từ 11 tuổi trở lên. Cũng giống như nhóm của Perelman, chúng dành hai buổi chiều mỗi tuần ở câu lạc bộ. Cuối mỗi buổi học - thường kéo dài hai giờ đối với các lớp nhỏ tuổi và có thể kéo dài đến đêm đối với các lớp cao hơn - học sinh được giao bài tập về nhà. Rukshin tuyên bố rằng một trong các chiến lược độc đáo của ông là đưa ra các bài toán thích hợp cho từng lớp trong quá trình luyện thi: người hướng dẫn mang đến vài tập hợp các bài tập và việc ông chọn tập hợp nào là tùy thuộc vào sự tiến triển của học sinh sau vài giờ luyện tập. Ba ngày sau, học sinh mang tới lời giải của mình và từng người một trình bày với người trợ giảng trong giờ đầu tiên của buổi học. Trong giờ thứ hai, người hướng dẫn sẽ viết lên bảng tất cả những lời giải đúng. Khi học sinh lớn hơn, chúng dần tự trình bày lời giải của mình trên bảng trước cả lớp.

Tôi đã quan sát những đứa trẻ nhỏ tuổi vật lộn với dạng toán sau đây: "Có sáu người trong một phòng học. Chứng minh rằng trong số đó, có ba người không biết nhau hoặc ba người đều biết nhau". Người trợ giảng gợi ý học sinh hãy bắt đầu giải từ sơ đồ sau.



Hai trong số sáu học sinh trong nhóm sau khi mày mò vẽ thử một hồi đi tới thực tế là giản đồ đã cho có thể phát triển theo một trong ba cách khả dĩ sau:



Thách thức tiếp theo của hai đứa trẻ đã vượt qua thành công là phải giải thích được rằng đây là một phương pháp đồ thị không thể phủ nhận cho thấy ít nhất có ba người đều biết nhau hoặc hoàn toàn không biết nhau. Nghe hai đứa trẻ phải khó nhọc diễn giải những điều nói trên thành lời, vật lộn với sự ngọng nghịu trong cách ăn nói khi mà tuổi đời của chúng còn ít ỏi, quả là rất thương tâm.

Các nhà toán học gọi đó là Bài toán dự tiệc; dưới dạng tổng quát, bài toán yêu cầu cần phải mời bao nhiêu người đến dự tiệc để có ít nhất *m* người biết nhau hoặc ít nhất *n* người không hề biết nhau.

Bài toán dự tiệc gợi nhớ tới lý thuyết Ramsey, một hệ thống các định lý do nhà toán học người Anh Frank Ramsey đưa ra. Hầu hết các bài toán dạng Ramsey đều tập trung vào số các yếu tố cần có để đảm bảo một điều kiện cụ thể nào đó được thỏa mãn. Một người phụ nữ cần có bao nhiều con để ít nhất hai đứa có cùng giới tính? Ba. Bao nhiều người cần có mặt ở một bữa tiệc để ít nhất ba trong số họ biết nhau hoặc cả ba đều không biết nhau? Sáu. Cần có bao nhiều chim bồ câu để ít nhất một ngăn chuồng chứa hai con hoặc nhiều hơn? Nhiều hơn số ngăn chuồng một con.

Những đứa trẻ ở Trung tâm Giáo dục Toán học – ít nhất là một vài trong số chúng – rồi sau này cũng sẽ phải học lý thuyết Ramsey. Hiện thời, chúng phải học cách biểu thị cách nhìn đối với thế giới mà cuối cùng sẽ khiến chúng phải quan tâm đến lý thuyết Ramsey và các phương pháp quan sát trật tự trong môi trường hỗn độn. Đối với hầu hết mọi người thì trẻ em trong một lớp học hay khách mời trong một bữa tiệc chẳng qua cũng chỉ là con người. Với những người khác thì đó là các yếu tố thuộc một trật tự nhất định và mối quan hệ giữa chúng là mối quan hệ giữa các thành phần của một hình mẫu (pattern). Những người khác này chính là các nhà toán học. Hầu hết các giáo viên toán dường như tin rằng một số đứa trẻ được sinh ra đã có thiên hướng tìm kiếm các hình mẫu. Những đứa trẻ này phải được phát hiện và đào tạo để nuôi dưỡng kỹ năng đó, một thứ kỹ năng đặc biệt có thể nhìn thấy các hình tam giác và lục giác ở chỗ mà những người khác chỉ thấy đó là một bữa tiệc.

"Đó là bí quyết lớn nhất của tôi", Rukshin nói với tôi. "Tôi đã phát hiện ra điều này ba mươi năm trước, đó là phải lắng nghe mỗi đứa trẻ trình bày từng bài toán mà nó nghĩ là nó đã giải được". Các câu lạc bộ toán học khác cho bọn trẻ trình bày lời giải của mình trước

cả lớp – điều đó có nghĩa là lời giải đúng đầu tiên sẽ kết thúc việc thảo luận. Phương pháp của Rukshin là khuyến khích mỗi đứa trẻ trong một cuộc thảo luận riêng biệt về những thành công, khó khăn và sai sót cụ thể của riêng từng đứa. Đây có lẽ là một phương pháp hướng dẫn làm việc căng thẳng nhất từng được phát minh; điều đó có nghĩa là không một đứa trẻ nào và không một người hướng dẫn nào có thể làm việc lơ mơ ở bất cứ thời điểm nào. "Cuối cùng, chúng tôi dạy bọn trẻ diễn đạt", Rukshin nói, "và chúng tôi dạy người hướng dẫn hiểu được những diễn giải không mạch lạc của bọn trẻ và chỉnh sửa cho chúng. Hay nói đúng hơn là hiểu được những diễn giải và các ý tưởng không mạch lạc của chúng".

Khi tôi nghe Rukshin và quan sát ông dạy học, tôi đã phải cố gắng kiểm chế cảm xúc mà buổi học ở câu lạc bộ của ông truyền sang. Điều gì làm cho chúng trở nên khác biệt – cảm xúc hơn nhưng cũng căng thẳng hơn bất kỳ buổi tập luyện toán, cờ hay thể thao nào khác mà tôi từng chứng kiến? Phải mất hàng tháng ngẫm nghĩ tôi mới tìm ra được điều tương tự: các buổi học này giống như khóa trị liệu tâm lý theo nhóm vậy. Mẹo ở đây là làm cho mọi đứa trẻ đều phải trình bày lời giải của mình trước cả nhóm. Toán học là thứ quan trọng nhất trong cuộc sống của những đứa trẻ này; Rukshin không có cách nào khác. Chúng dành hầu hết thời gian rảnh rỗi để suy ngẫm về các bài toán mà chúng được giao, dồn hết vào đó tất cả cảm xúc và năng lượng mà chúng có - không khác gì những người tham gia chương trình điều trị tâm lý 12 bước; giữa những buổi gặp mặt, họ giữ sự kết nối với chương trình bằng cách viết ra các bước. Rồi tại các buổi học, các em trình bày những suy nghĩ của mình trước những người quan trọng nhất đối với chúng bằng việc kể ra câu chuyện về những lời giải trước cả nhóm.

Phải chẳng là điều này đã lý giải được sư thành công chưa từng có trong việc luyện thi của Rukshin? Cũng giống như nhiều người có địa vị không chắc chắn, Rukshin có xu hướng dao động giữa sự khiệm tốn và sự tự đề cao, lúc thì nói với tôi rằng bản thân ông chẳng qua cũng chỉ là một nhà toán học xoàng, lúc lại bảo với tôi đến năm lần trong vòng ba ngày rằng ông đã được mời về làm việc cho Bộ Giáo dục ở Moscow (và ông đã từ chối). Tương tự, ông bảo tôi nhiều lần rằng phương pháp dạy học của ông nên được nhân rộng, và đã có được những kết quả khá ngoạn mục: các học trò của ông đã kiếm tiền nhờ luyện thi học sinh giỏi trên toàn lãnh thổ Liên Xô cũ. Nhưng lúc khác thì ông lại nói với tôi ông là một nhà ảo thuật và vào những lúc như vậy ông có vẻ rất chân thành. Ông nói, "Có một số giai đoạn trong việc day học, như giai đoạn học viên tập sự, giống như phường hội thời Trung cổ. Sau đó là giai đoạn thợ lành nghề, rồi đến bác thầy, rồi ngay bác thầy cũng có các thứ bác khác nhau. Rồi đến bậc nghệ nhân. Nhưng vẫn còn một bậc cao hơn cả nghệ nhân. Đó là bậc phù thủy. Một dạng ma thuật. Đó là vấn đề thuộc về uy tín và tất cả những thứ khác".

Cũng có thể Rukshin năng động hơn bất kỳ huấn luyện viên nào từ trước tới nay. Ông cũng có nghiên cứu về toán học nhưng toán học gần như là nghề phụ trong sự nghiệp của cả đời ông: tạo ra những thí sinh toán học tầm cỡ thế giới. Niềm đam mê một mục đích duy nhất đó có thể nhìn và cảm nhận rất giống ma thuật.

Các nhà ảo thuật rất cần những đối tượng luôn sẵn lòng và dễ gây ấn tượng để hành nghề. Rukshin, người không mấy thích hợp

với nghề giáo viên dạy toán vì rất nhiều lý do khách quan, đã tìm ra không chỉ những đứa trẻ chắc chắn là thiên tài mà còn cả con đường tốt nhất để chứng minh rằng ông có thể biến một đứa trẻ thành nhà toán học. Ông tập trung sự chú ý của mình không phải vào những đứa trẻ hiếu động nhất hay có tư duy nhanh nhất hoặc có tinh thần thi đấu mãnh liệt nhất mà vào những đứa trẻ có khả năng tiếp thu tốt nhất.

Rukshin nói rằng ông đã không đánh giá cao trí tuệ của Perelman ngay lập tức. Ông nhận làm giám khảo một số cuộc thi cấp quận tại Leningrad năm 1976, và đọc qua rất nhiều tờ giấy vẽ đồ thị cùng với bài giải của các em học sinh từ 10 đến 12 tuổi. Ông muốn tìm kiếm những đứa trẻ có khả năng đạt tới điều gì đó về toán học; quy tắc bất thành văn của các câu lạc bộ toán học là họ được phép tuyển học sinh mới nhưng không được lấn sân nhau, vì vây một người vô danh như Rukshin phải tích cực tìm kiếm sớm. Phân lời giải của Perelman được lot vào danh sách; các câu trả lời của câu chính xác và theo phương pháp đôi khi ít ai ngờ tới. Rukshin không thấy những lời giải này có điều gì khiến cậu bé vượt trội hơn những đứa trẻ còn lại, nhưng ông nhận ra triển vọng vững chắc ở cậu. Vì vậy, khi giáo sư Natanson gọi đến và nói tên cậu bé, Rukshin nhận ra ngay. Và khi cuối cùng gặp cậu, ông nhận thấy ở cậu một sự hứa hẹn về một điều còn lớn hơn là một nhà toán học giỏi: thực hiện được tham vọng trở thành một huấn luyện viên toán giỏi nhất từ trước đến nay của Rukshin. Sự thay đổi trong đánh giá về Perelman của Rukshin nhanh tới nỗi đòi hỏi phải có một sự nhảy vọt về niềm tin của ông, nhưng đồng thời nó cũng hứa hẹn phần thưởng xứng đáng là tạo nên một khám phá độc nhất vô nhị - một đứa trẻ có năng lực bằng hàng tá người khác và có thể chiến thắng tất cả.

"Khi mọi người đều học toán và có một người có thể học tốt hơn nhiều so với người khác thì tất yếu sẽ được chú ý nhiều hơn: giáo viên sẽ đến tận nhà và giảng cho học trò đó mọi thứ". Alexander Golovanov đúc rút kinh nghiệm như vậy: anh không những học toán cùng Perelman hàng năm trời mà còn dành hầu hết đời mình cho việc huấn luyện trẻ em và thiếu niên cho các cuộc thi học sinh giỏi toán. Anh được phong là người kế thừa Rukshin. Và anh giải thích cho tôi hiểu có một học trò cưng hoặc là một học trò cưng có ý nghĩa như thế nào. Như trong bất kỳ mối quan hệ nào khác giữa con người với con người, tình yêu có thể mang lại sự tận tụy, từ đó sẽ dẫn đến sự đầu tư và đến lượt mình, sự đầu tư lại phụ thuộc vào sự tận tụy và thậm chí có thể cả tình yêu. "Đó là một định nghĩa về học trò cưng, và Grisha chính là một cậu học trò như vậy: được nhận nhiều hơn những người khác. Ở khía cạnh khác, một khía cạnh rất quan trọng, đó là bất kỳ ai dạy [để đi thi học sinh giỏi toán] cũng biết rất rõ họ đã làm được đến đâu - có thể và không thể nhận được điều gì. Chẳng hạn, có những đứa trẻ tham gia ba đến bốn kỳ thi Olympic [toàn Nga] - và tôi có thể nói rằng nếu tôi không dạy thì có lẽ chúng chỉ được tham gia hai kỳ chứ đừng nói là ba. Vì vậy, tôi không phải là tác nhân chính. Nhưng cũng có những người tôi có thể nói với họ rằng vâng, tôi chính là nguyên nhân chính. Điều đó không có nghĩa là họ thảm bại và tôi nhồi kiến thức vào đầu họ mà có nghĩa là tình yêu. Tôi cho rằng Rukshin đã cảm thấy như vậy về Grisha. Và tôi nghĩ là ông ấy đúng". Còn có một khía cạnh thứ ba nữa, như Golovanov nói, có liên quan đến sự gần gũi thuần túy. Rukshin là một người mắc chứng nghi bệnh mà Golovanov uyên bác đã so sánh ông với Voltaire. Trong nhiều tháng liên lạc với Rukshin, gần như hơn một phần ba thời gian ông nằm trong bệnh viện. "Vì thế mà có lúc Rukshin bị mù tạm thời," Golovanov nhớ lại.

"Đó là vào dịp trại hè, ông ấy và Grisha cùng ở chung một phòng". Perelman khi đó đã là một sinh viên đại học và làm trợ giảng cho Rukshin. "Một buổi sáng, Rukshin nói ông cảm thấy rất vui sướng khi tỉnh dậy và nhìn thấy Grisha nằm ở giường bên cạnh. Nhưng ông ấy không nói cụ thể điều gì khiến ông hài lòng hơn: việc ông có thể nhìn thấy trở lại hay việc ông trông thấy Grisha".

Ở khía cạnh nào đó, sự quan tâm và dạy dỗ Grisha Perelman đã mang lại ý nghĩa cho cuộc đời của Rukshin; về phần mình, Rukshin cũng cố gắng đưa đến cho Perelman những điều có ý nghĩa. Ông đã khiến Perelman từ bỏ violin – và thái độ nhạo báng khi ông nói về điều đó gần ba mươi năm sau đã khiến tôi rất ấn tượng. "Đó là một giấc mơ thị dân", ông cau có. "Học cái thứ vớ vẩn đó chỉ để chơi trong mấy đám cưới với đám tang."

Giống như mọi huấn luyện viên các môn thể thao có thi đấu khác, Rukshin không thích các học sinh của ông dành thời gian làm việc khác. Ông tuyên bố sẽ đuổi Alexander Khalifman, nhà vô địch cờ vua thế giới tương lai, ra khỏi câu lạc bộ nếu chọn cờ vua thay cho toán. Giống nhiều huấn luyện viên khác, ông cũng cho rằng môn học của mình là công bằng nhất, chân chính nhất và đẹp đẽ nhất trong tất cả. Và cũng như nhiều huấn luyện viên, ông nhận thấy sứ mệnh của ông không chỉ là định hình kỹ năng thi đấu cho học trò mà còn định hình toàn bộ tính cách của chúng. Khi bọn trẻ lớn hơn, ông truy tìm để bắt quả tang bất kỳ cậu trai nào làm những chuyện không đàng hoàng hoặc mất tập trung như hôn bạn gái chẳng hạn – và ông bắt gặp họ thường xuyên đến mức học trò bắt đầu nghi ngờ ông theo dõi họ. Perelman chưa bao giờ khiến thầy giáo của mình phải thất vọng vì chuyện này; và Rukshin nhắc đi nhắc lại với tôi rằng "Cậu ấy không bao giờ bận tâm đến các cô gái".

Hai buổi tối mỗi tuần, Rukshin cùng với các cậu bé và một vài cô bé chuyên toán đi bộ từ Cung thiếu niên Tiền phong đến ga xe lửa Vitebsk, nơi ông và Grisha cùng lên một chuyến tàu. Rukshin lấy vợ khá sớm, ông sống cùng vợ và mẹ vợ ở thị trấn ngoại thành Pushkin lịch sử; còn Grisha sống cùng bố mẹ và em gái nhỏ ở ngoại ô tít phía nam, trong một căn hộ bêtông tồi tàn gần Kupchino [St. Peterburg]. Rukshin và cậu học trò đi tàu điện ngầm cùng nhau đến Kupchino, điểm dừng cuối cùng nơi Grisha xuống tàu và đi bộ về nhà, còn Rukshin đổi sang tàu đi bằng vé tháng có chỗ ngôi bằng gỗ cứng quèo thêm 20 phút nữa để về tới Pushkin. Doc đường, Rukshin khám phá được rất nhiều chuyện về Grisha. Chẳng hạn, ông biết rằng Grisha không bao giờ cởi tai mũ lông của mình khi ngồi trên tàu điện ngầm. Rukshin nhớ lại, "Cậu ta không chỉ không chịu bỏ mũ ra, mà thậm chí còn không cởi cả tai mũ và nói rằng mẹ sẽ giết cậu vì mẹ đã dặn không bao giờ được tháo mũ, nếu không sẽ bị cảm lạnh". Khoang tàu điện ngầm nói chung thường có nhiệt độ như nhiệt độ bình thường trong phòng nhưng máy nén trong bộ não của Grisha không có chỗ dành cho việc xử lý tình huống đó. Nguyên tắc là nguyên tắc.

Khi Rukshin phê bình Grisha ít đọc sách – Rukshin hiểu trách nhiệm của mình không chỉ là giới thiệu cho bọn trẻ toán học mà còn cả văn học và âm nhạc nữa – Grisha hỏi tại sao phải đọc sách. Khi được Rukshin trả lời là đọc sách rất "thú vị", Grisha đáp lại rằng những gì cần đọc đã có trong danh sách yêu cầu đọc thêm ở trường rồi. Rukshin gặp may hơn một chút với âm nhạc. Khi Grisha đến câu lạc bộ, sở thích của cậu chỉ giới hạn ở những bản nhạc dành cho các

nhạc cụ cổ điển chính xác và rõ ràng, thường là độc tấu violin. Khi giải một bài toán, cậu thường bị bạn bè cùng lớp gán cho những từ ngữ như "gào thét" hay "khủng bố âm thanh", nhưng khi được hỏi thì Grisha giải thích rằng đó là cậu đang ngân nga bản *Introduction and Rondo Capricioso* của Camille Saint-Saens, một sáng tác xuất sắc dành cho violin và dàn nhạc giao hưởng cả về độ trong sáng lẫn sự xuất chúng của nghệ sĩ độc tấu violin bậc thầy. Tuy nhiên, tại một trong những trại hè, Rukshin đã thành công trong việc lôi kéo cậu học trò đến với thanh nhạc, nhờ đó, Grisha đã tiến bộ một cách có hệ thống: cậu chấp nhận giọng trầm trước rồi dần dần tiến đến giọng cao, nhưng cậu vẫn vạch một ranh giới cho Rukshin khi ông định khuyến khích cậu hát bằng giọng giả nữ vì cậu cho là "phi tự nhiên" và vì vậy "không thú vị gì cả".

Hoàn toàn không thất vọng với cậu học trò, Rukshin dường như rất vui vẻ với tính cách có phần không bình thường của Grisha Perelman. Trong tình cảm giữa cặp thầy giáo và học trò này, mỗi người luôn là một nửa hoàn thiện hơn của người kia. Perelman có thể là một đấu thủ mà Rukshin chưa bao giờ làm được, trong khi Rukshin có thể giao tiếp với thế giới bên ngoài thay cho Perelman và đồng thời bảo vệ cho cậu học trò của mình. Họ – hay nói đúng hơn là Rukshin – đã tạo ra các tình huống mà trong đó họ bổ trợ cho nhau theo cách cũng rất thiết thực. Ở trại hè, nơi cậu bé Perelman 15 tuổi lần đầu tiên trong cuộc đời xa mẹ, Rukshin đã chăm sóc cho cậu chu đáo hằng ngày. Vệ sinh cá nhân thì tế nhị hơn, nhưng thi thoảng Rukshin cũng bắt Perelman phải thay tất, thay đồ lót và dùng túi nhựa bọc những bộ đồ lấm đất vì cậu không chịu giặt chúng – và tất nhiên là thường xuyên không chịu tắm rửa. Cậu cũng không chịu bơi cùng bạn bè vì cậu không thích nước và quan

trọng hơn là cậu không thấy có gì hay ho khi mà để thời gian trôi qua một cách phi trí tuệ và phi cạnh tranh như vậy (nhưng cậu chơi bóng bàn lại rất hay và có khả năng thi đấu). Vì vậy, Rukshin biến cậu thành tai mắt cho mình: Rukshin xuống nước cùng bọn trẻ và bơi ở phía nước sâu để vạch ranh giới không cho phép bọn trẻ bơi qua đó; còn Perelman ngồi trên bờ và đếm đầu người để đảm bảo không ai bị mất tích. Sau này, Rukshin dùng cách khác để sử dụng hiệu quả hơn bộ não của Perelman. Chẳng hạn, khi đã là sinh viên đại học, Perelman được giao nhiệm vụ chọn lọc từ hàng ngàn bài tập để lập ra các bộ đề dùng cho việc luyện thi. "Nếu làm việc này tôi phải mất một khoảng thời gian là t", Rukshin nói với tôi, "thì Grisha làm việc đó chỉ trong thời gian là t/5. Giờ thì các bộ đề đó đã trở thành kinh điển của câu lạc bộ và ở thời điểm này không ai còn nhớ cái nào là do tôi làm và cái nào là do Perelman làm".

Đó là một sự kết hợp được tạo ra ở thiên đường toán học.

## Một trường học tuyệt vời

Khi Grisha Perelman trưởng thành, anh đã học được cách dùng từ ngữ và kết hợp chúng thành những câu hoàn chỉnh – đẹp và chính xác – nhưng cách kể chuyện của anh thì vẫn còn lộn xộn và mang đậm dấu ấn cá nhân. Theo lời Rukshin thì ngôi sao ngự trị câu lạc bộ trong ba – bốn năm đầu là Alexander Levin, người luôn luôn "trình bày lời giải của mình với mong muốn là giúp những người khác hiểu được cách giải các loại bài toán đó. Còn Grisha thì trình bày theo cách riêng của mình với từng bài toán cụ thể. Hãy hình dung sự khác biệt giữa một bác sĩ trình bày bệnh án và một người mẹ của đứa trẻ bị ốm kể về chuyện ngôi trực bên giường bệnh con mình, lau trán cho nó và lắng nghe từng hơi thở mệt nhọc của nó. Tương tự như vậy, Grisha kể lại hành trình riêng của mình khi giải bài toán. Và nếu cách giải có khác hoặc thậm chí có ngắn hơn thì Grisha cũng vẫn chỉ kể lại câu chuyện làm thế nào cậu giải được bài toán đó. Sau khi cậu ta nói xong, tôi thường phải lên bảng và

chốt lại điều gì là quan trọng và điều gì cần phải lược bớt hoặc đơn giản hóa đi – không phải vì bản thân cậu ta không nhận thấy điều ấy mà vì cậu không phải là người làm việc đó".

Điều đáng nói là Perelman đã học cách diễn đạt và làm rất tốt. Hãy hình dung ngôn ngữ hằng ngày khó sử dụng như thế nào đối với một người hiểu sự việc chỉ theo nghĩa đen. Ngôn ngữ không chỉ dẫn dắt thế giới một cách thiếu chính xác đến thất vọng mà lại còn hay nhầm lẫn một cách ngoan cố và quá đáng nữa. Nhà ngôn ngữ học và tâm lý học Steven Pinker đã nhân xét rằng "Ngôn ngữ mô tả không gian theo cách không giống những gì đã biết trong hình học, và đôi khi nó còn có thể làm cho người nghe lơ lửng trên không trung, ở ngoài biển hoặc trong bóng tối liên quan đến nơi sự việc diễn ra". Trong ngôn ngữ, Pinker cho rằng các đối tượng đều có các chiều sơ cấp và thứ cấp, tùy thuộc vào tầm quan trọng của nó. Một con đường được hình dung là một chiều, giống như dòng sông hay dải ruy băng - tất cả chúng đều chỉ gồm có chiều dài, giống như một đoạn thẳng trong hình học vậy. "Lớp hoặc tấm có hai chiều sơ cấp, tạo nên một mặt phẳng," Pinker nói tiếp, "và một chiều thứ cấp có giới hạn, đó là độ dày của nó. Ống hay xà chỉ có một chiều sơ cấp, là chiều dài của nó, và hai chiều thứ cấp, xác định tiết diện của nó".

Rắc rối với ngôn ngữ còn lớn hơn nữa khi chúng ta bắt đầu chia đối tượng theo nội dung và phạm vi. Chúng ta thường mô tả đường viền là biên của một tấm và xem cả hai đều có hai chiều, nhưng với một đầu óc luôn hiểu theo nghĩa đen thì tất cả điều đó đều sai: đường viền không phải là biên của tấm (mà là mép hay cạnh của tấm) và tấm thì có ba chiều. Đồng thời, các từ như đầu/mút và cạnh được sử dụng để mô tả các hình dạng có số chiều ở đâu đó từ 0 đến 3. Điều tồi tệ là trong khi những cái tên dùng cho hình dạng thực vô

cùng phong phú thì chúng ta lại mô tả các vật thể bằng ngôn ngữ rất cẩu thả. Có thể có đến hàng ngàn cái tên về hình dạng trong tiếng Anh; và trong tất cả các ngôn ngữ của loài người, số các danh từ chỉ hình dạng còn vượt quá khả năng định nghĩa được chúng. Với một người có đầu óc luôn hiểu theo nghĩa đen thì điều này là một sự quá đáng: làm sao chúng ta có thể sử dụng các từ chỉ vật mà chúng ta không chỉ không thể định nghĩa được một cách đúng đắn mà thậm chí còn khăng khăng dùng định nghĩa không chuẩn xác.

Lấy ví dụ dải Mobius, một dải nổi tiếng được xoắn lại trước khi nối hai đầu với nhau. Ở đây ngôn ngữ bị dải Mobius thách thức. Một vật di chuyển dọc theo dải, như là với đối tương một chiều; vòng quanh dải như là với đối tượng hai chiều; hay giống như tiêu đề một bộ phim hoạt hình năm 2006, "xuyên qua" dải - tạo cảm giác như là một đối tượng ba chiều? Với người luôn hiểu theo nghĩa đen thì sự cứu rỗi nằm ở hình học sống trong trí tưởng tượng mà ở đó mọi hình dang đều được đinh nghĩa một cách rõ ràng. Thực tế, hình học được giảng day ở trường phổ thông với các định lý cơ bản và các phép đo chính xác, đã biểu thị một sự cải thiện đáng kể đối với ngôn ngữ hằng ngày, nhưng chính topo học mới là tinh hoa của sự rõ ràng về mặt hình học. Không phải ngẫu nhiên mà dải Mobius, một đối tượng lảng tránh sự hiểu biết thông thường, lại là một trong những đối tượng được biết đến sớm nhất trong topo học. Đinh nghĩa rõ ràng trong topo học không có nghĩa là mọi hình dạng đều có thể được hiển thị một cách dễ dàng. Hoàn toàn ngược lại: điều đó có nghĩa là mọi hình dạng chỉ cần có các tính chất nêu trong định nghĩa của nó. Một hình dạng có số chiều nhất định; nó có thể có biên; nó có thể tron nhẵn hoặc không; và nó có thể đơn giản là liên thông hoặc không, hay nói một cách khác là có lỗ hoặc không. Một vật trong topo học có thể là hình cầu – tức là tất cả các điểm trên nó có khoảng cách đến tâm là như nhau - nhưng một nhà topo học lại cho rằng các tính chất căn bản của một hình câu là không thay đổi khi nó bị đập bẹp; hình cầu có thể dễ dàng lấy lại hình dạng cũ, vì vậy không cần bận tâm đến sự thay đổi tạm thời hình dạng bên ngoài của nó. Nhưng nếu trên hình cầu xuất hiện một lỗ thì nó không còn là hình cầu nữa mà là một hình xuyến, đối tượng có một mối tương quan khác với những thứ xung quanh nó và nó không thể dễ dàng được tái dựng lại như một hình cầu. Thế giới của topo học không có chỗ cho những câu hỏi ngốc nghếch theo kiểu mà Pinker ưa chuộng: "Bạn có thể đặt cái gì vào một cái thùng mà làm cho nó nhẹ hơn?". "Một cái lỗ". Đối với một người thường hiểu theo nghĩa đen thì chẳng có gì đáng buồn cười ở đây cả. Người ta không thể đặt một cái lỗ vào bất kỳ đâu. Hơn nữa, một cái lỗ - hay một cái lỗ thêm vào - có nghĩa là hình dạng của vật không còn như ban đầu nữa; cái thùng sẽ không thể trở nên nhẹ hơn vì nó không còn là cái thùng nữa.

Thông thường, ngay cả các nhà toán học cũng chỉ bắt đầu học topo khi họ bước chân vào đại học; theo truyền thống, môn học này thường được cho là quá trừu tượng, không thể giới thiệu với học sinh phổ thông được. Nhưng trí tuệ của một người như Grisha Perelman, một trí tuệ thiên bẩm về toán học không thể phủ nhận, không phải bằng thị giác hay các con số – một trí tuệ tư duy hệ thống thông qua các định nghĩa – là trí tuệ sinh ra cho topo học. Perelman khởi đầu khoảng năm cậu học lớp 8 (khi mới 13 tuổi), những giáo viên thình giảng ở câu lạc bộ toán đôi khi có dạy một lớp về topo học. Topo học vẫy gọi Perelman vượt ra ngoài hình học truyền thống mà cậu đã định hướng tới, giống như ánh đèn sân khấu Broadway vẫy

gọi đứa trẻ đã từng khiến khán giả phải rơi lệ trong vở kịch Annie ở trường. Grisha Perelman sẽ lớn lên để sống trong thế giới của topo học. Cậu sẽ làm chủ tất cả các quy tắc và những định nghĩa của nó. Cậu có thể làm một luật sư trong tòa án của các hình dạng, rồi cuối cùng có thể tranh tụng một cách chính xác và rành mạch tại sao một đối tượng đóng, đơn liên, ba chiều lại có thể luôn là một mặt cầu. Ở đó Rukshin sẽ soi đường cho Perelman; ông đến với Perelman như là một sứ giả toán học từ tương lai, và lời hứa chắc chắn của ông là sẽ làm cho cuộc sống của Perelman ở Leningrad yên ổn và trật tự như những gì cậu tưởng tượng.

Để làm được điều này, chỉ có Trường chuyên Toán Leningrad 239.

Mùa hè năm Grisha Perelman bước sang tuổi 14, mỗi buổi sáng cậu lên tàu đi từ Kupchino đến Pushkin và cả ngày bị Rukshin hành hạ bằng môn tiếng Anh. Kế hoạch đặt ra là Perelman phải hoàn tất kiến thức tiếng Anh của bốn năm trong một mùa hè để đến tháng 9, Perelman có thể vào học Trường chuyên Toán Leningrad 239. Đây là con đường ngắn nhất để toàn tâm đến với toán học với mức phiền toái tối thiểu từ bên ngoài.

Câu chuyện kỳ lạ về các Trường chuyên Toán bắt nguồn từ Andrei Kolmogorov. Vốn là người đã có những đóng góp quan trọng cho quân sự trong suốt Thế chiến thứ II, nhưng Kolmogorov là người duy nhất trong số các nhà toán học Xô Viết hàng đầu, sau chiến tranh đã chuyển ngành, không còn phục vụ trong quân đội nữa. Sinh viên của ông luôn tự hỏi tại sao – và lý giải có vẻ phù hợp nhất là cho rằng Kolmogorov là người đồng tính. Người bạn đời của

ông, người đã cùng chung sống với ông từ năm 1929, là nhà topo học Pavel Alexandrov. Sau năm năm cặp đôi sống cùng nhau, dù Liên Xô hình sự hóa quan hệ đồng tính nam, nhưng Kolmogorov và Alexandrov, với sự thận trọng ở mức tối thiểu, họ gọi nhau là "bạn bè" nhưng không giấu giếm bản chất thật sự của mối quan hệ giữa họ – rõ ràng là đã không gặp rắc rối với pháp luật. Giới khoa học thừa nhận họ là một cặp, nếu không muốn nói là một đôi – họ thường đề nghị các cuộc gặp mặt khoa học cùng nhau, đặt phòng cùng nhau ở khu nghỉ mát của Viện Hàn lâm, và cùng nhau quyên góp ủng hộ cho quân đội. Trong lần phỏng vấn cuối cùng để làm tư liệu cho bộ phim tài liệu về cuộc đời của ông, Kolmogorov – khi đó đã 80 tuổi – đề nghị nhà sản xuất sử dụng bản Concerto song tấu violin của Johann Sebastian Bach – một bản nhạc hoa mỹ dành cho hai người chơi violin – khi chiếu đến ngôi nhà mà ông và Alexandrov đã cùng chung sống.

Dù lý do là gì chẳng nữa thì việc không phải phục vụ trong quân đội đã cho Kolmogorov được tự do cống hiến sinh lực lớn lao của mình để tạo nên một thế giới dành riêng cho các nhà toán học mà ông đã hướng tới từ khi còn trẻ. Kolmogorov và Alexandrov đều đến từ Luzitania, vùng đất toán học kỳ diệu của Luzin, và họ đã tìm cách tái tạo lại nó tại nhà nghỉ (dacha) ở ngoại ô Moscow, nơi họ thường mời sinh viên của mình tới chơi vài ngày để đi dạo, trượt tuyết, nghe nhạc và thảo luận về các dự án toán học.

"Cách thức mà nhóm sinh viên chúng tôi giao lưu với Kolmogorov gần giống như ở thời Hy Lạp cổ đại," một trong vô số những hồi kí mà sinh viên của ông đã xuất bản viết; rõ ràng là tất cả những ai có mối liên hệ với Kolmogorov dường như đều rất xúc động khi viết về ông. "Qua những cánh rừng hoặc dọc theo bờ sông Klyazma,

nhà toán học vạm võ di chuyển nhanh nhẹn, đi bộ hoặc trượt tuyết, vây quanh ông là những người trẻ tuổi. Những sinh viên nhút nhát thì thường vội vã chạy phía sau ông. Ông nói hầu như không nghỉ – mặc dù có lẽ không giống với người Hy Lạp cổ đại, ông ít nói về toán học mà chủ yếu là về những chuyện khác". Kolmogorov tin rằng một nhà toán học có khát vọng trở thành vĩ đại thì phải am hiểu âm nhạc, nghệ thuật thị giác và thơ ca, và – không kém phần quan trọng – là anh ta phải có một thân thể tráng kiện. Một trong các sinh viên của Kolmogorov đã viết trong hồi kí của mình rằng anh được thầy để mắt tới là nhờ đấu vật giỏi.

Sự pha trộn của nhiều ảnh hưởng hình thành nên ý tưởng của Kolmogorov về một nền giáo dục toán học tốt có thể là một sự kết hợp kỳ lạ ở bất kỳ đâu, nhưng ở Liên bang Xô Viết vào giữa thế kỷ 20, đó còn là một sự phi thường gần như không thể tin được. Kolmogorov xuất thân từ một gia đình Nga giàu có, họ có một trường tư ở Yaroslavl, một thị trấn cách Moscow 150 dặm về phía bắc. Ở đó, họ xuất bản một tờ báo dành cho trẻ em do Kolmogorov và các thành viên khác của gia đình cùng làm. Đây là một bài toán mà ông đã đặt ra vào hồi 5 tuổi: Bạn có thể tạo ra bao nhiêu hình mẫu khác nhau từ một sợi chỉ khi khâu một cái khuy có bốn lỗ? Đừng cố giải bài toán này khi bạn không có thì giờ; tôi biết có hai nhà toán học, cả hai đều là sinh viên của Kolmogorov, mà mỗi người đưa ra một đáp số khác nhau.

Năm 1922, Kolmogorov – 19 tuổi, sinh viên Đại học Moscow và là một nhà toán học mới nổi bằng chính thực lực của mình – đã bắt đầu dạy toán tại một trường thực nghiệm ở Moscow. Điều đáng kinh ngạc là trường này hoạt động theo mô hình trường Dalton, một ngôi trường nổi tiếng ở thành phố New York, đã trở nên bất tử nhờ

Woody Allen trong bộ phim *Manhattan*. Kế hoạch Dalton, đặt nền móng cho sự sáng lập nên Trường Dalton và Trường thực nghiệm kiểu mẫu Potylikha nơi Kolmogorov dạy học, là nhằm tìm kiếm một chương trình hướng dẫn riêng cho từng học sinh. Mỗi học sinh sẽ tự vạch ra con đường của chính mình trong một tháng và tiến hành làm việc một cách độc lập. "Vì vậy, mỗi học sinh dành hầu hết thời gian ở trường của mình bên bàn học hoặc đến thư viện để mượn sách hoặc viết một thứ gì đỏ", Kolmogorov nhớ lại trong lần phỏng vấn cuối cùng. "Người hướng dẫn ngồi ở một góc đọc sách và các học sinh sẽ đến trình bày những gì mình đã hoàn thành". Đây có lẽ là hình ảnh đầu tiên của người giáo viên ngồi đọc sách lặng lẽ bên bàn làm việc của mình mà nhiều thập kỷ sau, huấn luyện viên câu lạc bộ toán sẽ là hiện thân của hình ảnh đó.

Các câu lạc bộ luôn dành cho con trai. Bản thân Kolmogorov cũng âu yếm gọi các học trò của mình là "các cậu bé của tôi" khi gửi thư cho Alexandrov trong một chuyến đi cùng với các học sinh năm 1965, "Chỉ trong ba giờ ở độ cao 2400 m mà tất cả các cậu bé của tôi đều bị cháy nắng (lang thang khắp nơi chỉ với chiếc quần bơi hoặc không) khiến chúng không thể chợp mắt nổi trong hai đêm tiếp theo". Niềm đam mê luyến ái đồng tính bất chợt trong cách nhìn của Kolmogorov đối với các sinh viên của mình dường như xuất hiện từ một không gian và thời gian hoàn toàn khác. Trước khi Bức màn sắt ngăn cách Liên bang Xô Viết với phần còn lại của thế giới, Kolmogorov và Alexandrov đã từng đi du lịch. Alexandrov, hơn Kolmogorov 7 tuổi, đã đi nhiều nơi trước khi hai người gặp nhau, nhưng cặp đôi này đã dành suốt năm 1930-1931 học tập ở nước ngoài, đôi khi họ đi cùng nhau. Họ bắt đầu từ Berlin, nơi mà toàn bộ nền văn hóa, đặc biệt là văn hóa đồng tính, rất phát triển.

Họ tiếp nhận tất cả những gì có thể ở đó: sách, âm nhạc và những ý tưởng. "Thật thú vị là ý tưởng về một người bạn thực sự yêu quý dường như lại là thuần túy Aryan: Những người Hy Lạp và người Đức đã có ý tưởng này từ xa xưa", Alexandrov đã viết như thế cho Kolmogorov vào năm 1931, chỉ ít năm trước khi sự tham chiếu tới người Aryan mang một ý nghĩa khác. "Thuyết về một người ban duy nhất rất khó có thể thực hiện được trong thế giới đương đại", Kolmogorov than vẫn trong bức thư trả lời. "Người vợ luôn làm ra vẻ đóng vai trò đó, nhưng sẽ là quá buồn nếu đồng thuận với điều đó. Vào thời Aristotle, hai khía cạnh này của vấn đề đó chưa bao giờ đụng chạm với nhau: người vợ là một chuyện còn người bạn hoàn toàn là một chuyện khác". Kolmogorov đã mang về từ Đức các tuyển tập thơ của Goethe, một nhà thơ mà ông luôn ưa thích. Trong tất cả các lá thư gửi cho nhau, Kolmogorov và Alexandrov còn gửi kèm cả các bản tường thuật chi tiết những buổi hòa nhạc mà họ đã dự và âm nhạc mà họ đã nghe, và khi đĩa hát trở nên thịnh hành, họ cũng bắt tay vào sưu tập. Alexandrov thường chủ trì các buổi tối nghe nhạc cổ điển hàng tuần ở trường đại học; ông bật đĩa hát, thuyết trình về âm nhạc và các soạn giả; sau cái chết của Alexandrov, Kolmogorov – lúc đó cũng đã gần 80 tuổi và bị liệt vì căn bệnh Parkinson - thay ông chủ trì các buổi tối đó.

Âm nhạc cổ điển và sự gắn kết giữa hai người đàn ông, toán học và thể thao, thơ ca và các ý tưởng đã bổ sung cho tầm nhìn của Kolmogorov về con người lý tưởng và trường học lý tưởng. Ở tuổi 40, Kolmogorov đã viết một kế hoạch "làm thế nào để trở thành một người vĩ đại, nếu tôi có đủ khát vọng và sự cần mẫn". Kế hoạch thúc đẩy ông hoàn thiện các công trình nghiên cứu của mình vào tuổi 60 và dành toàn bộ phần còn lại của cuộc đời để dạy ở trường

trung học. Ông thực sự đã tuân thủ kế hoạch này: trong những năm 1950, ông đã công bố liên tục các công trình như khi ở độ tuổi 30 – một điều rất khác thường với một nhà toán học – sau đó ông dừng lại và chuyển toàn bộ sự quan tâm của mình vào việc gõ đầu trẻ.

Năm 1935, Kolmogorov và Alexandrov tổ chức cuộc thi toán đầu tiên ở Moscow cho trẻ em, góp phần đặt nền móng cho sự kiện mà sau này đã trở thành cuộc thi Olympic Toán quốc tế. Một phần tư thế kỷ sau, Kolmogorov đã bắt tay với Isaak Kikoin, một nhân vật trụ cột không chính thức của vật lý hạt nhân Xô Viết, người đã tổ chức cuộc thi tương tự trong lĩnh vực vật lý. Vì giá trị duy nhất mà đất nước gán cho khoa học của họ là quân sự nên cả hai đã hiệp sức thuyết phục các nhà lãnh đạo Xô Viết tin rằng các trường trung học chuyên toán và vật lý có thể cung cấp những bộ não mà đất nước cần để chiến thắng trong cuộc chạy đua vũ trang. Dự án được một ủy viên trung ương trẻ tuổi tên là Leonid Brezhnev ủng hộ – người mà năm năm sau đó đã trở thành lãnh tụ Xô Viết. Hội đồng bộ trưởng đã ban hành sắc lệnh thành lập trường vào tháng 8 năm 1963 và mở cửa vào tháng 12 năm đó. Rất nhanh sau đó, có khoảng nửa tá trường tương tự được mở ở Moscow, Leningrad và Novosibirsk. Các sinh viên của Kolmogorov điều hành phần lớn các trường học này và đích thân ông giám sát việc lập chương trình giảng dạy.

Tháng 8 năm đó, Kolmogorov tổ chức một trường toán mùa hè tại một thị trấn ngoại ô Moscow. 46 học sinh năm cuối các trường trung học, có thành tích cao trong cuộc thi Olympic toán toàn nước Nga đã tới tham dự. Kolmogorov và các nghiên cứu sinh của ông tổ chức các hội thảo, thuyết trình với bọn trẻ về toán học và dẫn chúng đi dạo trong các khu rừng quanh đó. Cuối cùng, 19 cậu bé được lựa chọn vào trường nội trú chuyên toán và vật lý mới lập ở Moscow.

Bọn trẻ đã bước vào một thế giới mới đầy lạ lẫm. Kolmogorov, người đã mơ về ngôi trường như vậy trong suốt bốn mươi năm, đã sáng tao ra không chỉ phương pháp hướng dẫn cho từng cá nhân dựa trên Kế hoạch Dalton mà còn xây dựng một chương trình giảng dạy hoàn toàn mới. Các bài giảng về toán học - mà rất nhiều trong số đó do đích thân Kolmogorov trình bày - đều nhằm giới thiêu các ý tưởng từ thế giới của những nghiên cứu thực, trong đó có tính đến trình độ khác nhau của các học sinh. Đối với Kolmogorov thì việc lựa chọn tập trung vào các học sinh bộc lộ cái mà ông gọi là "tia lửa từ Chúa" chứ không phải là sự hiểu biết nhuân nhuyễn toán học ở trường trung học. Thêm vào đó, trường nôi trú có lẽ là trường duy nhất ở Liên bang Xô Viết có giảng một môn về lịch sử cổ đại. Chương trình giảng day cũng bao gồm nhiều giờ về thể dục hơn các trường trung học thông thường khác. Cuối cùng, chính Kolmogorov thuyết trình với học sinh về âm nhạc, về nghệ thuật thị giác và kiến trúc Nga cổ đại. Ông cũng tổ chức cho học sinh những chuyến đi bơi thuyền, đi bộ và trượt tuyết. "Chúng tôi rất thích các chuyến đi và các bài thơ", một trong các học trò đã viết trong một cuốn hồi ký. "Và một số ít trong chúng tôi đã cảm thụ được âm nhạc: điều đó đòi hỏi phải có chút nền tảng kiến thức tối thiểu nào đó. May mắn là [Kolmogorov] không nói gì đến tầm quan trọng của khoa học xã hội".

Mục tiêu của Kolmogorov là không chỉ tạo nên một nhóm nhỏ các trường ưu tú dành cho các nhà toán học tài năng mà còn dạy toán học thực thụ cho những đứa trẻ nào có thể học nó. Ông đã xây dựng một chương trình giảng dạy mà trong đó bọn trẻ thoát khỏi các công việc cộng trừ tẻ nhạt và làm mệt mỏi đầu óc, chúng chỉ tập trung vào công việc tư duy toán học theo những phương pháp rõ

ràng và thú vị. Ông còn giám sát việc cải cách chương trình giảng dạy trong đó hướng dẫn cách sử dụng các phương trình đại số đơn giản với nhiều biến số và sử dụng máy tính sớm nhất có thể. Ngoài ra, Kolmogorov còn cố gắng điều chỉnh lại kiến thức trung học về hình học, mở ra con đường lĩnh hội các tư tưởng phi Euclid. Vào giữa những năm 1970, tôi đã được vào học một trong những trường được lựa chọn thí điểm sử dụng sách giáo khoa mới (đó không phải là trường chuyên toán mà là trường "thực nghiệm" được mở ra dành cho các đối tượng học sinh rộng rãi hơn). Năm lớp 3, tôi đã khiến cha tôi, một nhà khoa học máy tính, bị sốc trước kiến thức của tôi về khái niệm tương đẳng. Nó hoàn toàn dễ hiểu đối với tôi: ví dụ hai tam giác được xem là tương đẳng nếu chúng giống hệt nhau về mọi phương diện. Từ "bằng nhau" được các sách giáo khoa cũ sử dụng rõ ràng là kém chính xác hơn.

Kỳ lạ là chính môn học giới thiệu cho học sinh phổ thông khái niệm tương đẳng đã khiến Kolmogorov lần đầu tiên phải đương đầu nghiêm túc với hệ thống Xô Viết – điều mà ông đã cố gắng né tránh hàng thập kỷ nhờ vào sự may mắn và thận trọng. Vào tháng 12 năm 1978, Kolmogorov lúc đó 75 tuổi đã bị chấn chỉnh trong một cuộc họp toàn thể của ngành toán thuộc Viện Hàn lâm Khoa học Liên Xô. Lần lượt từng người một, các đồng nghiệp của Kolmogorov đã lên tiếng chỉ trích ông về thuật ngữ *tương đẳng*, về một định nghĩa mới rất khó hiểu của khái niệm *vector* được sử dụng trong sách giáo khoa mà ông là chủ biên, và về việc giới thiệu lý thuyết tập hợp như một nền tảng của chương trình giảng dạy toán học. Điều này, theo các diễn giả, là thí dụ của một sai phạm còn lớn hơn nữa: sự cải cách – và các tác giả của nó – rõ ràng là có hành vi chống Xô Viết. "Những điều này có thể gây nên không gì khác hơn là sự phẫn nộ," Lev Pontryagin, một trong những nhà toán học hàng đầu của Liên

Xô, phát biểu. "Đây là một thảm họa. Là một hiện tượng chính trị". Báo chí thì lên án kịch liệt: các tác giả của cuộc cải cách chương trình giảng day đã "guc ngã dưới ảnh hưởng của hệ tư tưởng tư sản từ nước ngoài" về lý thuyết tập hợp. Họ cũng có cái lý của họ. Cải cách giáo dục lúc đó chỉ được tiến hành ở Mỹ và, quả thực trong suốt quá trình nỗ lưc, Kolmogorov đều chiu ảnh hưởng từ phía Tây bán cầu. Phong trào Toán học mới đã thực sự lôi cuốn các nhà toán học thực thụ tham gia tích cực vào việc giảng dạy ở các trường phổ thông; lý thuyết tập hợp đã được giới thiệu ngay ở các lớp thấp và tạo nền tảng cho việc giảng dạy toàn bộ toán học. Nhà tâm lý học ở Harvard là Jerome Bruner đã quan sát thời điểm đó thấy rằng nó có "tác dụng làm tươi mới cặp mắt của học sinh đối với các khả năng khám phá". Ở lớp 3, toán học cuối cùng đã trở nên dễ tiếp cân để chiếm hàng trang trên báo chí Xô Viết - và Kolmogorov đã được gọi với cái tên chính xác hơn: một đại diện của văn hóa phương Tây ở Liên bang Xô Viết.

Kolmogorov già nua không bao giờ hồi phục nổi sau vụ scandal đó. Sức khỏe của ông suy giảm một cách thê thảm; ông bị bệnh Parkinson, mù lòa và cuối cùng là không thể nói được nữa. Một số học trò của ông tin rằng bệnh tật xuất phát từ chính sự ghét bỏ của dư luận và chấn thương ở đầu, kết quả từ một vụ mưu hại: trong một lần đi bộ qua tòa nhà trường đại học, Kolmogorov bị một cánh cửa nặng đập vào đầu mà ông cho rằng nó có thể đã bị ai đó cố ý đẩy rồi sau đó bỏ chạy. Chừng nào còn có thể, và đáng lẽ ra còn kéo dài hơn một chút nữa, Kolmogorov vẫn còn tiếp tục thuyết trình tại trường nội trú. Ông đã mất ở tuổi 84, bị câm, bị mù và liệt, nhưng vây quanh ông là các học trò, những người trong mấy năm liền đã lần lượt thay nhau túc trực ngày đêm chăm sóc ông.

Sự mâu thuẫn về hệ tư tưởng khiến những đề xuất cải cách của Kolmogorov tưởng chừng như bất khả thi lại trở thành hiện thực. Kế hoạch của ông là nhằm phân chia học sinh thành các nhóm dựa trên sở thích và năng lực toán học của họ, giúp cho những học sinh tài năng và có động lực nhất được tiến nhanh và tiến xa hơn. Toàn bộ hệ thống giáo dục trung học của Liên Xô dựa trên quan niệm đồng đều: mọi người đều đồng thời được dạy những điều như nhau, được sử dụng cùng một loại sách giáo khoa. Nhưng Liên Xô vẫn khao khát muốn có uy tín trên trường quốc tế - thực tế thì điều này ngày càng trở nên rõ rệt hơn khi sự cạnh tranh về công nghệ càng gay gắt hơn vào nửa cuối thế kỷ. Cũng như thế giới toán học của người lớn phải bối dưỡng một số lượng nhân tài nhất định để phô trương tại các hội nghị quốc tế, thế giới nhỏ bé của trẻ em tài năng cũng được phép tồn tại trong một môi trường kiểu nhà kính, chỉ để đất nước có được các đấu thủ trong các cuộc thi Olympic toán và vật lý quốc tế. Và cũng giống như thế giới của các nhà toán học trưởng thành, trong thế giới của các nhà toán học học sinh, không gian để tồn tại một cách dễ chịu là quá nhỏ bé cho tất cả cùng chia sẻ, kể cả những người mà tài năng đã được bảo đảm; để vào được thế giới đó, một đứa trẻ Do Thái phải giỏi hơn gấp hai lần so với những đứa trẻ khác và thậm chí phải giỏi hơn gấp bốn lần so với những đứa trẻ là con của các quan chức.

Có lẽ là bởi vì có quá ít các trường như vậy nên chúng thường tương đối giống nhau, được định hình theo khuôn mẫu của Kolmogorov, không chỉ tăng cường tập trung vào toán học và vật lý mà còn cả âm nhạc, thơ ca và thể thao – một phần không nhỏ

là bởi vì các sinh viên của Kolmogorov chi phối một cách trực tiếp hầu hết các trường học này. Chúng cũng là những đối tượng bị tăng cường giám sát: trường nôi trú của Kolmogorov thường xuyên bi các thanh tra về hệ tư tưởng đến thăm viếng, họ đặc biệt cảnh giác sau khi có sự lên án kịch liệt về cuộc cải cách chương trình giảng day của ông. Những người ủng hộ cho trường thường xuyên bi triệu tập để bảo vệ nhà trường trước cơ quan có thẩm quyền, thường có quan niệm rằng "giáo dục tinh hoa là không được phép trong xã hội của chúng ta". Trường số 2 Moscow rõ ràng là đối tượng bị chỉ trích nhiều nhất - từ các bậc phụ huynh đến một số giáo viên - và cuối cùng những người sáng lập của trường đã bị sa thải; trong khi đó Trường 239 mất đi một số giáo viên giỏi nhất của mình dưới sức ép của KGB, trong khi hiệu trưởng của trường thường xuyên bi khiển trách vì đã tiếp nhận quá nhiều học trò là người Do Thái (theo lịch sử ghi lại thì có hai trong bốn trường chuyên toán bị đóng cửa trong những năm 1970 vì có quá nhiều học sinh Do Thái). Đặc điểm thống nhất của tất cả các trường chuyên toán là sự tập trung tuyệt đối vào trí lực của học sinh, tài năng của giáo viên và tình trạng khẩn cấp về trí tuệ: học sinh chỉ có hai đến ba năm học ở trường nhưng lúc nào cũng đứng trước nguy cơ bị chính quyền phát hiện và đóng cửa.

Sự lựa chọn giáo viên tại các trường học này cũng tương tự như tại các trường đại học ưu tú nhất của Liên Xô. Trong thực tế, về cơ bản cùng là những giáo viên đó. Kolmogorov đưa các học trò của mình về dạy tại trường học của ông, và các học sinh này, đến lượt mình, lại lôi kéo học trò của họ về. Một số giáo viên đến dạy vì con của họ học ở trường; số khác thì được tăng cường cũng vì lý do tương tự. Các học sinh tốt nghiệp Trường số 2 nhớ lại khi tầng lớp trí thức ưu tú của Moscow đổ xô đến trường, giám đốc đã phải đưa

ra cái giá để được chấp nhận là: các bậc phụ huynh nào là giảng viên trường đại học phải phụ trách các môn tự chọn ở trường. Kết quả là trên bảng tin của trường tràn ngập các thông báo về các môn học tự chọn do một số tên tuổi nổi tiếng nhất trong các lĩnh vực khác nhau đề xuất – có tới hơn ba mươi môn một lúc. Rõ ràng là nếu có thêm các trường học kiểu này thì sự tập trung các giảng viên xuất chúng không thể cao như vậy. Bằng cách giữ số lượng các trường này ở mức thấp nhất, chính quyền Xô Viết thực tế đã tạo ra những nơi phát sinh những tư tưởng tự do.

"Điều khiến cho trường trở nên khác biệt chính là tài năng của học trò và những thành tựu về mặt trí tuệ đã làm cho chúng trở nên nổi tiếng và quan trọng hơn", một nhà khoa học máy tính ở Boston, người đã tốt nghiệp một trường chuyên toán ở Leningrad năm 1972 nhớ lại. Trong thế giới bên ngoài trường học, những người ngang hàng thì tôn trọng nhau vì thành tích, trong khi địa vị được trao cho những ai có nguồn gốc vô sản hoặc là đoàn viên thanh niên cộng sản. Bên trong trường học, yêu cầu về ý thức hệ của thế giới bên ngoài bị coi thường: một số trường cho phép học sinh không phải mặc đồng phục (mặc dù ho vẫn bị yêu cầu phải mặc áo khoác, đeo khăn quàng và cắt tóc gọn gàng); một số giáo viên còn đọc các tác phẩm văn học bị cấm trước lớp (dù họ tránh không nêu tên tác giả hoặc tác phẩm). "Điều gì có lợi cho lúa tuổi 16 – 17 hơn là không phải nói dối?" Mikhail Berg viết trong cuốn hồi ký về quãng thời gian học tại trường chuyên toán Leningrad. "Bạn đến phỏng vấn rồi được nhận, và bạn trở thành một thành viên của cộng đồng mà ở đó tỷ lệ phần trăm của bất kỳ thứ gì dính dáng đến Xô Viết đều thấp hơn nhiều lần so với bên ngoài. Bạn phải trả giá cho cơ hội được hít thở trong bầu vi khí hậu này: mỗi ngày bạn phải oằn lưng cống nạp lên bàn thờ của các thần tượng - đó là hai chị em Toán học và

Vật lý và bà mẹ của chúng là Logic. Toán học và logic chặt chẽ đơn giản là đã không để hở ra một chút không gian nào cho ý thức hệ: trộn lẫn nó với logic thì chả khác nào trộn nước với dầu hỏa".

Những trường học này dạy bọn trẻ không chỉ cách thức tư duy mà còn dạy rằng tư duy được ban thưởng – và thưởng một cách công bằng. Nói một cách khác, họ nuôi dạy những con người rất không thích hợp với cuộc sống ở Liên Xô – hay, cũng có thể nói là cuộc sống trong thế giới thực ở bất cứ đâu. Những trường này tạo nên những con người thành thị có tư duy độc lập. Một học sinh tốt nghiệp trường nội trú của Kolmogorov nhớ lại thời gian học với Yuli Kim, một trong những nhà soạn nhạc kiêm ca sỹ chống đối chế độ nổi tiếng nhất Liên Xô, người đã từng dạy văn học ở trường này (cho đến khi ông bị đuổi việc dưới sức ép của KGB vào năm 1968): "Nhờ có ông ấy mà chúng tôi cảm thấy mình giống như các vị thần: chúng tôi sống cuộc đời của mình và có những thành tựu riêng, và chúng tôi cũng có riêng thần Orpheus¹ của mình để hát lên những lời ca ngợi của chúng tôi".

Hệ thống Xô Viết, một hệ thống rất nhạy cảm đối với tất cả các sắc thái khác biệt, nó chối bỏ những đứa trẻ này và chặn đường đi của chúng bằng mọi thứ chướng ngại có thể sau khi chúng tốt nghiệp. Năm tôi tốt nghiệp trường chuyên toán ở Moscow (gia đình tôi còn chưa di cư sang Mỹ), không một học sinh tốt nghiệp nào ở trường tôi được nhận vào khoa Toán Cơ của Đại học Moscow – các giáo viên đều đã cảnh báo chúng tôi về chuyện này. Trường Leningrad 239, mà phần lớn các học sinh tốt nghiệp ở đây đã tin – và một số nói thẳng – rằng họ có thể dễ dàng ngủ qua năm đầu

<sup>1.</sup> Một nhân vật trong thần thoại Hy Lạp, được cho là cha đẻ của thi ca và cây đàn lyre.

tiên ở bất kỳ trường đại học nào mà vẫn vượt qua các kỳ thi một cách xuất sắc, đã chứng kiến có rất ít học sinh của mình được nhận vào Đại học Tổng hợp Leningrad đến mức nó phải tạo lập quan hệ với một trường hạng hai hoặc hạng ba chịu nhận bọn trẻ được học quá nhiều và quá tự tin này vào học. Chúng có thể tin rằng mình là các vị thần, nhưng khi ra khỏi trường trung học, chúng mới nhận thấy mình đứng ngoài dòng chính được tổ chức và bảo vệ tốt của nền toán học Xô Viết. Không phải tất cả bọn trẻ đó – thậm chí có lẽ cũng không phải là phần lớn – đều trở thành nhà toán học, nhưng những đứa làm được điều đó đã được dành cho một thế giới rất lạ lùng với một nền văn hóa toán học khác biệt.

Bản thân Kolmogorov không xa lạ gì với các cơ quan toán học chính thức. Ông là người trong cuộc lập dị, được bảo vệ phần lớn là nhờ vị thế to lớn của ông trên trường toán học quốc tế mà ông đã sớm có được và dễ dàng duy trì trong nhiều thập kỷ. Tuy nhiên, ông đã dành nhiều năm tháng trong cuộc đời mình để đàm phán về giờ giảng, tăng lương và căn hộ cho các thành viên khác nhau của Viện Hàn lâm. Theo những thông tin thu thập được thì ông vô cùng thận trọng trong lời nói và việc làm – và ông không giấu giếm nỗi sợ hãi của mình đối với cảnh sát chìm (và thực sự ám chỉ về mối quan hệ hợp tác với họ) – nhưng năm 1957 ông đã bị cách chức trưởng khoa Toán Cơ của Đại học Moscow sau những ồn ào chống đối trong đám sinh viên của ông.

Mặc cho những nhu cầu cấp bách của cuộc sống hàng ngày ở cơ quan, Kolmogorov vẫn kiên trì với những lý tưởng mà ông đã

truyền lại cho các sinh viên của mình. Ông chia tay với những ý tưởng một cách nhẹ nhàng nhưng hết sức đặc biệt: sau khi nghiên cứu trong vài tuần nền tảng của một vấn đề, ông chuyển giao lại cho một trong các sinh viên của mình, những người này sẽ phải dành hàng tháng thậm chí cả đời để tiếp tục nghiên cứu nó. Ông chỉ nhận một chút lợi ích về quyền tác giả của lời giải chừng nào mà những bài toán lớn của toán học thực sự được giải quyết. Nói cách khác, ngay cả khi ông được cơ quan thừa nhận và chúc mừng như là một nhà toán học Nga vĩ đại nhất thời đại thì ông cũng vẫn gắn bó với những lý tưởng của văn hóa toán học phản Xô Viết. Rất nhiều sinh viên của ông là lãnh đạo của nền văn hóa này và bản thân Kolmogorov chính là ngọn đuốc dẫn đường.

Tầm nhìn của Kolmogorov là kim chỉ nam cho các sinh viên của ông và các sinh viên của họ, và rất nhiều sinh viên của các sinh viên của họ nữa. Kolmogorov đã hướng tới một thế giới không có dối trá hay đâm sau lưng người khác, không có những trò tiêu khiển phụ nữ và những trò thái quá khác, chỉ có toán học, những bản nhạc đẹp và sự ban thưởng công bằng cho tất cả; một vài thế hệ trẻ chuyên toán của Nga đã tin vào điều này. Mikhail Berg đã viết: "Rất nhiều người trong số chúng tôi đã muốn mang cả ngôi trường theo sau khi tốt nghiệp, giống như vỏ giáp của con rùa, vì chúng tôi chỉ có thể cảm thấy thoải mái khi được ở trong ranh giới của những quy tắc logic chính xác và dễ hiểu của nó".

Một cuộc sống trong ranh giới của các quy tắc logic và dễ hiểu chính là điều mà Rukshin hứa hẹn với Perelman để đổi lấy chiến

công to lớn là việc hoàn thiên tiếng Anh trong một mùa hè. Về phần mình, Rukshin cũng cần phải thực hiện dư án của chính ông. Câu lạc bộ toán đối với các trường trung học chuyên toán cũng giống như sự luyện tập của nhóm nhạc sau giờ học đối với Trường trung học nghệ thuật biểu diễn: một đằng là sự thư giãn trong phần còn lại của đời sống học đường nhưng có thể tạo ra những chuyên gia xuất sắc; còn đằng kia thì mang lại một sự chìm đắm hoàn toàn và một tầm nhìn về tương lai. Chúng, nếu có liên quan, vẫn là hai thế giới khác nhau. Giờ đây, nếu Rukshin được làm theo cách của ông thì hai thế giới này sẽ hòa nhập làm một. Lần đầu tiên trong lịch sử các câu lạc bộ toán ở Leningrad, hầu như tất cả các thành viên ở lứa tuổi phù hợp của câu lạc bộ đều có thể vào học trung học cùng nhau. Thông thường, bọn trẻ phải nộp đơn - và được chấp nhận - để được đào tạo hai năm cuối cấp trung học phổ thông tại một trong hai trường chuyên toán ở Leningrad và được rải đều ra các lớp khác nhau để không quá tập trung vào một lớp riêng biệt nào. Thông thường, người ta cho rằng các nhà toán học câu lạc bộ này, cũng giống như các vân đông viên điền kinh chuyên nghiệp giữa các vận động viên không chuyên, sẽ chịu đựng quãng thời gian ở trường một cách buồn tẻ và chờ đợi các bạn đuổi kịp mình. Nhưng Rukshin lại có một ý tưởng hoàn toàn khác: mở ra một lớp bao gồm phần lớn là các thành viên câu lạc bộ toán, ngoài ra, để cho đầy đủ với sự giúp đỡ của những đứa trẻ có động lực và năng khiếu đặc biệt khác, người ta bổ sung thêm một số học sinh từ câu lạc bộ vật lý, và - điều quan trọng nhất, ông nghĩ - là tách biệt khỏi những học sinh khác. Những đứa không bị toán học, hay ít nhất là khoa học ám ảnh thì không được vào lớp này "để tránh gần mực thì đen" chính là cách mà Rukshin áp dụng một phần tư thế kỷ trước. Khi tâm trạng thoải mái hơn một chút, ông giải thích rằng ông muốn

bổn phận của mình gắn với những đứa trẻ có cùng chung một sở thích vì "không có một trường Eton¹ nào dành cho chúng cả". Thêm vào đó, cũng còn có vấn đề về mặt tổ chức nữa: "Tất cả bọn trẻ đều có thể cùng nhau đến câu lạc bộ, chứ không thể nào một em ra khỏi trường lúc 1 giờ rồi em khác vào lúc 4 giờ được. Tôi có thể thỏa thuận với giáo viên của các học sinh này về những gì chúng được học trong các môn toán và vật lý ở trường và những gì tôi sẽ dạy ở câu lạc bộ. Và hành động có sự tính toán, phối hợp thì luôn tốt hơn cho những đứa trẻ có năng khiếu. Rất nhiều đứa trong số chúng là những con chiên ghẻ và theo cách này thì chúng có được một giáo viên có thể bảo vệ chúng như tôi đã làm". Một khi huấn luyện viên và câu lạc bộ toán của anh ta trở thành trung tâm trong cuộc sống của những đứa trẻ này, thì anh ta sẽ không có ý định chuyển đi đâu nữa.

Chỉ có duy nhất một trở ngại trong kế hoạch nhằm tạo ra một cái kén lớn hơn và tốt hơn cho Perelman và những đứa trẻ giống như cậu, đó chính là vấn đề ngoại ngữ. Các trường học ở Liên Xô thường bắt đầu dạy tiếng Anh, Đức hoặc Pháp từ lớp 5 và việc chuyển từ trường này sang trường khác phải có điều kiện phù hợp về ngoại ngữ. Trường 239 dạy tiếng Anh và, nếu có đủ học sinh yêu cầu thì có thêm tiếng Đức; Perelman đã học tiếng Pháp được bốn năm. Rukshin nói tiếng Anh của ông rất dở và để minh họa cho điều này ông nói "Trình độ tiếng Anh của tôi còn lâu mới được như mong muốn" với giọng của nữ hoàng Anh. Đây chính là một Rukshin kiểu cổ: hoặc là tiếng Anh của ông rất giỏi và ông chỉ muốn được khen ngợi, hoặc là tiếng Anh của ông thực sự tồi như ông nói và

<sup>1.</sup> Trường công nội trú nổi tiếng dành cho nam sinh ở Anh.

ông chỉ nhớ được duy nhất câu nói đó. Cho dù là trường hợp nào thì Rukshin và dự án học tiếng Anh kỳ quặc của ông đã chiếm trọn cuộc sống của Perelman trong mùa hè khi cậu bước sang tuổi 14.

Như đối với mọi yêu cầu khác của Rukshin, mẹ Perelman cho phép con trai mình tham gia chế độ học tập hà khắc này mà không hề phàn nàn gì, ngay cả khi điều đó có nghĩa là buộc cả gia đình, lúc này đã có thêm một bé gái mới chập chững biết đi tên là Lena, phải ở lại thành phố suốt mùa hè thay vì đi nghỉ ở nông thôn như mọi gia đình khác thuộc tầng lớp trung lưu ở Leningrad. Rukshin bảo đến mẹ vợ ông cũng nổi cáu: "Con gái tôi không chỉ cưới phải một nhà toán học nghèo mà giờ anh ta còn lôi về nhà cả mấy cậu thiếu niên tiền phong nữa". Vì họ không được chào đón ở nhà nên cả ngày Rukshin và Perelman phải lang thang trên những con đường đẹp để trong các công viên lịch sử lớn của thị trấn, đầu tiên là học theo sách giáo khoa rồi sau đó là dạy nhau những đoạn hội thoại bằng cách nhập vai. Một lần nữa, Rukshin lại chứng tỏ mình là một huấn luyên viên xuất sắc. Đến cuối mùa hè, Perelman đã đủ tiêu chuẩn để vào học Trường 239. Nhiều năm sau, cậu đã viết thông thạo bằng tiếng Anh, không chỉ chính xác mà còn sử dụng nhiều thành ngữ - tất nhiên một phần là kết quả của những năm làm postdoc ở Mỹ nhưng một phần cũng nhờ những nền tảng mà cậu đã nhận được từ Rukshin trong những lúc đi bộ trong công viên.

Lúc này thì tất cả "những con chiên ghẻ" của Rukshin đã có thể học cùng một trường. Hai mươi bảy năm sau, tôi đã nói chuyện với một nhà tâm lý học người Nga gốc Israel, vợ của Boris Sudakov, một trong các bạn bè cùng câu lạc bộ và sau này là bạn cùng lớp với Perelman. Boris gợi ý tôi nên nói chuyện với chị vì chị ấy đã nhận thấy có điều gì đó mất cân bằng ở Perelman khi anh đến Israel vào

giữa những năm 1990. Tôi băn khoăn không biết chị ấy khi đó có nhận thấy điều gì như là điềm báo hiệu cho sự lập dị của anh sau này không. "Thôi nào", chị nói, rõ ràng là có vẻ khó chịu. "Tôi đã gặp các bạn cùng lớp khác của Boris và tất cả họ đều y chang như vậy. Kỳ quặc. Giống như là họ được tạo ra từ một chất liệu gì đó khác biệt vậy". Dịch nghĩa đen câu tiếng Nga mà chị sử dụng có nghĩa là "cấu tạo từ thứ bột khác biệt", sự diễn đạt đặc biệt thích hợp với những cậu bé da trắng nhợt, mập lùn lớn lên thành những người đàn ông trắng bệch, nhợt nhạt.

Tập hợp những đứa trẻ như vậy vào một lớp là ý tưởng điện rồ đối với nhiều giáo viên của Trường 239. "Họ lên tiếng trong các cuộc họp và cho rằng điều đó quá khắc nghiệt". Hiệu trưởng hiện tại của Trường là Tamara Yefimova, người đã từng là Hiệu phó trong thời gian đó, nhớ lại. "Ý tôi là, chẳng hạn như có một cậu bé, cậu ta rất tài năng và giáo viên của cậu đến gặp tôi gần như phát khóc, rồi tôi hỏi câu bé là có chuyên gì xảy ra, câu ấy nói, 'Thưa cô Tamara Borisovna, em rời khỏi nhà rất đúng giờ đấy chứ, nhưng sau đó thì em mải suy nghĩ. Và chúng là như thế thật, rất khó để hiểu chúng: chúng ngồi phía cuối lớp, giáo viên cứ nói những gì mình muốn và không ai biết được chúng làm gì ở đó, có thể là lại tiếp tục tư duy cũng nên". Hiệu trưởng, một phụ nữ thấp, khỏe mạnh với kiểu tóc húi cua đàn ông, trông giống một huấn luyện viên thể dục được mọi người yêu mến hơn là người đứng đầu một trường học ưu tú được coi như trường Dalton hay Eton của Nga. Thời trẻ, bà đã từng điều hành một trường cấp hai ở một căn cứ quân sự tại một nơi mà bà không muốn nói tên. Bà được gửi đến Trường 239 để giám sát môi trường tự do quá mức ở đây và được nơi này thừa nhận như là một kẻ độc ác biết điều: Bà bày tỏ rõ ràng sự ngưỡng mộ chân thành đối với những trí tuệ ưu tú mà bà đang điều hành. Bà khéo léo ứng phó với những cuộc thanh tra triển miên và bà đã thành công khi hoàn thành một số việc mà không ai trong số những người tiền nhiệm của bà làm được – như sửa mái nhà bị dột và khôi phục lại một giảng đường tráng lệ của trường. Nhưng sự ủng hộ của bà đối với việc mở lớp học – câu lạc bộ toán rõ ràng đã khiến một số giáo viên coi đó như một biểu hiện lệch lạc sự yêu mến của bà đối với giới trí thức; bà kể rằng một số giáo viên đã xin đi khỏi trường để phản đối. Mặc dù vậy, tháng 9 năm 1980, lớp câu lạc bộ toán đầu tiên đã được nhận vào Trường 239.

Một số người sinh ra để làm giáo viên. Tôi đã gặp một vài người và họ thuộc loại khác thường: vô cùng nhạy cảm, mỏng manh như trẻ em hay thanh thiếu niên, hòa hợp một cách tinh tế với chúng và yên tâm với suy nghĩ rằng những học sinh giỏi nhất của mình sẽ trưởng thành thông minh hơn và được giáo dục tốt hơn họ. Valery Ryzhik sinh ra vào năm 1937, là để dạy toán. Ông bắt đầu dạy ở Trường 239 khi 25 tuổi, ở đó ông đã giúp xây dựng chương trình giảng dạy và ông đã dạy toán được hai mươi tám năm khi lớp câu lạc bộ toán do Rukshin lập ra được giao cho ông, bất chấp những lời phản đối. Công việc của ông là dạy bọn trẻ toán học đồng thời cũng phụ trách lớp, giống như giáo viên chủ nhiệm ở các trường trung học Mỹ.

Ý tưởng của Ryzhik là dạy các em học sinh trung bình của Trường 239 – những em đứng đầu ở các trường khác nhưng lại không thuộc dạng có năng khiếu đặc biệt – đạt kết quả tốt nhất thông qua việc dạy các học sinh giỏi nhất theo cách lôi kéo được số còn lại của lớp. Các học sinh nhớ lại vào đầu mỗi năm học, ông chọn ra năm học sinh đứng đầu lớp và tập trung quan tâm dạy dỗ chúng trong khi những học sinh còn lại học tập bằng cách quan sát. "Các thanh tra phê bình tôi vì đã không dạy cho các em học sinh trung bình", Ryzhik nhớ lại vào năm 2008, khi ông đã là giáo viên chủ nhiệm gần nửa thế kỷ. "Và tôi nói thế này, vấn đề không phải là ở chỗ dạy các học sinh trung bình mà là ở chỗ dạy các em có năng khiếu – đây thực sự là công việc rất khó khăn. Thứ nhất là vì chúng rất khác biệt, thứ hai là nếu cách anh dạy chúng không thú vị thì chúng chỉ có thể chịu đựng được ngày một ngày hai rồi sẽ chán và bắt đầu tự hỏi chúng đang làm cái gì ở trường này. Và tôi không thể để điều đó xảy ra được. Cần phải làm cho mắt chúng sáng lên và tôi không thể giải thích cho cô làm điều đó như thế nào".

Có một nhóm 10 em học sinh đặc biệt tài năng bên cạnh 25 em khác được trao cho Ryzhik là một thách thức dường như không thể vượt qua. Bọn trẻ của câu lạc bộ rất khác biệt. Alexander Golovanov, một cậu bé thần đồng, luôn ngồi hàng đầu "và không để ai chen được vào lời nào", Ryzhik nhớ lại. "Một cậu bé như vậy đấy". Còn Grisha Perelman thì ngồi hàng cuối. Cậu không bao giờ nói trừ phi một lời giải hay giải thích cần phải sửa lại. "Và khi đó thì cậu ấy giơ tay". Ryzhik bắt chước động tác đó khi hơi nâng tay lên khỏi mặt bàn. "Cô khó mà nhận thấy điều đó. Tiếng nói của cậu ấy là quyết định cuối cùng". Tuy nhiên, Perelman không bao giờ làm những điều mà những học sinh xuất sắc khác làm: cậu không bao giờ để bản thân bị mất tập trung và, biết nói thế nào nhỉ, không nghịch vớ vẩn với một bài toán khác trong giờ học. Cậu ngồi yên và lắng nghe thảo luận dù không có tác dụng thực tế nào với cậu; kỷ luật là kỷ luật, và nếu có ai đó lên lớp thì phải có người lắng nghe.

Trước đây Ryzhik cũng đã từng gặp những đứa trẻ giống như Perelman. "Chúng tôi đều có một vài đứa trẻ như vậy mỗi năm", ông nói với tôi. "Điều lạ lùng là tất cả bọn chúng đều tỏ ra đặc biệt khiêm tốn, một sự dè dặt kín đáo của học trò. Không bao giờ tự phụ, và tôi nghĩ đó là một trong những điều kiện cần cho điều gì đó khác thường trong tương lai. Tôi cũng đã thấy những đứa trẻ giống như Golovanov, nhưng chưa bao giờ thấy chúng làm được điều gì đó xuất chúng trong toán học – chúng chỉ dừng lại ở mức độ chuyên nghiệp. Người có thể tiến xa hơn phải là kiểu người khác biệt". Bằng con mắt của một nhà giáo lão luyện, Ryzhik đã phát hiện được một học sinh tuyệt vời.

Ryzhik đã cố gắng tạo lập mối quan hệ cá nhân với Perelman, một phần theo yêu cầu của mẹ cậu. Bà đã đến trường vào đầu năm học và nhờ ông cố gắng đảm bảo hai điều: thứ nhất là Perelman phải ăn gì đó khi ở trường và thứ hai là cậu phải buộc dây giày. Một người mẹ ở phương Tây thường mua giày sục cho con trai mình nhưng các cửa hiệu ở Liên Xô không có sự lựa chọn nào cho những đứa trẻ hay đãng trí. Ryzhik chưa bao giờ hoàn thành được nhiệm vụ nào: Perelman vẫn đi khắp nơi với cái dây giày không buộc và cậu không ăn gì cả. "Có thể cậu ấy không muốn bị phân tâm", Ryzhik đoán. "Có thể toàn bộ hệ thần kinh của cậu ấy đã được điều chỉnh chỉ để dành cho quá trình học tập nên cậu không thể rời ra được. Hoặc có thể đó là vấn đề huyết áp - cậu ấy có thể cảm thấy nếu mình ăn vào, tư duy của cậu sẽ không còn chính xác nữa". Một khả năng nữa là thức ăn ở trường quá phong phú với Perelman; thực đơn ở căng tin thay đổi mỗi ngày trong tuần. Trong nhóm câu lạc bộ toán, mỗi cậu bé đều có món ăn ưa thích riêng của mình. Vì vậy, vào các buổi chiều, khi đi bộ từ trường đến Cung thiếu niên, chúng

tạm dừng vài phút để nạp thêm năng lượng. Tất nhiên, hệ thống của Perelman là đơn giản nhất và nhanh nhất: cậu đến tiệm bánh trên đường Liteyniy Prospect, chưa đầy nửa đường từ trường đến câu lạc bộ và mua một ổ bánh mì Leningrad, tức một khúc bánh mì trắng lớn có nho khô bên trong và lạc nghiên nhỏ bên ngoài. Perelman không ăn lạc vì vậy thường Golovanov sẽ cạo lạc ra và ăn chúng. Đôi khi Golovanov hăm hở lấy cả nho khô nữa nhưng thường bị Perelman đánh mạnh vào tay cậu.

Các ngày thứ Hai, Perelman ở lại trường sau giờ học và chơi cờ trong câu lạc bộ cờ của Ryzhik. Họ chơi kiểu cờ nhanh, một trò chơi được cho là đòi hỏi trực giác nhiều hơn là tính toán, nhưng Perelman chơi rất giỏi, thậm chí đã hai lần thắng cả Ryzhik – có lẽ vì cái mà các kỳ thủ gọi là trực giác trong thực tế là khả năng nắm bắt những hệ thống phức tạp chỉ trong một hành động duy nhất, mà đó chính là điểm mạnh của Perelman. Nhưng trong các buổi chiều hằng tuần ở cùng nhau, Ryzhik khéo léo và cũng đáng sợ nữa chưa bao giờ dấm thử phiêu lưu vào lãnh địa riêng tư của Perelman, chưa bao giờ đề cập đến chủ đề nào khác ngoài trường học, cờ và toán học. Không phải ông lựa chọn cậu là một trong các học sinh thường xuyên được nhắc đến trong lớp mà đúng hơn, ông coi cậu như "dự trữ chiến lược" theo cách nói của ông, để dành cho những bài toán đặc biệt khó.

Đối với lũ trẻ nói chung, Ryzhik cố gắng làm một nhà lãnh đạo bao quát tất cả. Vào các ngày Chủ nhật – ngày nghỉ duy nhất của trẻ em Liên Xô thời đó – ông đưa học sinh lớp mình ra ngoài thành phố để đi bộ và tổ chức các cuộc đua có định hướng. Vào mùa hè, ông cho chúng tham gia những chuyến đi dài hàng tuần ở các địa hình hiểm trở khác nhau trên vùng núi Caucasia hay rừng Siberi.

Perelman không bao giờ tham gia. Ryzhik cho rằng đó là bởi vì Perelman là kiểu người chỉ thích ru rú xó nhà dù rõ ràng là cậu có đăng ký tham gia các cuộc đi bộ bắt buộc của câu lạc bộ toán do Rukshin tổ chức. Bản thân cậu ngoài giờ học ở trường là thuộc về Rukshin. Cả Rukshin lẫn Ryzhik đều thực hành cách tiếp cận kiểu Kolmogorov: khi bắt bọn trẻ tham gia các cuộc đi bộ dài và mệt mỏi, họ cố gắng rèn đúc chúng thành những con người mà họ mong muốn – với Rukshin thì tập trung hơn vào văn học, âm nhạc và sự uyên bác toàn diện trong khi Ryzhik thì vào tinh thần thượng võ, tính trung thực, tinh thần trách nhiệm và các giá trị phổ quát khác. Ryzhik đã làm điều này trong hơn hai mươi năm nhưng với lớp câu lạc bộ năm 1982, ông cảm thấy mình đã thất bại.

"Lớp tách ra thành hai nhóm", Ryzhik nhớ lại. "Một nhóm gồm những người học và nhóm kia có những giá trị khác. Và tôi chưa bao giờ cố gắng kết nối hai nhóm ấy với nhau". Các cậu bé câu lạc bộ toán là trung tâm của nhóm người học. Trong một chuyến đi bộ đường dài vào ngày Chủ nhật, thường được tổ chức vào năm thứ hai và năm cuối ở Trường 239, một trong các học sinh câu lạc bộ toán đã bị một người bạn cùng lớp nhưng không ở trong câu lạc bộ lôi kéo vào một thí nghiệm hóa học. Người bạn đưa cho cậu một chất nhưng không cảnh báo cậu rằng đó là một thứ rất dễ nổ nếu bị nóng lên. Khi cậu bé đến gần đám lửa trại, chất đó bùng lên trong tay cậu, gây ra một vết cắt ở cổ tay. "Lạy Chúa là cậu bé còn sống", Ryzhik nói. "Và sau đó tôi nhớ là mình đã nói chuyện với bọn trẻ. Tôi nhớ rất rõ chuyện này. Tôi nói 'Hãy tưởng tượng chúng ta đang trong một chuyến đi. Và chúng ta dựng trại tại một nơi nào đó để nghỉ đêm. Ở đó có một cái hồ và tôi không thích vẻ ngoài của cái hồ đó, tôi nhận thấy đến gần nó rất nguy hiểm nên tôi bảo các em là trong

bất kỳ tình huống nào cũng không được đến đó nếu không có tôi. Rồi hãy tưởng tượng, đêm đó, một người trong các em quyết định đi bơi. Ai sẽ gọi tôi dậy để báo cho tôi biết chuyện gì xảy ra?' Không ai cả! Và tôi nói, 'Các em có thấy chuyện gì xảy ra không? Một cậu bé có thể chết! Các em có thể không hiểu điều này nhưng tôi thì có. Dù sao thì dựa trên hệ giá trị đoàn kết trẻ con ngốc nghếch của các em, các em sẽ tiếp tục giữ im lặng'. Điều đó có nghĩa là câu chuyện vụ nổ hôm nay không dạy các em điều gì cả. Các em rồi sẽ quên nó".

Thí nghiệm lớp câu lạc bộ của Rukshin đã phá vỡ sự cân bằng tinh tế đã tồn tại ở Trường 239 và các trường chuyên toán khác, cũng như trong thế giới người lớn ở Liên Xô, nơi nền văn hóa toán học phản kháng được phép tồn tại một cách lặng lẽ chừng nào nó chưa đưa các ý tưởng của nó ra đường phố. Trong lớp của Ryzhik, quy tắc thông thường về sự không đối đầu giữa những thiên tài và những người còn lại không còn được áp dụng: nhóm thiên tài quá lớn, quá manh mẽ và quá trẻ để hiểu chuyên đó. Đó là cuộc chiến tranh và Ryzhik đã đúng khi nghĩ mình đã thất bại trong việc thuyết phục đám học trò rằng điều đó là sai. Một phần tư thế kỷ sau, người đã đưa cho bạn mình quả bom thính thoảng nhắc lại vụ việc này trên blog của mình, nhớ lại nó mà rõ ràng là không mấy hối hận. Không hề có sự giải thích nào cho sự việc xảy ra. Có lẽ các cậu bé của Rukshin cho rằng những người bạn cùng lớp của mình đại diện cho một hệ thống đã sỉ nhục họ ở các trường khác; có lẽ họ thực sự đã trưởng thành khi cho rằng bất kỳ ai nằm ngoài cái vòng tròn nhỏ của mình đều là kẻ thù. Bất luận thế nào, như vẫn thường xảy ra trong chiến tranh, hai phía luôn xem phía còn lại không phải là con người. Ryzhik không tổ chức tiếp các chuyến đi bộ sau cuộc nói chuyện ấy. Năm sau, ông đã cắt giảm thời gian lên lớp của mình

xuống còn một ngày một tuần, nhờ đó ông có thể tập trung hoàn tất cuốn sách giáo khoa về hình học mà ông đã thử nghiệm với các học sinh của mình. Năm tiếp theo, khi Ryzhik thử quay trở lại dạy toàn thời gian ở Trường 239, ông đã bị từ chối, rõ ràng bởi vì hiệu trưởng của trường đã chịu sức ép về việc giảm bớt số lượng giáo viên người Do Thái.

Khi tôi gặp Ryzhik, ông đã 70 tuổi, vẫn tiếp tục giảng dạy ở một trường chuyên toán và vật lý ưu tú mới, chơi cờ vào buổi chiều và có cơ hôi nhìn lai một cách tử tế cuộc đời mình, phần lớn sống trong bóng tối của sự thỏa hiệp thời Xô Viết. Ông đã từng bị Đại học Tổng hợp Leningrad từ chối vì ông là người Do Thái. "Họ thậm chí không buồn đưa ra một bài toán khiến tôi không giải được. Tôi đã ngôi đó ba giờ sau khi buổi thi kết thúc, tôi giải được hết nhưng họ vẫn đánh trượt tôi. Tôi chỉ là một cậu bé. Tôi về nhà và khóc". Ông đã tốt nghiệp trường Herzen, một trường hạng hai hạng ba gì đó và sau đó bị đuổi khỏi khoa vì có quá nhiều người Do Thái. Ông chưa bao giờ có ý định bảo vệ luận án tiến sỹ, dựa trên cuốn sách giáo khoa hình học mà ông là đồng tác giả và bị chỉ trích là đã vi phạm mọi nguyên tắc về phương pháp luận giảng dạy của Liên Xô. Trong vài giờ trò chuyện với ông, điều duy nhất ông thấy hối tiếc là mình đã thất bại trong việc lập lại cuộc thí nghiệm kỳ lạ với lớp mà Grisha Perelman là học sinh của ông.

Chắc chắn Perelman đã không để tâm đến bi kịch của người thầy giáo này, như mọi thứ khác xung quanh cậu ở Trường 239. Cậu chưa bao giờ tham dự lớp văn học vào thứ ba, trong đó có thơ ca và thường là những thứ vượt ra ngoài danh mục các sách đọc tham khảo ở trường. Có lẽ cậu cũng không biết chuyện hiệu trưởng Trường 239 là Viktor Radionov đã bị sa thải vì tội ấu dâm. Cậu chắc

chắn cũng không biết gì về vô số các cuộc thanh tra tư tưởng, trong đó yêu cầu các giáo viên và những học sinh hòa nhập hơn và phải có những hành vi tốt nhất trong nhà trường Xô Viết, điều mà có ở Perelman một cách tự nhiên. Cậu hầu như chắc chắn không bao giờ đặt câu hỏi trên bảng hỏi – đáp vô danh do thầy dạy sử Pyotr Ostrovsky phụ trách, người đã gây ấn tượng mạnh với học sinh vì sẵn lòng trao đổi ngay cả những vấn đề chính trị nguy hiểm, và cũng là người sau này lộ ra là một chỉ điểm của KGB, chuyên theo dõi những học sinh đặt ra các câu hỏi nguy hiểm và tố cáo chúng cùng với cha mẹ của chúng.

Trong khi sư nghiệp của nhiều người còn bấp bênh và toàn bô cuộc sống của họ bị hủy hoại, trong khi một số đứa trẻ trưởng thành trong môi trường toán học tự do còn số khác lao động một cách đầy lo lắng để sinh tồn thì Perelman vẫn học toán. Một người ban cùng lớp nhớ lại đã thấy Perelman và Golovanov dùng lại giữa đường từ trường đến ga tàu điện ngầm để viết các công thức một cách điện rồ trên hè phố ngay trước cửa lãnh sự quán Mỹ. Rất có thể Perelman không để ý đó là lãnh sự quán, hay rạp chiếu phim nổi tiếng được đặt trong nhà thờ liền kề trường học, hay bậc cầu thang cẩm thạch lớn hình bán nguyệt của trường và những tấm bảng cẩm thạch ghi danh những học sinh đoạt giải Olympic quốc gia mà trên đó cuối cùng chính tên của Perelman cũng được gắn lên bằng vàng. Đối với bạn bè cùng lớp, cậu giống như một thiên thần toán học: cậu chỉ lên tiếng khi một lời giải cần có sự can thiệp của cậu; cậu luôn trông ngóng tới ngày Chủ nhật, để thở phào một cách hạnh phúc và nói rằng cậu "cuối cùng đã có thể giải được một số bài toán một cách êm đẹp"; và nếu được hỏi, cậu luôn kiên nhẫn giải thích bất kỳ vấn đề nào liên quan đến toán cho bất kỳ bạn cùng lớp nào, mặc dù rõ

ràng là cậu hoàn toàn không thể hiểu nổi tại sao lại có ai đó không hiểu được một điều đơn giản như vậy. Bạn bè đáp lại cậu bằng lòng tốt: họ nhớ lại sự lịch sự và khả năng toán học của cậu nhưng không ai kể với tôi chuyện cậu đi khắp nơi với đôi giày không buộc dây – dù sao thì đó cũng không phải là chuyện bất thường đặc biệt gì – hay vào năm cuối cấp, móng tay của cậu dài tới mức cong cả lại.

Những học sinh đã tốt nghiệp khác của Trường 239 rất biết ơn ngôi trường vì đã mở mang đầu óc của họ; dạy cho họ rằng trí tuệ, sự uyên bác và văn minh sẽ được tưởng thưởng; và đã cho họ một xuất phát điểm vượt trội để tiếp tục học tập ở những cấp cao hơn. Nếu Perelman phải cảm ơn một điều gì đó vô hình thì có lẽ cậu sẽ phải cảm ơn Trường 239 đã để mặc cậu. Người ta ngờ rằng ý tưởng thiết lập lớp câu lạc bộ của Rukshin chỉ là để dành cho hai người: Rukshin và Perelman. Nó là sự tai hại đối với những đứa trẻ khác và là bi kịch đối với Ryzhik, nhưng nó lại giúp cho sự cộng sinh của Perelman và Rukshin tiếp tục bền vững và quan niệm của Perelman về thế giới không bị ảnh hưởng - mà còn không bị mở rộng. Giống như mọi bong bóng bảo vệ khác, môi trường của trường chuyên toán không chỉ có tác dụng như tấm lá chắn mà còn tách biệt nó với cư dân bên ngoài. Nó bảo đảm rằng sự tiếp cận logic không ngừng của Perelman đối với cuộc sống không bao giờ bị thử thách, cho phép cậu tập trung vào toán học đến mức loại trừ – theo đúng nghĩa đen của chữ đó - hầu như tất cả những thứ khác. Nó khiến cậu tránh phải đối diện với thực tế rằng cậu đang sống giữa loài người, mỗi người có những ý nghĩ và tư tưởng riêng của mình, để không phải nói gì về những cảm xúc và khát vọng. Rất nhiều đứa trẻ có năng khiếu đã nhận ra như là khởi đầu của sự trưởng thành rằng thế giới của các ý tưởng và thế giới của con người luôn cạnh tranh nhau đòi

hỏi sự chú ý và nghị lực của họ. Nhiều người phải lựa chọn khó khăn vì cái này hay cái kia. Trường 239 không chỉ giải thoát cho Perelman khỏi sự lựa chọn mà nó còn giúp cậu không biết đến sự căng thẳng giữa con người và toán học thậm chí vẫn còn tồn tại.

## IV

## Điểm số tuyệt đối

Đôi khi Ryzhik có những cuộc nói chuyện khá khó khăn và tế nhị với phụ huynh một số học sinh cuối cấp của mình. Ông đề nghị họ suy nghĩ về cơ hội vào đại học của con cái họ. Bản thân Ryzhik đã từng khóc khi bị từ chối vì mình là người Do Thái, nên ông muốn cảnh báo những bậc cha mẹ mà ông cảm thấy họ vẫn chưa quan tâm đầy đủ đến vấn đề này. Có những chuyện rất tế nhị trong quá trình được nhận vào đại học mà ông đã nhận thức được một cách rất sâu sắc. Khoa Toán Cơ của Đại học Tổng hợp Leningrad mỗi năm chỉ nhận tối đa hai sinh viên Do Thái, điều này là bắt buộc một cách nghiêm ngặt, nhưng không quá sốt sắng: không giống như khoa Toán Cơ của Đại học Tổng hợp Moscow, nó không đào quá sâu vào lịch sử gia đình của từng thí sinh nhằm truy tìm gốc gác Do Thái từ họ hàng của họ. Đồng thời, khoa Toán Cơ còn từ chối cả các thí sinh không phải là người Do Thái nhưng có họ đọc lên giống như Do Thái.

"Tôi có một học sinh tên là Filipovich", Ryzhik nhớ lại. "Đó không phải là một cái tên Do Thái nhưng phát âm nghe có vẻ giống

nên họ đã không nhận cô ấy". Các bậc phụ huynh cần phải được cảnh báo để chuyển hướng cho con mình đến các trường có chính sách thông thoáng hơn, nếu cần thiết. Ryzhik có hai nguyên tắc: ông không nói trực tiếp với học sinh của mình về chuyện này mà muốn để chúng biết được từ cha mẹ mình, và ông chỉ nói chuyện với phụ huynh khi ông nhận thấy thực sự cần thiết. Ông nói ông ghét can thiệp vào chuyện người khác và chắc hẳn là ông ghét phải đóng vai một điệp viên bất đắc dĩ của chế độ kỳ thị đối xử một cách vô lý và tàn nhẫn. Nhưng khi phải làm điều đó thì ông cam kết với các phụ huynh về cái mà ông gọi là "một cuộc đối thoại chuẩn mực: trong đó yêu cầu phụ huynh phải nhận thức đầy đủ về những gì sẽ làm để tìm trường cho con, và phải có một kế hoạch sẽ phải làm gì nếu điều đó không thực hiện được. Và làm thế nào để giải thích cho con chuyện này? Bản thân tôi đã phải trải qua tất cả những chuyện này rồi".

Những đứa trẻ nói đến ở đây không còn nhỏ tuổi nữa – thường các học sinh tốt nghiệp trung học ở Liên Xô đã 17 tuổi – nhưng vấn đề lại quá lớn để những thanh niên như chúng có thể hiểu và giải quyết được. Cơ chế thi đại học của Liên Xô gồm bốn hoặc năm môn thi, thường kết hợp cả hình thức thi nói và viết, vì thế các thí sinh bắt buộc phải có mặt trực tiếp ở trường đại học. Chính vì vậy, một học sinh tốt nghiệp trung học có thể nộp hồ sơ vào nhiều nhất là hai trường đại học trong một mùa hè. Nếu học sinh nam thi trượt thì phải đi nghĩa vụ quân sự. Khi Perelman tốt nghiệp, Liên Xô đang bước vào năm thứ ba của cuộc chiến tranh ở Afghanistan; có khoảng tám ngàn thanh niên đến tuổi làm nghĩa vụ quân sự phục vụ ở đó vào bất kỳ thời điểm nào và nghĩa vụ quân sự là điều mà mọi bâc cha me sơ hãi nhất.

Với một thanh niên Do Thái có năng khiếu toán học, chỉ có ba chiến lược chọn trường phù hợp: chọn một trường khác Đại học Tổng hợp Leningrad với các chính sách kỳ thi ít hà khắc hơn; phải là một trong hai sinh viên Do Thái được nhận mỗi năm; hoặc trở thành một thành viên đội tuyển Olympic toán quốc tế của Liên Xô. Các thành viên của đôi tuyển thường là bốn đến tám em mỗi năm, họ được nhận thẳng vào trường đại học mà mình lựa chọn, không cần phải tham gia kỳ thi tuyển. Boris Sudakov, cậu bé mà Rukshin tin rằng tài năng không thua kém gì Perelman, nhưng lại làm bài thất thường trong các cuộc thi nên đã lựa chọn chiến lược thứ nhất. Alexander Levin, người luôn đứng ở vị trí thứ hai trong câu lạc bộ toán, lựa chọn chiến lược thứ hai. Khi Perelman vào năm cuối trung học, câu đã có trong tay một huy chương vàng và một huy chương bạc từ cuộc thi Olympic Toán toàn Liên bang, và dường như cậu và những người xung quanh chắc chắn rằng cậu sẽ được tham dự cuộc thi quốc tế và sẽ giành thắng lợi trở về, đảm bảo một chỗ chắc chắn ở khoa Toán Cơ. Điều này đã giải tỏa cho Ryzhik, người đặc biệt miễn cưỡng khi phải can thiệp vào cuộc sống của một học sinh mà ông rất tôn trọng, nhất là khi phải cố gắng chứng minh bản chất kỳ thị người Do Thái trong chính sách tuyển sinh đại học, dù với Perelman hay mẹ của cậu đều là một nhiệm vụ bất khả thi. Có vẻ như bà Lubov Perelman là người có năng khiếu phủ nhận ngay cả những điều đã rất rõ ràng và nó đã được di truyền sang con trai của bà.

Những câu hỏi cơ bản đặt ra cho các bậc cha mẹ – phải nói với con họ điều gì, khi nào nói và nói đến đâu – đều có pha một chút sợ hãi vì trong một xã hội chuyên chế, sự bất đồng chính kiến sẽ bị trừng trị. Phải làm sao nếu đứa trẻ nói sai điều gì đó không đúng lúc,

khiến gia đình phải gặp nguy hiểm? Chính cha mẹ tôi, những độc giả tích cực của sách cấm và đôi khi cũng là những người in chúng, đã lựa chọn để cho tôi tự do tiếp cận thông tin, chỉ thỉnh thoảng căn dặn tôi phải giữ mồm giữ miệng. Đôi khi tôi phun ra những lời nhiều hơn cần thiết, và thật may mắn là không bị chú ý – nhưng trong khi tôi rất biết ơn cha mẹ đã đối xử với tôi như người lớn thì lại chẳng khôn ngoan chút nào trước nguy cơ mà họ phải chịu. Hầu hết các bậc phụ huynh khác đều giữ nguyên tắc là không bao giờ tiết lộ cho con cái bất cứ điều gì mà khi vô tình buột miệng nói ra ở trường sẽ không được an toàn. Lubov Perelman dường như còn theo đuổi một chiến lược thậm chí triệt để hơn nữa: bà dạy con trai rằng thế giới này vận hành đúng như nó vốn phải thế.

"Cậu ấy không bao giờ tin là có chính sách bài Do Thái ở Liên bang Xô Viết", Rukshin đôi lần bảo với tôi, và lặp lại nhận xét này với thái độ ngạc nhiên một cách vui vẻ như khi ông thông báo với tôi rằng Grisha Perelman không bận tâm đến các cô gái, cứ như thể việc không thừa nhận có chủ nghĩa bài Do Thái là một bằng chứng rõ ràng cho sự trong sáng vô song của Perelman vậy.

Khi tôi hỏi Golovanov, tình cờ cũng lại là người Do Thái, rằng điều đó có đúng không, anh đã tỏ ra bối rối một cách khác thường. Không, anh chưa bao giờ thảo luận về chủ đề này với Perelman cả, nhưng làm sao có ai đó đầu óc bình thường mà lại tin rằng không có chủ nghĩa bài Do Thái ở Liên Xô cơ chứ? "Anh ấy đâu có ngốc", Golovanov khẳng định với tôi.

Làm sao người ta lại có thể không tin vào một điều hiển nhiên như chủ nghĩa bài Do Thái ở Liên Xô? Điều này dẫn đến hai câu hỏi: Niềm tin là gì? Và bằng chứng là gì? Chủ nghĩa bài Do Thái không thể lượng hóa được. Nó cũng không tuyệt đối: chẳng hạn, số người

Do Thái được khoa Toán Cơ tiếp nhận thay đổi hằng năm. Sự phân biệt đối xử chưa bao giờ được nói trắng ra một cách công khai: khi một người Do Thái bị từ chối lúc xin việc hoặc không được nhận vào một trường đại học, thường thì người ta sẽ đưa ra một lý do khác chứ không phải là do yếu tố Do Thái. Khi Perelman 13 tuổi, tất cả các cậu bé cùng tuổi cậu giành được giải trong cuộc thi Olympic toán của thành phố Leningrad đều là học sinh của Rukshin và đều là người Do Thái; họ của người đoạt giải và những người nhận giải thưởng khuyến khích chỉ gồm có Alterman, Levin, Perelman và Tsemekhman. Điều này còn tệ hơn là nếu chỉ có bốn cậu bé Do Thái; mà rõ ràng là bốn cậu bé Do Thái. Như Rukshin nhớ lại, giáo sư đại học chủ trì Hội đồng thi năm ấy, cũng lại là người Do Thái, đã nhìn vào bản danh sách và thở dài. "Chúng ta nên có ít hơn các em đoạt giải thế này".

Bắt đầu từ lớp 8, những đứa trẻ đoạt giải nhất và nhì trong các cuộc thi Olympic thành phố sẽ tham dự một vòng thi khác để chọn ra đại diện của thành phố tham dự cuộc thi Olympic quốc gia. Kết quả như đã dự đoán trước, các em chiến thắng năm đó đều đến từ câu lạc bộ của Rukshin: Alexander Vasilyev và Nikolai Shubin đứng thứ nhất; Perelman, cùng với hai cậu bé và một cô bé từ câu lạc bộ của Rukshin đứng thứ hai. Theo quy tắc thì sáu đứa trẻ đó sẽ thi tiếp vòng thi chọn, nhưng cả sáu đứa đều là người Do Thái. Tuy vậy, họ tên của hai em đứng đầu không thật rõ ràng là tên Do Thái lắm như Perelman: Vasilyev là một cái tên Slavo, còn Shubin, dù là Do Thái thật nhưng phát âm nghe hoàn toàn không đến nỗi chướng tai như cái họ Perelman đối với những người thấy khó chịu với mọi thứ có liên quan đến Do Thái. Vì vậy, rõ ràng là để tránh sự khiển trách, ban tổ chức đề nghị bỏ vòng thi chọn và hết sức đơn

giản là chỉ cử Vasilyev hoặc Shubin đi thi quốc gia. Rukshin đã đấu tranh phải có cuộc thi chọn để Perelman được tham dự. Tham vọng của Rukshin với tư cách là huấn luyện viên hòa cùng với sự phẫn nộ thay cho học sinh yêu quý của mình, và ông đã gần như thành công: ban tổ chức đồng ý tổ chức vòng thi chọn nhưng chỉ giữa hai em đứng đầu là Shubin và Vasilyev. "Tôi đã nài nỉ, đã chửi thề, đã hét lên và cả đe dọa nữa", Rukshin nhớ lại. Cuối cùng thì Perelman vẫn không được thi nhưng ban tổ chức nói cậu ấy có thể dự thi để tập giải các bài toán, nếu muốn.

Nhưng Perelman không muốn dự vòng thi chọn. Rukshin kể, "Cậu ấy cứ nói mãi, 'Nhưng em thực sự không giải được nhiều bài tập như Shubin và Vasilyev đâu'. Ý tôi là nếu có lúc nào đó chế độ Xô Viết hậu thuẫn cho một cậu bé Do Thái luôn tin rằng con người luôn nhận được phần thưởng xứng đáng với những gì mình làm được thì đó chính là cậu ấy". Cuối cùng, Rukshin phải dùng sức ép buộc Perelman tham dự, Perelman đã giải được cả 7 bài toán – trong khi kết quả tốt nhất sau cậu chỉ là 3/7 bài – và cậu được dự kỳ thi toàn quốc. Rukshin lại giành được một thắng lợi chiến lược nữa trong cuộc đấu tranh chống lại chủ nghĩa bài Do Thái mặc dù bản thân Perelman đã cho thấy rằng sự tồn tại của chủ nghĩa bài Do Thái là không thể chứng minh. Vậy tại sao cậu lại phải tin vào điều đó cơ chứ? Điều này cũng tương tự như tin một vật là hình cầu chỉ bởi vì trông nó tròn tròn rồi mới phát hiện ra nó có một lỗ giấu kín nhỏ xíu.

Cha tôi đã khóc sau vòng thi tuyển đầu tiên vào đại học của ông giống như Ryzhik. Mẹ tôi bỏ đi khi bà nhìn thấy mấy chữ *mụ Do Thái* viết bằng mực đen cạnh tên của bà trên một tờ giấy để trên bàn giám khảo. Cả cha và mẹ tôi đều đã được cảnh báo về chính

sách bài Do Thái trong tuyển sinh đại học, nhưng đã quyết định tin tưởng vào khả năng vượt qua của chính mình. Tôi còn nhớ, họ đã nói chuyện với nhau về kỳ thi vào đại học của tôi với vẻ sợ hãi – thứ cảm giác mà giờ đây tôi hiểu là nỗi sợ hãi đến ớn lạnh khi phải cố gắng giải thích cho con mình rằng một bộ phận của thế giới này bất công đến mức khiến cho mọi hy vọng đều vô ích. Tôi biết nỗi sợ hãi này là lý do chủ yếu khiến cha mẹ tôi quyết định di cư.

Nhưng bà Lubov Perelman thì lại hành xử như thể thực tiễn rất tương xứng với các quy tắc – và có lúc, thực tiễn đã cấp cho bà nhà ở mặc dù với sự giúp đỡ rất nhiều từ một hội nhỏ những người ủng hộ Perelman.

Mùa thu năm 1981, Alexander Abramov, một huấn luyện viên trẻ đội tuyển dự thi Olympic toán quốc tế (IMO) của Liên Xô đã đến Leningrad hỏi Rukshin xem ai trong số các học trò của ông có khả năng vào được đội tuyển. Tiếng tăm của Rukshin với tư cách là một huấn luyện viên xuất sắc đã thực sự được xác lập, nên chắc chắn là ông sẽ đề xuất một em nào đó. Ông nêu ra hai cái tên: Perelman và Levin. Cả hai đều tốt nghiệp trung học vào năm đó, nên đó là năm cuối cùng họ đủ tư cách dự thi.

Các thành viên câu lạc bộ toán tin rằng vị trí số một của Perelman là điều không còn tranh cãi và không ai có thể cạnh tranh nổi, còn Levin ở vị trí thứ hai, tuy cách biệt nhưng khá ổn định và cũng khó lòng có thể vượt qua. Kết quả cuộc thi thành phố đã chứng tỏ điều đó và với cách nghĩ vị kỷ của thanh thiếu niên nói chung và của các thành viên câu lạc bộ của Rukshin nói riêng, các học sinh

đều cho rằng Perelman và Levin là hai thí sinh toán học hàng đầu trong cả nước. Theo quan điểm của Rukshin, tiềm năng của Levin thực sự ngang bằng hay thậm chí còn vượt trội hơn cả Perelman. Nhưng trong cuộc thi này, Levin có nhiều điểm bất lợi. "Cha mẹ cậu ấy không hiểu một nhà toán học là như thế nào", Golovanov giải thích. "Mẹ Grisha hiểu điều này rất rõ, trong khi cha mẹ của Levin thì cho rằng học toán chỉ hữu dụng cho những người muốn làm kỹ sư". Hay nói cách khác, họ không thấy được giá trị của sự hiến dâng toàn tâm toàn ý mà Rukshin đã truyền thụ cho các học trò của mình. Cha mẹ của Levin rõ ràng mong muốn cậu chú tâm đến bài vở ở trường nhiều như là ở câu lạc bộ toán. "Cậu ấy là học sinh quá giỏi ở trường, nhưng không phải lúc nào cũng tham gia câu lạc bộ, và đó là một sai lầm ngớ ngắn của cậu ấy, cổng thành đã mở toang thế mà Alik vẫn tận tụy lao vào", Golovanov kể, cái cổng thành nói tới ở đây muốn ám chỉ tới cổng pháo đài trong một truyền thuyết đã khiến thành Constantinople thất thủ vào thế kỷ 15. Trong cuộc thi toàn Liên bang, cậu ấy đã giải được tất cả các bài toán, trừ một bài đã từng được giải ở câu lạc bộ". Đó là một sự cố kỳ lạ, vô cùng hy hữu và đi ngược với tất cả mọi quy tắc và logic: một bài toán được sử dụng trong cuộc thi toàn Liên bang lại là bài toán đã được sử dụng ở đâu đó. Nhưng vì mỗi bài toán đều có một tác giả là con người và một ý tưởng đằng sau nó, nên không ai có thể đảm bảo được tính độc nhất của nó cả. Và trong trường hợp đặc biệt này, tháng 4 năm 1982, bài toán được đưa ra cho các thí sinh của kỳ thi Olympic toán học toàn Liên bang là bài toán mà lời giải của nó đã được mọi thành viên câu lạc bộ của Rukshin chép lại một cách cẩn thận – hay ít nhất thì ai cũng đã được xem. Alexander Levin đã không đến câu lạc bộ vào đúng cái ngày đặc biệt đó. Cậu đã không giải được bài toán này trong cuộc thi và vì vậy đã không được vào đội tuyển IMO của Liên Xô. Và mặc dù chuyện này chắc chắn không phải là chủ định của Levin, Rukshin hay thậm chí cả Perelman, nhưng nó thật phù hợp; năm đó, chỉ một học sinh duy nhất, xuất sắc nhất, học trò cưng của Rukshin là được vào đội tuyển IMO. Trong suốt sáu năm, Rukshin đã làm tất cả vì điều đó, ông đã nhào nặn Perelman thành một thí sinh lý tưởng.

Cuộc thi Olympic thành phố Leningrad nhìn giống như mọi buổi học của một câu lạc bộ toán ở Petersburg: các thí sinh ngồi trong lớp giải các bài tập và khi thí sinh nào đó giải được một bài, em sẽ giơ tay; hai giám thị sẽ dẫn em ra khỏi lớp để nghe trình bày lời giải và đánh giá ngay tại chỗ; sau đó em học sinh sẽ quay trở lại lớp để giải lại hoặc giải bài toán tiếp theo. Theo Rukshin nhớ lại, ở vòng thi chọn, Perelman giải thích lời giải của một trong các bài toán. Cậu ấy trình bày xong một trong các kết cục khả dĩ, hai giám thị định quay đi sau khi bảo rằng lời giải của cậu ấy là chính xác. "Đợi một chút ạ!" cậu ấy kêu lên, nắm lấy đuôi áo khoác của một trong hai giám thị. "Vẫn còn ba kết cục khả dĩ nữa ạ".

Hai nét tính cách đặc trưng của Perelman đã được thể hiện trong câu chuyện này. Một là, như Rukshin nói, "cậu ấy trung thực đến cực độ, ngay cả vào những thời điểm mà việc quan trọng nhất phải làm là tranh thủ thời gian". *Cực độ* là một từ tuyệt vời, nó toát lên được bản tính của người không những không thể nói lời giả dối mà còn không thể nói một điều không hoàn toàn là sự thật. Nhưng ngộ nhỡ Perelman sai thì sao? Nếu phần cậu đã trình bày là đúng và là lời giải hoàn chỉnh trong khi phần còn lại không cần thiết thì

sao? Trong tiếng lóng của các cuộc thi Olympic, lời giải – hay một phần của lời giải – với người giải có thể là đúng nhưng thực ra là sai được gọi là *lipa*, một từ lóng tiếng Nga có nghĩa là *giả*, nghĩa đen của nó là "cây đoan", nhưng có lẽ dịch sát nhất là sai lầm (*lemon*). Tất cả những ai đã từng nói chuyện với tôi về Perelman đều đặc biệt nhấn mạnh nét tính cách này của cậu: cậu không có sai lầm. Không. Chưa từng. Đó là sự chính xác của trí tuệ: không chỉ là cậu không có khả năng nói dối – mà thậm chí cậu còn không thể phạm một sai lầm nào về tính trung thực.

Các nhà toán học cũng phạm sai lầm. Đó là một phần trong những gì họ làm. Không giống như các học giả khoa học nhân văn, họ không chấp nhận khả năng có hơn một sự thật. Nhưng không giống như các nhà khoa học tự nhiên, họ không thể kiểm chứng các giả thuyết của mình bằng các chân lý thực nghiệm được. Vì vậy họ chỉ có nguồn lực là trí tuệ của mình - và của đồng nghiệp - mà nhờ nó họ đối chiếu các cấu trúc ảo của mình với tập hợp các quy tắc ảo để xem liệu chúng có còn đứng vững hay không. Điều này làm cho quá trình bình duyệt trong toán học thậm chí còn quan trọng hơn bất kỳ lĩnh vực hàn lâm nào khác, và nó cũng lý giải tầm quan trọng của việc Viên Clay phải mất hai năm mới trao được một trong các Giải thưởng Thiên niên kỷ của mình. Dù vậy, các nhà toán học phạm sai lầm đôi khi cũng phải mất hàng năm mới nhận ra. Thi thoảng là do họ tự phát hiện – như Poincaré đã nhận ra ông chưa chứng minh được giả thuyết của chính mình. Đôi khi do những người phản biện phát hiện ra, như khi Andrew Wiles công bố nỗ lực ban đầu của ông nhằm chứng minh Định lý cuối cùng của Fermat. Lời giải hóa ra có một sai sót nghiệm trọng mà Wiles sau đó đã tự sửa được nhưng cũng phải mất đến hai năm. Các nhà toán học trẻ, ít thành thạo trong việc xem xét kỹ lưỡng các lời giải của mình, thường mắc

sai lầm hơn những người lớn tuổi. Việc Grisha Perelman không chấp nhận bản thân mình có sai sót không có gì là đáng ngạc nhiên; mà điều ngạc nhiên là Perelman thực sự không phạm sai lầm nào.

Vì vậy, chắc là cậu đã rất bực mình khi rốt cuộc cậu cũng đã phạm sai lầm trong kỳ thi quốc gia đầu tiên của mình vào năm đó, nên chỉ giành được vị trí thứ hai. Cả hai thầy huấn luyện của cậu là Rukshin và Abramov đều cho rằng cuộc thi Olympic toàn Liên bang ở Saratov rất có ý nghĩa đối với Perelman. Cậu đã quyết tâm không bao giờ để thua ai một lần nữa. Theo cách nói của Rukshin thì "Cậu ấy giờ đây đã nếm được vị máu tươi của đối thủ vừa bị tiêu diệt. Và tham vọng của cậu ấy vượt ra xa những thành tích của mình". Ở đây, ngôn từ văn hoa của Rukshin dường như cho thấy ông ngày càng hiểu Perelman hơn. Có lẽ điều khiến Perelman phải buồn bực ở Saratov vào năm 1980 chính là cái luôn làm cho câu khó chiu về thế giới: đó là mọi thứ đều không theo một logic nào cả. Nếu Perelman giỏi đến mức không có một thất bại nào, nếu trí tuệ của cậu mạnh tới mức không có bài toán nào mà không giải được, vậy thì tại sao cậu lại không giành được giải nhất? Chỉ có một câu trả lời khả dĩ nằm ở sai lầm không thể tha thứ được của con người: Grisha Perelman đã luyện tập chưa đủ. Từ đó, cậu ôn luyện không ngừng nghỉ. Trong khi cuộc sống của những đứa trẻ khác được chia thành hai phần học tập và nghỉ ngơi, thì đối với Perelman, nó được chia thành thời gian dành cho việc giải toán không nghỉ và phần còn lại.

Đội tuyển IMO năm 1982 của Liên Xô có bốn em; điều đó có nghĩa là sáu em được chọn rồi sau đó sẽ loại đi hai. Tháng 1 năm

1982, Abramov tập hợp mười hai thành viên của đôi dư tuyển về một trường thuộc thị trấn khoa học Chernogolovka, cách Moscow khoảng 50 dặm về phía bắc. Các thầy huấn luyện vật lý và hóa học quốc gia cũng tập trung các thí sinh dự tuyển của họ cùng một lúc và cũng ở cùng một nơi, vì thế có khoảng bốn mươi học sinh trung học sáng giá nhất toàn quốc ở đó, bốn em ở chung một phòng ký túc xá trong cùng một tòa nhà với trường học. Chúng tầm 15 đến 17 tuổi - trong đó 17 là tuổi chuẩn của học sinh tốt nghiệp trung học. Nhưng có một số thí sinh, như Grisha Perelman, phát triển sớm, chỉ mới 15 tuổi rưỡi, nhưng Grisha chưa phải là nhỏ tuổi nhất. Vì vậy, chúng chưa hoàn toàn đủ lớn và mặc dù một số em đã từng sống xa nhà trong các trường nội trú, nhưng sau này chúng đều nhớ lại cảm giác là lạ khi sống một mình ở Chernogolovka. Một học sinh nhớ lại một buổi sáng tỉnh giấc thấy nước trong bình đặt ở bệ cửa sổ bị đóng băng vì một tấm kính cửa sổ đã bị võ; mặc dù phòng có lò sưởi đầy đủ nhưng cậu vẫn cảm thấy sốc và buồn bã vì cảnh tượng đó. Một học sinh khác nhớ lại lúc đến Chernogolovka bằng xe buýt trong đêm - vào tháng Giêng thì ở đây đêm bắt đầu sau 4 giờ chiều - và không thể tìm thấy trường đâu, cứ lang thang trên những con phố vắng và tối đèn trong thi trấn với chiếc vali to quần áo, sách vở và một chiếc túi lưới đựng thức ăn nặng đến mức đau cả bàn tay không đi găng. Grisha Perelman chắc chắn là không có ký ức gian khổ nào vì cậu đi cùng với mẹ đến Chernogolovka. Các em học sinh khác cho rằng điều đó thật kỳ quặc và đáng xấu hổ với một cậu thiếu niên, dù cậu ta có là thiên tài toán học đi nữa, nhưng Perelman rõ ràng là chẳng để ý gì đến chuyện này.

Perelman cũng chẳng để ý gì đến lịch trình rèn luyện thể chất khá mệt mỏi mà các thí sinh phải trải qua. Hoàn toàn theo những lý tưởng của Kolmogorov, các cậu bé được yêu cầu luyện tập không

chỉ môn khoa học mình chon lưa mà còn cả môn thể thao điển kinh nữa, đó là một tập quán khiến cho hệ thống đào tạo thí sinh toán của Liên Xô khác biệt một cách sâu sắc với các nước phương Tây, nơi mà họ cũng tập trung các thành viên đội tuyển để tham gia các đơt tập huấn. "Ho tập hợp tất cả các nhà toán học, vật lý và hóa học trẻ - có đến hơn ba mươi người - vào một phòng tập thể thao", Alexander Spivak, người cuối cùng cũng được chọn vào đội tuyển, nhớ lại. Anh là học sinh trường nội trú Kolmogorov ở Moscow, nơi thể thao là một phần bắt buộc trong chương trình học tập, nhưng như anh nhớ lại, anh chưa bao giờ phải chịu một sự cố gắng về thể chất nặng nề như vậy. "Để cho tất cả chúng tôi có việc gì đó để làm, đầu tiên họ bảo chúng tôi chạy quanh vòng ngoài sân tập, chạy và chạy. Rồi ở đó cũng có những chiếc ghế dài, huấn luyện viên thể dục và trí tưởng tượng của ông ta quyết định sẽ làm được gì với chúng. Bạn có thể chống đẩy, có thể nâng chúng lên quá đầu, có thể nhảy qua nhảy lại. Đại loại như vậy. Và tất cả những gì bạn thấy trước mắt mình là chiếc ghế dài này. Lúc nào cũng là cái ghế dài ấy, ghế dài ấy và ghế dài ấy".

Spivak nhớ lại có lần một học sinh bị ngất, các học sinh khác đơn giản là lập tức ngừng tập và tất cả ngồi thành hàng trên một chiếc ghế dài. Điều mà Spivak nhớ về Grisha Perelman là cậu ấy là một "anh hùng", khi mà trong hoàn cảnh như vậy, không giống những đứa bé khác, cậu không hề chống đối, ngồi xuống đình công hay nói chung là biểu lộ bất kỳ sự bất mãn nào với toàn bộ sự việc. Cậu không có chút hứng thú hay thấy thoải mái với việc tập thể dục: Perelman đã có khoảng thời gian tồi tệ trong lớp thể dục ở trường, và bất chấp những nỗ lực tốt nhất của tất cả mọi người, cậu vẫn không cố gắng hoàn thành yêu cầu của Hội đồng Lao động và Quốc phòng của Liên Xô, trong đó đòi hỏi học sinh các lớp trên phải chạy,

bơi, kéo co, và bắn được súng trường nòng nhỏ. Cậu cũng không hề cố gắng đạt điểm trên trung bình trong môn thể chất và đó là điểm không hoàn hảo duy nhất trong học bạ tốt nghiệp của cậu. Nhưng quy tắc là quy tắc, và nếu Grisha Perelman được yêu cầu phải nhảy qua nhảy lại một chiếc ghế dài như là một phần trong quá trình huấn luyện thi toán quốc tế thì cậu vẫn sẽ nhảy như thường.

Cách hành xử của Perelman ở lớp thể dục phần nào có thể lý giải được tại sao một số thí sinh cùng đợt nhớ về Perelman như là một vận động viên. "Cậu ấy hoàn toàn không phải là một vận động viên chính thức như kiểu được huấn luyện về tennis hay môn thể thao nào khác", Sergei Samborsky, thành viên dự bị của đội tuyển nhớ lại. "Nhưng tất cả chúng tôi đều có xu hướng phớt lờ giờ thể dục và có hình thể không đẹp lắm thì cậu ấy lại có dáng khá chuẩn. Và nếu chị hỏi tôi môn thể thao nào tôi có thể chơi được với cậu ấy thì có thể nói là môn đấm bốc". Sau khoảng thời gian một phần tư thế kỷ, ký ức của Samborsky có thể đã đóng khuôn ấn tượng sâu đậm về tính thi đấu của Perelman và tự tin với trí nhớ về thể lực của cậu ấy. Perelman trắng nhợt, hơi mập một chút và thấp hơn nhiều so với các bạn cùng đội; cậu ấy cũng không phải vận động viên đấm bốc. Nhưng cậu ấy là một chiến binh toán, chắc chắn là cậu ấy sẽ không bao giờ bị đánh bại lần nữa.

Cậu ấy cũng khá tự phụ. "Một lần, một trong các thầy huấn luyện phê bình cậu, 'Này Grisha, ai cũng biết đạo hàm nhưng em lại không biết, sao lại như vậy?" Samborsky nhớ lại. "Đó là một phần trong toán học giải tích, và thật ra là một học sinh trung học, cậu ấy cũng không nhất thiết phải biết. Nhưng cậu ấy trả lời, 'Vậy thì sao ạ, em vẫn giải được mọi bài toán mà không cần tới nó kia mà. Nghe thì có vẻ hơi hỗn láo, nhưng kỳ thực, cậu ấy đúng". Rồi

sau đó Samborsky kể thêm vài chuyện cho thấy ông nhớ về Grisha Perelman có lẽ chính xác hơn bản thân ông nhận thấy: "Tôi ngờ rằng cậu ấy biết nhiều hơn những gì thể hiện ra". Thực ra, cậu ấy chắc là có biết đạo hàm. Nhưng cậu không để tâm đến chuyện này, vì cậu đến đây là để giải toán chứ không phải để chứng tỏ bất kỳ điều gì với các thầy huấn luyện.

Dù sao thì mỗi người đều có lý lẽ riêng của mình. Abramov nhớ về Grisha như là học sinh duy nhất chưa bao giờ gặp một bài toán nào trong các cuộc thi mà cậu không giải được. Còn Samborsky thì nói một cách đơn giản: "Trong việc giải toán thì cậu ấy giỏi hơn – thậm chí giỏi hơn rất nhiều, đến mức có thể nói là giỏi hơn tất cả số chúng tôi cộng lại. Có Grisha, rồi mới đến đám còn lại chúng tôi".

Trong số các học sinh còn lại vào cuối đợt huấn luyện mùa đông, có năm em nữa thuộc đội tuyển được dự kiến tuyển chọn. Các học sinh này được xếp thứ tự theo số lượng bài toán đã giải được trong khóa huấn luyện. Đứng thứ sáu là cậu bé 15 tuổi Spivak. Đó là một cậu bé người Nga đến Moscow từ một ngôi làng ở Urals để học tại trường nội trú Kolmogorov, cậu không hề biết rằng mình có cái họ nghe từa tựa như Do Thái. Vì vậy, cậu không thể hiểu tại sao cậu bất ngờ bị loại khỏi danh sách và thay cậu là một học sinh người dân tộc Ukraina, đứng ở vị trí thứ bảy.

Với các thí sinh, trại huấn luyện mùa đông là một chuỗi liên tục các cuộc thi giải toán được tổ chức giống như cuộc thi Olympic thực thụ; các buổi học thể dục mệt mỏi; các buổi thuyết trình của các nhà toán học nổi tiếng mà nhiều người trong số đó như những

huyền thoại sống trong thế giới của các cậu bé ở đây; và sự lui tới khá phiền nhiễu nhưng cũng khá lặng lẽ của các cán bộ của Bộ Giáo dục, những người suốt ngày lượn quanh khu trại huấn luyện và thỉnh thoảng dồn các cậu bé lại để nhắc nhở chúng rằng có mặt ở IMO là chúng đang bảo vệ danh dự của Liên bang Xô Viết vĩ đại. Tuy nhiên, đối với các huấn luyện viên, trại chỉ đơn thuần là nơi huấn luyện và đánh giá bọn trẻ và không dính líu đến đám cán bộ vo ve này. Họ lựa chọn các trận chiến của mình. Ngay cả sự có mặt tất yếu, rõ ràng của một Perelman xuất chúng trong đội cũng khiến các thầy huấn luyện phải chiến đấu vì thí sinh này mang cái họ khiến những người có trách nhiệm của Bộ thấy phiền hà; các thầy huấn luyện tận dụng mọi chiến thuật của mình và cậu bé đứng thứ sáu Spivak, với cái họ đáng ngờ của cậu, đã phải hy sinh.

Khi tôi gặp Spivak một phần tư thế kỷ sau, cậu đã là một chàng trai trưởng thành: cao lớn với mái tóc xám rối bù, mặc bộ quần áo dệt kim sặc sỡ không mấy phù hợp, cậu ấy nài nỉ tôi giải thoát cho cậu khỏi sự khó chịu ở quán cà phê, và thay vào đó cậu muốn được phỏng vấn ở căn hộ của tôi. Hiện cậu là hướng dẫn viên toán tại một trong các trường chuyên ở Moscow, và đã giành phần lớn cuộc đời mình để tập hợp các bài toán dành cho những đứa trẻ có năng khiếu. Cách trả lời các câu hỏi của cậu là trực tiếp, không vòng vo.

"Vậy cậu có còn nhớ lúc đến Chernogolovka không?" tôi hỏi. "Lúc đó là buổi sáng, ban ngày hay buổi tối?"

"Tôi không hiểu chuyện đó thì có gì hay ho", cậu trả lời. "Thú vị hơn nhiều nếu hỏi tôi lúc đó mọi người đang ở đâu".

"Đúng thế thật", tôi thừa nhận. "Vậy lúc đó mọi người đang ở đâu?"

"Tôi không biết", cậu trả lời một cách đơn giản.

Tôi cũng không may mắn hơn với những câu hỏi liên quan đến mối quan hệ giữa các thành viên đội tuyển: Spivak nói cậu không thấy có gì đặc biệt trong chuyên gắn kết các thành viên trong đôi tuyển với nhau. Khi tôi bảo sự căng thẳng chính là thứ liên kết tốt nhất thì cậu lao vào tranh luận về mức độ phức tạp trong các bài toán của các cuộc thi khác nhau. Nhưng câu lai có một trí nhớ nổi bật và nhiều cảm xúc về kinh nghiệm cố gắng của bản thân để được vào đội. Cậu biết rằng mình phải làm được điều đó thì mới được một trường đại học chấp nhận. Ngay cả nếu cậu không nhận thức được cái họ của mình nghe đáng ngờ thì cậu cũng đã đánh giá một cách đúng đắn, với rất nhiều khả năng là cậu sẽ không viết nổi bài văn, một phần bắt buộc của cuộc thi tuyển sinh. "Tôi biết rõ rằng mình sẽ phải vào quân đôi hai năm, và tôi không biết điều gì sẽ xảy ra với mình ở đó", cậu nói với tôi. Cậu phải bám chặt lấy con đường vào đội tuyển. Cậu cầu xin và nài nỉ, và cậu khiến các thầy huấn luyện và các cán bộ của Bộ Giáo dục phải hét vào mặt nhau, rồi cuối cùng, khi cậu vẫn được giữ ở vị trí thứ bảy, cậu được phép giải một tập các bài toán mang về nhà, một cuốn sách nhỏ để các thí sinh làm bài trong khoảng thời gian giữa trại tháng 1 và cuộc thi Olympic toàn Liên bang vào tháng 4.

Các cậu bé tập trung ở Odessa vào tháng 4, thành phố một thời rất lớn ở Biển Đen. Chúng sử dụng hai ngày nghỉ ở resort bên bờ biển để giải các bài toán khó nhất mà chúng từng gặp: có một sự thống nhất cao là các bài toán ra trong cuộc thi toàn Liên bang thường lại khó hơn trong các kỳ thi Olympic quốc tế. Spivak, người cảm thấy phần còn lại của cuộc đời mình đang bị lâm nguy, chẳng có gì đảm bảo cả – cậu chỉ biết làm việc một cách điên cuồng và tuyệt vọng. Nếu Perelman có nhận thức được thế giới là một nơi rất

không công bằng, thì cậu cũng sẽ có lý do để nghĩ rằng phần còn lại của cuộc đời mình đang bên bờ vực thẳm. Nhưng sự tự tin vào bản thân và vào trật tự thế giới của cậu không gì lay chuyển được. Cậu làm những gì mà cậu luôn làm: đọc bài toán, nhắm mắt lại, ngả người ra sau, xoa lòng bàn tay vào ống quần mỗi lúc một mạnh, rồi xoa hai bàn tay vào nhau, mở mắt ra, và viết ra một lời giải rất chính xác và cô đọng. Khi giải các bài toán khó hơn, cậu còn ngân nga khe khẽ. Các lời giải cậu thường chỉ viết trong vài trang. Cả cậu và Spivak đều đã đạt điểm tuyệt đối.

Trong ngày cuối cùng của cuộc thi, khi ban giám khảo tập hợp điểm xong và có kết quả, bảy thí sinh đứng đầu - bây giờ có cả Spivak - được phép cùng Kolmogorov đi dạo quanh thành phố Odessa, đây là lần cuối cùng ông tới thăm cuộc thi Olympic quốc gia. Cả Spivak lẫn Samborsky đều không còn nhớ Kolmogorov đã thảo luận điều gì với bọn họ, chỉ biết rằng ông rất đau đớn bởi căn bệnh Parkinson và điều này làm ông nói rất khó khăn – nhưng cả hai đều nhớ rằng đến một lúc nào đó ông ra lệnh cả nhóm lao ra bãi biển. "Gió từ biển thổi vào rất mạnh", Samborsky nhớ lại. "Chúng tôi phải luôn đứng sát bên ông vì đã được báo trước rằng không bao giờ được để ông đứng một mình vì ông không được khỏe lắm. Nhưng Kolmogorov quyết định xuống bơi. Ông cởi quần áo và đi xuống nước. Còn tôi, chỉ nhìn xuống nước thôi cũng đã thấy sợ rồi. Trời rất lạnh và dường như có các tảng băng vẫn còn trôi nổi trên mặt nước. Những con sóng màu chì tung bọt, gió mạnh tới mức có thể hất ngã bạn. Không có ai trong chúng tôi đi theo ông cả". Ngay lập tức, một người bảo vệ xuất hiện và bảo bọn trẻ hãy xuống cứu "ông các cháu đi", ông ấy chắc sẽ không ổn dưới biển trong thời tiết tệ hại như thế này đâu. Nhưng bọn trẻ đã từ chối, có thể hoặc bởi vì không

đứa nào bơi giỏi cả, theo Spivak nhớ lại, hoặc là bởi vì không đứa nào dám đối đầu với Kolmogorov cả, theo như Samborsky nhớ lại.

Trong cả hai trường hợp, đã xuất hiện bức tranh sau. Vào một buổi chiều u ám và giá lạnh cuối tháng 4 năm 1982, nhà toán học Nga vĩ đại nhất thế kỷ 20, trong chuyến hành trình toán học cuối cùng của đời mình, đã đi bơi trong làn nước băng giá của Biển Đen, trong khi nhà toán học Nga vĩ đại nhất thế kỷ 21 ngồi trầm tư trên bờ và nhìn xuống. Cậu tới đây vì được dặn kỹ rằng phải trông nom cần thận "ông già", chứ chẳng thích thú gì những cuộc đi dạo và trò chuyện thân mật vốn đã thành tập quán của các nhà toán học; hơn nữa cậu lại rất ghét nước mà trong đó Kolmogorov đang hưởng thụ bằng cái thân già tàn tạ của mình. Vậy là thời đại phát triển rực rỡ và rộng mở của toán học Nga đang kết thúc; một thời đại của chủ nghĩa cá nhân, tập trung, bí ẩn và khép kín đang bắt đầu. Tất nhiên, lúc này còn chưa ai biết điều đó.

Trong khi Perelman đợi Kolmogorov trên bờ biển, hội đồng giám khảo của kỳ thi Olympic Toán toàn Liên bang đã tổng hợp xong kết quả cuối cùng của cuộc thi. Rukshin, Abramov và một số người khác lại bắt đầu giai đoạn cuối cùng trong quá trình lâu dài và gian khổ nhằm đảm bảo cho Perelman tới được Budapest để tham dự IMO. Năm trước, IMO được tổ chức ở Washington D.C. Đứng số một của đội Liên Xô năm đó là một học sinh trung học ở Kiev tên là Natalia Grinberg, một cô gái Do Thái. Đó là một năm sau khi Mỹ tẩy chay Thế vận hội Olympic được tổ chức ở Moscow. Đó cũng là

năm mà Tổng thống Mỹ Ronald Reagan xác định các chính sách

- -

của Mỹ đối với Liên Xô. Và đó cũng là năm Liên Xô, trên thực tế, đã chấm dứt sự di cư của người Do Thái. Vì vậy, không thể nào các quan chức của Liên Xô lai có thể để một cô gái Do Thái đai diên cho đất nước tại IMO tổ chức ở Washington: giới truyền thông của Mỹ sẽ làm rùm beng sự tham gia của cô cũng như khả năng cô có thể thất bai - rồi sư tuyên truyền xung quanh chuyên đó nữa - tất cả sẽ cộng thành một sự rủi ro không thể chấp nhận được. Grinberg đã được chọn vào đội tuyển - cô xứng đáng được như thế - nhưng ngay trước khi lên đường theo kế hoạch, người ta nói với cô rằng giấy tờ của cô đã không xử lý kịp. Và như vậy đội tuyển của Liên Xô chỉ có sáu thí sinh thay vì tám theo yêu cầu của năm đó – một thành viên khác của đội tuyển cũng có cái gọi là vấn đề giấy tờ. Năm đó Liên Xô đứng thứ chín với tổng số điểm là 230; những nước đánh bại Liên Xô năm ấy đều có đủ tám thành viên. Nhưng Abramov rất tự hào về thành tích đó: ông đảm bảo chắc chắn rằng đội Liên Xô đã bị kéo lui lại không nhiều hơn 84 điểm do hai thành viên còn thiếu có thể mang lại.

Natalia Grinberg đã di cư sang Đức và sau này trở thành giáo sư toán học ở Đại học Karlsruhe. Con trai bà, Darij Grinberg đã đại diện cho nước Đức tại IMO ba lần liền từ 2004 tới 2006, và đã giành được hai huy chương bạc và một huy chương vàng. Trong khi làm giám khảo ở IMO, khi biết được con trai mình đoạt huy chương vàng, bà đã chúc mừng cậu và cả đội trên một diễn đàn toán học và đã ghi rõ thân phận của mình, "Natalia Grinberg, nguyên thành viên đứng thứ nhất trong đội tuyển Liên Xô năm 1981, người (mà vào phút cuối cùng) không được phép rời tổ quốc yêu dấu của mình để tham gia IMO ở Washington". Đối với vị giáo sư này, hai mươi mốt năm trôi qua rõ ràng không xoa dịu được nỗi đau và sự xúc phạm

vì đã bị phủ nhận một phần thưởng mà vì nó bà đã phải học tập miệt mài trong hầu như suốt cả tuổi thơ và tuổi hoa niên của mình.

Như thường lệ, Perelman đã gặp may, nhưng cậu không ý thức được điều đó. Sau khi đứng thứ chín ở Washington, Liên Xô nhận thấy cần phải phục hồi lại địa vị của mình tại IMO. Kỳ thi năm 1982 được tổ chức ở Budapest, thủ đô của Hungary. Vì nước này nằm trong khối các nước xã hội chủ nghĩa, nên theo quan điểm của các quan chức Liên Xô, mối bận tâm về tuyên truyền và an ninh sẽ bớt căng thẳng hơn so với ở Washington. Tuy nhiên, các thí sinh vẫn có thể tiếp xúc với học sinh của các nước khác trên thế giới, kể cả Mỹ. Hơn nữa, IMO được tổ chức theo cách các thí sinh gần như không có sự giám sát của người lớn: tất cả các huấn luyện viên bận bịu với quá trình tham gia thương thảo về điểm của các thí sinh thuộc đội mình, hơn nữa, các đội và những người lớn trong đội ăn ở cách xa nhau, và chỉ được tiếp xúc ở mức tối thiểu. Để đảm bảo dù thế nào các thí sinh Liên Xô cũng phải hành xử một cách nghiêm chỉnh, bọn trẻ thường xuyên được các cán bộ của Bộ Giáo dục đi theo nhắc nhỏ, rằng họ đại diện cho vinh dự của đất nước vĩ đại, còn những thầy cô huấn luyện buộc phải chứng minh với cả chục cán bộ của Bộ rằng trách nhiệm của họ là đáng tin cậy về mặt tư tưởng. Nhưng dưới con mắt của các cán bộ đó, những rủi ro vẫn còn rất lớn. Chỉ bốn năm trước thôi, khi IMO tổ chức ở Rumani, một nước xã hội chủ nghĩa, Liên Xô đã không cử đội tuyển tham dự vì nghe đồn rằng toàn bộ các thành viên đều là người gốc Do Thái.

Để được phép ra nước ngoài, công dân Xô Viết phải có hộ chiếu du lịch ra nước ngoài – người bình thường không được phép giữ một hộ chiếu như vậy – và một visa xuất cảnh. Điều đó đòi hỏi phải có sự đồng ý của quan chức địa phương, của những người có

thẩm quyền về du lịch và của cơ quan an ninh. Đối với những người được phép đi công tác, đại diện cho đất nước, họ đều phải được sự đồng ý của cơ quan các cấp, phải đánh thông từ cấp quân, cấp tỉnh, rồi cuối cùng tới cấp liên bang. Trong mỗi giai đoạn đó, hồ sơ của những người như Perelman đều bị ách lại vô định do tệ quan liêu nghi ky một cách quá đáng. "Vậy là Abramov và tôi phải tác động", Rukshin nhớ lại. "Abramov thì tác động ở Moscow, còn tôi thì ở St. Petersburg. Vả lại, cô biết đấy, tôi có nhiều học sinh ở câu lạc bộ, một số là con của những vị rất có thế lực". Rukshin tận dụng mọi cơ hội mà ông có; ông dùng cả mối quan hệ với một sĩ quan an ninh là cha một học sinh của ông, rồi một ông là cán bộ lãnh đạo Đảng là cha một người bạn học và một lãnh đạo Đảng khác là chồng bạn cùng lớp của ông. Trong khi đó, ở Moscow, Abramov phải thường xuyên lui tới Bộ Giáo dục để đề nghị các quan chức ở đây luôn để mắt tới sự tiến triển đầy tính chất quan liêu đối với niềm hy vọng to lớn về toán học của Liên Xô.

Sáu thành viên của đội tuyển – bốn chính thức và hai dự bị – đã trải qua trọn tháng 6 ở Chernogolovka. Thật không thể tin nổi – hay đúng hơn là, sẽ không thể tin nổi nếu chúng là sáu thiếu niên bình thường được thả vào một trại khép kín trong một tháng thay vì là sáu thẳng bé cực kỳ tài năng về toán học – chúng lại không hề giao thiệp với nhau, không hề có một sự gắn kết nào. Chúng luyện tập suốt cả ngày, chỉ tạm ngừng để chơi bóng chuyển, gặp gỡ với các ngôi sao toán học và để nghe các cán bộ chỉ bảo, dặn dò. Vào tháng 7, bốn thành viên chính thức bắt đầu làm giấy tờ để xuất ngoại. Họ là Spivak; Vladimir Titenko, người Belarus; Konstantin Matveev từ Novosibirsk; và Perelman, thành viên duy nhất người Do Thái trong đội tuyển.

Đội Liên Xô tới Budapest vào ngày 7 tháng 7. Các thí sinh được đưa đến một khách sạn, ở đó mỗi đội gồm bốn em sẽ ở một phòng riêng. Và từ đây các học sinh sẽ ăn ở riêng. Còn các huấn luyện viên thì đến Hungary sớm hơn ít hôm để tham gia những khâu chuẩn bị cuối cùng như: duyệt các đề thi, phân điểm cho các phần của lời giải, dịch đề thi; trong khi đó các cán bộ của Bộ dẫn học sinh bay sang đã quay trở về.

Cuộc thi kéo dài hai ngày: mồng 9 và 10 tháng 7. Mỗi ngày 120 thí sinh phải làm một bài thi gồm ba bài tập trong bốn giờ rưỡi. Mỗi bài tập, nếu làm được trọn vẹn sẽ được bảy điểm; còn những bài xuất phát theo hướng đúng nhưng không giải được đến cuối cùng thì tùy theo mức độ sẽ được từ một đến sáu điểm. Quá trình thương thảo về điểm sau khi chấm xong là một vũ điệu khá phức tạp của sự đôi co thêm bớt và đôi khi tranh cãi rất thẳng thắn giữa người chấm (của nước chủ nhà), trọng tài (từ các nước có bài đóng góp được chọn làm đề thi) và các huấn luyện viên đại diện cho lợi ích của các thí sinh; quá trình này kéo dài tới ba ngày sau khi thi.

Trong thời gian đó các thí sinh được giao cho ban tổ chức nước sở tại chăm sóc. Họ được trao nhiệm vụ là những vị khách lịch sự và là những đại diện xứng đáng của đất nước mình – những nhiệm vụ xã hội không mấy thích hợp đối với những tài năng toán học này. Họ được đưa đi chơi xung quanh Budapest, đi thuyền trên sông Danube, tham quan và bơi ở Hồ Balaton, tới thăm Ernö Rubik, người đã sáng chế ra khối vuông nổi tiếng và những trò chơi toán học bí hiểm khác lúc đó đang được công chúng trên toàn thế giới thích thú. Phần lớn bọn trẻ đi chơi mà không chuyện trò gì, mặc dù Rubik cố

gắng giải thích một số câu hỏi, chủ yếu là về số cực tiểu các bước cần thiết để giải được câu đố của ông và khả năng xây dựng thuật toán để có lời giải phổ quát cho khối vuông Rubik. Perelman thờ ơ với phong cảnh, cũng chẳng hứng thú gì với bơi lội và cũng chẳng đặt câu hỏi nào với Rubik vĩ đại.

Trách nhiệm xã hội cuối cùng mà đội Liên Xô phải làm là phân phát một túi các huy hiệu. Một quan chức của Bộ Giáo dục đã tới nói với đội tuyển về nghĩa vụ của chúng đối với tổ quốc, về trách nhiệm của chúng vừa là thí sinh vừa là nhà ngoại giao và về tình hữu nghị quốc tế. Rồi bà lấy ra một túi các huy hiệu và trao cho đội – đó là một thứ đồ lưu niệm cho khách du lịch trên có in hình Moscow hoặc Leningrad – và khi liếc thấy cậu bé mảnh mai nhất, bà đã dúi chiếc túi đó vào tay Spivak. Cậu đã làm tròn bổn phận của mình đối với đất nước về mặt toán học (cậu đã đoạt huy chương đồng), nhưng giờ đây cậu phải nghĩ cho ra sẽ làm gì với đống đồ lưu niệm này. Cậu đã cố lôi kéo các bạn trong đội tuyển làm chuyện này, nhưng đã không thành. Cậu đành mang cái túi huy hiệu theo và đi dọc hành lang của khách sạn.

"Mệnh lệnh thì phải được thực hiện mặc dù không có ai giám sát", Spivak nói với tôi. "Vậy nên tôi phải cố mà phân phát chúng, mặc dù tôi nói tiếng Anh chẳng ra gì, mà điều đó sẽ gây rất nhiều khó khăn cho việc hoàn thành nhiệm vụ. Rồi tôi đi thẳng đến phòng của đội Mỹ. Cứ như là họ chạy trốn Đế chế của cái Ác vậy. Ý tôi muốn nói là họ đã leo hết lên giường. Bạn hoàn toàn có ấn tượng rằng tôi đã nổ súng vào họ vậy. Tôi đã cố gắng định nói gì đó về tình hữu nghị và những thứ đại loại như vậy, nhưng thấy khó quá". Và Spivak đã rời phòng sau khi để lại những chiếc huy hiệu ở chỗ mà cậu cho rằng những người bạn Mỹ sẽ không tìm thấy.

Ngày 14 tháng 7, ngày cuối cùng của IMO 1982, Perelman thu thập những chiến lợi phẩm: một huy chương vàng, năm đó có hình dạng giống như một hình lục giác; một bằng khen giải đặc biệt do Đội Kuwait (đội xếp cuối cùng) tài trợ dành cho người được số điểm tối đa 42/42; một cái roi khủng mà người Hung tặng cho tất cả những người đoạt huy chương; và một khối Rubik mà Perelman đem cho ngay khi trở về Leningrad. Đó là những phần thưởng; nhưng phần thưởng thực sự cho bao nhiều năm toàn tâm toàn ý, miệt mài học tập là được vào thẳng một trường đại học và quan trọng hơn đối với các nhu cầu của cậu là quyền được sống đơn độc trong năm năm nữa.

## V

## Những quy tắc cho tuổi trưởng thành

Đối với Perelman, trường đại học Tổng hợp bắt đầu với những chuyến xe lửa ngoại ô lê thê và các thủ tục giấy tờ. Và gần như cả nhóm các thành viên của câu lạc bộ toán đều đi cùng nhau. Theo Rukshin thì con đường vào khoa Toán Cơ đã được Perelman khai thông, vì quyền được vào thẳng không phải thi tuyển của anh đã buộc hoặc cho phép trường đại học được nhận quá chỉ tiêu mỗi năm hai sinh viên Do Thái, và do đó ít nhất sẽ được nhận ba người được coi là Do Thái do có tên nghe có vẻ Do Thái hoặc các giấy tờ ghi rõ họ là Do Thái. Thêm một sinh viên Do Thái vào số 350 thí sinh trúng tuyển cũng chỉ như muối bỏ bể, nhưng đối với Rukshin, người đã được gửi tới khoa Toán Cơ ba chứ không phải hai sinh viên Do Thái theo chỉ tiêu, có thể coi như một chiến công và thậm chí là một cuộc cách mạng nếu như tin lời ông nói về chuyện đó một phần tư thế kỷ sau. Những thành viên khác của câu lạc bộ toán vào được khoa Toán Cơ danh giá này đều là người Nga, hoặc

là người Do Thái như Golovanov, nhưng thông qua hôn nhân hoặc nhờ những hoàn cảnh nào đó họ có được cái tên Nga hoặc có giấy tờ căn cước Nga.

Lớp mới nhập học khá lớn và người ta chia nó thành các nhóm, mỗi nhóm khoảng hai mươi lăm sinh viên. Perelman và một số người thuộc câu lạc bộ của Rukshin và các trường chuyên toán khác ở Leningrad được xếp vào cùng một nhóm. Rốt cuộc, nhóm này đã trở thành một bộ phận tinh hoa về học tập của khoa Toán Cơ, vì các thành viên của nó đều đã từng là học sinh xuất sắc khi học ở trường phổ thông. Đa số thành viên nhóm này hằng ngày đều phải đi từ thành phố đến trường, bởi vì vào những năm 1970, trường Đại học Tổng hợp Leningrad đã chuyển các khoa khoa học của nó tới Petrodvorets, nằm ở phía Tây và cách thành phố khoảng 20 dặm. Đây là một dự án đầy tham vọng, với bản thân khu đại học đã là một thành phố tựa như Đại học Cambridge của Nga vậy, nhưng nó đã thất bại khi biến những tòa nhà bêtông và kính của khoa Toán, khoa Lý và các khoa khoa học khác thành một ngôi trường ở một nơi đi lại rất bất tiện (cũng nên nhớ rằng bộ phận còn lại của trường đại học Tổng hợp vẫn ở lại Leningrad). Các sinh viên ở thành phố phải đi các chuyến xe lửa ngoại ô, ghế gỗ, không được sưởi ấm và họ luôn phải chạy bán sống bán chết để bắt được chuyến tàu đưa họ đến lớp cho kịp bài giảng đầu tiên trong ngày. Và họ cũng thường bị lõ chuyến tàu cuối cùng về thành phố rời ga trước nửa đêm.

Các trường Đại học Tổng hợp ở Nga cung cấp một nền giáo dục chuyên môn hóa rất cao. Khoa Toán Cơ có định hướng đào tạo ra những nhà toán học chuyên nghiệp, hoặc nếu thất bại, thì trở thành các thầy giáo dạy toán và những người lập trình cho máy tính. Sự

thiên về những gì được coi là nghệ thuật tư do (liberal arts)<sup>1</sup> là rất ít, trong khi lại thiên chủ yếu về phía học thuyết Marxist, mặc dù không đòi hỏi cao như các khoa xã hội nhân văn, nhưng vẫn phải học các môn bắt buộc như Chủ nghĩa duy vật biên chứng, Chủ nghĩa duy vật lịch sử, Chủ nghĩa cộng sản khoa học, Chủ nghĩa vô thần khoa học, Kinh tế chính trị học, và toàn bộ môn học có tên là Phê phán một số trào lưu triết học tư sản đương đại và hệ tư tưởng chống cộng. Môn học cuối cùng này do một giáo sư triết học trẻ giảng day. Ông này bao giờ cũng bắt đầu bằng những lời ca ngợi triết học Marx-Lenin, lên án các triết gia đương đại khác là thối nát, rồi sau đó ông chuyển sang nói với sinh viên về Nietzsche và Kierkegaard là những thứ mà sinh viên rất muốn nghe nhưng ngại không dám hỏi. "Đó chính là cái lớp mà chúng tôi đã theo học", Golovanov nói với tôi. Mặt khác, phần lớn sinh viên đều tìm cách để tránh đi học không chỉ các môn về hệ tư tưởng mà cả các môn học dài lệ thệ, trong đa số trường hợp nằm ngoài phạm vi lĩnh vực chuyên môn mà họ dự định sẽ theo đuổi. Lẽ tự nhiên, có một ngoại lệ: Grisha Perelman đã theo học tất cả, kể cả những môn học dài mà anh đã được miễn bởi điểm của anh không bao giờ dưới bốn theo thang năm điểm.

Perelman chấp nhận tất cả những môn này như một phần của chương trình học và anh dùng bộ óc có sức nén rất lớn của mình để mang lại lợi ích cho các bạn cùng lớp. "Sự sáng láng của bộ óc Grisha đã rất hữu ích ở đây", Golavanov nhớ lại. "Tâm lý chung khi học các môn này là hoặc phải xử lý tất cả hoặc là bỏ qua hoàn toàn.

<sup>1.</sup> Chương trình đào tạo đại học, rất phổ biến ở Mỹ, thiên về hình thành kiến thức và năng lực tri thức chung về các lĩnh vực nhân văn, nghệ thuật, khoa học xã hội, khoa học tự nhiên, không dạy các lĩnh vực kỹ thuật, khoa học ứng dụng hay các chuyên môn đặc thù (như kế toán, bảo hiểm...)

Nhưng học tất là điều không thể đối với những người bình thường, còn bỏ qua tất cả thì đầy nguy hiểm. Bằng cách nào đó Grisha đã tìm ra những luồng tư duy, nếu có thể nói như vậy, trong các môn học đó. Những cuốn vở chép bài của anh về tất cả các môn đó đã rất có giá trị đối với chúng tôi".

Không còn nghi ngờ gì nữa, điều giúp Grisha Perelman có thể theo học tất cả những môn này chính là sự không quan tâm của anh đối với chính trị. "Trong vốn từ vựng của Grisha thì chính trị luôn là lời nguyên rủa", Golovanov nói, "Chẳng hạn, nếu bạn muốn tổ chức một việc gì đó để làm cho hoạt động của câu lạc bộ được tốt hơn, thậm chí là một chiến dịch gì đó để giúp thầy Sergei Rukshin yêu quý của chúng tôi, thì lúc nào Grisha cũng nói 'Đó là chính tri, hãy tập trung giải các bài tập đi. Và ban cần phải hiểu rằng đó là một ý kiến rất chân thành: anh không thích tất cả những thứ đó và các huấn thị chính trị". Sự khó tính của trí thức Nga truyền thống trong tiến trình chính trị còn ít liên quan đến Perelman hơn sự thật là anh thực sự không quan tâm đến những gì không phải là toán học. Trong khi các sinh viên khác có thể cảm thấy bị sỉ nhục hoặc bị kích động, Perelman hoàn toàn thờ ơ, không có vấn đề nào được đem thảo luận trong các môn học đó là quan trọng với anh cả. Những cuốn vở ghi chép của anh về học thuyết Marxist chỉ đơn thuần là sự hệ thống hóa với hiệu quả cực kỳ cao của anh mà thôi.

Nói vậy, nhưng các môn học về hệ tư tưởng ở đây, xét cho cùng còn ít hơn ở nhiều khoa khác, khoa Toán Cơ có thể nói là một khoa tự do của các trường đại học ở Liên Xô. Những người muốn qua được khóa học năm năm với một nỗ lực tối thiểu và kiến thức tối thiểu thì phải chịu khó chịu khổ qua được năm thứ nhất với tải học tập rất nặng, rồi sau đó cứ đủng đỉnh mà học cho hết. Những người

muốn đi vào chuyên môn sớm có thể bỏ qua nhiều phần khác của toán học. Nhưng Perelman tiêu biểu cho loại sinh viên toán hiếm hoi nhất: anh muốn được học tất cả những gì mà toán học có.

Đa số các sinh viên có tham vọng về toán học đều biết từ nhiều năm trước rằng sư chuyên môn hóa của ho đã được đinh sẵn tùy theo loai bô não của ho. Các nhà đai số khi đó tìm kiếm các bài toán đại số hứa hẹn nhất, trong khi các nhà hình học phải tìm kiếm một nhà hình học tài danh nhất để theo học, nói chung, phương hướng của họ đều đã được xác lập. Nhưng bộ óc của Perelman được tạo ra để bao quát toàn bộ toán học. Bây giờ nhìn lại, người ta có thể cho rằng, cuối cùng thì topo học đã thu hút anh như một môn tinh hoa của toán học - đó là một lĩnh vực của các phạm trù thuần khiết và những hệ thống rõ ràng, không có nhiễu thông tin – nhưng với cương vị là sinh viên năm thứ nhất thì đơn giản là anh mở lòng hoàn toàn ra với môn topo mà thôi. Đa số các nhà toán học đều còn nhớ giáo trình học năm thứ nhất của họ về topo vì nó đã dạy cho họ một bài luyện tập về trí tuệ là lộn phía trong của một ống ra ngoài qua một lỗ nhỏ. Cái làm cho đa số họ còn nhớ là khả năng làm cho trí óc của họ trở nên mềm dẻo chứ không phải là sự trong sáng trôi chảy của topo học. Perelman không có động cơ thông thường nào khác để đi vào chuyên sâu sớm: anh không có lý do gì để tiết kiệm thời gian bằng cách chỉ học những môn toán mà anh dự định sau này sẽ làm việc. Vả lại, anh cũng chẳng đi đâu mà vội. Anh sống cho toán học và bằng cách làm toán.

Perelman dự hết các bài giảng và seminar về toán mà không quan tâm lắm tới chuyện các thầy dạy hay dở thế nào. Hậu quả của điều đó có thể khá khôi hài. Vào năm thứ tư đại học, Perelman có theo học một môn về khoa học máy tính, do một giảng viên nổi tiếng

là dạy dở nhất khoa phụ trách. Theo Golovanov thì "những người bình thường sẽ không học". Nhưng Perelman thì vẫn học. Đã vậy anh lại thường ngồi bàn đầu và có lẽ vì vậy anh hay bắt gặp ánh mắt của vị giảng viên nọ, người mà vào một lúc cao hứng nào đó đã tỏ ra lo lắng về tình trạng hiểu biết của các sinh viên khoa Toán Cơ nói chung. "Các sinh viên năm thứ tư của chúng ta lại không thể giải được một Bài toán Cauchy đơn giản", ông tuyên bố như vậy rồi viết lên bảng một phương trình vi phân cổ điển, sau đó quay sang Perelman: "Anh có thể cho tôi biết cách giải phương trình này không?" Perelman thản nhiên đi lên bảng và viết ngay lời giải.

"Đúng", vị giảng viên nói. "Sinh viên này đã giải đúng".

Ở nơi Perelman và các bạn của anh đang theo học, một sinh viên không thể viết nổi nghiệm của Bài toán Cauchy theo yêu cầu thường bị khinh bỉ như một kẻ ngu ngốc hay "đại loại như vậy", Golovanov bình luận. Nhưng khi vị giảng viên này tỏ ra uy quyền thì Perelman dường như sẵn sàng trình bày những lời giải vớ vẩn nhất mà không hề phản đối. Sau này, điều mà anh nhận thức như sự cần thiết phải chứng minh giá trị của mình với những người ngang hàng hay những người có uy quyền về học thuật đều khiến anh nổi đóa ngay lập tức, nhưng trong khuôn khổ trường đại học, anh cho phép các giáo sư một quyền năng gần như vô hạn. Vị giảng viên tin học này thường có thói quen kỳ quặc là đóng đinh vở ghi bài của sinh viên vào ngay bàn học của họ – để đảm bảo các sinh viên thực sự đến lớp chứ không mượn vở của người khác. Ngay cả sự sỉ nhục đó Perelman cũng dung thứ và anh đã giúp những người còn lại trong nhóm tổng kết lại bằng lời những điều đã ghi chép.

Anh luôn trung thành với nhóm chừng nào mà không ai phá vỡ những quy tắc anh đã quan niệm. Tục lệ của khoa Toán Cơ quy định

rằng các sinh viên phải giúp đỡ các đồng môn bị bí trong các bài thi viết. Gà bài trực tiếp thì không thể được vì mỗi người có một đề bài riêng, được rút ngẫu nhiên từ một cái bình lớn. Nhưng nếu có ai đó phải tuyệt vọng ngồi cắn bút thì người đó thường ghi đề trên một tờ giấy rồi chuyền cho một người khác nhờ giải hộ. Tất nhiên, thư trả lời không bao giờ là lời giải hoàn chỉnh mà chỉ là một gợi ý kèm theo dòng chữ "hãy thử cách này xem". Perelman, nhà giải toán vạn năng, người tư duy nhanh nhất thuộc nhóm tuổi anh ở Liên Xô và có lẽ ở cả thế giới nữa, là người trả lời tốt nhất cho những loại gà bài nói trên. Tuy nhiên, anh không muốn chấp nhận làm như thế và công khai nói để cho mọi người đều biết sự không ủng hộ của anh: mọi người đều phải tự giải những bài tập của riêng mình.

Ó đầu đó trong quá trình chuyển tiếp từ tuổi thiếu niên sang tuổi trưởng thành, Perelman dường như đã tìm ra một phương cách để giải tỏa sự căng thẳng giữa những tập quán xã hội thịnh hành mà anh coi là phi logic, thiếu nhất quán nôi tai, thường xuyên thay đổi và ý tưởng của anh về phương thức cần phải vận hành của thế giới. Anh rút ra một bộ các quy tắc riêng dựa trên một số ít các giá trị mà anh coi là tuyệt đối và tuân theo các quy tắc đó. Khi những tình huống mới xuất hiện, anh hình dung ra ngay những quy tắc áp dụng cho chúng - điều đó dường như cũng có thể không nhất quán và thay đổi đối với một người quan sát, nhưng đó chỉ là vì người quan sát đó không biết thuật toán mà thôi. Lẽ dĩ nhiên, Perelman kỳ vọng phần còn lại của thế giới sẽ tuân theo các quy tắc của anh; nhưng anh không hề nghĩ rằng những người khác không mảy may biết tới những quy tắc đó. Xét cho cùng, những quy tắc ấy dựa trên các giá trị phổ quát mà sự trung thực đứng hàng đầu. Trung thực có nghĩa là nói toàn bộ sự thật cần phải nói - toàn bộ thông tin chính xác hiện có – hệt như Perelman đã làm khi cung cấp các chứng minh của anh cùng với những thông tin bên ngoài lời giải thực sự. Rõ ràng trong trường hợp thi của một sinh viên khoa Toán Cơ, *việc cung cấp toàn bộ thông tin hiện có* cũng có nghĩa là phải nêu danh tính của người đã cung cấp lời giải và điều đó thực sự không nhất quán với quy tắc mỗi người phải tự làm bài thi của mình. Cũng như vậy, chẳng hạn, sau này anh coi chú thích vòng vo mà nhiều nhà toán học hay sử dụng như một sự đạo văn. Cũng có thể là một chút thói quen của các thí sinh thường tham gia các cuộc thi Olympic đã hình thành nên quan niệm của anh về các cuộc thi viết; và rốt cuộc, họ, và có lẽ cả Perelman, cảm thấy một chút gì đó giống như kỳ thi Olympic, và do đó việc nhờ một người bạn gợi ý cho là không thể chấp nhận được đối với một thí sinh.

Vào năm thứ ba, mỗi sinh viên khoa Toán Cơ chọn cho mình chuyên môn mà anh ta dự định sau này sẽ làm nghiên cứu sinh và tiếp tục theo đuổi trong sự nghiệp nghiên cứu của mình. Golovanov chọn lý thuyết số. Đó là sự lựa chọn tự nhiên đối với chàng trai có thể dễ dàng bị nốc ao trong một kỳ thi Olympic nếu gặp phải một bài toán hình học. Mối quan hệ của anh với các con số giống như mối quan hệ giữa con người với nhau. Perelman cũng chọn số phận riêng của mình. Anh chọn hình học. Anh nói với nhóm của mình một cách bí hiểm rằng anh muốn đi vào một lĩnh vực mà ở đó chỉ còn lại một ít khủng long sao cho anh có thể trở thành một con trong số đó. Vào những năm 1980, ở Leningrad, hình học dường như ở trạng thái vô chính phủ. Nó không có sự hấp dẫn của tin học, cũng không có sự lãng mạn của lý thuyết số và những người trong lĩnh vực này thực sự chỉ là một nhóm nhỏ các ông già đầy ấn tượng. Một trong số các bạn cùng lớp của Perelman là Mehmet Muslimov nhớ

lại rằng tuyên bố của Perelman hoàn toàn chân thật, không hề có chút màu mè nào. Mà nếu có, thì nghe cũng rất logic: vì đây là con người của một thời đại khác, một xứ sở khác, người có một bộ óc kỳ lạ và khác biệt, ngay cả trong môi trường đầy rẫy những người lập dị như khoa toán của trường đại học tổng hợp thì việc anh muốn đào luyện mình thành một con khủng long trong lĩnh vực hình học là hoàn toàn hợp lý. Anh ấy cũng đã nói với các bạn học của mình rằng anh cảm thấy bực bội với những người quanh mình và lối sống của họ; và lĩnh vực mà anh lựa chọn dường như chỉ thu hút một số ít người có những quy tắc nội tại cũng chặt chẽ như anh.

- -

Perelman cần một người dẫn dắt anh trên con đường trở thành khủng long – hoặc ít nhất cũng là một người nào đó đừng chắn đường anh và có thể che chắn cho anh trước những người khác, nếu cần. Anh đã bị hấp dẫn rất mạnh bởi Viktor Zalgaller, một nhà hình học khi đó đã ở tuổi lục tuần.

Tôi đã phỏng vấn Zalgaller vào đầu năm 2008 ở Rehovot (Israel), cách Tel Aviv 20 dặm về phía nam. Thị trấn này được xây dựng gần Viện Weizmann, một cơ sở nghiên cứu toán học mà Zalgaller cộng tác mặc dù hằng ngày ông vẫn làm việc trong căn hộ của ông với người vợ ốm đau nằm gần như bất động ở giai đoạn cuối cùng của căn bệnh Alzheimer. "Vợ tôi không thể dọn dẹp nhà cửa được nữa", Zalgaller nói với vẻ có lỗi khi đón tôi vào nhà. Đó là một nơi lộn xộn, nhéch nhác, với chiếc giường xập xệ của chủ nhà ở phòng ngủ và một đống sách, ấm pha trà..., một nơi rõ ràng một thời sự ngăn nắp đã từng ngự trị. Bản thân Zalgaller cũng nhéch nhác không kém:

râu không cạo, mặc một chiếc áo len cổ lọ ra ngoài bộ pyzama xám, nhưng hoàn toàn ăn nhập và rất phù hợp với phong cách của ông. Ông nói về Perelman với cảm tình đặc biệt và tuyên bố: "Ngay từ đầu tôi đã chẳng có gì để dạy cho cậu ấy cả".

Zalgaller là cưu chiến binh của Thế chiến thứ II, một thầy giáo có sức hấp dẫn lớn, một mình ông đã dựng nên chương trình và phương pháp dạy môn toán của Trường 239 (vào những năm 1960 ông có thời gian ngừng nghiên cứu và giảng dạy ở đại học để làm chuyện này) và ông cũng là người kể chuyện hay ít ai địch nổi. Tất cả những điều đó khiến ông trở nên nổi tiếng ở Đại học và Viện toán Leningrad, nhưng lại không hề có hấp dẫn đặc biệt gì đối với Perelman. "Cậu ấy thích tôi, điều đó thì không có gì phải nghi ngờ", Zalgaller nói. "Có thể có gì đó liên quan đến đạo đức. Điều mà tôi thường nghĩ tới là người ta cần phải làm gì". Khi tôi đề nghị ông nói kỹ hơn, Zalgaller đáp: "Cậu ấy thích phong cách giao tiếp của tôi với sinh viên và chắc cậu ấy cũng biết rằng tôi không mấy nghiêm khắc và học với tôi cũng khá thú vị". Thực ra Perelman dường như không mấy quan tâm tới phong cách giảng dạy của các giảng viên. Điều đã thu hút anh tới Zalgaller là cách thức quan hệ khá đặc biệt của ông với thế giới, chẳng hạn như câu chuyện mà ông kể với tôi nhưng cấm ghi chép, hẳn là vì nó liên quan tới ông chứ không phải tới Perelman - Zalgaller cho rằng nói về mình ở đây là hơi khiếm nhã. Tôi ghi lại dưới đây câu chuyện này từ trí nhớ ngay sau khi rời căn hộ của ông.

Giống như phần lớn người Xô Viết thuộc thế hệ ông, Zalgaller đã gia nhập Hồng quân vào những ngày đầu của Thế chiến thứ II, và cũng giống một số người may mắn khác, sau trọn bốn năm phục vụ quân đội, ông đã sống sót trở về mà không hề bị sây sát gì. Ông

đã tốt nghiệp Đại học Tổng hợp Leningrad vào cuối những năm 1940 ngay khi Chiến dịch bài Do Thái của Stalin đạt tới đỉnh điểm. Người Do Thái trên khắp Liên Xô đột nhiên thấy mình bị loại ra khỏi các trường đại học, các khóa nghiên cứu sinh và các công sở. Zalgaller thuộc số năm sinh viên Do Thái trong lớp đại học vừa tốt nghiệp làm đơn xin ở lại làm nghiên cứu sinh. Ông nghĩ rằng năm người họ đều xứng đáng, nhưng khi danh sách các sinh viên được nhận làm nghiên cứu sinh được thông báo, Zalgaller chỉ thấy có một mình tên ông ở đó, không có tên một sinh viên Do Thái nào khác. Vậy là ông đã bỏ không làm nghiên cứu sinh nữa.

Ông già đọc ngay ra là tôi đang chờ ông nói với tôi rằng ông không muốn chơi với những luật chơi gian lận như vậy, rằng ông rất muốn ở lại làm nghiên cứu sinh, nhưng ông không thể nếu cảm thấy làm như vậy sẽ phương hại đến những sinh viên khác. "Tôi không phải là chiến sĩ đấu tranh chống lại Chủ nghĩa bài Do Thái", ông nói như để sửa lai sư hiểu lầm không nói ra của tôi với vẻ bực tức ra mặt. "Tôi chỉ không muốn phụ thuộc vào những con người đó". Nếu ông là người Do Thái duy nhất được nhận, có nghĩa là ông đã được nhận sự ưu ái, và đó là điều khiến ông từ chối. Thật ương bướng và gần như có phép mầu, Zalgaller vẫn tiếp tục tự lực gây dựng được sự nghiệp của mình và chỉ chấp nhận những ưu ái mà ông biết chắc mình sẽ đáp đền được. Hơn thế nữa, ông luôn hành xử phù hợp với những quy tắc không chỉ chặt chẽ hơn so với của những người khác, mà còn - có lẽ không kém phần quan trọng đối với Perelman - thường là không hiểu nổi đối với bất kỳ ai khác trừ chính Zalgaller. Vào đầu những năm 1990, khi các nhà nghiên cứu Xô Viết bắt đầu viết những đề xuất cấp kinh phí cho họ, Zalgaller đã nghĩ ra một cách rất thông minh để giải quyết vấn đề nan giải mà ai cũng nhận thấy này: ông lập phương hướng nghiên cứu tạm thời theo ý thích của những người cấp kinh phí, cụ thể là ông làm đơn xin tiền cho những dự án mà ông đã thực hiện thành công nhưng chưa công bố và sau đó dùng tiền này để chi cho các dự án tiếp theo. Hẳn nhiên đó là một tập hợp những quan niệm và hành vi đạo đức phức tạp nhưng gắn kết về nội tại rất hấp dẫn đối với Perelman, người đã đề nghị Zalgaller là thầy hướng dẫn luận án cho mình.

"Tôi chẳng có gì dạy cho cậu ấy cả", Zalgaller nhắc lại. "Tôi chỉ đưa cho cậu ấy mấy bài toán nhỏ còn chưa giải được. Mỗi lần cậu ấy giải xong tôi thấy đều đã công bố được. Như vậy là vào thời gian cậu ấy tốt nghiệp đại học cậu ấy đã có trong tay vài ba bài báo". Nói cách khác, ông tiếp tục nuôi dưỡng bộ não của Perelman, tiếp tục những cái mà Rukshin đã làm và rộng lòng giúp đỡ Perelman tìm ra con đường trở thành một con khủng long như anh đã tự tuyên bố.

Có lẽ sự kiện có tính định mệnh nhất trong cuộc đời của Perelman là vào năm thứ nhất đại học của anh, ở trường Đại học Tổng hợp Leningrad xuất hiện một ông già nhỏ nhắn với bộ râu xám hình vuông. Tên ông là Alexander Danilovich Alexandrov (nhưng người ta thường gọi ông theo phụ danh, tên gọi theo cha, để phân biệt ông với rất nhiều Alexander Alexandrov khác). Ông là một huyền thoại sống, vừa thần kỳ vừa phi lý; ông dạy môn hình học cho các sinh viên khoa Toán Cơ năm thứ nhất.

Alexandrov bắt đầu sự nghiệp là một nhà vật lý, nhưng rồi ông đã bỏ khóa nghiên cứu sinh vào những năm 1930 vì, như có lần ông đã giải thích, "Tôi không thể hứa hẹn rằng tôi sẽ luôn làm những cái

mà người ta mong mỏi tôi phải làm". Một trong hai thầy hướng dẫn luận án cho ông là nhà vật lý Vitaly Fok đã nói thẳng với ông: "Anh là người quá tử tể". Còn người kia, nhà toán học Boris Delone, thì nói thêm: "Anh là người không quá máu mê bằng cấp". Thế rồi, ông đã bảo vệ liền một lúc hai luận án vào tuổi 25, được rất nhiều giải thưởng có uy tín và vào năm 1952, ông đã trở thành hiệu trưởng trường Đại học Tổng hợp Leningrad ở tuổi 40.

"Alexandrov đã có ảnh hưởng rất lớn đến Grisha", Golovanov khẳng định, anh là người chứng kiến trực tiếp ngay từ đầu mối quan hệ giữa hai người: bản thân anh cũng đã học chính môn hình học năm thứ nhất đó. "Ông chính là type người, về mặt tâm lý, có thể tạo được ảnh hưởng to lớn. Nói tóm lại, ông là một nhà tiên phong trẻ có sức mạnh trí tuệ khổng lồ. Tôi biết khá nhiều về ông, và tôi nghĩ rằng ông là con người chưa bao giờ muốn làm một điều gì xấu xa trong đời. Lẽ dĩ nhiên với cách tiếp cận các sự việc như thế, ông cũng đã có những hành đông tồi tê ở quy mô lớn, nhưng ông không bao giờ mong muốn như thể". Golovanov ý thức được một cách đầy đủ sư mô tả của mình về Grisha Perelman – ban mình và người thầy của họ. "Có một câu nói tuyệt vời [bằng tiếng La tinh]", anh tiếp tục, "mà vì một nguyên nhân nào đó, người ta cho là không đúng: Vos vestros servate, meos mihi linquite mores, có nghĩa là 'Tôi sẽ đi con đường riêng của tôi, mặc kệ những người khác cứ bám theo con đường của họ. Trên quan điểm đạo đức thì ý kiến đó là không thể bắt bẻ được. Và tôi nghĩ, ít nhất, chi đã biết một người khác cũng hành động theo đúng phương châm đó - chỉ có điều anh ta không phải là Hiệu trưởng trường đại học như Alexandrov. Mà anh ta là Grisha Perelman".

Sở dĩ Alexandrov được bổ nhiệm làm hiệu trưởng trường đại học là do ông vừa là nhà vật lý vừa là nhà toán học: hai lĩnh vực này đã

trở nên rất quan trọng trong giai đoạn phát triển sức mạnh hạt nhân của Liên Xô, nên vào đầu những năm 1950, người ta thường chọn các nhà vật lý hoặc toán học làm hiệu trưởng hai trường Đại học Tổng hợp Leningrad và Moscow. Ông cũng là Đảng viên công sản cho tới khi ông mất vào năm 1999. Tuy nhiên, Alexandrov không phải là một người trung thành. Thành tưu đáng kể nhất của ông với tư cách hiệu trưởng Đại học Tổng hợp Leningrad là đã duy trì được sự nghiên cứu về di truyền học - một môn khoa học đã bị cấm dưới thời Stalin. Trong khi các nhà di truyền học làm việc ở những nơi khác đều bị cầm tù hoặc may lắm là được đưa đi làm việc tại các trại súc vật và các công việc tồi tệ khác, ông vẫn đảm bảo cho các seminar về di truyền học được diễn ra đều đặn ở trường. Sau khi Stalin qua đời, ông thâm chí còn mời các nhà di truyền học quốc tế tới nói chuyện ở đây, rất lâu trước khi nền khoa học Xô Viết chính thống bắt đầu chấp nhận trở lại di truyền học một cách chậm chạp. Vào những năm 1950, Alexandrov đã đóng vai trò then chốt trong việc bảo vệ các nhà toán học tránh khỏi một chiến dịch hủy hoại tương tự dường như đang hình thành. Gần như chỉ một mình ông đã tạo dựng thành một phong trào bảo vệ uy tín của nền toán học Xô Viết trước những nỗ lực của phương Tây nhằm hạ thấp giá trị những thành tưu của nó.

Alexandrov đã mạo hiểm cả sự nghiệp của mình – và cuối cùng ông đã mất chức hiệu trưởng – để ủng hộ các nhà toán học bị tấn công hoặc do không được tin cậy về mặt ý thức hệ hoặc là người Do Thái. Năm 1951, một năm trước khi ông trở thành hiệu trưởng, khi mà bộ môn giải tích toán học có nguy cơ bị giải tán vì giảng viên ở đây chủ yếu là người Do Thái, ông đã ra tay can thiệp. Các thành viên của bộ môn đã dùng hết mọi biện pháp kháng nghị, nhưng

không ai cảm thấy có đủ sức mạnh và dũng cảm để cứu vãn tình thế. Khi đó, một nhà nữ toán học của bộ môn đã mạnh dạn đề nghị Alexandrov vào cuộc. Đây thực ra cũng là một nước đi tuyệt vọng về phía bà, vì trước đó bà đã biến mình thành kẻ thù của Alexandrov vì đã chế nhạo những nghiên cứu ngoài luồng về triết học của ông. Alexandrov đã đáp ứng và tìm ra cách để đẩy lui cuộc tấn công bằng cách thay người đứng đầu bộ môn. Gần bốn mươi năm sau, Alexandrov lại đóng vai trò then chốt trong việc đảm bảo an toàn cho sự nghiệp học thuật của Perelman khi đối mặt với sự kỳ thị người Do Thái, và mười năm nữa sau đó, chính Olga Ladyzhenskaya, nhà toán học dũng cảm của bộ môn giải tích, lại trở thành người cuối cùng che chắn thành công cho Perelman trước thế giới của các nhà toán học trong đời thực.

Alexandrov là người có đức tin, theo đúng nghĩa đen của từ đó. Ông chính là người đã chủ trương chuyển trường Đại học Tổng hợp Leningrad ra khỏi thành phố, và nhiều năm sau, một cựu sinh viên của trường trách móc ông về điều đó khi anh ta đi đến trường trên một chuyến tàu hỏa ghế cứng, chật ních người. Alexandrov đã hét to đến nỗi cả toa tàu nghe thấy: "Tôi đã tin vào Cương lĩnh của Đảng! Trong phần phụ lục họ đã nói rõ thành phố Leningrad sẽ phát triển về phía Nam, và trung tâm của nó sẽ dịch chuyển về phía Nam! Thế mà rồi người ta lại xây dựng về phía Bắc!" Người cựu sinh viên này, cũng là một nhà toán học rất xuất sắc, trong hồi ký sau này đã bình luận rằng vào những năm 1960, tất cả mọi người đều biết rằng các văn kiện của Đảng đều không đáng tin. Nhưng có lẽ anh đã không biết điều này: Alexandrov, cũng giống như Perelman, đã không có gen hoài nghi; ông có khả năng chối bỏ, phản kháng và thậm chí căm ghét nhưng không thể hoài nghi.

Alexandrov bị mất chức hiệu trưởng vào năm 1964 và trải qua hai thập niên tiếp sau đó ở Siberia, có thể nói là một chuyến lưu đày không hoàn toàn bị ép buộc, nhằm giúp xây dựng một thành phố khoa học ở đó. Khi đã ở tuổi 70, ông trở về trường đại học của mình và đã tìm kiếm một cách vô vọng một vị trí ở đó: ông muốn nhận chân giáo sư môn hình học hiện còn đang trống. Trong lúc chờ bầu cử cho vị trí đó, ông đã dạy một giáo trình cho năm thứ nhất và thu hút sinh viên một phần nhờ sự cởi mở về hoàn cảnh trớ trêu của mình. Ngoài những điều khác, người ta đã trích dẫn rất nhiều những bài thơ mà các sinh viên khoa Toán Cơ đã làm về ông. Đại khái có bài như thế này:

Thầy Danilych đáng kính

Thức khuya dậy sớm ngày ngày Cánh đồng toán học thầy cày mải mê Nhọc công mà chẳng ép-phê Giờ thầy em ngủ chán chê ngon lành.

Cuối cùng, những hy vọng của Alexandrov về chiếc ghế giáo sư hình học đã bị người ta đập võ tan tành và ông đành phải chuyển đến làm việc ở Viện Toán Leningrad, nhưng chuyện này xảy ra sau khi ông đã chọn Perelman là người được ông bảo trợ. Trong khi những sinh viên khác bị Alexandrov hấp dẫn vì địa vị đậm chất huyền thoại của ông, vì phong cách giảng dạy thoải mái cũng như sự uyên bác của trí tuệ ông, thì Perelman bị thu hút bởi Alexandrov không phải vì phong cách của ông mà vì bản chất của con người ông, một bản chất vừa mâu thuẫn vừa cứng rắn như vốn có.

Thực tế, nếu không có sự quản lý không hề biết sợ hãi một cách lạ lùng của ông đối với trường Tổng hợp Leningrad thì sự nghiệp

của Perelman chắc chắn đã đi theo con đường khác. Thật tình cờ, cho tới tận những năm 1960, nghiên cứu topo học không phải là lĩnh vực tiêu biểu ở Đại học Leningrad. Khi Alexandrov tìm kiếm một người để đẩy lĩnh vực này lên thì tình cờ ông gặp Vladimir Rokhlin, một sinh viên của Kolmogorov và Pontryagin, khi đó đang phải lang thang ở Moscow. Anh đã phải sống một thời gian ở trại cải tạo, và vẫn đang bị giám sát, nghĩa là nói chung không thể tuyển dụng được. Alexandrov đã đưa Rokhlin về Leningrad, ông không chỉ bố trí cho anh một chân giảng dạy mà còn cả một căn hộ nữa. Ở Leningrad, Rokhlin phải xem xét mười hai luận án đang hoàn tất, trong đó có luận án của Mikhail Gromov, một trong số các nhà hình học hàng đầu thế giới hiện nay và cũng là người có công lớn trong việc giới thiệu Perelman với cộng đồng toán học thế giới.

Rất có thể Perelman không biết nhiều về chuyện này của Alexandrov và nếu có biết, có khi anh lại coi thường hành động anh hùng đó của Alexandrov, coi đó đơn giản chỉ là một trò hề chính trị. Và chắc anh cũng không thể nào tiên đoán được vai trò của Alexandrov trên con đường sự nghiệp của anh. Cái chắc chắn đã dẫn dắt Perelman tới Alexandrov là cách tiếp cận của ông đối với toán học và cuộc sống nói chung.

Một mặt, Alexandrov xuất thân từ một trường phái học thuật vô cùng nhân hậu. "Ông có thể cho các sinh viên của ông những chủ đề và các ý tưởng đầy hứa hẹn", Zalgaller, người đã từng là sinh viên của Alexandrov viết. Mặt khác, ông nhìn toán học như một cuộc chạy marathon giải các bài toán. Một sinh viên nhớ lại lần đi vào phòng làm việc của Alexandrov.

"Thế cậu đã chứng minh được rồi à?" Alexandrov hỏi.

"Em phải chứng minh gì cơ ạ?"

"Một cái gì đấy!"

"Thật khó đánh giá hết ảnh hưởng của sự chờ đợi kết quả liên tục như vậy", sinh viên đó viết. "Từ mục tiêu ấy tôi luôn phải chuẩn bị để trả lời cho câu hỏi đó".

Không còn tranh cãi gì nữa, Alexandrov là vua hình học ở Leningrad và, có thể ở toàn Liên Xô nữa. Một sinh viên khác nhớ lại phản ứng của Alexandrov khi được đề nghị viết lịch sử của nền hình học Xô Viết. "Nói ra thì là thiếu khiêm tốn", ông nói, "nhưng còn có ai nữa đâu ngoài tôi ra". Một sinh viên khác viết rằng anh đã chọn trở thành nhà hình học sau khi nghe một giáo sư khác nói một cách đầy ấn tượng rằng "Alexandrov đã phát hiện ra những thế giới mới trong toán học và hiện tại ông đang cho sự cô đơn của mình cư trú ở tất cả các thế giới đó". Nhận xét về khủng long của Perelman chủ yếu ám chỉ tới Alexandrov.

Vào khoảng thời gian gặp Perelman, người ta đồn rằng tại một seminar hình học, Alexandrov có đưa ra bình luận sau: "Tất cả mọi người đều tồi tệ, đều xấu xa, và có lẽ chỉ có duy nhất một ngoại lệ là Jesus Christ. Ngay Einstein cũng tồi tệ vì ông đã không rời nước Mỹ sau khi quả bom nguyên tử nổ bất chấp lời phản đối của ông". Có lần ông đã viết: "Xét cho cùng, thông qua các mối quan hệ qua lại chẳng chịt của các sự kiện, một con người, bằng cách này hay cách khác, ở quy mô lớn hay nhỏ, đều có tham gia vào tất cả những điều xảy ra trên thế giới, và nếu người đó có thể tác động, gây ra một ảnh hưởng nào đó đến một sự kiện nào đó thì đều phải chịu trách nhiệm về điều đớ". Quan điểm về trách nhiệm cá nhân này hoàn toàn phù hợp với quan niệm của Perelman về sự trung thực, vì vậy anh đã lấy tiêu chuẩn của Alexandrov làm tiêu chuẩn của mình và sau này anh muốn áp dụng nó cho mọi người mà anh gặp.

Khi Perelman bước chân vào trường đại học, chỉ hơn tuổi 16 một chút, anh thực tế đã chính thức là một người lớn. Một chàng trai tuổi *teen* bình thường có thể đánh dấu thời kỳ chuyển tiếp này bằng cách đánh giá lại các quy tắc, đảo lộn lại các nhân vật quyền uy hoặc tuyên bố về sự độc lập. Nhưng Perelman lại làm cho các quy tắc của mình trở nên chặt chẽ hơn và anh đã đưa thêm Zagaller và Alexandrov vào ngôi đền thờ các nhân vật quyền uy bất khả xâm phạm, trong đó có cả mẹ anh và thầy Rukshin. Perelman còn chấp nhận những dấu hiệu hình thức hơn cho địa vị mới của anh với tư cách là người lớn: anh không cạo râu, và trong thế giới của câu lạc bộ toán, anh đã chuyển từ một sinh viên thành một thầy giáo.

Theo truyền thống đã được xác lập bởi Kolmogorov, Rukshin tìm cách biến các học sinh đầu tiên của ông tốt nghiệp câu lạc bộ toán thành các giáo viên hướng dẫn đầu tiên. Ông đã chọn Perelman và Golovanov: Perelman là học trò cưng của ông còn Golovanov, ngay ở tuổi 14 đã tỏ rõ tiềm năng trở thành một giáo viên có tầm cỡ theo khuôn mẫu của Rukshin. Rukshin đã đưa cả hai tới trại hè làm giáo viên hướng dẫn. Nhưng cuộc thử nghiệm đó không hoàn toàn thành công. Hóa ra Golovanov vẫn còn là một đứa trẻ và anh ta hành động cũng như một đứa trẻ, tất nhiên điều đó sẽ mất dần theo tuổi tác và quả thật sau này anh đã trở thành huấn luyện viên toán bậc thầy chỉ đứng sau Rukshin. Perelman thì hóa ra vẫn là Perelman, có nghĩa là hết sức cứng rắn, đòi hỏi cao và phê phán gay gắt. Những phẩm chất đó không mất đi mà lại gia tăng theo tuổi tác, và điều này cuối cùng đã làm cho anh không thể trở thành một giáo viên hay một người truyền đạt bất cứ loại nào.

Ngay đầu sự nghiệp của Perelman với tư cách là giáo viên hướng dẫn của câu lạc bộ toán học, trong hoặc ngay sau năm thứ nhất ở trường đại học, trong một lần nói chuyện với Golovanov, Perelman đã nhận xét rằng huấn luyện quân sự cơ bản – một trong những môn học bắt buộc ở khoa Toán Cơ – đã tỏ ra rất hữu ích vì kỷ luật quân sự mà anh còn nhớ có thể áp dụng trực tiếp trong việc điều hành câu lạc bộ toán. "Tất nhiên, anh vừa nói thế vừa mìm cười vì anh ấy rất thông minh", Golovanov nhớ lại. "Nhưng người ta có thể nói rằng cái phần hài hước trong câu coi như là nói đùa ấy không hơn mười phần trăm".

Ở trại hè sau năm thứ nhất, Perelman là giáo viên hướng dẫn cho một nhóm học sinh giỏi toán kém anh 2 tuổi. Trong số đó có Fedja Nazarov, hiện nay là giáo sư của trường Đại học Wisconsin; Anna Bogomolnaia, hiện là giáo sư của Đại học Rice; và Evgeny Abakumov hiện là giáo sư của Đại học Marne-la-Vallée ở Paris. Mỗi buổi sáng Perelman đưa cho họ tập hai mươi bài tập – gần gấp đôi liều lượng thông thường trong nửa tuần của câu lạc bộ. Những bài toán này cực kỳ khó và mức độ khó cứ tăng dần chẳng cần biết đến khả năng cũng như thành tích của học sinh. "Theo quan niệm chung thì củ cà rốt phải treo bên trên mức con thỏ có thể nhảy tới một chút", Golovanov giải thích cho tôi. "Nhưng Grisha thì tin rằng con thỏ sẽ luôn nhảy ngày một cao hơn". Một học sinh mà đến giữa trưa không giải được một nửa số bài tập sẽ được thông báo rằng họ sẽ không có suất ăn trưa. "Tất nhiên, rồi họ cũng sẽ được ăn", Golovanov nhớ lại. "Nhưng không xứng đáng".

Vậy Grisha Perelman 17 tuổi nghĩ gì về các học trò 15 tuổi của anh? Liệu anh có ngờ rằng mặc dù những thành tích và khát vọng học tập của họ – vì bằng chứng là họ được có mặt ở trại hè này –

nhưng họ đã lặng lẽ lười nhác về mặt trí tuệ? Cũng có thể lắm. "Chắc hẳn là anh ấy cho rằng bọn trẻ chưa thật nghiêm túc", Golovanov nói. "Cũng có thể anh ấy cao thượng tới mức không thăm dò xem chúng có đủ giỏi hay không – nhưng dù sao căn cứ vào thành tích của chúng anh luôn xem chúng là đủ giỏi". Có lẽ đúng hơn, đây là một bài toán kinh điển của lý thuyết về bộ não. Perelman 17 tuổi – sinh viên đại học năm thứ nhất, vô địch kỳ thi Olympic và là một cái máy giải toán vạn năng – đã không và cũng không thể hình dung được rằng những chú bé tuổi *teen* của câu lạc bộ toán này – những đứa trẻ kém anh về kinh nghiệm giải toán và thi đấu tận hai năm đồng thời còn thiếu những kỹ năng "nhai" các bài tập sẽ không thể làm được những cái mà anh có thể, cho dù chúng có tập trung hết trí tuệ vào đó.

Khi việc tước đi bữa ăn trưa của những học sinh thiếu may mắn không thành, Perelman dùng biện pháp cấm chúng không được vào lớp. "Chúng tôi đã cố gắng giải thích cho Grisha rằng nếu một đứa trẻ đã được nhận vào trại, thì không thể bắt nó đứng ngoài lớp được, rằng đó không phải là sự trừng phạt mà là sự điên rồ hoàn toàn", Rukshin nhớ lại. "Cậu ấy đáp lại rằng cậu không thể cho đứa bé vào lớp chừng nào nó chưa giải được bài toán này bài toán nọ. Đó là sự cứng nhắc thực sự". Những đứa trẻ bị cấm vào lớp hồi đó có cả Bogomolnaia, Nazarov và Konstantin Kohas, mười hai năm sau Kohas đã trở thành chủ nhiệm bộ môn giải tích toán học của khoa Toán Cơ.

Vậy thì tại sao Rukshin vẫn giữ Perelman, người có những bài giảng cực kỳ khó hiểu và cách cư xử quá ư cứng rắn? Một phần của câu trả lời chắc chắn là do Rukshin quá ư yêu mến Perelman và việc có anh bên cạnh – vào mùa hè năm đó hai người ở chung

phòng ở trại hè - sẽ lấp đầy thời gian của ông, vả lại sự giảng dạy của Perelman dù sao cũng có một ý nghĩa nhất định. Nhưng cũng có thể những hạn chế của Perelman với tư cách là một giáo viên lại phù hợp với những quan niệm của Rukshin về sự vận hành cần phải có của công việc. Và đây là mô tả của Rukshin về tình hình đó cho tôi khi sử dụng những thuật ngữ từ cuốn Nguyên tắc của Peter của hai tác giả Laurence Peter và Raymond Hull: "Perelman là một giáo viên xuất sắc đối với các học sinh ngoại hạng, là giáo viên giỏi đối với các học sinh có hạng và là một giáo viên tầm thường đối với các học sinh trung bình. Chị thấy đấy, một mũi khoan làm bằng hợp kim cobalt là một dụng cụ tuyệt vời. Nhưng chị không thể dùng nó để khoan kính được: kính sẽ võ vụn ra ngay. Trong khi một viên đạn có thể để lại một lỗ tròn nhỏ trên mẩu kính lại tuyệt đối không thể dùng để khoan kim loại được. Con dao và cái rìu làm những công việc như nhau, nhưng một cái sẽ tuyệt vời hơn hẳn khi dùng để gọt bút chì trong khi cái kia sẽ là một dụng cụ tốt hơn để hạ một cái cây. Thầy giáo là một công cụ. Đối với một nhóm nhỏ các học sinh ngoại hang thì kỷ luật không thành vấn đề – nhưng ý tôi muốn nói là khi phải cần đến vai trò tổ chức của thầy giáo thì Perelman không làm tốt được. Nhưng ở trại hè, chúng tôi luôn có truyền thống này: chúng tôi không thuê một người chuyên lo cho bọn trẻ được sạch sẽ, được ăn uống đầy đủ và đi ngủ đúng giờ, mà thuê một thầy chỉ chuyên dạy cho chúng làm việc. Thánh ba ngôi thực chất ở đây chỉ là một người thôi: thầy giáo, người chỉ giáo và ông chủ. Vì bọn trẻ này không bao giờ tôn trọng một người chỉ giáo vu vơ nào đó đến trại. Chúng chỉ tôn trọng loại thầy giáo cùng dẫn chúng đi lang thang, cùng ướt sũng trong mưa, cùng toát mồ hôi trong nóng nực, cùng làm toán và thảo luận về những quyển sách với chúng, nhất là ngược trở lại thời đó tôi cũng chẳng hơn chúng

mấy tuổi". Rukshin nhiều hơn Perelman 9 tuổi và hơn đa số các học trò khác từ 10 đến 12 tuổi, và theo cách nói của ông cho thấy ông nghĩ rằng ông không chỉ là người thầy yêu mến của chúng mà còn là Chúa Trời của chúng nữa. Các học sinh của ông đã biến thầy giáo của chúng thành các thiên thần, cũng như trong ý nghĩ của ông, chúng có quyền được hưởng không chỉ những tiện ích được quy định một cách rõ ràng mà còn được làm cả những điều vô lý, đỏng đảnh và hết sức trẻ con.

Rồi lẽ tự nhiên, xung đột cũng sẽ xuất hiện một khi các học sinh vốn một thời đã phải chịu thứ kỷ luật toán học khắc nghiệt theo kiểu quân sự của Perelman nay đã đủ lớn để đương đầu với anh như những người bằng vai phải lứa. Điều này chắc đã xảy ra ngay trước kỳ trại hè năm 1985 khi Perelman tuyên bố sẽ không tham gia dạy nếu như Nazarov và Bogomolnaia cũng dạy ở đó. Hơn hai mươi năm sau, Rukshin hoặc không thể hoặc không muốn nhớ lại thực chất lời phản đối của Perelman đối với hai giáo viên trẻ đó. Dường như Perelman vốn không ưa Bogomolnaia, vì cô ta là con gái mà không mặc váy chẳng hạn, lại nữa, bằng cách nào đó anh đã phát hiện ra cô ta không phải lúc nào cũng nói thật.

"Thế anh ấy có bắt được cô ấy nói dối mình không?" Tôi hỏi Rukshin.

"Không. Cậu ta chỉ phát hiện ra cô ấy không phải lúc nào cũng nói thật", Rukshin nói. "Tôi đã cố gắng giải thích cho cậu ấy – tôi muốn nói rằng chỉ có những thẳng ngốc mới luôn luôn nói thật thôi – nhưng tôi đã không nói với cậu ấy như vậy. Tôi chỉ nói rằng, Grisha ạ, cái mà cậu mô tả không phải là một phần của bản chất con người mà chỉ là một đặc điểm của mối quan hệ của anh ta với những người khác. Có những người mà tôi không bao giờ nói dối

họ nhưng tôi không thể loại trừ khả năng tôi có thể bóp méo sự thật hoặc không nói hết sự thật. Nhưng cậu ấy không chấp nhận quan điểm đó". Thực tế, có lẽ Grisha Perelman không thể; ý tưởng cho rằng một hành vi – đặc biệt là hành vi mà anh nhận thấy không thể chấp nhận được – không phải là một bản tính cố hữu mà rất có thể chỉ là chức năng của một cái gì đó mơ hồ ví như mối quan hệ cụ thể nào đó của con người, là hoàn toàn khó hiểu đối với anh. Hơn nữa, anh đã từng biết ít nhất một con người tuyên bố luôn luôn nói thật và suốt đời mình đã làm được như vậy, do đó cái tiền đề cơ bản của Rukshin là không đúng. Người đó chính là Alexander Danilovich Alexandrov, người mà trên mộ chí của ông có khắc dòng chữ: "Chân lý là thứ duy nhất cần được tôn thờ".

Bogomolnaia không thể nhớ nổi chuyện ấy, nhưng bà nhớ thế giới của câu lạc bộ toán, các trại hè và Rukshin người giải quyết các xung đột. "Chúng tôi hồi đó còn trẻ, rất khó đồng thuận cũng như làm việc cùng với nhau", bà giải thích và tiếp tục nói với một giọng dửng dưng pha chút chua chát – chủ yếu là về Rukshin: "Trong cái ổ rắn nhỏ bé của chúng tôi, người ta hay xung đột với nhau vì những lý do mà bây giờ ở tuổi bốn mươi tôi thấy thật là vớ vẩn".

Nói chung, theo Bogomolnaia, Perelman rất không thích hợp với công việc giảng dạy. "Anh ta không có đủ khí chất, ý tôi muốn nói là khi giảng dạy anh ta phải làm thêm điều gì đó nữa ngoài toán học thuần túy ra". Nhưng thay vì đơn giản là thôi không giảng dạy nữa, anh lại bỏ đi đầy tức giận – một sự tức giận dường như một phần được cổ vũ bởi Rukshin, người có thể làm bất cứ điều gì trừ việc ngăn chặn xung đột trong cái chuồng nhỏ bé của các thiên thần toán học. "Tôi đã bàn bạc với từng giáo viên đồng ý đến dạy ở trại hè năm đó", Rukshin nói với tôi. "Chúng tôi đã bàn bạc và quyết định không mời Grisha đến trại nữa thể theo tối hậu thư của anh".

Như vậy, khi Perelman 19 tuổi, thế giới của anh đã thu hẹp lại. Anh đã mất đi nền tảng xã hội đã nuôi dưỡng anh từ thuở lên 10. Cũng vào khoảng thời gian đó, đâu như giữa năm thứ ba đại học, anh đã chọn chuyên môn của mình, và như vậy có nghĩa là con đường của anh và của Golovanov bắt đầu rẽ theo các hướng khác nhau; sau gần chín năm cùng đi với nhau từng lớp và ở câu lạc bộ toán, đôi khi dừng lại dùng phấn để viết các công thức bên vệ đường, bây giờ họ đã có những kế hoạch khác nhau. Từ đây bắt đầu con đường đưa Perelman đi qua hai mươi năm tiếp theo của đời anh và đi tới chỗ mà ở đó anh chỉ thường xuyên nói chuyện với mẹ và Rukshin, những người đóng vai Chúa Trời trong cuộc đời học sinh của mình, nhưng bây giờ không còn tác dụng vỗ về của các thiên thần nữa.

## VI

## Những thiên thần hộ mệnh

"Khi Perelman tốt nghiệp, mẹ cậu ta có tới gặp tôi", Zalgaller nhớ lại. "Bà ấy nói rằng ước mơ của con bà là được giữ lại ở viện của chúng tôi". Ý bà muốn nói tới phân viện ở Leningrad của Viện Toán Steklov thuộc Viện Hàn lâm Khoa học Liên Xô. Rõ ràng, Zalgaller không nghĩ là có điều gì đó lạ lùng trong chuyện mẹ của một người đàn ông đã trưởng thành tới để bàn với ông về triển vọng làm nghiên cứu sinh của con trai bà. Cả Zalgaller và Lubov Perelman hẳn là có những lý do thích đáng để tin rằng cần phải có sự can thiệp, vì bản thân Perelman không muốn và cũng không thể làm những điều để được ở lại làm nghiên cứu sinh.

Kể từ ngày Zalgaller thấy tên mình trên thông báo vào cuối những năm 1940, chính sách tuyển nghiên cứu sinh vẫn chẳng thay đổi là bao: nghĩa là vẫn rất hạn chế đối với người Do Thái. Viện Toán Steklov lại càng kinh khủng hơn. Một bức thư ngỏ do một nhóm các nhà toán học Mỹ phát tán tại Đại hội toán học thế giới tổ chức

ở Helsinki năm 1978 có nói: "Viện Toán Steklov là viện nghiên cứu có uy tín trong lĩnh vực toán học. Trong ba mươi năm trở lại đây, viện trưởng của viện này là viện sĩ I.M. Vinogradov, người đã tự hào về sự thật là dưới sự lãnh đạo của ông Viện đã "thoát" khỏi những người Do Thái... Nắm những vị trí then chốt về toán học bây giờ là những người không chỉ không sẵn sàng bảo vệ những lợi ích của khoa học và của các nhà khoa học đối mặt với quyền lực mà thậm chí còn vượt ra ngoài những hướng dẫn chính thức trong các chính sách phân biệt về chính trị và chủng tộc".

Ivan Vinogradov là một nhà lý thuyết số, người lãnh đạo Viện Steklov gần một nửa thế kỷ và đã biến chính sách bài Do Thái thành một cuộc vận động chống cá nhân. Vào thời gian Perelman gần tốt nghiệp đại học, Vinogradov đã mất được bốn năm - một thời gian chưa đủ dài để tạo nên những thay đổi trong di sản năm mươi năm của chính sách bài Do Thái. Những người kế tục Vinogradov vẫn tiếp tục những chính sách đó một cách khá tích cực và hoàn toàn phù hợp với những chính sách cơ bản của Liên Xô. Tình trạng của Perelman còn phức tạp hơn nữa, bởi thực tế là toàn bộ những quyết định của Viện Steklov đều được làm ở Moscow, lãnh đạo phân viện Leningrad chỉ có ảnh hưởng rất nhỏ. Ngoài ra, giám đốc mới của phân viện Leningrad là Ludvig Faddeev, con thừa tự của một gia đình quý tộc Nga ở St. Petersburg và hơi lập dị (nhà toán học này mang tên Beethoven). Ông không bao giờ tỏ rõ cá nhân ông có chống lại chính sách bài Do Thái của Viện hay không. "Tôi không biết chắc Faddeev nghĩ gì về ý tưởng này", Zalgaller nhớ lại. Chữ "ý tưởng" ở đây là muốn nói việc dành một suất nghiên cứu sinh cho một trong những sinh viên tài năng và cần mẫn nhất đã từng tốt nghiệp ở khoa Toán Cơ. "Vì vậy, tôi tham khảo ý kiến của Burago".

Yuri Burago là sinh viên cũ của Zalgaller, vào thời gian đó ông lãnh đạo một phòng thuộc phân viện Steklov ở Leningrad.

Zalgaller và Burago đã cùng nhau lập ra một kế hoạch. Đơn xin của Perelman gửi Viện Steklov chắc sẽ bị phản đối dữ dội. Alexander Danilovich Alexandrov sẽ phải viết một bức thư gửi lãnh đạo Viện đề nghị cho phép Perelman được làm nghiên cứu sinh ở phân viện Leningrad do chính Alexandrov hướng dẫn. Chính sự đòi hỏi vô lý – một viện sĩ chính thức của Viện Hàn lâm Khoa học, một con người là trung tâm của nền hình học Xô Viết lại đi viết thư thay cho một giáo sư có vị trí khiêm tốn ở trường đại học – đã đảm bảo cho sự thành công của kế hoạch.

"Nếu chính Burago muốn nhận Perelman làm nghiên cứu sinh của mình thì chắc họ sẽ không cho", Aleksei Verner, một sinh viên và cũng là một đồng tác giả của Alexandrov, nói với tôi. "Nhưng họ không thể nói 'không' với Alexandrov được". Valery Ryzhik, người ngồi cạnh Verner trong cuộc nói chuyện này, đã tỏ vẻ đồng ý và kể thêm rằng chính Alexandrov đã nói với anh, ông đã viết trong bức thư đó rằng "đây chỉ là một loại tình huống ngoại lệ nên bỏ qua yếu tố dân tộc". Hãy tạm gác sang một bên những giả thuyết phía sau hồi ức này – đặc biệt là ý tưởng cho rằng Alexandrov hoặc Ryzhik hoặc cả hai đều tin rằng thông thường thì yếu tố dân tộc *phải* được tính đến – điều thực sự đáng kinh ngạc ở đây là gần như mọi người thuộc cộng đồng toán học ở Leningrad đều tham gia ít nhiều vào câu chuyện này. Tất cả mọi người, tất nhiên là trừ Grisha Perelman.

"Tôi đã tin chắc rằng thế nào Perelman cũng sẽ gặp vấn đề trong kỳ tuyển nghiên cứu sinh", Golovanov nhớ lại. "Giấy tờ của anh ấy đều ghi rõ là người Do Thái; còn của tôi may mắn là không. Do vậy vấn đề này phải trình tới cấp cao nhất, một cấp mà vào thời đó cao

vời vợi đối với tôi. Kể cũng hơi buồn cười. Đúng là Grisha vẫn là Grisha thôi, nhưng hồi đó anh ấy cũng chỉ là một sinh viên vừa tốt nghiệp đầy tham vọng. Thế mà các thành viên của Viện Hàn lâm quay vào đấu tranh cho anh ấy".

Nhưng Grisha có đem hết nỗ lực để giành bằng được một suất nghiên cứu sinh hay anh ta dửng dưng với chuyện đó? Tôi hỏi. "Nỗ lực hay dửng dưng không phải là những khả năng duy nhất". Golovanov tựa người vào lưng ghế và cười một cách thỏa mãn, rồi nhắc lại một câu mà anh dùng liên lục trong suốt cuộc nói chuyện của chúng tôi: "Grisha rất giỏi, tôi xin nhắc lại điều đó. Nhưng câu nói này không liên quan gì đến tài năng toán học của anh ấy cả, tài năng đó thì mọi người đều thừa nhận rồi. Grisha là người rất giỏi. Nghĩa là tôi không thể hình dung anh ấy lại dửng dưng đối với quá trình đó. Nhưng tôi phải thú nhận rằng chúng tôi chưa bao giờ nói chuyện với nhau về chuyện này".

Nói cách khác, Golovanov và Perelman, những người đã biết nhau hơn chục năm, cùng được hưởng một nền giáo dục toán học bên cạnh nhau và cùng ngồi thi tuyển nghiên cứu sinh (có hai bài thi: một bài về các môn toán được chọn của họ và một bài về lịch sử Đảng), cả hai đều tế nhị lảng tránh không bàn về chuyện con voi trong phòng (ý nói một chuyện đã rõ mười mươi – ND). Lý do của Golovanov đã quá rõ ràng: anh là một người quá ư lịch sự và hầu như đã ý thức được một cách nhức nhối về độ nhạy cảm tiềm tàng của bạn mình – vào năm 1987, anh đã ý thức được một cách sâu sắc cái ưu thế không được chính đáng lắm mà anh đã được hưởng, đơn giản bởi vì những giấy tờ của anh không bị dán nhãn Do Thái. Hành vi của Perelman cũng hoàn toàn phù hợp với tính cách của anh. Hệ thống thi tuyển nghiên cứu sinh vừa bí hiểm, rắc

rối vừa kỳ thị, có thể không phù hợp với quan điểm của Perelman về thế giới toán học, một thế giới công bằng và trọng dụng nhân tài. Cũng có thể anh không chỉ không muốn mà còn không thể nói về sự bất định của tương lai toán học của anh và việc dùng mưu mẹo để cứu vãn nó.

Thực tế, cách tiếp cân của Perelman đối với vấn đề kiếm một suất nghiên cứu sinh là hình ảnh phản chiếu của Zalgaller. Ông già đã căm ghét ý tưởng phải mắc nợ ai đó tới mức ông đã buộc mình tránh xa cái hệ thống xấu xa và đang thối nát ấy và ông đã tự gạch bỏ tên mình khỏi danh sách đỗ. Tương tự, Perelman cũng không chấp nhận ý tưởng phải mắc nợ ai đó, nhưng anh lại không đếm xia đến khía cạnh phía sau sân khấu của quá trình tuyển nghiên cứu sinh, dường như là gạch bỏ phần đó của câu chuyện. Trong sơ đồ tổng thể của sự việc như đã được các thầy giáo của Perelman dàn xếp cho anh, tất nhiên Perelman là đúng: những điều ô danh mà hệ thống Xô Viết buộc các học giả của nó phải chịu, đặc biệt là học giả Do Thái, không có quan hệ gì với hoạt động toán học và cũng không thể tuyên bố có quyền đối với bộ óc của nhà toán học. Theo truyền thống, trong nửa sau của thế kỷ 20, các nhà toán học Xô Viết đã chấp nhận rằng những ai muốn làm toán đúng nghĩa sẽ bị hạ xuống thế giới của toán học không chính thống, ở đó cũng có học bổng nhưng không có đặc quyền đặc lợi. Còn những người thuộc thế giới toán học chính thống thì có phòng làm việc rộng rãi, có lương bổng, căn hộ do Viện Hàn lâm phân phối và thậm chí đôi khi được ra nước ngoài công tác nữa, nhưng với điều kiện phải phục tùng hệ tư tưởng, sự kỳ thị và tham nhũng. Đầu óc tổng hợp của Perelman không thể chấp nhận một sự lưỡng phân như thế. Anh muốn làm toán theo cách và ở chỗ cần phải làm - đó là phân viện Leningrad

của Viện Toán Steklov. Lòng nhân hậu của các đồng nghiệp đã can thiệp cho anh và lòng tốt của bạn bè không đàm tiếu về chuyện này đã cho phép anh được sống trong thế giới đúng như anh hình dung.

Mùa thu năm 1987, Grisha Perelman đã trở thành nghiên cứu sinh của phân viện Leningrad thuộc Viện Toán Steklov. Alexander Danilovich Alexandrov chính thức ghi tên là người hướng dẫn luận án của anh – và Perelman đã trở thành người cuối cùng được hưởng vinh dự đó – nhưng thực tế anh làm việc trong nhóm của Burago. Khi ấy không ai biết chuyện đó cả, nhưng có thể nói rằng đối với một nhà toán học, không có một nơi nào và thời điểm nào tốt hơn để bắt đầu sự nghiệp nghiên cứu của mình.

Một năm trước khi Perelman tốt nghiệp Đại học Tổng hợp Leningrad, Tổng bí thư Đảng Cộng sản Mikhail Gorbachev đã tuyên bố một loạt những cải tổ rộng khắp, được gọi là *perestroika*. Vào cuối năm 1986, nhà vật lý Andrei Sakharov, giải thưởng Nobel Hòa bình và là một nhà hoạt động nổi tiếng về nhân quyền đã từ thành phố Gorki – nơi ông bị quản thúc tại gia – trở về Moscow. Vào đầu năm 1987, theo như tường trình, tất cả các tù nhân chính trị của Liên Xô đều được thả. Năm 1988, ngay sau khi trở thành nghiên cứu sinh, Perelman đã được chứng kiến buổi bình minh của thời đại minh bạch (*glasnost*), một thời đại vàng ngắn ngủi của trí thức Xô Viết, khi mà lượng bạn đọc các tạp chí dày cộm của giới trí thức tăng vọt lên hàng triệu và những cuộc bàn tán về tương lai của nước Nga bắt đầu nở rộ trên cả nước. Vào năm 1989, năm Perelman viết luận án, cả nước dán mắt vào tivi quan sát những cuộc bầu cử bán

dân chủ đầu tiên và sau đó là những cuộc tranh luận công khai đầu tiên trong nghị viện. Một sự phấn khích rộng lớn như thế khiến cho người thậm chí vốn có khinh bỉ chính trị như Perelman đi nữa cũng không cưỡng nổi toàn bộ tinh thần chung lúc đó.

Thật là cực kỳ may mắn cho Perelman vì anh bắt đầu sự nghiệp của mình vài năm trước khi những cải cách kinh tế vào đầu những năm 1990 làm kiệt quệ các viện nghiên cứu, buộc thành viên Viện Hàn lâm Nga hoặc phải tồn tại bấp bênh dựa hết vào trợ cấp nghiên cứu này đến trơ cấp nghiên cứu khác, hoặc sống bất định như con thoi đi đi về về giữa những hợp đồng giảng dạy ngắn hạn ở nước ngoài và vi trí nghiên cứu trong nước. Vào cuối những năm 1980, theo ước tính của Golovanov thì "một học bổng của nghiên cứu sinh chỉ hơn mức lương có thể tồn tại được 10 rúp một tháng". Vào cùng thời gian đó cũng đang diễn ra một thay đổi có tầm quan trọng bậc nhất trong sự vận hành của các viện nghiên cứu: Bức màn sắt đã được vén lên. Các học giả Xô Viết đã có thể đi ra nước ngoài và các nhà nghiên cứu nước ngoài đã có thể đến và đi mà không bị ngăn trở, sự kiểm duyệt đối với các tạp chí khoa học nước ngoài được gỡ bỏ (cuộc khủng hoảng kinh tế còn chưa làm cho việc đặt mua sách báo của các thư viện bị cắt hết), và việc liên lạc thông qua thư từ và điện thoại đã có thể thực hiện được một cách dễ dàng mà lẽ ra điều đó đã phải có từ lâu. Điều này có ý nghĩa đối với các viện như Viện Steklov là ý thức được rằng sự thay đổi và cơ hội của giới trí thức có mặt ở khắp nơi. Còn điều này có ý nghĩa đối với Perelman là con đường của anh tiến tới nhóm tinh hoa toán học quốc tế trở nên hoàn toàn tự nhiên và dễ dàng – đồng thời quan niệm của anh về thế giới không còn bị thách thức nữa. Và giờ đây, anh muốn gặp Mikhail Gromov.

Sau một thời điểm nào đó, tên tuổi của Mikhail Gromov trở nên gắn liền với hầu hết những thứ quan trọng mà Perelman đã làm. Tất cả những người tôi phỏng vấn khi lần theo hành trình của Perelman qua thời kỳ nghiên cứu sinh đều nhắc tới Gromov: ông đã giới thiệu Perelman cho vị trí nghiên cứu này hay khác, rồi ông đưa Perelman tới các hội nghị khoa học và thậm chí còn là đồng tác giả một bài báo viết cùng anh.

Zalgaller gọi Gromov là "sản phẩm tốt nhất mà trường Tổng hợp Leningrad đã tạo ra được". Gromov bảo vệ luận án tiến sĩ ở đây năm 1968, ở tuổi 25; người hướng dẫn luận án của ông là Vladimir Rokhlin, nhà topo học đang bị truy đuổi đã được Alexandrov cứu thoát. Gromov cũng có mẹ là người Do Thái, khó khăn lắm ông mới nhận được một vị trí nghiên cứu ở Viện Steklov và được bổ nhiệm giáo sư ở Đại học Tổng hợp Leningrad mà thậm chí ông không muốn lắm, và rồi vào cuối những năm 1970 ông đã di cư sang Mỹ làm việc tại Viện Courant ở Đại học New York. Sau này, khi đã trở thành một trong những nhà hình học đứng đầu thế giới, ông bắt đầu phải phân chia thời gian của mình cho Viện Courant và một viện cực kỳ có uy tín của Pháp là Viện nghiên cứu khoa học cao cấp (IHES) đặt ở ngoại ô Paris.

Tôi đã phỏng vấn Gromov tại Viện Henri Poincaré ở Paris. Viện này là một bộ phận thuộc Đại học Pierre et Marie Curie, được dành cho các hội nghị và seminar về toán học và vật lý lý thuyết. Trang web của trường đại học này và các tấm biển được đặt trên những chiếc bàn gỗ lớn hình tròn trong quán cà phê của Viện đều nói như vậy: DÀNH ĐỂ PHỤC VỤ CÁC NHÀ TOÁN HỌC VÀ VẬT LÝ LÝ

THUYẾT. Khi tôi tới quán thì Gromov đang sôi nổi thảo luận với nhà topo học người Mỹ Bruce Kleiner, người mà tôi đã phỏng vấn ở New York mấy tháng trước. Khi tôi bước tới gần bàn thì Kleiner đứng dậy bỏ đi nhưng vì còn quá xúc động về cuộc thảo luận nên đã quên chào tôi. Thay vào đó, ông quay lại để đối mặt Gromov và nói rằng khoa học mà trong đó chẳng chứng minh gì cả thì hoàn toàn không phải là khoa học. Gromov đáp lại rằng một hệ thống thay thế khác vẫn còn là nhất quán, phi mâu thuẫn. "Thế anh đã nói chuyện với một kẻ lang thang ngoài đường phố chưa?" Kleiner hỏi và tỏ ra rất bực tức. "Họ cũng có một số ý tưởng rất vĩ đại đấy". Tôi nghĩ ông ấy muốn nói điều gì đó về tất cả những người điện rồ có một hệ thống nhất quán nội tại muốn đưa ra, nhưng Kleiner do quá bức xúc nên không nói được một cách mạch lạc cái ý tưởng đó. Gromov cũng nổi cáu, ông vẫy tay và nói "Không, không!" Chính ông nhìn cũng rất giống với kẻ lang thang ngoài phố: áo quần rộng thùng thình khoác cẩu thả trên tấm thân rất gây guộc, chiếc quần jean thắt lưng đen đã bạc màu; chiếc áo sơ mi đứt cúc màu xanh nhạt bó sát vào ngực và đã sờn ở tay; cả bộ râu lẫn mái tóc đều màu xám mọc tua tủa về mọi hướng.

Kleiner bỏ đi và Gromov quay về phía tôi, vẫn còn tỏ vẻ bực tức. Đầu tiên ông nổi giận trước những câu hỏi của tôi là vì sao ông lại rời Liên bang Xô Viết. "Tại sao lại không?" ông hỏi bằng thứ tiếng Nga lơ lớ vì đã hơn ba mươi năm sống xa Tổ quốc. "Tất cả mọi người đi, thì tôi cũng đi. Người ta cho tôi một công việc ở Mỹ và tôi đi tới đó". Tôi có đủ thông tin để biết rằng ông đã không nói hết sự thật với tôi, nhưng tôi cũng hiểu để không thúc ép: rõ ràng hiện ông không có tâm trạng để nói về những gian khổ rất lâu về trước trong quá trình di cư của người Do Thái ra khỏi Liên Xô.

"Tôi biết ông là người đã đưa Perelman tới phương Tây", tôi thăm dò.

"Tôi có tham gia vào chuyện đó", Gromov nói và vẫn còn tỏ vẻ khó chịu. "Nhưng đó là sáng kiến của Burago".

"Nhiều người đã nói với tôi rằng ông là người đã xuất hiện và nói có một nhà toán học vĩ đại mới".

"Burago nói với tôi như vậy. Và có lẽ tôi đã nhắc lại điều đó với những người khác".

"Thế Burago đã nói gì với ông?"

"Ông ta nói ông ta có một nhà toán học trẻ rất giỏi".

"Và cần phải đưa anh ta tới đây?"

"Đúng, cần phải thu xếp để đưa anh ta tới đây".

Gromov đã thu xếp cho Perelman tới làm việc ở Viện nghiên cứu khoa học cao cấp (IHES) ngay sau khi anh bảo vệ xong luận án ở Viện Steklov vào năm 1990. Ở IHES, Perelman bắt đầu nghiên cứu về các không gian Alexandrov. Ông già này đã bỏ chủ đề đó từ những năm 1950, nhưng giờ đây ba hậu duệ toán học của ông là Burago, Gromov và Perelman đã cùng nhau nghiên cứu về nó.

Năm 1991, Gromov đã giúp Perelman tới Festival Hình học, một sự kiện thường niên được tổ chức ở bờ Đông nước Mỹ, mỗi năm ở một nơi khác nhau. Năm đó được tổ chức ở Đại học Duke. Perelman đã có một bài thuyết trình về các không gian Alexandrov mà một năm sau đã trở thành công trình quan trọng đầu tiên của anh được công bố cùng với hai đồng tác giả là Gromov và Burago. Gromov luôn nhắc về Perelman với những người cần thiết để đảm bảo anh sẽ được mời làm nghiên cứu sau tiến sĩ (postdoc) ở Mỹ.

Khi Gromov và tôi nói chuyện với nhau, tôi bắt đầu hiểu được động cơ của ông, hay đúng hơn là chiều sâu sự cam kết của ông với dự án Perelman. "Khi anh ấy bước vào hình học", Gromov nói, "vào thời gian đó, anh đã là một nhà hình học mạnh nhất. Trước khi anh ấy rút vào bí mật, chắc chắn anh ấy là người giỏi nhất thế giới".

"Điều đó có nghĩa là gì ạ?"

"Anh ấy đã làm được một công trình tốt nhất", Gromov trả lời với một sự chính xác hoàn hảo. Tôi bỗng nhớ đến câu chuyện đùa mà một nhà toán học đã kể cho tôi: Có một nhóm người bay trên khí cầu bị gió đưa đi. Sau khi bị trôi một quãng xa, mọi người nhìn thấy một người đàn ông ở bên dưới bèn gọi to: "Này ông, chúng tôi đang ở đâu đây?". Người đó, thật tình cờ lại là một nhà toán học, đáp: "Các ông đang ở trên khí cầu".

Nhưng khi chúng tôi nói chuyện nhiều hơn, tôi nhận thấy Gromov đã coi Perelman thực sự là một con người tốt nhất, không chỉ là nhà hình học giỏi nhất mà còn là một con người tốt nhất có liên quan đến toán học. Gromov so sánh Perelman với Isaac Newton, nhưng ngay lập tức sửa lại: "Newton là một con người khá tồi. Perelman tốt hơn nhiều. Anh cũng có một số lỗi, nhưng rất ít". Lỗi của anh ấy là đôi khi tấn công cả bạn bè, Gromov giải thích, nhưng những xung đột đó quá nhỏ so với lòng tốt tự nhiên quá mạnh mẽ của anh ấy. "Anh ấy có những nguyên tắc đạo đức mà anh luôn tuân theo. Và điều đó làm cho mọi người ngạc nhiên. Họ thường nói rằng anh ấy hành động rất lạ vì anh ấy hành động trung thực, theo cách không tuân theo các tục lệ xã hội – một điều rất không phổ biến trong cộng đồng – thậm chí mặc dù lẽ ra nó phải là chuẩn mực. Một đặc điểm chủ yếu của anh là anh hành động rất lịch sự. Anh luôn đi theo những lý tưởng đã được lặng lẽ chấp nhận trong khoa học".

Nói cách khác, Perelman là mẫu mực cần phải hướng tới của một nhà toán học – và cả của con người nữa. Sau ngày hôm đó, tôi lang thang khắp Paris với một nhà toán học và lịch sử khoa học người Pháp, người luôn miệng phàn nàn về hiện trạng của nền toán học Pháp, về sự thương mại hóa của khoa học và sự tham gia vô nguyên tắc của những người như Gromov, người luôn có mặt ở đó trong khi IHES in ra cả đống những cuốn sách gây quỹ nhạt nhẽo. Tôi nhận thấy rằng, nếu muốn, Gromov cũng có thể có nguyên tắc như Perelman, như tuyệt đối tránh xa sự từ thiện hóa trong toán học hoặc khinh bỉ chân thành những thừa nhận rỗng tuếch. Điều đó giải thích tại sao Gromov đã nhận Perelman như một việc nghĩa, cũng như tại sao ông phản đối nhận phần công lao đã giúp đỡ anh ấy.

Đường dây các thiên thần hộ mệnh của Perelman đã tiếp nối như thế này: Rukshin đã dẫn dắt anh vào thứ toán học olympic, Ryzhik đã săn sóc anh trong suốt thời gian học trung học, Zalgaller đã nuôi dưỡng những kỹ năng giải toán của anh ở trường đại học và trao anh cho Alexandrov và Burago để đảm bảo cho anh được làm toán không bị gián đoạn và cản trở. Rồi Burago đã chuyển anh cho Gramov, người đã đưa anh ra thế giới.

## VII

## Chuyến khứ hồi

Nếu Perelman sinh sớm hơn khoảng mười năm hoặc thậm chí chỉ năm năm thôi thì sự nghiệp của anh chắc đã phải dừng lại vào lúc anh vừa viết xong luận án: vì sẽ rất khó khăn, nếu không muốn nói là không thể, để một người Do Thái bảo vệ luận án ở Viện Steklov và được giữ lại làm nghiên cứu viên ở đó; thậm chí sự can thiệp của người có ảnh hưởng như Alexander Danilovich Alexandrov cũng không thể đảm bảo sẽ thành công. Còn nếu Perelman sinh muộn hơn mười năm, thậm chí năm năm thôi, thì anh sẽ không thể làm nghiên cứu sinh được: chính sách kỳ thị người Do Thái của nhà nước bây giờ không còn thành vấn đề nữa, nhưng gia đình anh rất có thể sẽ không có điều kiện để cung đốn cho anh tiếp tục học ở trường vì học bổng của nghiên cứu sinh chỉ đủ mua ba ổ bánh mì đen. Nhưng Grisha Perelman đã sinh đúng thời điểm và khi anh hoàn tất luận án thì anh lại ở đúng nơi, đúng chốn: một đất nước đang suy sụp đã để cho các công dân của mình, lần đầu tiên trong suốt bảy thập niên, tự do ra nước ngoài. Anh thuộc thế hệ may mắn nhất của các nhà toán học Nga. Giống như hàng triệu công dân Xô Viết khác, Perelman đã bắt đầu cuộc sống mới vào khoảng năm 1990, một cuộc sống hòa nhập cùng thế giới. Sự đúng lúc của những thay đổi đó thật tình cờ khiến cho Perelman có thể được tha thứ vì đã tin thế giới vận hành theo cách chính xác như nó cần phải thế. Chỉ khi Perelman cần phải mở rộng phạm vi giao thiệp về toán học của mình thì những cơ hội để làm điều đó mới tự trình hiện.

Trong phần mới mẻ đó của cuộc đời Perelman, một loạt các nhân vật mới đã xuất hiện. Bất kể họ có biết hay không – mà nhiều khả năng là họ không biết, vì Perelman là người dè dặt và kín tiếng với họ cũng như với phần lớn những người khác – và bất kể anh có quan tâm hay không, họ đều sẽ đóng những vai trò quan trọng trong sự phát triển sự nghiệp của anh. Ngoài Gromov ra, những người này gồm có Jeff Cheeger, Michael Anderson, Gang Tian (Điền Cương), John Morgan và Bruce Kleiner.

Cheeger là một nhà toán học Mỹ quan trọng, nhiều tuổi hơn Perelman một thế hệ. Ông làm việc ở Viện Courant trong một văn phòng lớn và thoáng đãng, nằm ở một tòa nhà cao trong khuôn viên Đại học New York. Giống như những người quen khác ở Mỹ của Perelman, Cheeger thấy Perelman vừa dễ mến vừa bí hiểm khó hiểu, và thi thoảng có hơi bực bội một chút, nên ông luôn nói năng thận trọng với hy vọng không làm anh bị xúc phạm. Cheeger nhớ lại lần đầu tiên ông nghe nói về Perelman là từ Gromov: "Ông ấy quay lại và nhắc rằng ông ấy đã gặp Perelman, một chàng trai cực kỳ ấn tượng". Năm 1991, Cheeger gặp Perelman ở Festival Hình học tại Đại học Duke. Và sau đó anh đã tới Viện Courant với tư cách là một postdoc vào mùa thu năm 1992. Anh vẫn tiếp tục nghiên cứu các không gian Alexandrov.

Vào thời gian Perelman tới Mỹ, anh mới 26 tuổi, không còn bụ bẫm, nhưng cao và khỏe mạnh. Bộ râu của anh đã thoát ra khỏi giai đoạn mọc thành búi, lộn xộn và lan rộng, giờ đây nó dày, đen và rậm rạp. Anh để tóc dài. Anh không tin vào chuyện cắt tóc hay cắt móng tay – một số người nghĩ rằng họ có nhớ một câu nói gì đó của anh về chuyện thiếu tự nhiên của sự cắt tỉa này, nhưng không ai có thể đảm bảo là nhớ chính xác, đúng hơn là có nhiều khả năng Perelman đã nhận thấy những quy ước về vệ sinh cá nhân cũng như về diện mạo bên ngoài là không hợp lý và chỉ làm mệt nhọc thêm. "Cô biết đấy, anh ta rất rất nổi tiếng là người lập dị", Cheeger nói, ví dụ như móng tay, đầu tóc, thói quen ngày nào cũng mặc cùng một thứ quần áo – mà chủ yếu là chiếc áo jacket bằng nhung màu nâu – và vật bất ly thân của anh là một loại bánh mỳ đen đặc biệt chỉ có thể mua tại một cửa hiệu Nga ở Brooklyn Beach mà Perelman thường đi bộ tới từ Manhattan.

Về mặt cấu trúc, cuộc sống của một postdoc ở Mỹ cũng không khác lắm so với một nghiên cứu sinh ở Nga. Người ta để cho anh khá tự do làm các công việc của mình, nhưng anh thấy không có lý do gì để không tận dụng tối đa thời gian ở lại Viện Courant. Viện này được đặt khá thuận tiện trong một tòa tháp bêtông cũng vuông vắn và vô hồn như bất cứ tòa nhà nào được xây dựng ở Nga ba mươi năm trước. Viện nhìn ra Công viên thuộc Quảng trường Washington, một vị trí bằng phẳng, với những đường kỷ hà và kiến trúc trang trọng như bất cứ một công viên nào khác ở St. Petersburg hay Paris, nơi Perelman đã có dịp sống vài ba tháng. Để hoàn tất cảm giác thân thuộc của mình, anh thường đi ra bên ngoài, tới tận Brooklyn để mua bánh mì và sữa chua – và bằng cách đi bộ như thế anh đã đảm bảo được cho mình cả sự cô đơn lẫn thước đo sức

khỏe. Một thời gian sau, anh lại có mẹ đợi chờ anh ở đầu kia của hành trình đến Brooklyn: bà đã theo anh đến Mỹ và ở nhờ những người thân ở Brighton Beach. Ngay trong Viện Courant, Perelman cũng không nhận thấy phải tốn công sức cho những nhu cầu xã hội. Thông lệ của các seminar toán học là luôn có mặt hàng loạt các gương mặt quen thuộc, Gromov, Burago và các nhà toán học khác ở St. Petersburg cũng thình thoảng có mặt tại đây.

Perelman đã kết bạn với một người của Viện Courant. Tôi không chắc Gang Tian có biết mình là bạn của Perelman hay không, nhưng Viktor Zalgaller, thầy giáo cũ của Perelman thì biết chắc. "Cậu ấy đã kết bạn với một nhà toán học trẻ người Trung Quốc ở đó", ông nói với tôi. "Họ rất hợp nhau". Và tôi đã tới gặp Tian tại Viện nghiên cứu cao cấp ở Princeton, một trong những viện nghiên cứu toán học có uy tín nhất trên thế giới, nơi mà Tian cũng chiếm một cái hộp bêtông lạnh lẽo khác. Anh nói với một giọng nhỏ nhẹ và hơi buồn, nếu không muốn nói là hơi miễn cưỡng như Cheeger. Anh đã phạm sai lầm là đã tiết lộ với giới truyền thông và anh tin rằng chính vì thế mà Grisha Perelman đã không trả lời các bức thư của anh trong suốt hai ba năm. Tian không nghĩ rằng anh và Perelman lại là bạn. "Chúng tôi nói chuyện với nhau khá thường xuyên", anh thừa nhận, nhưng đó chỉ là về toán học thôi. "Tôi nghĩ rằng chúng tôi nói chuyện với nhau không vượt ra ngoài những chuyện đó. Có lẽ có những người khác mà anh ấy thân mật hơn và nói về nhiều chuyện khác hơn. Anh ấy nói về bánh mì. Không hiểu sao anh ấy lại quan tâm nhiều đến bánh mì thế không biết. Anh ấy đã tìm ra chỗ mua được bánh mì ngon ở Brooklyn, đâu như ở gần cầu Brooklyn thì phải". Loại bánh mì nào vậy? Tôi hỏi. "Tôi không biết chắc lắm", Tian đáp, "vì tôi không thích ăn bánh mì, thực ra tôi cũng có ăn

nhưng không quan tâm là loại bánh mì nào". Ngoài chuyện bánh mì ra, Tian và Perelman thực sự là sự hoàn hảo đối với nhau: cả hai đều ít quan tâm đến những thứ ngoài toán học, và những mối quan tâm về toán học của họ đều được chia sẻ.

Perelman bắt đầu tới dự các bài giảng tại Viện nghiên cứu cao cấp ở Princeton cùng với Tian. Cheeger cũng tới đó. Tai một trong những chuyến viếng thăm đó, Perelman đã khiến Cheeger phải ngạc nhiên khi anh tham gia một trận đấu bóng chuyển sau bài giảng. "Nhìn anh ta, cô sẽ nghĩ ngay là anh ta không thể quan tâm hoặc không thể chơi được thứ thể thao này", Cheeger nhớ lại. "Nhưng tôi nhớ có một lần đứng xem một trận bóng chuyền, anh ta nói 'Tôi biết chơi môn bóng này' và cô biết không, anh ta đã chơi khá tốt". Tôi gật đầu. Điều không hề khiến tôi ngạc nhiên lại làm cho Cheeger ngạc nhiên. Tôi giải thích rằng Perelman đã chơi bóng chuyển rất nhiều trong thời gian huấn luyện để chuẩn bị thi Olympic toán quốc tế cũng như khi anh ta tham gia các trai hè toán. Khi đó, Cheeger trông hơi bối rối. Thì ra ngay cả về cái thành tích nhỏ nhoi này ông cũng bị thói quen luôn hạ thấp những khả năng cũng như mối quan tâm của Perelman đánh lừa. Và tất nhiên, cũng chính người này, về sau, đã không hề nói với bất kỳ ai là mình đang nghiên cứu Giả thuyết Poincaré và đã đưa lên Internet lời giải của mình mà không hề tuyên bố rằng thực tế đó chính là lời giải. Và chỉ sau khi có ai đó hỏi có phải anh đã chứng minh được giả thuyết này không anh mới nói là có. Chắc hản rằng nếu Cheeger hỏi thẳng Perelman là có phải anh đã chơi bóng chuyển nhiều rồi không thì anh sẽ trả lời rằng đúng như vậy. Anh vẫn còn tin vào chuyện nói toàn bộ sự thật - nhưng chỉ khi có ai đó hỏi thôi. Anh không hề thấy ích lợi gì khi tự nguyện cung cấp thông tin cả, đặc biệt là thông tin về chính mình. Tôi ngờ

rằng chính anh cũng sẽ cảm thấy đôi chút thỏa mãn khi chứng tỏ rằng mình có thể giải được bất kỳ bài toán nào mà mình chọn – và thậm chí chứng tỏ rằng mình biết chơi cả bóng chuyền nữa.

Một sự kiện khác còn khó giải thích hơn trong thời gian ở New York của Perelman đã khiến Cheeger phải ngạc nhiên. Năm 1993, Cheeger và Gromov tới dự một hội nghị ở Israel và theo chương trình có phần chúc mừng sinh nhật lần thứ 50 của họ. Perelman đến cùng với mẹ, nhưng điều này không làm Cheeger ngạc nhiên. Điều khiến ông cảm thấy lạ lùng là thấy Perelman thuê xe ở sân bay và dùng thẻ tín dụng. Tôi không nói chuyện được với ai khác chứng kiến Perelman lái xe – và thực tế một số người khẳng định rằng anh từ chối xe hơi như một thứ "phi tự nhiên" – nhưng có thể hình dung được là anh đã được cấp bằng lái xe và thẻ tín dụng trong học kỳ đầu tiên của anh ở New York. Lý do để Perelman phải làm điều đó là, trong một phút thoáng qua, anh dường như đã dự định sẽ thường xuyên tới Mỹ.

"Cô thấy đấy, điều thường xảy ra là khi một người nào đó vượt qua biên giới nước Nga theo bất cứ hướng nào, người đó đều có một phản ứng rất mạnh", Golovanov giải thích cho tôi. "Trong trường hợp của Grisha, đó là thời gian duy nhất anh ấy cảm thấy một điều gì đó giống như nhiệt tình chính trị. Sau khi đã ổn định ở Mỹ, anh ấy bắt đầu gửi thư về nhà quyết định toàn bộ gia đình phải chuyển tới đó". Toàn bộ gia đình còn ở St. Petersburg khi đó chỉ có em gái Grisha, Lena, vừa mới tốt nghiệp phổ thông. Cha họ đã di cư sang Israel, còn mẹ thì đã sang New York, như vậy về thực chất anh chỉ còn lo cho Lena vào học một trường đại học nào đó ở Mỹ. Nhưng Lena đã quyết định sang Israel và đã nhận được bằng PhD toán tại Viện Weizmann vào năm 2004.

Theo những điều Golovanov cố hết sức nhớ lai được thì Perelman không giải thích lý do tại sao lại phải chuyển đi: anh chỉ "quyết định", như Golovanov nói, phù hợp với nhận thức của anh về vai trò của mình trong gia đình, biết điều gì là đúng và cần phải làm. Giải thích cho đứa em gái đối với anh có thể là không đáng và bất luận thế nào là phí thì giờ. Tuy nhiên, khi nói chuyện với các đồng nghiệp anh thường giải thích rằng các nhà toán học phương Tây mắc một tật là tập trung quá hẹp so với các đồng nghiệp Nga của họ, dù vậy họ tổ chức nghiên cứu hiệu quả hơn và có nhiều thành tựu hơn. Đó có thể là một chủ nghĩa duy ngã kinh điển, vì vào năm 1993, Perelman đã làm được chính xác những điều mà các postdoc, những người được giải phóng khỏi mọi trách nhiệm giảng dạy chính thức và đang ở đỉnh cao sáng tạo và trí tuệ, được yêu cầu phải làm ở giai đoạn đó trong cuộc đời của họ: giải được một bài toán đã tồn đọng từ rất lâu và họ làm được theo cách mà các nhà toán học gọi là có vẻ đẹp của sự đột phá.

Hai mươi năm trước khi Perelman tới Viện Courant, Cheeger và đồng tác giả của ông là Detlef Gromoll đã công bố một bài báo phác họa con đường để suy ra những tính chất của một số các đối tượng toán học từ những vùng nhỏ của các đối tượng đó. Họ gọi những tính chất ấy là *linh hồn* (soul) của các đối tượng đang xét, bởi vì, giống như linh hồn hư ảo của con người, linh hồn hư ảo của các đối tượng toán học hư ảo cũng có tất cả những tính chất làm nên toàn bộ bản chất của nó. Cheeger và Gromoll đã chứng minh được một phần của những cái họ nêu ra và kết quả đó nổi tiếng dưới cái

tên Định lý Linh hồn, phần còn lại vẫn chỉ là giả thuyết nên người ta gọi nó là Giả thuyết Linh hồn. Và nó vẫn còn là giả thuyết – tức là một mệnh đề toán học còn chưa được chứng minh – cho tới khi Perelman chứng minh được rằng nó đúng. Bài báo của anh công bố chứng minh này dài bốn trang.

"Đó là một chứng minh cực khó", Cheeger nói với tôi. "Ít nhất cũng đã có đôi ba người viết những bài báo rất dài và kỹ thuật về đề tài này. Nhưng họ mới chỉ chứng minh được một phần của nó thôi. Perelman nhận thấy rằng mọi người đều bỏ sót một điểm quan trọng và anh đã đưa ra một chứng minh rất ngắn gọn. Anh ấy đã dùng một điều gì đó – một thứ không hề tầm thường – nhưng đã được công bố công khai từ bảy mươi năm trước".

Đó là cái thuật của Perelman mà các bạn của anh thường gọi là "khắc sâu": hấp thụ bài toán trong tổng thể của nó, rồi sau đó chưng cất nó đến tận cốt lõi và chứng minh cốt lõi này hóa ra lại đơn giản hơn người ta tưởng. "Một phần của thành công này là bài toán không khó như người ta nghĩ", Cheeger tiếp tục. "Một phần khác, có thể nói, là sức mạnh của cá tính Perelman. Ý tôi muốn nói là khi cô nói chuyện với anh ta cô sẽ nhận thấy một cách rõ ràng là cô đang đối diện với một trí tuệ mạnh mẽ và có sức xuyên thấu khác thường. Một cá tính rất mạnh và rất tin vào những hiểu biết sâu sắc của mình. Có thể nói gần như là ương ngạnh, không lấn át, nhưng hơi kiêu ngạo".

Cheeger đã đụng độ với khía cạnh đó trong tính cách của Perelman khi ông cố thuyết phục nhà toán học trẻ này nên khai triển các bài báo để làm sáng rõ hơn các ý tưởng của anh. "Một trong những bài báo mà anh ấy viết ở đây, một bài báo rất ngắn; nó là hỗn hợp của sức mạnh và sự kiêu ngạo. Đó là một bài báo rất ấn

tượng mà tôi rất khâm phục. Nhưng tôi cảm thấy nó hơi quá súc tích và cô đọng, không thể hiện rõ những ý tưởng sâu sắc mà lẽ ra nó có thể. Tôi nói điều đó với Perelman và anh nói rằng anh sẽ xem xét. Nhưng tôi quả thực không thể làm cho anh ấy thay đổi được. Cô đã xem phim *Amadeus* chưa?" Cảnh Cheeger nhớ lại là cảnh Mozart giới thiệu vở opera ông mới viết cho Hoàng đế. Ngài bèn gợi ý rằng vở opera này rất tuyệt vời nhưng chưa hoàn hảo: nó có quá nhiều nốt. "Chỉ cần cắt bớt đi một ít là nó sẽ hoàn hảo", Hoàng đế nói. "Tâu bệ hạ, người muốn nói một ít nào kia ạ?" Mozart trả lời. Vào năm 1992, Perelman hoàn toàn tin chắc rằng mình chính là Mozart của toán học đương đại. Không ai, thậm chí cả nhà toán học nổi tiếng, bậc đàn anh hơn anh tới 23 tuổi cũng không thể nói với anh phải làm gì và phải giới thiệu những ý tưởng của mình ra thế giới như thế nào.

Học kỳ mùa xuân năm 1993, Perelman tới khuôn viên trường Stony Brook ở New York, một trong những trường có chương trình toán học sau đại học tốt nhất của Mỹ. Được đặt cách thành phố New York 65 dặm, Stony Brook khác với St. Petersburg và New York hay bất cứ một nơi nào khác mà Perelman đã từng tới. Kiến trúc của nó vuông vắn với phong cảnh gồm nhiều bãi đỗ xe, các tòa nhà thấp và những cánh đồng rộng lớn. Nhà ga xe lửa là cấu trúc hai phòng nhỏ nhắn ở ngang qua con đường dẫn tới khuôn viên nhà trường. Đối với một người ngoài – mà Perelman thì luôn luôn là người ngoài ở bất cứ nơi đâu anh tới – thì nơi đây chắc thật là buồn thảm.

Mike Anderson, một nhà hình học Perelman đã từng gặp trước đó, hiện là giám đốc của chương trình SUNY – một chương trình sau đại học về toán của đại học Stony Brook – đã giúp Perelman tìm được một căn hộ. Tiêu chuẩn của Perelman là "yên tĩnh và nhỏ" và anh đã tìm được căn hộ ưng ý với giá khoảng 300 đôla một tháng. Anh ngủ trên tấm nệm mượn của gia đình Anderson. Lương của một postdoc thời gian đó vào khoảng 35 tới 40 ngàn đôla một năm, và Perelman, người sống chỉ bằng bánh mì và sữa chua thì phần lớn số tiền lương đó được giữ trong tài khoản của anh ở ngân hàng. Mẹ anh vẫn sống ở Brooklyn, nhưng đến thăm anh thường xuyên.

Perelman vẫn tiếp tục mặc chiếc áo jacket nhung màu nâu năm nào. Người ta vẫn tiếp tục thấy mái tóc và những móng tay dài của anh. Vệ sinh cá nhân của anh có lẽ hơi tồi tệ hơn một chút; anh cho người ta ấn tượng được tắm rửa đều đặn, nhưng tấm nệm anh thường xuyên nằm ngủ bốc mùi tới mức gia đình Anderson phải vứt đi khi anh đem trả. Tuy nhiên, những móng tay cực dài của anh được giữ gìn khá sạch sẽ.

Perelman dạy một giáo trình về hình học Alexandrov. Mùa hè năm sau anh tới Zurich (Thụy Sĩ) để thuyết trình về các không gian Alexandrov tại Đại hội Toán học Thế giới. Đây là một cơ hội vô cùng quý giá: Đại hội diễn ra bốn năm một lần và năm đó năm mươi lăm nhà toán học hàng đầu thế giới, đa phần lớn tuổi hơn anh nhiều, được mời tới đọc báo cáo, trong số họ có bốn người được nhận huy chương Fields, trong quá khứ và tương lai. Với chứng minh Giả thuyết Linh hồn của mình, Perelman đã trở thành một ngôi sao trẻ được khẳng định. Tại Zurich, anh thuyết trình về bài báo mà anh viết chung với Gromov và Burago. Bài thuyết trình đầu tiên của anh tại hội nghị có lẽ đã thu hút sự chú ý do người ta muốn nhìn

tận mắt chàng trai 28 tuổi, người mà nếu tin theo lời của Gromov, đã làm được một công trình hay nhất thế giới trong lĩnh vực của anh ta. Nhưng rõ ràng trong bài thuyết trình đó, Perelman đã bộc lộ những điều tồi tệ nhất trong thói quen nói trước công chúng của anh. Anh bắt đầu bằng cách vẽ phác một cái gì đó trên bảng, rồi vừa nói vừa đi đi lại lại liên tục. Bài thuyết trình của anh mơ hồ, rời rạc và về căn bản là không thể hiểu nổi.

Nếu đúng là Perelman có thói quen mô tả mối quan hệ cá nhân của anh với bài toán chứ không phải bản thân bài toán thì có thể giải thích được tại sao bài thuyết trình của anh tại Zurich lại là một tai họa như thế. Thực ra, trước đây anh đã từng thuyết trình về bài báo này tại Festival Hình học ở Đại học Duke năm 1991 và tại một số trường đại học ở Mỹ sau Festival đó. Những lần đó anh đã trình bày rất rõ ràng – như một nhà hình học, những người đã nghe anh thuyết trình tại cả hai trường Đại học Duke và Pennsylvania năm đó nhớ lại. Nhưng năm 1994, mối quan hệ của anh với các không gian Alexandrov đã trở nên khá phức tạp.

Sau học kỳ ở Stony Brook, vào mùa thu năm 1993, Perelman chuyển tới bờ Tây để nhận học bổng Miller trong hai năm tại Đại học California ở Berkeley, một vị trí mà nhiều người ao ước. Học bổng này cấp kinh phí khá hào phóng cho những nghiên cứu khoa học cơ bản mà người nhận không phải chịu trách nhiệm gì về giảng dạy cả. Thực tế, những điều kiện của học bổng này đã nói rất tường minh rằng những người nhận học bổng được "đảm bảo độc lập hơn so với các postdoc khác trong trường", họ có thể tham gia vào sinh hoạt của các khoa trong trường theo mức độ họ mong muốn. Đây là một loại bệ đỡ mà Perelman đã được nâng lên nhờ những người hướng dẫn giàu kinh nghiệm của anh – một loại bệ đỡ mà anh rất

ca ngợi trong các cuộc nói chuyện với các đồng nghiệp Nga – nhưng tiếc thay lại không mang lại kết quả. Perelman đã rất cố gắng kiên trì với các không gian Alexandrov, nhưng anh đã bị kẹt, không tiến triển được.

"Đó là chuyện bình thường", Gromov nói với tôi. "Trong số tất cả các thứ mà bạn thử làm, phần lớn không mang lại kết quả. Cuộc sống vốn là như vậy mà". Gromov có thể nói về cuộc sống trong toán học hay cuộc sống nói chung, nhưng trong trường hợp nào thì ông cũng nói từ kinh nghiệm bản thân, kinh nghiệm mà Perelman, thậm chí ở những năm cuối của độ tuổi hai mươi đơn giản là không thể nào có được. Có lẽ, với ngoại lệ duy nhất là việc đoạt giải nhì trong kỳ thi Olympic Toán học Toàn Liên bang ở tuổi 14, còn thì anh chưa bao giờ thất bại trong việc hoàn thành những mục tiêu mình đặt ra, hoặc nhận được cái mà anh xứng đáng, hoặc giải một bài toán mà anh đã lao vào. Hơn thế nữa, tất cả các giờ thực hành, mặc dù mọi lo âu, hồi hộp sau sân khấu, dưới con mắt của những người quan sát, anh thực hiện mọi thứ một cách hết sức dễ dàng. Tới lúc này, sau chứng minh Giả thuyết Linh hồn, anh đã có con mắt toán học từng trải hơn trước, nhưng đối mặt với trải nghiệm thất bai thì anh còn khá xa la.

Năm học 1993 – 1994, Kleiner cũng có mặt ở Berkeley. Ông và Perelman "đã có vài lần trò chuyện với nhau về toán học", ông nhớ lại. Perelman thi thoảng cũng mạo hiểm thăm dò vào những khu vực kề cận với các không gian Alexandrov. Anh nói về Giả thuyết Hình học hóa, một bài toán đã tồn đọng từ rất lâu chưa được giải quyết, bao gồm cả Giả thuyết Poincaré; tức là, nếu một ai đó chứng minh được Giả thuyết Hình học hóa thì Giả thuyết Poincaré cũng sẽ được chứng minh theo cách đó. Perelman cũng nói về khả năng áp

dung các không gian Alexandrov cho sư Hình học hóa nhưng "hiện chưa có một cách thức hay sơ đồ rõ ràng nào". Perelman cũng đã xét tới việc nhúng vào dòng Ricci, một cách tiếp cận do một nhà toán học khác phát minh ra để chứng minh Giả thuyết Poincaré, nhưng nhà toán học này đã bị bế tắc nhiều năm trước đó. Perelman băn khoản thốt ra rằng không hiểu có thể áp dung dòng Ricci cho các không gian Alexandrov hay không. Liệu có chỉ dẫn nào cho thấy Perelman đã thực sự nắm bắt được Giả thuyết Poincaré và Giả thuyết Hình học hóa hay không? Không, Kleiner nhớ lại, nhưng "Perelman không phải là người quá cởi mở về những gì anh ấy chính xác đang làm hay đang suy ngẫm. Anh ấy kín đáo hơn nhiều người trong tình huống tương tự. Chia sẻ những ý tưởng của bạn không nhất thiết là một ý định hay nếu bạn không thực sự biết và tin tưởng vào người đó, bởi vì anh ta sẽ tận dụng nó hoặc chuyển thông tin cho người thứ ba khai thác nó. Bạn sẽ tìm thấy ai đó cạnh tranh với bạn bằng cách sử dụng chính những ý tưởng của bạn, và đó là một tình huống không mấy dễ chịu". Lĩnh vực nghiên cứu riêng của Kleiner cũng rất gần với lĩnh vực của Perelman, nên sự kín đáo của anh cũng là điều hợp lý thôi.

Nhưng có lẽ còn có một nguyên nhân khác đối với sự dè dặt, kín đáo của Perelman mà anh đã nói ra trong một cuộc trò chuyện với Cheeger vào năm 1995. Theo Cheeger nhớ lại thì Perelman có ghé qua văn phòng của ông trong thời gian ngắn ngủi anh tới New York để thảo luận một số vấn đề có liên quan đến các không gian Alexandrov, nhưng không có liên quan gì đến các khía cạnh cụ thể mà Perelman đã nghiên cứu trong quá khứ. Tuy nhiên, lần đó anh đã tỏ ra rất quan tâm và thậm chí còn ám chỉ tới một trong những vấn đề được coi như "chiếc chén thánh" của chủ đề này. "Và tôi đã

hỏi anh ta, 'Anh không nói rằng anh không quan tâm tới vấn đề này chứ?" Cheeger nhớ lại. "và anh ấy trả lời 'Một bài toán đáng quan tâm hay không tùy thuộc vào chỗ có cơ may giải được nó hay không". Phát biểu nghe ngạo mạn như thế, chắc Perelman muốn nói lên một chân lý cảm tính quan trọng về bản thân mình: anh bắt đầu dấn thân vào một bài toán chỉ khi anh nắm bắt được nó một cách đầy đủ – và nếu anh đã nắm bắt được nó một cách đầy đủ, tới tận bản chất mọi phức tạp về mặt kỹ thuật, thì anh chắc chắn sẽ giải được nó. Điều đã xảy ra giữa Perelman và các không gian Alexandrov là anh đã gặp phải những khó khăn về mặt kỹ thuật mà anh chưa vượt qua được, và vì vậy trong anh tình cảm không muốn dấn thân ngày một lớn dần. Từ đó mà có bài thuyết trình mơ hồ và rời rạc tại Đại hội Toán học thế giới.

Thời hạn hưởng học bổng Miller của Perelman kết thúc vào mùa xuân năm 1995. Bài báo của anh về Giả thuyết Linh hồn đã được công bố năm trước và đã được anh thuyết trình tại Đại hội Toán học thế giới, vì vậy không có gì ngạc nhiên rằng, mặc dù anh không bỏ nhiều công sức để đảm bảo giữ được vị thế học thuật của mình, nhưng một số viện nghiên cứu hàng đầu vẫn săn đón anh. Perelman đã từ chối tất cả, nhưng cái cách anh từ chối, đặc biệt là cách anh từ chối lời mời của Đại học Princeton, đã trở thành một phần của truyền thuyết toán học ở Mỹ và Nga. Tôi đã nghe nói về chuyện này ở cả hai bờ Đại Tây Dương trước khi tôi hỏi một trong số những người tham gia trực tiếp vào sự kiện này, và cách giải thích của ông hơi khác với những điều tôi đã được nghe.

Peter Sarnak, một giáo sư ở Princeton, người đã trở thành trưởng Khoa Toán vào năm 1996, lần đầu tiên nghe nói về Perelman từ Gromov. Ông nhớ lại trong một bức e-mail, Gromov đã nói rằng Perelman là người "cực giỏi". Vào mùa đông 1994 – 1995, Perelman đã tới Princeton để thuyết trình về cách chứng minh Giả thuyết Linh hồn của anh. Chỉ có một số ít người có mặt, nhưng những gương mặt sáng giá của Khoa Toán như giáo sư nổi tiếng John Mather, trưởng Khoa Toán khi đó là Simon Kochen và Sarnak đều đến dư. Perelman đã có một bài thuyết trình xuất sắc: rõ ràng, chính xác và hấp dẫn - có lẽ bởi vì mối quan hệ cá nhân của anh với Giả thuyết này đã sáng rõ, thỏa đáng và đã được giải quyết. "Sau bài thuyết trình, cả ba chúng tôi tiến đến Perelman và nói rằng chúng tôi rất muốn thu xếp cho anh tới làm việc ở Princeton với tư cách là Phó giáo sư", Sarnak nhớ lai. Có một giai thoại về chuyên này – mặc dù Sarnak không sao nhớ lại được - nói rằng lúc đó Perelman có hỏi lại rằng tại sao họ lại muốn mời anh tới Princeton khi mà không có ai ở đây quan tâm đến lĩnh vực nghiên cứu của anh - một cảm tưởng được tô đậm thêm bởi căn phòng hầu như trống vắng, như Sarnak thừa nhận, đã phản ánh đúng thực trạng đó, một thực trạng mà "chúng tôi đang cố gắng thay đổi". Sarnak nhớ lại rằng Perelman đã nói rõ "anh ấy muốn có một vị trí chính thức, chúng tôi trả lời rằng chúng tôi cần phải xem xét và bất luận thế nào, chúng tôi cần có một số thông tin về anh ấy, như một bản CV chẳng hạn. Perelman tỏ ra ngạc nhiên về yêu cầu đó, anh nói đại loại là 'các ông đã nghe bài thuyết trình của tôi thế thì cần gì phải có thông tin thêm nữa?' Vì anh ta không quan tâm tới vị trí không chính thức nên chúng tôi cũng không theo đuổi công việc này thêm nữa. Lịch sử đã chứng minh rằng chúng tôi đã phạm sai lầm vì đã không quyết liệt hơn trong việc tuyển dụng Perelman".

Vào thời gian đó, Perelman đã nói với một vài người rằng anh muốn được bổ nhiệm chính thức ngay lập tức - một mong muốn quá táo bao đối với một nhà toán học 29 tuổi, chưa có nhiều công bố và chỉ mới trải qua giảng dạy một học kỳ. Nhưng cái lý của Perelman thì cũng không chê vào đâu được. Không phải là anh đi tìm việc mà là các viện mời anh hay đúng hơn là những người đã biết, theo cách nói của Cheeger, "anh là người khủng như thế nào". Nói cách khác, họ đã biết điều mà Perelman và Gromov đã biết rằng anh là người giỏi nhất thế giới. Thế thì tại sao họ lại muốn anh phải trải qua những trình tự thông thường mới nhận được chức danh giáo sư thực thụ? Thậm chí tại sao họ lại còn bắt anh phải nộp CV mới trao cho anh công việc mà anh quá xứng đáng? Perelman không hề nghĩ tới rằng những người đối thoại đầy thiên chí của anh đã không nhận thức được vị trí của anh trong hệ thống thứ bậc của cộng đồng toán học, và đơn giản họ không nhận thấy rằng sự có mặt của anh là sự hiện diện của ngôi sao trong khoa Toán của bất cứ một trường đại học nào. Cũng có thể sự kiên quyết đòi hỏi phải được bổ nhiệm chính thức ngay lập tức đơn giản chỉ là một cách đặt tiêu chuẩn quá cao để cắt đứt mọi thảo luận về việc ở lại Hoa Kỳ của anh. Đại học Tel Aviv, nơi hồi ấy em gái anh đang là sinh viên, thực sự đã mời anh làm giáo sư chính thức, và Perelman, như Cheeger nhớ lại, "cuối cùng cũng đã từ chối và hoàn toàn không trả lời". Điều đó đã an ủi Sarnak phần nào vì biết rằng thậm chí nếu Princeton có vận động ráo riết đi nữa thì chắc cũng sẽ không lôi kéo được Perelman.

Khi đã sẵn sàng trở lại nước Nga, Perelman nói với một số đồng nghiệp Mỹ rằng trở về nhà anh sẽ làm việc tốt hơn – một sự trái ngược hoàn toàn với những điều anh nói với gia đình ba năm trước, nhưng hoàn toàn có khả năng đó cũng chính là một loại chủ nghĩa

duy ngã. Trở về khi mà những đột phá có thể dễ dàng tới với anh. Môi trường Mỹ dường như đã đứng về phía anh; nhưng bây giờ anh đang bí, việc trở về nước Nga hứa hẹn làm cho anh tươi trẻ trở lại và hồi sinh khả năng làm việc. Nhưng cái anh đang nung nấu là gì thì không ai biết. Những câu hỏi mà anh đặt ra cho Cheeger khi anh ghé qua New York trên đường trở về St. Petersburg vào năm 1995 chỉ ra rằng anh đang mở rộng tiêu điểm của anh vào các không gian Alexandrov – theo cách mà bây giờ nhìn lại, chúng có ý nghĩa rằng anh đã tiến gần hơn tới việc chinh phục Giả thuyết Poincaré.

Trở về St. Petersburg, Perelman sống với mẹ ở Kupchino và đòi lại chỗ làm của anh trong lab của Burago ở Viện Toán Steklov. Anh không muốn có một trách nhiệm gì về giảng dạy và ngoài ra, cũng không muốn có bất cứ một ràng buộc nào. Vào giữa những năm 1990, các viện thuộc Viện Hàn lâm Khoa học Nga đã rơi vào tuyệt vọng về vật chất và hỗn loạn về tổ chức. Các nghiên cứu viên không cần phải nộp báo cáo thường xuyên về công việc hay về thời gian của họ; Viện chao đảo và dần dần choán đầy các linh hồn chết, hay bất luận thế nào, là đầy những linh hồn lưu vong dài hạn. Những tòa nhà, ngày xưa dưới thời Xô Viết luôn được tu sửa để giữ được những đường nét kiến trúc của chúng, nay đã xập xệ sau năm năm không ai đoái hoài tới. Tòa nhà của Viện Sreklov ở St. Petersburg, cấu trúc một thời rất đáng yêu trên bờ sông Fontanka ở ngay trung tâm thành phố giờ trở nên lạnh lẽo và hoang vắng. Lương bổng của các nghiên cứu viên thấp một cách nực cười, không theo kịp sự lạm phát; nhiều người không buồn ló mặt đến viên để nhân đồng lương ít ỏi của họ. Họ tìm cách kiếm nguồn thu nhập ở đâu đó khác phần lớn là ở phương Tây, nơi nhiều người ở lại lâu dài còn những người khác lập ra một lịch trình phức tạp hơn: một học kỳ dạy và một học kỳ nghỉ. Nhưng điều đó không hề gây phiền toái gì cho Perelman. Ở Viện dù sao phần lớn các ngày vẫn có hệ thống sưởi, có điện và các đường dây điện thoại vẫn hoạt động. Ở nhà mẹ anh phục vụ những nhu cầu rất đạm bạc của anh. Tàu điện ngầm vẫn liên tục chạy từ trung tâm thành phố đến Kupchino. Và trong thời gian ở Mỹ anh đã tiết kiệm được 10 ngàn đôla; trong khi đó, vào năm 1995, một gia đình hai người ở St. Petersburg có thể sống tốt với số tiền chưa đầy 100 đôla một tháng. Và như thế Perelman có thể không phải bận tâm về điều gì khác, ngoài toán học. Bỏ lại phía sau các kỳ thi, luận án và công việc giảng dạy, anh đã thanh thản sống một cuộc sống của nhà toán học thuần túy.

Mọi sự kiên nhẫn anh đã từng có đối với những chuyện làm anh mất tập trung nay xem ra khó bề giữ nổi. Năm 1996, Hội Toán học châu Âu tổ chức đại hội lần thứ hai (bốn năm một lần) ở Budapest, Hungary, đã trao giải thưởng cho các nhà toán học trẻ dưới 32 tuổi. Gromov, Burago và chủ tịch Hội Toán học St. Petersburg Anatoly Vershik đã để cử Perelman với các công trình về không gian Alexandrov. "Tôi luôn quan tâm đến chuyện đảm bảo cho các nhà toán học trẻ của chúng ta nhận được phần thưởng xứng đáng", Vershik giải thích cho tôi. "Họ đã quyết định trao giải cho Perelman, nhưng ngay khi biết về điều đó – tôi không nhớ có phải tôi là người đầu tiên hay ai khác đã nói với anh ấy tin đó – anh đã nói thẳng là không muốn và anh đã không nhận. Perelman nói rằng anh sẽ gây ra scandal nếu người ta tuyên bố anh là người được nhận giải thưởng đó. Tôi rất ngạc nhiên và thất vọng. Trên thực tế, anh ta thừa biết rằng anh hoàn xứng đáng với giải thưởng đó và chẳng nói năng gì. Tôi đã phải thông báo khẩn cấp cho chủ tịch ủy ban trao giải, một người quen của tôi, để đảm bảo rằng họ sẽ không thông báo giải thưởng đó".

Mười hai năm sau vụ việc đó, Vershik - một người đàn ông để râu với giọng nói nhỏ nhẹ ở tuổi 60 - vẫn còn cảm thấy bị phản bôi bởi hành vi của Perelman. Ông nói với tôi là mình đã rất kiềm chế để không cố gắng tìm ra nguyên nhân chối bỏ giải thưởng của Perelman. Nếu Perelman, về nguyên tắc chống lại các giải thưởng, thì đó là điều mới la đối với Vershik: vì ngay đầu những năm 1990, Hội Toán học này cũng đã trao cho Perelman một giải thưởng và Perelman đã nhận; anh ta thậm chí còn đọc một bài diễn từ nhân dịp đó. Sau này, hình như anh ta nói công khai với ai đó rằng Hội Toán học châu Âu không ai có đủ trình độ để đánh giá được công trình của anh, nhưng Vershik không nhớ ông đã nghe được điều gì đại loại như thế vào lúc đó. Hơn nữa, cả Gromov và Burago đều ở trong hôi đồng, nên lập luân đó xem ra hơi kỳ quặc. "Khi đó, Perelman có nói với tôi một điều thực sự thuyết phục. Anh ta nói rằng công trình của anh còn chưa hoàn tất. Nhưng tôi nói rằng đã có những người phản biện và hội đồng giám khảo đã quyết định là anh xứng đáng". Nhưng ý nghĩ rằng có ai đó còn thích hợp hơn anh lại đứng ra phán xử một bài báo của anh có xứng đáng với giải thưởng hay không có thể chỉ làm anh tức giận thêm.

Không giống Vershik, Gromov cho rằng hành vi của Perelman là hoàn toàn chấp nhận được, thậm chí mặc dù Gromov là một trong ba nhà toán học đã đề nghị Perelman được nhận giải thưởng đó. "Anh ấy tin rằng chính anh mới là người quyết định khi nào anh sẽ nhận, khi nào anh không nhận", Gromov nói với tôi một cách giản dị như vậy. "Vì anh ấy quyết định rằng anh còn chưa hoàn tất chương trình của mình, nên họ có thể lấy lại giải thưởng và vứt bỏ nó đi. Và tất nhiên, anh ấy cũng muốn gây ấn tượng nữa". Hay ít nhất cũng tỏ ra mình muốn được yên thân.

Perelman vẫn tiếp tục nhân lời mời tham dư các sư kiên của công đồng toán học, đặc biệt các sự kiện có liên quan đến trẻ em. Tất nhiên, điều này không mất gì nhiều, anh vốn rất có tình cảm với trẻ em, có thể nói như vậy vì anh luôn tôn trọng truyền thống các câu lạc bộ và các cuộc thi Olympic mà anh đã từng được nuôi dưỡng. Nhưng càng ngày anh càng chống lại thú tiêu khiển dò hỏi về các dự án của anh. Chẳng bao lâu sau, các đồng nghiệp Mỹ phát hiện ra rằng anh không trả lời các bức e-mail nữa. Năm 1996, Kleiner tới St. Petersburg dự hội nghị về các không gian Alexandrov mà Perelman cũng tới dự. Mặc dù trước đây hai người đã từng có đôi lần trò chuyện về toán học ở Berkeley, nhưng Kleiner không sao tìm được cách tiếp cận Perelman để hỏi về những nghiên cứu hiện nay của anh. Một người bạn của Kleiner, một nhà toán học Đức tên là Bernhard Leeb, người đã từng gặp Perelman trong cuộc thi Olympic toán học quốc tế, cũng đã đặt một câu hỏi, nhưng đã không nhận được trả lời. Như Kleiner nhớ lại mười hai năm sau, Perelman đã nói với anh: "Tôi không muốn nói chuyện với anh". Theo sự nhớ lại của Leeb thì câu trả lời của Perelman cũng cho câu hỏi đó của anh chỉ khác về giọng nói còn về nội dung thì vẫn thế. "Tôi có hỏi anh ta hiện đang làm gì", Leeb viết thư cho tôi. "Anh ta nói rằng anh đang nghiên cứu một để tài về hình học nhưng không muốn nói cụ thể. Tôi nghĩ thái độ đó cũng hợp lý thôi. Nếu ai đó đang nghiên cứu một bài toán lớn, như Giả thuyết Poincaré chẳng hạn, thì tất nhiên người ta cực kỳ ngại nói về nó".

Không ai biết đầu óc Perelman đang nung nấu chuyện gì. Ngay cả với Gromov anh cũng không tiết lộ gì và Gromov thì cứ đinh ninh rằng Perelman đang sa lầy với các không gian Alexandrov, hay nói cách khác anh đã nhập vào đội quân đông đảo các nhà toán học

tài năng, những người đã làm được những công trình chói sáng lúc ban đầu nhưng rồi sau đó biến mất trong lỗ đen của một bài toán bất khả nào đó.

Tháng 2 năm 2000, Mike Anderson ở Stony Brook bất ngờ nhận được một e-mail từ Perelman. "Mike thân mến", bức thư mở đầu. "Tôi vừa đọc *preprint*<sup>1</sup> của anh về tổng quát hóa định lý Lichnerovicz, và có một điểm trong bài báo của anh khiến tôi băn khoăn". Sau đó Perelman tiếp tục mô tả bản chất các mối nghi ngờ của anh trong một câu rất dài nhưng khúc chiết và kết thúc: "Liệu tôi có lầm lẫn gì không? Xin gửi tới anh lời chúc tốt đẹp nhất. Grisha". Không có những lời lẽ tế nhị không cần thiết mà người ta chờ đợi phải có trong một bức thư như thế này, cũng chẳng có những dòng giao đãi như "Tôi hy vọng là anh vẫn mạnh khỏe" hay "Đã lâu lắm rồi". Nhưng bức thư hết sức lịch sự và tiếng Anh của Perelman có lẽ sau năm năm ít được sử dụng nhưng cũng không chê vào đâu được.

Ngày hôm sau Anderson đã viết thư trả lời mà theo những chuẩn mực của thế giới toán học thì quá rườm rà:

Grisha thân mến,

Tôi rất ngạc nhiên lại nhận được thư của anh – một sự ngạc nhiên rất thú vị. Tôi thường hỏi mọi người tới từ St. Petersburg có biết sức khỏe của anh hiện như thế nào và anh đang ngẫm nghĩ về những vấn đề gì.

Tôi vừa mới trở về sau một chuyến đi ngắn và do đó còn chưa suy nghĩ được chi tiết về những nhận xét của anh đối với bản preprint bài báo mới đây của tôi. Nhưng tôi đã nhìn ra phát hiện của anh, và

<sup>1.</sup> Bản trước khi in (công bố) của một bài báo khoa học.

tôi đồng ý rằng ở đây tôi đã phạm sai lầm. Tôi nghĩ rằng hai lỗi đó không ảnh hưởng [sic] đến kết quả và chỉ cần những sửa chữa nhỏ trong chứng minh là xong. Tôi sẽ suy nghĩ kỹ về điều đó trong vài ngày tới và sẽ thông báo lại với anh.

Tôi cũng rất muốn biết về tình hình sức khỏe của anh và hiện anh đang quan tâm tới những vấn đề gì về toán học cũng như các thứ khác.

Xin gửi tới anh lời chúc tốt đẹp nhất.

Mike

Ba ngày sau, Anderson gửi cho Perelman một bức e-mail chi tiết hơn, trong đó phác thảo cách sửa chữa những sai lầm mà Perelman phát hiện ra. Lại một lần nữa Anderson đưa vào trong bức thư cả chuyện cá nhân xen lẫn với chuyện nghề nghiệp: "Cám ơn anh rất nhiều vì đã chỉ ra các sai sót. Bản thân anh có quan tâm [sic] đến những lĩnh vực này không?" Anderson cũng phàn nàn rằng có ít người làm việc trong lĩnh vực này – tức lĩnh vực hình học hóa – nên chẳng có ai kiểm tra giúp các ý tưởng của anh. Anderson cũng hỏi Perelman có đọc hai bài báo khác của anh ta về các chủ đề có liên quan không.

Perelman trả lời ngay hôm sau. Anh cám ơn Anderson đã trả lời nhanh, nhưng lại bỏ sót mất một câu hỏi của anh. Perelman chỉ viết rằng bài báo của Anderson thu hút được sự chú ý của anh vì nó có "quan hệ mật thiết" với những mối quan tâm riêng hiện nay của anh và cũng vì nó ngắn nữa. Perelman không mời tiếp tục thông báo. Anh cũng không hứa sẽ đọc các bài báo khác của Anderson – anh viết rằng đã có các bài báo đó trong tay nhưng không đọc. Thực tế, cũng có thể sau đó anh có đọc nhưng không tìm thấy sai sót nào và thấy không có lý do gì để viết lai cho Anderson.

Anderson vẫn cố gắng theo đuổi cuộc đối thoại. Anh đã gửi cho Perelman một file chứa những sửa chữa chi tiết hơn cho bài báo của anh. Perelman trả lời rằng anh không mở được file do thiếu sự giúp đỡ của người khác ("Tôi hoàn toàn không biết gì về computer cả", anh tuyên bố) và giải thích rằng chính em gái của anh đã giúp anh in ra những bài báo gốc của Anderson khi anh tới thăm cô đang làm nghiên cứu sinh ở Rehovot. Perelman tiếp tục viết rằng việc gửi file tới máy tính của Viện có thể làm cho những người khác cũng có thể truy cập được, vì vậy anh muốn đợi cho tới khi bài báo của Anderson được công bố còn hơn. Nói cách khác, anh đã có mọi thứ mà anh cần từ cuộc trao đổi này với người đồng nghiệp của mình.

Bức e-mail của Perelman còn là một tài liệu thú vị về những phương diện khác. Dường như trong năm năm từ khi rời nước Mỹ, Perelman đã tách xa khỏi những phương diện thực tiễn thậm chí của toán học: anh dường như không biết cách sử dụng máy tính của cơ quan để log vào tài khoản e-mail của SUNY mà anh đã dùng để trao đổi thư từ với Anderson, hoặc cách chuyển tiếp (forward) file tới một địa chỉ trên Web để không ai khác có thể truy cập được. Nhưng đồng thời, Perelman cũng lợi dụng sự thiếu thành thạo về tin học của mình để khép lại cuộc trao đổi với Anderson. Xét cho cùng thì khi anh thực sự cần các bản preprint của Anderson, anh là người đủ khôn ngoan để yêu cầu em gái anh giúp đỡ. Điều đáng nói là rất ít khi Perelman chia sẻ về cuộc sống của mình và em gái. Không phải là anh có ý định che giấu cuộc sống của gia đình mình hay từ chối bàn luận về mình và những người thân của mình, chỉ có điều chuyện đó rất hiếm khi liên quan với những cuộc trò chuyện mà anh thấy đáng có.

Và vậy là phải mất hai năm rưỡi nữa Anderson mới lại nhận được tin tức từ Perelman.



## Bài toán

"Chính khả năng của khoa học toán học dường như lại là một mâu thuẫn không giải quyết nổi". Hơn một thế kỷ trước, Henri Poincaré đã viết như vậy; ông nổi tiếng trong cộng đồng các nhà khoa học như nhà bách khoa cuối cùng vì ông xuất sắc trong mọi lĩnh vực của toán học. Nếu các đối tượng nghiên cứu chỉ được giới hạn trong trí tưởng tượng, thì "từ đâu có được sự chặt chẽ hoàn hảo mà không ai có thể bác bỏ được?". Và khi các quy tắc của logic hình thức thay thế cho thực nghiệm, tại sao toán học lại không được quy về một hằng đề (tautology) khổng lồ. Và cuối cùng, "liệu khi đó chúng ta có phải thừa nhận rằng... mọi định lý chồng chất trong các tập sách dày cộm chẳng qua chỉ là những cách khác nhau để nói rằng A là A hay không?"

Poincaré đã đi tới giải thích rằng toán học là một khoa học bởi vì lập luận của nó đi từ cụ thể đến tổng quát. Một nhà toán học, người tiến hành những thí nghiệm tưởng tượng đủ chặt chẽ có thể rút ra những quy tắc chi phối phần còn lại của mảnh đất tưởng tượng mà anh ta chia sẻ với các nhà toán học khác. Nói một cách khác, anh

ta không chỉ chứng minh A là A mà còn giải thích cái gì làm cho A căn bản là A, có thể tìm thấy một A khác ở đâu và làm thế nào có thể xây dựng được nó. "Chúng ta biết rõ cảm giác yêu thương và đau đớn mà không cần phải có những định nghĩa chính xác để thông báo", một giáo sư toán học người Mỹ, tác giả của nhiều cuốn sách giáo khoa đã viết như thế khi thử giải thích về hằng đề cho công chúng. "Tuy nhiên, những đối tượng của toán học nằm ngoài kinh nghiệm thông thường. Nếu người ta không định nghĩa những đối tượng đó một cách thận trọng thì người ta không thể thao tác với chúng một cách có ý nghĩa hoặc không thể nói về chúng cho những người khác được". Điều đó có thể hoặc không thể như vậy. Thực tế, đa số chúng ta đều hoàn toàn hài lòng với sự hiểu biết theo bản năng về các khoảng cách ngắn và dài, về những đốc trơn và đứng, về các đường thẳng, đường tròn và mặt cầu. Chúng ta cũng thỏa mãn với cảm giác bản năng rằng tạo một cái lỗ đôi khi có thể nhưng không phải lúc nào cũng làm thay đổi bản chất của vật, tức là một quả bóng bay có một lỗ thủng hoàn toàn khác một quả bóng nguyên vẹn, trong khi đó một chiếc bánh rán chứa đầy mứt và không có lỗ, đối với chúng ta, về cơ bản là tương tự với chiếc bánh rán có lỗ ở giữa, dù có hay không có mứt. Tất cả những thứ đó, dưới dạng đơn giản nhất, là một phần thuộc kinh nghiệm thông thường của chúng ta. Nhưng trong thế giới rời rạc của nhà toán học, việc thay đổi những hiểu biết và những phối hợp không chính xác sẽ làm cho bức tranh trở nên lộn xộn một cách không thương tiếc. Trong thế giới đó, không có gì giống nhau nếu không chứng minh được rằng chúng tương tự nhau; không có gì là tương tự chừng nào chưa được định nghĩa một cách thấu đáo; không có gì - hay gần như là không có gì - là hiển nhiên cả.

Ở buổi bình minh của toán học, Euclid đã có ý định bắt đầu từ những thứ được coi là hiển nhiên. Ông bắt đầu cuốn *Cơ sở* với ba mươi lăm định nghĩa, năm định đề và năm tiên đề. Các định nghĩa được sắp xếp từ điểm (không có thành phần) tới các đường thẳng song song ("sao cho trong cùng mặt phẳng và không bao giờ gặp nhau"). Sau đó ông đưa một loạt các mệnh đề như "các vật cùng bằng một vật là bằng nhau". Và năm định đề là:

- Có thể dựng một đường thẳng từ một điểm bất kỳ này tới một điểm bất kỳ khác (được giải thích có nghĩa là qua hai điểm bất kỳ chỉ có thể dựng được một đường thẳng).
- 2. Trên một đường thẳng có thể dựng được một đoạn thẳng có chiều dài bất kỳ (nói cách khác, một đoạn thẳng có thể kéo dài vô hạn thành một đường thẳng).
- Có thể dựng được một vòng tròn với một tâm bất kỳ và ở cách tâm đó một khoảng cách bất kỳ.
- 4. Mọi góc vuông đều bằng nhau.
- 5. Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng tạo nên hai góc trong cùng phía có tổng nhỏ hơn hai góc vuông thì hai đường thẳng này sẽ cắt nhau về phía các góc có tổng nhỏ hơn hai góc vuông.

Đối với một nhà phân loại học thực thụ thì năm định đề đó cũng đã là nhiều quá mức cần thiết. "Tôi được nghe nói rằng Euclid đã chứng minh mọi thứ, nhưng tôi thất vọng rất nhiều vì ông ấy đã bắt đầu bằng những tiên để", Bertrand Russel đã viết như thế về cuộc gặp gỡ đầu tiên của ông với cuốn *Cơ sở* của Euclid thời thơ ấu. "Thoạt đầu, tôi chối bỏ không chấp nhận nếu như anh tôi không cho tôi

biết lý do tại sao người ta lại làm như vậy, anh nói, 'Nếu em không chấp nhận thì sẽ không thể đi tiếp được', và do tôi muốn đi tiếp nên tôi đã miễn cưỡng chấp nhận".

Như một nơi xuất phát, bốn định đề đầu tiên đã gây ấn tượng cho Euclid, những người đương thời của ông và nhiều thế hệ toán học tiếp sau rằng đó là những thứ thực sự hiển nhiên. Vì chúng được giới hạn trong một không gian chúng ta không chỉ hình dung được mà còn nhìn thấy được nên các định đề này có thể được kiểm tra theo kinh nghiệm bằng cách vẽ bằng thước kẻ, compa hoặc bằng cách kéo giãn một sợi dây chun. Khi một đoạn thẳng lớn lên về chiều dài hay đường tròn lớn lên về bán kính, ngay cả khi đi qua một điểm mà mắt người còn nắm bắt được, thì chúng về bản chất không thay đổi, và điều đó gần như rõ ràng, không cần thiết phải chứng minh. Nhưng định đề thứ năm dường như lại không hiển nhiên như vậy. Định để này nói rằng nếu hai đường thẳng không song song thì cuối cùng chúng sẽ phải cắt nhau. Trái lại, hai đường thẳng song song sẽ không bao giờ cắt nhau bất kể chúng kéo dài bao xa đi nữa. Nó cũng được giải thích có nghĩa là đối với một đường thẳng bất kỳ, thì chỉ có duy nhất một đường song song với nó đi qua một điểm bất kỳ không nằm trên đường thẳng thứ nhất. Điều này không rõ ràng lắm, nó không thể kiểm tra được. Và vì nó không thể kiểm tra được nên cần phải chứng minh. Các nhà toán học đã phải vật lộn hàng thế kỷ để tìm cách chứng minh định đề này, nhưng đều thất bại.

Thế kỷ 18 đã chứng kiến những nỗ lực của hai nhà toán học nhằm chứng minh định đề năm bằng cách, trước hết giả thiết rằng định đề này là không đúng. Mục tiêu của cách làm này là xây dựng dựa trên một giả thiết cho tới khi nó trở thành vô lý một cách hiển

nhiên, từ đó bác bỏ giả thiết ban đầu. Nhưng khốn nỗi những ví dụ đó không chứng tỏ được mình là sai; mà lại tạo ra những bức tranh nhất quán về nôi tai, an bài một cách rất êm thấm trong trí tưởng tượng, và hoàn toàn tách khỏi định đề năm của Euclid. Cả hai nhà toán học này đều cho rằng điều đó là nực cười và đã vứt bỏ những nỗ lực của mình. Sau một thế kỷ nữa, ba nhà toán học khác – đó là Nicolai Lobachevski (người Nga), János Bolyai (người Hungary), và thầy giáo của anh là Karl Friedrich Gauss (người Đức) đã khẳng định rằng các hình học phi Euclid có thể tồn tại ở nơi chấp nhận bốn định đề đầu tiên nhưng không chấp nhận định đề thứ năm. Nhưng những hình học đó có thể tồn tại có nghĩa là gì? Chúng có thực sự tồn tại không? Chúng tồn tại, chừng nào các nhà toán học không tìm được các lỗ hổng, hay chính xác hơn, là không tìm được các mâu thuẫn nội tại trong chúng. Liệu chúng ta có thể nhìn thấy chúng theo đúng cách như nhìn thấy một đoạn thẳng hay một đường tròn không? Chắc chắn là có, không kém và cũng không hơn chúng ta đã nhìn thấy hình học Euclid. Vậy thì làm thế nào chúng ta biết được hình học nào là đúng? Nhà toán học vĩ đại người Mỹ Richard Courant (chính Viện các khoa học toán học ở Đại học New York đã mang tên ông) và đồng tác giả của ông là Herbert Robins, khi đó là giáo sư ở Đại học Rutgers, đã viết rằng, đối với các mục đích của chúng ta thì điều đó không quan trọng và chúng ta cũng có thể chọn Euclid: "Vì hệ thống Euclid khá đơn giản để sử dụng, nhưng chúng ta chỉ được dùng nó ở những khoảng cách khá nhỏ (cỡ vài triệu dặm trở xuống!). Và chúng ta không thể kỳ vọng nó cũng sẽ thích hợp để mô tả vũ trụ như một tổng thể".

Nhưng làm thế nào có thể mô tả một mẩu nhỏ của vũ trụ? Ví dụ như Trái đất của chúng ta, hay như một quả táo chẳng hạn. Hãy

nhớ điều này để tham chiếu về sau: về căn bản Trái đất và quả táo là như nhau. Chúng ta hãy hình dung bề mặt của Trái đất hay của quả táo như mặt phẳng mà chúng ta đang nghiên cứu. Hãy lấy quả táo và vẽ trên đó một hình tam giác. Nếu bây giờ hình học của bề mặt quả táo là Euclid thì tổng các góc của tam giác này phải bằng 180°. Nhưng vì bề mặt của quả táo là cong nên tổng các góc của tam giác lớn hơn. Điều đó có nghĩa là định đề 5 không đúng trên bề mặt này. Thực tế, dễ dàng thấy rằng trên mặt đó hai đường thẳng bất kỳ – đường thẳng ở đây được hiểu là sự kéo dài của một đoạn thẳng nối hai điểm theo cách ngắn nhất có thể – sẽ luôn luôn cắt nhau. Tất cả những đường thẳng trên mặt đất và trên bề mặt quả táo là những "vòng tròn lớn", tức tâm của chúng trùng với tâm hình cầu.

Vào thế kỷ 19, nhà toán học Đức Bernhard Riemann đã xây dựng một hình học cho các không gian cong, trong đó các đường thẳng được gọi là các đường trắc địa và hai đường thẳng bất kỳ nào cũng cắt nhau. Hình học này được gọi là hình học elliptic hay chỉ đơn giản là hình học Riemann, và đó chính là hình học đã được sử dụng trong Thuyết Tương đối rộng của Einstein.

Thế giới Euclid chỉ giới hạn trong không gian xung quanh ông, đối với mọi ý định và mục đích, là một thế giới phẳng. Còn thế giới của chúng ta là cong. Giờ đây, những khoảng cách đi lại hằng ngày của con người đủ lớn làm cho độ cong của Trái đất trở thành một phần trong kinh nghiệm sống của chúng ta. Không phải tất cả những hành trình của chúng ta luôn luôn xa như vậy, nhưng trong tưởng tượng – chính là nơi ngự trị của toán học – thì khoảng cách ngắn nhất giữa hai điểm là quỹ đạo được vẽ nên bởi máy bay dọc theo một đường trắc địa thậm chí ngay cả khi chúng ta chưa bao giờ nghe thấy từ đó. Những đường này không chạy ra xa mãi mãi,

mà vì là đường tròn nên chúng không tránh khỏi sẽ khép kín lại. Và tất nhiên, hai đường bất kỳ trong chúng sẽ cắt nhau. Cái mà ở thế kỷ 19 bị coi là vô lý giờ đây phản ánh chính xác cách chúng ta trải nghiệm thế giới.

Nói một cách khác, thế giới của chúng ta đã trở nên rông lớn hơn. Nhưng có hai câu hỏi được đặt ra: nó có thể lớn hơn bao nhiêu? Và lớn hơn có nghĩa là gì? Ở đây cho phép tôi chính thức giới thiệu môn topo học, một lĩnh vực đã ra đời ở St. Petersburg vào năm 1736, khi nhà toán học Thụy Sĩ Leonhard Euler đang giảng dạy ở đây đã giải phóng cho hình học khỏi gánh nặng đo khoảng cách. Ông đã công bố một bài báo về lời giải của bài toán những cây cầu ở Königsberg. Cụ thể là thị trưởng thành phố này muốn Euler vạch ra một vòng đi bộ trong thành phố sao cho một lữ khách đi qua tất cả bảy cây cầu và mỗi cầu chỉ đi qua một lần. Euler đã kết luận rằng điều đó không thể làm được. Ông cũng đã chứng tỏ được rằng, thứ nhất, trong bất kỳ một thành phố có cầu nào, có thể thiết kế được một hành trình đi bô như vây nếu và chỉ nếu có một số lẻ các cây cầu dẫn tới hai vùng hoặc không tới vùng nào của thành phố; thứ hai, không thể thiết kế một hành trình đi bộ như vậy nếu có một số lẻ các cây cầu dẫn tới một vùng hoặc tới hơn hai vùng. Thứ ba, trong khi giải một bài toán mà ở đó vị trí chứ không phải các khoảng cách đóng vai trò quan trọng, Euler đã khai sinh một lĩnh vực toán học mới mà ông gọi là "hình học vị trí".

Trong môn học mới này, kích thước – khoảng cách, theo nghĩa quen thuộc của từ đó không còn quan trọng nữa. Số các bước làm nên hành trình đi bộ không tạo ra sự khác biệt, đó chẳng qua chỉ là cách thực hiện các bước này mà thôi. Điều làm cho một vật nhỏ hơn hoặc lớn hơn trong lĩnh vực mới này là lượng thông tin đòi

hỏi để định vị nó. Một điểm duy nhất có không chiều; một đường thẳng có một chiều; bề mặt của một vật nào đó như một tam giác, một hình vuông hay một quả cầu có hai chiều. Và điều này là đúng: bề mặt của một vật nào đó chúng ta coi là phẳng và bề mặt của một vật nào đó mà chúng ta coi là một hình khối, đối với mọi mục đích của topo học, là như nhau. Sở dĩ như thế là vì các nhà topo nói về bề mặt của một hình cầu, ví dụ như quả táo, họ *chỉ* muốn nói tới bề mặt đó chứ không đếm xỉa đến phần không gian khối bên trong. Nói một cách khác, nhà topo giống như một con bọ bé xíu bò trên quả táo, hoặc giống như Euclid đi bộ trên mặt đất: cả con bọ lẫn Euclid không có lý do gì để nghi ngờ rằng một tam giác mà họ mô tả có tổng các góc lớn hơn 180° hay đường thẳng mà họ đi theo sẽ không đi xa mãi mãi mà cuối cùng sẽ tự khép kín thành một vòng tròn lớn. Bản chất cong bề mặt là hàm số của chiều thứ ba mà không ai trong họ có trải nghiệm gì về nó cả.

Chúng ta, những con người hiện đại sống trong ba chiều và chúng ta biết rõ ngọn ngành rằng Trái đất hình cầu, do đó bề mặt của nó cong. Nhưng chúng ta biết còn có chiều thứ tư và nó được gọi là thời gian. Chúng ta không thể tự do chuyển động tới lui theo thời gian, vì vậy chúng ta không thể quan sát nơi sinh sống ba chiều của chúng ta theo cách các sinh vật nhỏ hơn được nâng lên không trung để quan sát nơi sinh sống hai chiều của chúng. Chúng ta đành phải khám phá không gian xung quanh chúng ta và đưa ra những phỏng đoán xem nó sẽ trông như thế nào từ điểm nhìn mà chúng ta có thể đề xuất nhưng không thể trải nghiệm được hoặc chỉ có thể tưởng tượng được mà thôi. Đó chính là bản chất của Giả thuyết Poincaré: nhà bách khoa cuối cùng cho rằng vũ trụ chúng ta có hình dạng giống như một mặt cầu – một mặt cầu ba chiều.

Vị giáo sư trẻ, người đã dạy cho tôi những bài giảng về topo học để phục vụ cho cuốn sách này, đã chứng kiến tôi phải nhọc nhằn bao bọc trí óc của tôi, giống như những dải cao su khó kéo giãn, xung quanh những khái niệm của topo học, ông đã tỏ ra e ngại mỗi khi gặp phải những tham chiếu tới Giả thuyết Poincaré, giả thuyết mô tả hình dạng vũ trụ của chúng ta. Chính xác hơn phải nói rằng việc chứng minh được Giả thuyết Poincaré sẽ giúp ích rất lớn cho sự hiểu biết về hình dạng và các tính chất của vũ trụ, nhưng đó không phải là vấn đề mà Perelman đương đầu: nhiệm vụ của anh là công phá một bài toán đã được phát biểu khá đơn giản và cũng đã được thảo luận nhiều nhưng trong hơn một thế kỷ đã không ai giải được. Cũng giống như ông thầy trẻ của tôi và nhiều nhà toán học khác mà tôi đã gặp, Perelman không hề quan tâm tới hình dạng vật lý của vũ trụ cũng như trải nghiệm của con người sống trong đó; toán học đã cho anh sự tự do để sống giữa các đối tượng trừu tượng trong trí tưởng tượng riêng của anh, chính là nơi mà bài toán này cần được giải.

Năm 1904, Henri Poincaré đã công bố một bài báo về các đa tạp ba chiều. Nhưng đa tạp là gì? Nó là một đối tượng hay là một không gian tồn tại trong trí tưởng tượng của nhà toán học – cho dù có hay không có một cái gì đó tương tự với nó có thể thực sự quan sát được trong thực tế – đối tượng này có thể phân chia thành nhiều lân cận. Khi lấy riêng ra, mỗi một lân cận này có một hình học Euclid làm cơ sở hoặc có thể được diễn giải thông qua hình học đó, nhưng tất cả các lân cận này hợp lại sẽ tạo ra một cái gì đó phức tạp hơn nhiều. Một ví dụ tốt nhất về đa tạp là Trái đất khi được biểu diễn thông

qua một loạt các bản đồ, mỗi bản đồ chỉ biểu diễn một phần nhỏ bề mặt của quả đất. Chẳng hạn, hãy hình dung bản đồ của vùng Manhattan: bản chất Euclid của nó là quá rõ ràng. Khi các bản đồ này được ghép lại với nhau thành một atlas thì những đường song song của chúng vẫn tiếp tục không cắt nhau và các tam giác trên đó vẫn giữ nguyên bản chất của chúng. Nhưng nếu chúng ta muốn dùng các bản đồ này để tái tạo lại bề mặt thực sự của Trái đất thì khi đó chúng ta sẽ phải làm trơn các đường viền và cuối cùng sẽ nhận được quả địa cầu phản ánh độ cong phức tạp của Trái đất, và nếu chúng ta muốn kéo dài các đại lộ Thứ nhất và Thứ hai của Manhattan thì chúng sẽ cắt nhau. Những khái niệm như bản đồ, atlas và đa tạp chính là những khái niệm cơ bản của topo học.

Điều làm cho đa tạp này khác với đa tạp kia là nó có một lỗ hay nhiều hơn. Đối với một nhà topo, một quả bóng, một cái hộp, một giọt nước, về cơ bản là như nhau. Nhưng một chiếc bánh rán có lỗ ở giữa thì khác. Chìa khóa để hiểu điều này là một băng cao su, một dụng cụ quan trọng đối với sự tưởng tượng topo như một atlas. Một băng cao su tưởng tượng được đặt xung quanh một vật tưởng tượng và buông ra, băng cao su sẽ co lại. Nếu băng cao su có "độ cứng" lớn và đặt nó bao quanh một quả bóng, nó sẽ tìm cách co lại và trượt ra khỏi quả bóng. Điều quan trọng là chuyện này xảy ra bất kể băng cao su đặt ở đâu trên quả bóng. Tuy nhiên, một chiếc bánh rán có lỗ ở giữa thì khác: nếu một đầu của băng cao su được luồn qua lỗ rồi sau đó nối lại, nó vẫn bao quanh chiếc bánh, nhưng không bao giờ trượt được ra khỏi chiếc bánh bất kể nó căng tới mức nào. Băng cao su có thể trượt ra từ bất cứ chỗ nào trên quả bóng, trên một cái hộp không có lỗ – điều làm cho chúng về cơ bản là tương tự nhau, hay nói theo ngôn ngữ của topo học là chúng vi đồng phôi với nhau. Điều đó có nghĩa là bạn có thể biến hình dạng của một trong những thứ đó thành hình dạng của một cái khác và sau đó làm cho chúng trở lại hình dạng cũ.

Điều này sẽ đưa chúng ta tới chỗ có thể hiểu được Giả thuyết Poincaré. Hơn một trăm năm trước, Poincaré đã đưa ra một câu hỏi nghe có vẻ ngây thơ: Nếu một đa tạp ba chiều là tron và đơn liên thì nó có vi đồng phôi với một mặt cầu ba chiều hay không? Từ trơn ở đây có ý nghĩa là đa tạp không bị xoắn (bạn có thể hình dung việc ghép bản đồ sẽ phiền phức thế nào nếu có gì đó bị xoắn), đơn liên có nghĩa là không có lỗ. Còn *vi đồng phôi* là gì thì chúng ta vừa mới biết ở trên. Chúng ta cũng đã biết ba chiều nghĩa là gì rồi: một đa tạp ba chiều là bề mặt của một vật bốn chiều. Giờ chúng ta hãy tạm dùng một chút để xem một *mặt cầu* là gì. Mặt cầu là tập hợp các điểm cách đều một điểm đã cho gọi là tâm. Mặt câu một chiều (chính là đường tròn trong hình học ở trường phổ thông) là tất cả những điểm có tính chất đó trong không gian hai chiều (một mặt phẳng). Còn mặt cầu hai chiều (bề mặt của quả bóng) là tất cả những điểm có tính chất nêu trên trong không gian ba chiều. Cái làm cho các mặt cầu được các nhà topo đặc biệt quan tâm là chúng thuộc về một phạm trù được gọi là các siêu mặt - tức là các đối tượng có số chiều cao nhất có thể trong một không gian đã cho (một chiều trong không gian hai chiều, hai chiều trong không gian ba chiều, v.v...). Mặt cầu ba chiều được Poincaré quan tâm là bề mặt của một quả bóng bốn chiều. Chúng ta không thể hình dung được quả bóng đó, chúng ta chỉ có thể sống trong nó.

Các nhà topo học thường công phá các bài toán bằng cách thử giải chúng với các số chiều khác nhau. Tương đương với Giả thuyết Poincaré trong trường hợp hai chiều – đó là khẳng định các bề mặt của quả bóng, của cái hộp, v.v không có lỗ về cơ bản là như nhau – là bài toán cơ bản đối với topo học. Nhưng trong ba chiều, và cũng chính là Giả thuyết Poincaré, bài toán trở nên hết sức khó khăn. Các nhà toán học đã vật lộn với giả thuyết này trong phiên bản gốc ba chiều của nó trong phần lớn thế kỷ 20, nhưng những đột phá đầu tiên lại tới từ một nơi khác hay chính xác hơn là ở những chiều cao hơn.

Vào buổi bình minh của những năm 1960, một số nhà toán học - chính xác là bao nhiều và trong những hoàn cảnh nào là vấn đề hiện vẫn còn tranh cãi - đã chứng minh được Giả thuyết Poincaré cho trường hợp năm chiều và cao hơn. Năm 1960, nhà toán học Mỹ John Stalling đã công bố chứng minh giả thuyết này cho trường hợp bảy chiều hoặc cao hơn và chỉ một năm sau ông đã được nhận học vị PhD của Đại học Princeton. Tiếp sau là nhà toán học Mỹ Stephen Smale, người có lẽ đã hoàn tất chứng minh của mình sớm hơn Stalling, nhưng ông đã công bố chậm hơn mấy tháng; tuy nhiên, ông đã chứng minh được giả thuyết này trong trường hợp năm chiều và cao hơn. Sau đó, nhà toán học người Anh Christopher Zeeman đã mở rộng chứng minh của Stalling cho trường hợp năm và sáu chiều. Người thứ tư là Andrew Wallace, một nhà toán học Mỹ, vào năm 1961 đã công bố một chứng minh, về cơ bản tương tự với chứng minh của Smale. Cũng có một nhà toán học Nhật tên là Hiroshi Yamasuge đã công bố chứng minh của ông cho trường hợp năm chiều và cao hơn vào năm 1961.

Như vậy sau hơn năm mươi năm từ ngày bài toán được đặt ra, Giả thuyết Poincaré đã bắt đầu nhượng bộ, dù là chỉ một chút. Tất cả các nhà toán học này cũng như vô số những người khác với mức độ thành công còn kém xa vẫn hy vọng sẽ chứng minh được chính giả thuyết gốc, tức là trường hợp ba chiều. Và trong khi họ chắc sẽ được nhớ tới vì những đóng góp có tính đột phá của họ cho sự nghiệp công phá giả thuyết này, thì ít nhất một người trong số họ dường như lại coi mình là có đóng góp đáng kể nhất mà thực ra ông ta đã không làm. John Stalling, một giáo sư công huân của Đại học Berkeley, đã liệt kê chỉ một số ít các bài báo của ông trên website cá nhân của mình. Bài báo đầu tiên mà ông nhắc đến được công bố mãi từ năm 1966 và có nhan đề *Tại sao không giải được Giả thuyết Poincaré*.

"Tôi đã phạm tội lỗi là đã chứng minh sai Giả thuyết Poincaré", Stalling mở đầu. "Bây giờ với hy vọng ngăn chặn những người khác không phạm những sai lầm tương tự, tôi sẽ mô tả chứng minh sai lầm của mình. Biết đâu bằng một sự thay đổi nhỏ hay một diễn giải mới nào đó, cái đường lối của chứng minh này có thể được chỉnh sửa cũng nên!" Đó chính là tinh thần hy vọng hão huyền một khi ý thức được sự vô ích của các nỗ lực đã bỏ ra và sự bất khả đầu hàng đầy ám ảnh, một tinh thần vốn đặc trưng cho trận chiến gần một trăm năm nhằm chinh phục giả thuyết này. Và rồi hai mươi năm trước, giả thuyết này lại một lần nữa nhượng bộ chút xíu. Năm 1982, một nhà toán học trẻ người Mỹ tên là Michael Freedman, lúc đó mới 31 tuổi, đã công bố chứng minh Giả thuyết Poincaré cho trường hợp bốn chiều. Thành tựu này được chào đón như một đột phá và Freedman đã được nhận huy chương Fields. Nhưng giả thuyết này trong trường hợp ba chiều thì vẫn chưa chứng minh được. Không

một phương pháp nào được dùng cho các trường hợp có số chiều cao hơn áp dụng được cho ba chiều; trong trường hợp này không có đủ chỗ để các nhà topo vận dụng những công cụ mà họ đã sử dụng trong trường hợp có số chiều cao hơn. Dường như cần phải cầu viện tới một cách tiếp cận có tính cách mạng mà ngay chính bản thân Poincaré cũng không thể hình dung, thậm chí không ngờ tới.

Có lẽ một trong những vấn đề với các không gian bốn chiều đó là - không giống với các trường hợp có số chiều cao hơn - chúng không quá trừu tượng; dường như con người chúng ta có thể sống rất tốt trong không gian ba chiều được nhúng trong bốn chiều, ngay cả khi đa số chúng ta không thể lĩnh hội được nó. Nhưng các chuyên gia nói rằng có một người hiện còn đang sống là nhà hình học người Mỹ William Thurston có thể hình dung được bốn chiều. Họ nói Thurston có trực giác hình học không giống bất cứ ai khác. "Khi ban nhìn thấy hoặc nói chuyên với Thurston, ông ta thường nhìn chăm chú vào không gian và bạn có thể cảm nhận thấy rằng ông ta nhìn thấy những hình ảnh bốn chiều đó", đó là nhận xét của John Morgan, một giáo sư thuộc Đại học Columbia, một người bạn của Thurston và là đồng tác giả của một quyển sách viết về chứng minh Giả thuyết Poincaré của Perelman. "Sư hiểu biết sâu sắc về hình học của ông không giống bất cứ ai mà tôi đã gặp. Như vậy, liệu có thể có một kiểu nhà toán học giống như Bill Thurston không? Làm thế nào mà một người có thể có những hiểu biết sâu sắc về hình học đến như thế? Cô biết đấy, bản thân tôi cũng có tài năng kha khá về toán học, nhưng tôi không thể bén gót ông ấy".

Thurston nói về các đa tạp ba chiều trong các không gian bốn chiều cứ như ông có thể nhìn thấy và thao tác với chúng vậy. Ông mô tả những cách mà chúng bi cắt và điều gì sẽ xảy ra khi đó. Đối với một nhà topo, đây là một kỹ năng quan trọng; các đối tượng phức tạp thường được nghiên cứu thông qua các cấu phần đơn giản hơn của chúng, việc hiểu được bản chất các cấu phần đó và mối liên hệ của chúng là rất căn bản để hiểu được đối tượng lớn ban đầu. Thurston đưa ra giả thiết rằng tất cả các đa tạp ba chiều đều có thể được chia cắt theo những cách cụ thể, để tạo ra các đối tượng thuộc một trong số tám biến thể của các đa tạp ba chiều. Hoàn toàn không đúng nếu gọi giả thuyết Thurston là một bước tiến tới chứng minh Giả thuyết Poincaré. Thực tế, nó còn tham vong hơn thế, cho dù nó ít có tiếng tăm hơn. Nếu Thurston chứng minh được giả thuyết của mình thì tự động sẽ suy ra Giả thuyết Poincaré. Nhưng tiếc thay, ông lại không chứng minh được nó.

"Tôi quan sát thấy Bill đã có những tiến bộ", Morgan nhớ lại. "Và khi ông ấy không đạt được, tôi nghĩ, 'Mình cũng sẽ chẳng đạt được đâu, mà cũng chẳng ai có thể đạt được'. Đúng như Jeff (tức Cheeger) một lần đã nói rằng, 'Việc chứng minh Giả thuyết Poincaré đã trở nên quá phức tạp".

Trong khi các nhà toán học khác đã khôn ngoan chọn cách hướng nỗ lực của mình sang đâu đó khác, thì một giáo sư ở Berkeley tên là Richard Hamilton vẫn kiên trì chinh phục Giả thuyết Poincaré và sau đó là giả thuyết Thurston. Mô tả chuẩn mực của báo chí về Hamilton thường chứa từ *flamboyant* (hoa mỹ), dường như về cơ bản có nghĩa là ông quan tâm không chỉ tới toán học mà còn cả lướt sóng và phụ nữ nữa. Ông là người hòa đồng, quyến rũ và tuyệt

đối xuất sắc – vì ông chính là người đã lát đường để dẫn tới chứng minh của cả hai giả thuyết.

Vào đầu những năm 1980, Hamilton đã đề xuất một điều dễ tưởng nhằm là hiển nhiên. Mặt của quả cầu có số chiều bất kỳ đều có độ cong dương không đổi, đó là một tính chất cơ bản của đối tượng này. Như vậy, nếu người ta tìm được cách đo được độ cong của một vật ba chiều có hình dạng không xác định và không thể hình dung nổi (blob) rồi sau đó bắt đầu làm biến dạng vật đó và liên tục đo độ cong của nó thì cuối cùng ta có thể đạt tới điểm mà ở đó độ cong vừa dương vừa không đổi, tức blob đó đã được chứng minh dứt khoát là một mặt cầu ba chiều. Điều này cũng có nghĩa là blob đã cho ngay từ đầu đã là một mặt cầu, vì sự biến dạng không thực sự làm thay đổi những tính chất topo của các đối tượng – nó chỉ làm cho chúng dễ nhận dạng hơn mà thôi.

Hamilton đã tìm ra cách trang bị cho blob một metric (khoảng cách) để đo độ cong và ông đã viết được một phương trình mô tả cách mà blob đó, và cả metric của nó, thay đổi theo thời gian. Ông đã chứng minh được rằng vì blob này đã được đúc ra nên độ cong của nó không thể giảm mà nhất thiết phải tăng, và điều này đã giúp ông chứng minh được độ cong này thực sự là dương. Nhưng làm sao đảm bảo rằng nó sẽ không đổi? Và đến đây thì Hamilton bị tắc.

Bạn hãy nghĩ về một hàm đơn giản, loại mà bạn đã được học ở trường phổ thông. Ví dụ hàm 1/x. Đồ thị của hàm này là một đường trơn cho tới khi nó đạt tới điểm x=0. Khi đó mọi chuyện sẽ rối hết cả lên, vì bạn không thể chia cho số 0 được. Và đồ thị của bạn sẽ đột nhiên lao tới vô cùng. Điểm đó được gọi là điểm kỳ dị.

Quá trình làm biến đổi metric được mô tả bởi phương trình do Hamilton phát minh ra được gọi là dòng Ricci. Khi dòng này đính sự thần diệu lý thuyết của nó vào metric của cái blob không tưởng tượng nổi nói ở trên thì thường làm xuất hiện một kỳ dị. Hamilton cho rằng những kỳ dị này có thể tiên đoán được và có thể loại bỏ nó bằng cách dừng hàm này (tức dòng Ricci) lại, rồi sửa bằng tay và phục hồi lại dòng đó. Khi một nhà toán học nói rằng họ sửa cái gì đó "bằng tay" có nghĩa là họ đưa ra một hàm khác cho mẩu vấn đề ấy. Điều này cũng tương tự như người ta đã làm khi lập trình máy tính, tùy theo điều kiện người ta sử dụng các hàm khác nhau. Ví dụ, hàm của bạn bằng x với mọi x lớn hơn hoặc bằng 0 và bằng -x đối với mọi x nhỏ hơn 0. Trong topo học, nơi mà những bàn tay ảo can thiệp vào sự biến đổi ảo của các đối tượng, sự can thiệp ấy được gọi là giải phẫu. Như vậy, quá trình mà Hamilton nhắm tới là dòng Ricci có giải phẫu.

Hamilton không phải nhà toán học đầu tiên nghĩ rằng mình đã biết cách chứng minh Giả thuyết Poincaré. Ông cũng không phải là người đầu tiên vấp phải những trở ngại không thể vượt qua trên con đường dẫn tới chứng minh. Để chương trình của ông (theo cách gọi của các nhà toán học) vận hành được thì có một số điều cần phải đúng. Thứ nhất, độ cong mà ông định đo cần phải có giới hạn không đổi, một loại điều kiện biên được gọi là đều; nếu ông giả thiết điều đó là đúng thì chương trình có thể sẽ vận hành được, nhưng bằng cách nào ông biết được giả thiết đó là đúng? Thứ hai, trong khi Hamilton phát minh ra dòng Ricci có giải phẫu và có thể chỉ ra rằng nó hiệu quả trong một số trường hợp, ông không thể chứng tỏ rằng nó có thể sử dụng một cách hiệu quả đối với bất cứ loại kỳ dị nào xuất hiện. Ông có thể lý thuyết hóa các loại kỳ dị có thể xuất hiện nhưng ông không thể tìm ra cách giải quyết tất cả chúng hoặc thậm chí tuyên bố đã nhận dạng ra tất cả bọn chúng. Và đây

lại là một người nữa "đã có những tiến bộ, nhưng rồi đã không đạt được". Đây cũng là một người nữa mà Morgan đã nói tới khi dẫn lời của Jeff Cheeger "Việc chứng minh Giả thuyết Poincaré đã trở nên quá phức tạp".

Hai mươi lăm năm sau, hai điều này đã trở nên hoàn toàn rõ ràng. Thứ nhất, Hamilton quả thật đã tạo ra bản thiết kế cho việc chứng minh cả hai giả thuyết, Giả thuyết Poincaré và Giả thuyết Hình học hóa. Thứ hai, bi kịch của cá nhân ông cũng to lớn như thành tựu nghề nghiệp của ông: ở tuổi 40, ông đã lâm vào bế tắc và rõ ràng hiện vẫn đang còn bế tắc.

Điểm mà tại đó Hamilton bế tắc cũng gần như là điểm mà tại đó Perelman bắt đầu dấn thân vào Giả thuyết Poincaré. Và đó cũng là điểm mà Perelman biến mất tăm; anh ít tới dự các seminar, rút bớt dần thời gian có mặt tại Viện Steklov và cuối cùng anh hầu như chỉ xuất hiện ở Viện vào ngày nhận lương. Anh chậm trả lời các e-mail tới mức những người quen của anh cho rằng anh đã trở thành một nhà toán học khác, người đã từng tỏ ra có rất nhiều hứa hẹn nhưng rồi sau đó gặp một bài toán và đã bị nó nghiến nát, và bây giờ không còn tồn tại về mặt toán học nữa.

Nhưng giờ đây chúng ta biết rằng thực tế không phải như vậy. Đúng hơn là lúc bấy giờ Perelman mới hoàn tất quá trình học tập toán học của mình và bắt đầu áp dụng nó. Như vẫn thường xảy ra, quá trình học tập, hay có lẽ chính xác hơn là khát vọng của anh đối với tri thức toán học có thể chia sẻ với những người khác, và đó cũng chính là cái đã kết nối anh với thế giới bên ngoài. Giờ đây thế

giới đó đã được sử dụng cùng kiệt rồi; những lợi ích của nó không còn mấy ý nghĩa nữa, do đó những yêu cầu của cái thế giới đó đối với anh thật khôn dò và thậm chí còn gây khó chịu hơn trước. Lẽ tự nhiên, Perelman phải quay lưng lại thế giới đó và đối mặt với bài toán.

Điều mà thế giới bên ngoài đã cho Perelman là thói quen hiệu chỉnh sức mạnh vô song của trí tuệ mình vào một bài toán duy nhất. Điều mà Hamilton đã làm được là biến Giả thuyết Poincaré thành một siêu bài toán olympic toán học. Theo một nghĩa nào đấy, ông đã hạ nó xuống một mức. Trong thế giới của các nhà toán học đỉnh cao, giới trí thức tinh hoa là những người đã mở ra những chân trời mới bằng cách đặt ra những câu hỏi mà chưa có ai khác nghĩ ra. Hạ xuống một mức là những người tìm ra cách trả lời những câu hỏi ấy; thường thì đó là những thành viên của giới tinh hoa ở giai đoạn đầu sự nghiệp của mình - một ít năm sau khi có bằng PhD chẳng hạn, khi mà họ chứng minh những định lý của những người khác và bắt đầu phát biểu những đinh lý của chính mình. Và cuối cùng, có những con chim quý hiếm, những người thực hiện những bước cuối cùng trong việc hoàn tất các chứng minh. Đó là những nhà toán học kiên nhẫn, chính xác và bền bỉ, họ cuối cũng đã lát xong những con đường mà những người khác đã từng mơ ước và vạch lối. Trong câu chuyện của chúng ta, Poincaré và Thurston đại diện cho nhóm đầu tiên, Hamilton đại diện cho nhóm thứ hai và Perelman là người đã hoàn tất công việc đó.

Vậy anh là ai? Anh là người chưa bao giờ gặp bài toán nào mà anh không giải được. Những gì anh đã cố sức để làm với các không gian Alexandrov ở Berkeley có lẽ là một ngoại lệ, anh thực sự đã gặp bế tắc ở đó, nhưng khi ấy có thể là thời gian duy nhất anh cố gắng

làm một điều gì đó rơi vào phạm trù các công trình toán học loại thứ hai, thậm chí loại thứ nhất chứ không phải loại thứ ba. Phạm trù thứ ba về căn bản tương tự với việc giải các bài toán olympic toán học: nó đã được phát biểu rõ ràng, và những hạn chế cũng đã được đặt cho nghiệm – con đường chứng minh cũng đã được Hamilton vạch ra. Tất nhiên, đó là một bài toán kiểu olympic rất rất phức tạp; thời gian để giải nó không thể tính bằng giờ, bằng tuần hay thậm chí bằng tháng. Thực tế, đây là bài toán không thể giải được với bất kỳ ai, trong bất cứ lượng thời gian nào, trừ Perelman. Và Perelman chính là người được tìm kiếm để giải một bài toán như vậy, người mà cuối cùng đã tận dụng được toàn bộ khả năng của chiếc siêu máy tính là bộ não của anh.

Perelman đã tìm cách chứng minh hai điều chủ yếu. Thứ nhất, anh đã chứng tỏ được rằng Hamilton không nhất thiết phải giả thiết rằng độ cong luôn bị chặn đều; trong không gian ảo nơi chứng minh diễn ra, điều này đơn giản là luôn luôn đúng. Thứ hai, anh đã chứng tỏ được rằng tất cả các kỳ dị có thể xuất hiện đều có cùng một nguồn gốc; chúng xuất hiện khi độ cong bắt đầu "bùng nổ", tức là tăng không kiểm soát nổi. Vì tất cả các kỳ dị có cùng bản chất nên chỉ cần một công cụ duy nhất xử lý chúng có hiệu quả – và giải phẫu đã được dự liệu ngay từ đầu của Hamilton đảm nhiệm được công việc đó. Hơn thế nữa, Perelman đã chứng minh được rằng một số kỳ dị mà Hamilton phỏng đoán đã không bao giờ xuất hiện.

Có một điều gì đó đặc biệt và hơi trớ trêu trong logic chứng minh của Perelman. Anh đã thành công vì đã tận dụng được sức mạnh không thể tưởng tượng nổi của trí óc anh để nắm bắt toàn bộ phạm vi của các khả năng: cuối cùng anh có thể tuyên bố rằng anh đã biết tất cả những gì có thể xảy ra. Biết tất cả những điều đó,

anh có thể loại trừ một số những phát triển topo không thể xảy ra. Khi nói về các không gian ảo bốn chiều, Perelman muốn ám chỉ các thứ có thể hoặc không thể xảy ra "trong tự nhiên". Về căn bản, anh có thể làm trong toán học những thứ mà anh đã cố gắng làm trong cuộc sống: nắm bắt ngay tất cả mọi khả năng của tự nhiên và hủy bỏ những thứ rơi ra ngoài thế giới đó – giọng kim, xe hơi, bài Do Thái và bất cứ thứ kỳ dị khó chịu nào khác.



## Chứng minh xuất hiện

Date: Tue, 12 Nov 2002 05:09:02 - 0500 (EST)

From: Grigori Perelman To: [multiple recipients] Subject: new preprint

Dear [Tên],

Xin phép lưu ý ngài quan tâm tới bài báo của tôi trong arXiv math.DG/0211159.

## Tóm tắt:

Chúng tôi giới thiệu một biểu thức đơn điệu của dòng Ricci, đúng cho mọi chiều và không cần những giả thiết về độ cong. Nó được giải thích như entropy đối với một tập hợp chính tắc nào đó. Một số ứng dụng trong hình học cũng sẽ được giới thiệu. Đặc biệt, (1) dòng Ricci, được xét trong không gian với metric Riemann với độ chính xác tới phép vi đồng phôi và phép co dãn, không có các quỹ đạo tuần hoàn không tầm thường (tức là khác các điểm bất động); (2) trong một vùng, nơi kỳ dị xuất hiện trong thời gian hữu hạn, bán kính đơn xạ được kiểm soát bởi độ cong; (3) dòng Ricci không thể

biến đổi nhanh một vùng hầu như Euclid thành một vùng rất cong, bất kể điều gì xảy ra ở những vùng xa. Chúng tôi cũng đã kiểm tra một số khẳng định có liên quan tới chương trình của Richard Hamilton nhằm chứng minh Giả thuyết Hình học hóa đối với các đa tạp ba chiều đóng và phác thảo một chứng minh chiết trung cho giả thuyết đó, bằng cách sử dụng các kết quả trước đó về sự suy sụp với độ cong cục bộ bị chặn dưới.

Trân trọng

Grisha

Khoảng một chục các nhà toán học Mỹ nhận được bức thư này. Theo đó, một ngày trước Grisha Perelman đã đưa một bài báo lên địa chỉ arXiv.org, một website của Thư viện Đại học Cornell được lập ra nhằm tạo điều kiện truyền thông tin điện tử nhanh chóng giữa các nhà toán học cũng như các nhà khoa học khác. Preprint này là bài đầu tiên trong ba bài báo chứa đựng những kết quả mà Perelman đã thu được trong suốt bảy năm công phá các giả thuyết Poincaré và Hình học hóa.

"Vậy là tôi bắt đầu xem bài báo đó", Michael Anderson nói với tôi. "Tôi không phải là một chuyên gia về dòng Ricci – tuy nhiên, nhìn qua nó, tôi thấy rõ rằng anh ấy đã có những bước tiến rất lớn và lời giải cho Giả thuyết Hình học hóa và do đó cả Giả thuyết Poincaré đã ở trong tầm tay". Mỗi người nhận được e-mail này đều đã từng tham gia cuộc thập tự chinh công phá một bài toán nào đó đã tồn đọng nhiều năm. Mỗi người trong họ đều có phản ứng đối lập với tin này: Nếu Perelman thực sự đã chứng minh được hai giả thuyết này thì đây là một thành tựu toán học tầm cỡ và nó phải tạo ra cảm hứng chiến thắng – nhưng đó là chiến thắng của ai đó khác, và nó đã đập tan mọi hy vọng thực hiện được những đột phá của nhiều nhà toán học. Anderson đã

làm việc về Hình học hóa gần mười năm, và theo ông nói với tôi thì "đã sa lầy vào những vấn đề kỹ thuật. Tôi vẫn còn nuôi hy vọng là mình sẽ có một sự hiểu biết sâu sắc hơn hoặc một đột phá nào đó nhưng tôi đã thực sự đi tới kết luận rằng điều đó sẽ không xảy ra. Nhưng nếu có ai đó tiếp tục làm điều đó thì tốt nhất là Grisha. Tôi rất thích anh ấy. Vì vậy ngày hôm sau tôi đã mời anh ấy tới đây và một ngày nữa sau đó tôi đã rất ngạc nhiên là Grisha trả lời đồng ý".

Trong khi đó một trận mưa tới tấp các e-mail dội xuống các nhà topo học ở khắp nước Mỹ và châu Âu. Mike Anderson cũng gửi đi một số bức có nội dung như sau:

## Thân chào [Tên]

Hy vọng ở anh mọi chuyện đều tốt đẹp. Tôi không biết anh đã thấy hay chưa nhưng Grisha Perelman đã đưa lên mạng bài báo về dòng Ricci ở địa chỉ mathDG/0211159 mà anh và các bạn anh làm việc trong lĩnh vực này có thể muốn đọc. Grisha là một chàng trai khác thường và cũng rất xuất sắc. Tôi đã gặp anh ta khoảng chín năm trước, và chúng tôi cũng thường nói chuyện với nhau khá nhiều về dòng Ricci và sự hình học hóa các đa tạp ba chiều vào đầu những năm 1990. Đột nhiên, ngày hôm qua anh ta gửi e-mail cho tôi thông báo về bài báo này.

Về cơ bản, tôi biết rất ít về dòng Ricci, nhưng tôi cảm thấy rằng trong bài báo này, anh ta đã trả lời được nhiều vấn đề cơ bản mà nhiều người đang cố giải quyết. Có thể thậm chí anh ta đã tiến rất gần tới mục tiêu của Hamilton, tức là chứng minh được giả thuyết Thurston. Những ý tưởng trong bài báo đó, đối với tôi là hoàn toàn mới và độc đáo – điển hình cho phong cách của Grisha. (Anh ta cũng đã giải được nhiều bài toán nổi tiếng trong các lĩnh vực khác vào đầu những năm 1990 và sau đó "biến mất" khỏi sân khấu. Và dường như bây giờ anh ta đã xuất hiện trở lại).

Dù sao, tôi cũng muốn thông báo cho anh biết điều này và cũng đề nghị anh thường xuyên cho tôi biết những bàn luận cũng như tin đồn liên quan đến công trình này... Tất nhiên, cái mà tôi thực sự muốn biết là hiện nay người ta đã tiến gần tới lời giải của giả thuyết Thurston đến mức nào rồi, vì điều đó ảnh hưởng rất nhiều đến một số công trình của tôi. Tôi thì tôi cho rằng bài báo đó là đúng sau những gì tôi biết về Perelman, và đối với tôi đó là sự đánh cược hợp lý.

Tôi cũng đã gửi một bức thư tương tự tới một số ít bạn bè khác mà tôi biết có làm việc về dòng Ricci.

Trân trọng, Mike

Một số người chưa từng nghe nói về Perelman có thể được tha thứ vì đã không xem xét bài báo này một cách nghiêm túc: những công trình tuyên bố đã chứng minh được Giả thuyết Poincaré xuất hiện thường xuyên nhưng trong gần một trăm năm chưa có ai giải được bài toán đó. Tất cả mọi người, kể cả những nhà toán học nổi tiếng nhất – và thực tế kể cả chính Poincaré nữa – đều đã phạm sai lầm. Những chứng minh tự nhận đó cứ mỗi ít năm lại xuất hiện, nhưng rồi tất cả, dù sớm hay muộn, đều đã bị bác bỏ. Những người biết Perelman đều ý thức được rằng anh không bao giờ làm ra "những đồ giả" – như các bạn cùng câu lạc bộ toán của anh thường nói, và họ cũng ý thức được cách cư xử đứng đắn của anh để biết anh dấn thân vào Giả thuyết Poincaré một cách nghiêm túc đến mức nào.

Nhưng làm thế nào xác định được chứng minh của anh có thực sự đúng đắn hay không? Bài báo tập hợp những kỹ thuật và thậm chí cả những vấn đề thuộc một số lĩnh vực chuyên môn khác nhau trong toán học, thậm chí chúng không chỉ giới hạn trong topo học. Ngoài ra, sự trình bày của Perelman lại quá cô đọng, nên muốn

đánh giá chứng minh của anh thì trước hết, về căn bản, phải giải mã bài báo của anh cái đã. Một điều khó khăn nữa là anh không nói rõ anh định làm gì và đã làm như thế nào. Thậm chí anh cũng không tuyên bố mình đã chứng minh được Giả thuyết Poincaré và Giả thuyết Hình học hóa cho đến khi người ta trực tiếp hỏi anh. Bức e-mail của Anderson có lẽ là một trong những bước đầu tiên bắt đầu quá trình kiểm tra này. Chàng trai này chắc là đã làm việc nghiêm túc, ông nói, và hãy làm ơn cho tôi biết có đúng là anh ta đã làm cái mà tôi nghĩ là anh ta đã làm không. Anderson đã viết e-mail này vào lúc 5h38' sáng ngày hôm sau, sau khi nhận được e-mail của Perelman thông báo về bản preprint của anh.

Trong vòng một vài giờ, Anderson đã bắt đầu được thông báo rằng cái mà các nhà toán học gọi là "cộng đồng dòng Ricci" đang giận điên lên và cho biết rằng không ai trong số họ biết về Perelman trước đó cả.

Không ai trong số các nhà topo học Perelman quen biết ở Liên Xô thuộc cộng đồng dòng Ricci mà Richard Hamilton là trung tâm. Ông là địa chỉ quan trọng nhất trong thông báo theo e-mail của Perelman và theo một nghĩa nào đó cũng là của toàn bộ bài báo này. Khi những bức e-mail liên tục bay tới bay lui giữa các nhà hình học thì Hamilton vẫn giữ im lặng một cách đáng ngờ. "Đã có những ấn tượng gì về công trình của Perelman chưa?" Anderson viết cho một người thuộc nhóm dòng Ricci mấy ngày sau. "Có ai đó trong các anh thuộc nhóm Hamilton đã kiểm tra kỹ lưỡng bài báo đó chưa? Hamilton có biết điều đó không? Các ý tưởng đã có thể đưa Perelman tới gần sự kết thúc chương trình Hamilton đến mức nào?"

Theo những người trao đổi thư từ thông báo thì Hamilton có biết về điều đó. Bài báo tỏ ra là thực sự rất quan trọng.

Thực tế, Perelman phải dùng non một nửa bài báo đầu tiên của mình để vượt qua được điểm mà tại đó Hamilton đã bế tắc trong hai thập kỷ. Bởi vậy không có gì lạ là ông đã im lặng. Cũng không khó hình dung điều mà chắc ông đã cảm thấy khi đó, giống như nhìn thấy khát vọng một đời bỗng nhiên bị cướp mất bởi một gã mới nổi tóc tai bù xù với những móng tay dài. Người ta có thể hình dung được điều đó nếu hiểu rằng chính những khát vọng, sự cạnh tranh và ý nghĩa của lòng tự trọng nghề nghiệp mới là những động cơ của hành vi con người, chứ không phải những lợi ích tốt đẹp của toán học. Grisha Perelman không có sự hiểu biết đó.

Thực tế, một trong những khía cạnh tuyệt vời nhất trong câu chuyện về chứng minh của Perelman là nhiều nhà toán học đã tạm thời gác lại những khát vọng nghề nghiệp của riêng mình để tận tâm giải mã và diễn giải các bản preprint của Perelman. Vào tháng 11 năm 2002, Bruce Kleiner đi công tác ở châu Âu. Ngay khi ông sắp sửa thuyết trình tại Đại học Bonn thì Ursula Hamenstaedt, một giáo sư sở tại có mặt tại hội trường đã đứng dậy hỏi ông: "Nhân tiện xin hỏi ông đã đọc bản preprint mà Perelman đã đưa lên mạng về chứng minh Giả thuyết Poincaré chưa?" Ít nhất đó là câu bà ta nói mà ông còn nhớ được. Thực ra, bà ấy phải thận trọng hơn trong những khẳng định của mình, nhưng Kleiner biết rõ rằng Perelman là người làm việc rất nghiêm túc.

"Không một ai đã từng biết các bài báo của anh hoặc đã từng nghe anh thuyết trình lại có thể nghĩ rằng anh đưa ra những tuyên

bố để rồi sau đó chúng sẽ sụp đổ hoặc nói ra những điều còn chưa được suy nghĩ chín chắn", Kleiner nói với tôi. "Mà ở đây anh lại đưa lên website arXiv, một forum rất công khai. Như vậy, trừ phi có một sư thay đổi nào đó trong cá tính của Perelman xảy ra từ đầu những năm 1990, còn thì tôi nghĩ rằng có rất nhiều khả năng ở đây anh đã làm được điều gì đó rất có giá trị hoặc là Perelman đã giải được bài toán đó hoàn toàn". Và điều này có nghĩa là cuộc đời nghề nghiệp của Kleiner đã có một bước ngoặt bất ngờ. Cũng như Anderson, Kleiner đã nhiều năm nghiên cứu về một khía cạnh của Giả thuyết Hình học hóa, mặc dù ông dùng một cách tiếp cận hoàn toàn khác. Không giống như Anderson, ông còn chưa ngờ rằng sư theo đuổi của ông sẽ chẳng mang lại thành tựu gì. Ông thừa biết rằng đây là một "dự án có độ mạo hiểm cao", một giả thuyết nổi tiếng như thế rất có thể một ai khác sẽ thành công sớm hơn ông, nhưng ngay trước buổi thuyết trình của mình, ông chưa hề được chuẩn bị để nghe nói rằng dự án đó đã thực sự kết thúc rồi. Và trong một năm rưỡi tới, Kleiner sẽ bắt tay vào nghiên cứu Dự án Perelman.

Trong khi đó Perelman đang chuẩn bị cho chuyến đi tới Hoa Kỳ. Anh đã nhận được thư mời của Anderson ở Đại học Stony Brook và của Tian, bây giờ đã ở MIT, và anh quyết định sẽ dừng hai tuần ở mỗi nơi. Anh đã nói với Anderson ngay từ đầu rằng anh chỉ ở Mỹ không hơn một tháng bởi vì anh không thể để mẹ anh ở một mình lâu được. Kế hoạch sau đó đã thay đổi là anh sẽ đưa mẹ đi theo, nhưng Perelman vẫn khẳng khẳng giữ thời hạn của chuyến đi như ban đầu.

Perelman dường như bây giờ đã tái nhập hoàn toàn với thế giới. Anh đã tự hoàn tất mọi thủ tục visa vào Mỹ cho mình và mẹ mình – một công việc hơi mệt mỏi thậm chí đối với cả những người đã dày dạn với tệ quan liêu. Anh cũng tự đi mua vé bằng số tiền còn lại trong tài khoản của anh tại một ngân hàng Mỹ. Anh vốn sống rất đạm bạc trong suốt bảy năm qua bằng số tiền tiết kiệm được trong thời gian làm postdoc. Anh cũng đã viết thư cho Anderson và Tian về lịch trình và những thứ phải chuẩn bị cho chuyến đi của anh, kể cả bảo hiểm y tế, một vấn đề rõ ràng là anh rất quan tâm.

Sự ra khỏi cảnh mai danh ẩn tích và xuất hiện trở lại của Perelman dường như không hề làm tổn hại đến khả năng tiếp tục viết nốt chứng minh của anh. Anh đã đưa tiếp bản preprint thứ hai lên arXiv vào tháng 3 năm 2003, trong khi đang làm thủ tục visa vào Mỹ. Với hai mươi hai trang, bản preprint này ngắn hơn tám trang so với preprint thứ nhất. Hẳn là anh đã hình dung trong đầu chứng minh đó rõ ràng tới mức những phiền phức làm mất tập trung, dù nhỏ hay lớn, đã không thể cản trở anh hoàn thành bản preprint cô đọng đó trong đôi ba tuần liền (mùa xuân năm đó anh đã nói với Jeff Cheeger rằng anh đã mất ba tuần để viết xong bài báo đó – ít hơn thời gian để Cheeger đọc và hiểu được nó).

Perelman tới MIT vào đầu tháng 4 năm 2003. Đối với Gang Tian thì anh nhìn cũng vẫn nhang nhác như Tian còn nhớ: vẫn gầy, tóc dài và những móng tay dài, chỉ có khác là không còn mặc chiếc jacket nhung màu nâu nữa. Đối với những ai gặp anh lần đầu tiên thì Perelman nhìn cũng khá nổi bật, nhưng cũng hoàn toàn nằm trong khuôn khổ kỳ dị của các nhà toán học thôi. Tại buổi thuyết trình của anh, người dự chật kín giảng đường. Nhiều người ngồi dự ở đây đã đọc bài báo đầu tiên của anh và đã viết những nhận xét

riêng của họ; một số người đã làm điều đó trong seminar do Tian khởi xướng. Tuy nhiên, đa số là các nhà toán học hiếu kỳ tới đây để được chiêm ngưỡng con người có thể đã làm nên đột phá toán học lớn nhất trong một thế kỷ. Những nhà toán học này được đánh giá là có thể theo dõi được đường hướng chung của bài thuyết trình nhưng chắc hẳn sẽ không đặt ra được những câu hỏi có ý nghĩa sau khi Perelman thuyết trình xong, và điều này, theo Perelman, khiến cho họ ít chú ý nhất và gây ồn ào nhiều nhất. Anh đã cấm quay phim buổi thuyết trình và nói rõ rằng anh không muốn một quảng cáo nào trên các phương tiện truyền thông, nhưng dù sao cũng có đôi ba nhà báo lọt được vào giảng đường ngày hôm đó.

Hầu như không thể tin nổi rằng mọi người đã được thỏa mãn khi tới đây với hy vọng được xem một cuộc trình diễn toán học. Tương phản rõ nét với bài thuyết trình năm 1994 của anh ở Đại hội Toán học thế giới, lần này Perelman đã trình bày một câu chuyện có bố cục mạch lạc và khúc chiết đồng thời thậm chí còn rất vui vẻ nữa. Anh đã ở đỉnh cao trong mối quan hệ của anh với Giả thuyết Poincaré. Nếu giả thuyết này là một con người thì đây có lẽ chính là thời điểm mà Perelman muốn chọn để cưới người đó: thời điểm mà anh có thể nhìn thấy toàn bộ câu chuyện của họ một cách rõ ràng và anh đã giải phóng được hầu hết mọi nghi ngờ và chắn chắn nhất về tương lai.

Hầu như hằng ngày trong hai tuần sau buổi thuyết trình, Perelman đều phải nói về công trình của mình cho những cử tọa nhỏ hơn. Mỗi ngày anh phải dành ra vài giờ để trả lời những câu hỏi về Giả thuyết Hình học hóa. Mỗi buổi sáng trước khi thuyết trình anh đều ghé qua văn phòng của Tian để trò chuyện, chủ yếu là về toán học. Có thể anh cũng muốn tìm kiếm những vấn đề mới để nghiên

cứu; anh cũng hỏi về những nghiên cứu riêng của Tian và thậm chí cũng đề xuất một số ý tưởng có liên quan tới chuyên môn của Tian vào thời gian đó chứ không phải tới sự hình học hóa. Không giống như Anderson và Morgan, Tian thường xuyên tìm cách gợi chuyện với Perelman – nhưng hiếm khi vượt ra ngoài những thảo luận về toán học. "Anh ấy tập trung cao độ và đầu óc chỉ nghĩ về một thứ", Tian nói với tôi. "Tôi rất kính trọng anh ở chỗ anh có thể bỏ qua mọi chuyện mà những người khác bận tâm và chỉ tập trung làm toán thôi".

Trong lần tới Mỹ này, Perelman dường như được nghỉ ngơi và trở nên thân thiện tới mức, trong một cuộc nói chuyện buổi sáng của họ, Tian đã mạnh dạn bàn về chuyện lưu lại MIT của Perelman. Trường đại học này rất sẵn sàng mời và một số đồng nghiệp của Tian tối hôm trước cũng đã gặp và cố thuyết phục anh rằng nguồn lực to lớn của MIT sẽ cho phép anh làm việc có năng suất hơn. Và sáng đó Tian đã hỏi Perelman về phản ứng của anh. Mặc dù hết sức lịch sự và nhã nhặn nhưng Tian đã không nhắc lại với tôi những gì mà Perelman đã trả lời ông. "Anh ấy có đưa ra một số bình luận", Tian công nhận. "Nhưng tôi không muốn nhắc lại". Vấn đề không chỉ ở chỗ thời gian này Perelman không quan tâm đến chuyện ở lại Mỹ. Ý nghĩ giờ đây anh mới được ban thưởng một vị trí xứng đáng ở trường đại học này là điều xúc phạm đối với anh. Anh đã chờ đợi chức giáo sư chính thức từ tám năm trước. Bộ não của anh khi đó đâu có khác gì bây giờ; anh đã hoàn toàn xứng đáng, nhưng họ lại cứ muốn anh phải chứng minh khả năng dạy toán của mình. Giờ đây họ hành động cứ như là cuối cùng anh đã chứng minh được điều đó vây, khi mà thực tế anh đã chứng minh được Giả thuyết Poincaré và đây là phần thưởng riêng của nó.

Rồi hai người quay trở lại những bàn luận lịch sự của họ về các đa tạp, về metric và các đánh giá. Perelman chỉ tỏ ra bực tức một lần nữa trong những cuộc thảo luân của ho. Cái đầu tiên trong những cái mà Tian gọi là "các sự cổ" có lẽ đã xảy ra vào ngày 15 tháng 4, khi Perelman gần kết thúc thời gian ở MIT. Nguyên do là tờ New York Times đăng một bài báo nhan đề "Một người Nga thông báo rằng ông ta đã giải được một bài toán lừng danh". Gần như mỗi một từ trong nhan đề đó đã là một sư xúc pham đối với Perelman. Thực ra anh có "thông báo" gì đâu, anh rất thận trọng, chỉ khẳng định trong khi trả lời các câu hỏi trực tiếp. Gọi Giả thuyết Poincaré là một bài toán "lừng danh" và lại làm điều đó trong một tờ báo lưu hành đại chúng, theo quan điểm của Perelman là một điều thô tục vô ý thức. Và chính câu chuyện này lại chồng chất thêm các điều xúc pham trước đó. Đoan thứ tư trong bài báo bắt đầu như thế này: "Nếu chứng minh này được chấp nhận để đăng trong một tạp chí nghiên cứu có phản biện và sống sót sau hai năm được săm soi kỹ lưỡng, thì TS. Perelman có khả năng sẽ được ẵm giải thưởng một triệu đôla". Điều đó dường như ám chỉ rằng Perelman giải bài toán này cốt để giành lấy một triệu đôla nghĩa là anh cũng có quan tâm đến chuyện tiền bạc – và rằng thực tế anh đã gửi bài báo đó để công bố trong một tạp chí có phản biện. Tất cả những điều đó có thể được chứng minh là hoàn toàn sai sự thật. Perelman đã bắt đầu làm việc về giả thuyết này nhiều năm trước khi giải thưởng Clay được lập ra. Tuy rằng anh có dùng tiền và có một sự quý trọng nhất định đối với nó, nhưng anh cảm thấy ít cần đến tiền và chắc chắn không có ham muốn về nó. Cuối cùng, quyết định của anh đưa bài báo lên arXiv là một cuộc nổi loạn có chủ đích nhằm chống lại chính ý tưởng của các tạp chí

khoa học được phân phối bằng cách phải đặt mua. Và giờ đây khi đã giải được một trong những bài toán hóc búa nhất trong toán học, Perelman không muốn phải đề nghị ai đó phản biện chứng minh của anh để công bố.

Trước khi đến Mỹ, Perelman đã nói rất rõ ràng với những người đã hỏi anh - mà Mike Anderson là một người đã rất thận trọng hỏi - rằng lúc này anh không muốn bất cứ một sự quảng cáo nào ra bên ngoài cộng đồng toán học. Perelman không hề nói rằng anh không bao giờ muốn quảng cáo. Anh đã nói rõ ràng rằng anh nghĩ đây chưa phải là thời điểm thích hợp để làm việc đó. Là người rất chặt chẽ trong vấn đề nói chuyện với các nhà báo, nhưng anh lại hết sức thoải mái quảng cáo các bài thuyết trình cũng như các công trình của anh giữa các đồng nghiệp: anh rất vui lòng để cho các nhà tổ chức những buổi thuyết trình sử dụng danh sách chuyên nghiệp của họ (gồm tên và địa chỉ những người nhận ấn phẩm), khi họ thấy thích hợp. Anh tuyệt đối tin tưởng các nhà toán học nhưng theo bản năng anh không mấy tin các nhà báo. Bài báo đăng trên tờ New York Times không chỉ làm tăng thêm sự nghi ngờ của anh đối với báo giới - tác giả đã giải thích sai lầm các sự kiện và động cơ theo cách mà Perelman có lẽ rất sợ - mà nó còn phá vỡ niềm tin của anh với các đồng nghiệp, vì một trong hai phóng viên đã dẫn nguồn là một nhà toán học có tham dự seminar của Tian và các buổi thuyết trình của Perelman. Thomas Mrowka không phải là một nhà quan sát lười nhác nhưng ông đã đưa ra đánh giá như một cú hích hoàn hảo cho bài báo này và có lẽ vì thế đã làm cho Perelman e sơ: "Hoặc là anh ta đã chứng minh được hoặc là anh ta đã thực hiện được một bước tiến nào đó thực sự quan trọng mà chúng ta sắp được biết tới".

Vào ngày Perelman rời MIT, anh và Tian đi qua con sông tới vinh Back lich sử của Boston, điều mà Perelman rất thích thú. Anh thậm chí còn nói tới khả năng sẽ quay trở lại Mỹ; anh nói rằng anh đã nhận được lời mời từ Stanford, Berkeley, MIT - mà thực ra lúc đó anh có thể đưa ra bất cứ điều kiện gì anh muốn cho bất cứ một khoa toán nào trên khắp nước Mỹ. Sau bữa ăn trưa, hai nhà toán học thả bộ dọc theo bờ sông Charles. Rồi trạng thái thoải mái của Perelman chuyển dần sang lo lắng, vì anh tâm sự với Tian rằng giữa anh và Burago, và chung hơn là giữa anh và Viện toán học đã có chuyện cơm chẳng lành canh chẳng ngọt. Lại một lần nữa, Tian không muốn tiết lộ chi tiết hơn với tôi, mà chỉ nói rằng anh ngờ lần này bạn anh đúng. Nhưng sự đổ vỡ này người ta đã bàn tán ở St. Petersburg nhiều đến mức có thể dễ dàng biết được các chi tiết. Sư xung đột liên quan tới một nhà nghiên cứu khác làm việc trong lab của Burago. Việc làm những chú thích của người này đã cẩu thả tới mức mà theo Perelman, gần như là đạo văn. Lẽ ra người này phải tuân theo quy tắc làm chú thích đã được mọi người chấp nhận là dẫn chiếu đến sự xuất hiện mới nhất của điều cần chú thích chứ không phải cung cấp toàn bộ sự thật đã có sẵn về nguồn gốc của nó. Perelman đã yêu cầu Burago vốn là người rất rộng lượng bắt anh ta phải chịu mọi hình phạt, trừ hình phạt công khai về mặt khoa học. Theo đánh giá của Perelman thì sự từ chối của Burago đã khiến ông trở thành đồng lõa của điều mà chung qui lại cũng gần như là một tôi lỗi. Sư phê phán của Perelman đối với thầy hướng dẫn của mình đã nổ ra ở các cuộc họp của Viện Toán Steklov. Perelman đã bỏ lab của Burago và tìm được chỗ trú ẩn trong lab của Olga Ladyzhenskaya, một nhà toán học nổi tiếng đã đủ già và đủ khôn ngoan để chấp nhận Perelman đúng như anh vốn thế. Mọi người khác, kể cả Burago và Gromov, những người đã thấy Perelman gần

như chẳng có lỗi gì, dường như rất muốn tha thứ cho anh, nhưng họ không sao có thể hiểu được cách quan niệm của Perelman đối với việc làm chú thích như một cái gì đó ghê gớm, và theo họ đó chẳng qua may lắm chỉ là sự trái tính trái nết và tệ nhất cũng chỉ là tính hẹp hòi đến nực cười của anh.

- -

Sau những buổi thuyết trình ở MIT, Perelman tới New York City, nơi mẹ anh lại một lần nữa tới sống với những người thân. Anh dừng lại ở đây những ngày nghỉ cuối tuần rồi lên tàu hỏa đến Stony Brook vào tối chủ nhật. Mike Anderson đón anh ở ga và đưa anh tới nhà nghỉ. Perelman đã yêu cầu rất tường minh rằng chuyện ăn ở của anh là "khiêm tốn nhất có thể". Anh bắt đầu giảng bài vào ngay ngày hôm sau với một lịch giảng dạy sít sao trong hai tuần tiếp theo: buổi sáng giảng bài, còn buổi chiều là thảo luận. Đối với những người tham dự thì những phiên thảo luận này chẳng khác gì một sự thần kỳ. Đây là người mà một số trong họ chưa bao giờ nghe nói tới, còn những người khác thì đã tin rằng không còn ai có thể chinh phục được bài toán Poincaré, thì giờ đây người đó đã phô bày sự trong sáng tuyệt vời trong các bài giảng của mình và sự kiên nhẫn vô đối trong các phiên thảo luận.

Đó là bởi vì Perelman đã được dạy rằng toán học cần được thực hành. Anh đi tới giảng đường mỗi ngày, thực hiện chức phận của mình và điều đó đã giải thích cả tính trong sáng cũng như sự kiên nhẫn của anh. Nhưng ở thế giới bên ngoài các giảng đường của Stony Brook, mọi thứ lại ngày càng rời xa những kỳ vọng của anh. Vào ngày anh tới Stony Brook, tờ *New York Times* lại cho đăng một bài

báo khác. Bài này cũng mở đầu bằng một phát biểu, không chính xác, rằng Perelman tuyên bố đã chứng minh được Giả thuyết Poincaré và chắp nối lời giải này với giải thưởng một triệu đôla, rồi sau đó bài báo đã trích dẫn một nguồn duy nhất, đó là Michael Freedman, nhà toán học đã được nhận Huy chương Fields sau khi giải được Bài toán Poincaré cho trường hợp bốn chiều và hiện đang làm việc cho Microsoft. Freedman đã gọi thành tựu của Perelman là "nỗi buồn nhỏ" đối với topo học, đó là điều không thể tin được: Perelman đã giải được bài toán lớn nhất trong lĩnh vực này, điều đó đã làm cho nó trở nên ít hấp dẫn hơn, ông lập luận, và "bạn sẽ không thể có được những người trẻ tuổi xuất sắc như bây giờ nữa".

Điều này có lẽ là một điều xúc phạm khá nghiêm trọng. Sau đổ võ của Perelman với Burago, nhóm kiểm tra chứng minh của anh ban đầu vốn đã nhỏ, giờ thu lại chỉ còn ít người có thể hiểu được chứng minh của anh. Trở về MIT, Perelman nói với Tian rằng phải mất một năm rưỡi đến hai năm người ta mới hiểu hết chứng minh của anh. Nhưng với ai đó như Freedman thì hy vọng có thể ngay lập tức nắm được tổng thể vẻ đẹp – và cả tính đúng đắn nữa – trong lời giải của Perelman. Việc lừa gạt nói rằng chứng minh của Perelman là một trở lực đối với sự tiến bộ của lĩnh vực mà một thời hai người đã từng chia sẻ, và lại nói trắng ra như thế trong một cuộc phỏng vấn với phóng viên một tờ báo mà bạn đọc của nó không bao giờ hiểu được bài toán cũng như lời giải của bài toán đó, hẳn sẽ rất tai hại, và vì thế phản ứng của Freedman như tờ báo nói lại càng phi lý.

Nếu ai đó có đủ thẩm quyền để nói về những điều mà Perelman đã làm – đặc biệt là những điều anh trình bày trong bài báo thứ nhất của mình – thì người đó phải là Richard Hamilton. Xét cho cùng thì Perelman đã đi theo chương trình của Hamilton. Một

trong những khía canh la lùng nhất và cũng bi kich nhất của câu chuyện này là phạm vi mà các quỹ đạo của Perelman và của Hamilton lạc mất nhau. Perelman không thuộc nhóm mà Anderson gọi là "công đồng dòng Ricci", một công đồng lớn lên xung quanh Hamilton trong hai thập kỷ ông ra sức buộc cái ma trận đó phải phù hợp với Giả thuyết Poincaré. Perelman rõ ràng đã hai lần tiếp cận Hamilton - một lần sau bài giảng của ông và một lần nữa trong bài viết sau khi anh trở về St. Petersburg. Cả hai lần Perelman đều hỏi về sự phân loại của cái gì đó mà Hamilton đã nói hoặc đã viết. Trong trường hợp thứ hai, Hamilton không trả lời - một điều mà Perelman có thể hiểu rõ nếu như anh buộc những người khác phải tuân theo đúng những chuẩn mực hành xử như bản thân anh. Thực tế, vì những lý do hoàn toàn khác với của Perelman, Hamilton, theo nhận xét chung là người dễ tiếp xúc, một điều không mấy điển hình đối với các nhà toán học, nhưng ông có xu hướng lảng tránh, đôi khi ẩn dật, và thường rất chậm trả lời thư tín và điện thoại. Nhưng lẽ ra phải chấp nhận thói quen đó của Hamilton thì Perelman lại cảm thấy rất thất vọng trước sự im lặng của ông; nói chung, anh luôn kỳ vọng những nhu cầu riêng của mình, dù rất ít ỏi, phải được đáp ứng.

Và giờ đây, Hamilton cũng giữ im lặng. Việc ông không tham dự các buổi thuyết trình của Perelman ở MIT là đáng thất vọng, nhưng có thể hiểu được. Nhưng khi Perelman bắt đầu thuyết trình ở Stony Brook, chỉ cách New York City, nơi Hamilton đang giảng dạy ở Đại học Columbia một tiếng rưỡi đồng hồ đi xe lửa, thì sự vắng mặt của Hamilton trong khi các nhà toán học khác ở New York đều tới dự đã thu hút sự chú ý của mọi người. Một người trong số họ là John Morgan đã đề nghị Perelman tới thuyết trình tại Đại học Columbia

vào ngày nghỉ cuối tuần đó. Perelman đã đồng ý, nhưng rồi sau đó anh cũng đồng ý thuyết trình vào cuối tuần đó tại Princeton.

Vào thứ sáu, ngày 25 tháng 4, Perelman đã thuyết trình tại Princeton. Đại học này lại có nhã ý mời anh ở lại, nhưng Perelman đã từ chối. Ngày thứ bảy, anh thuyết trình tại Đại học Columbia. Hamilton đã tới dự và ở lại thảo luận sau bữa ăn trưa cho tới khi những người duy nhất còn lại trong phòng là ông, Perelman, Morgan và Gromov (lúc đó làm việc ở Viện Courant). "Tất cả mọi người đều chờ đợi Richard lên tiếng ủng hộ hay không ủng hộ chứng minh của Perelman", Morgan nói với tôi. "Vì đây là lý thuyết của ông và ý tưởng cũng của ông. Ông chính là người rõ ràng có đủ tư cách để phán xử nó".

Và ông đã lên tiếng. Đây chính là chỗ xảy ra rắc rối. "Richard ngay từ đầu đã muốn và đã thừa nhận rằng những kết quả trong bài báo thứ nhất của Perelman là đúng và là một bước tiến rất to lớn", Morgan nói, giờ đây ông cố gắng diễn giải một cách thận trọng để không làm mất lòng Hamilton. Bài báo thứ nhất của Perelman chỉ đề cập đến dòng Ricci, một phát minh của Hamilton và là lĩnh vực hoàn toàn tự tin của ông. Bài báo thứ hai đề cập tới dòng Ricci có sửa chữa, cũng lại là một phát minh của Hamilton nhưng trong cách xử lý của Perelman, nó được pha trộn với các không gian Alexandrov và công trình này Perelman đã làm chung với Gromov và Burago. Ở đây Hamilton không còn là một chuyên gia hàng đầu nữa, và điều đó có thể vừa khiến ông thiếu tự tin hơn vừa có hy vọng hơn là Perelman đã sai. "Theo tôi ông ấy đã nghĩ Chà, đây là một sai lầm", Morgan nói, "và nếu quả là có sai lầm thì nó sẽ dành chỗ cho tôi tạo ra được cái gì đó còn hơn là tôi mong muốn được đóng góp". Vì vậy tôi nghĩ ông ấy là mẫu người ưa giấu giếm, không muốn nói ra những nhận xét của mình, đợi xem sao". Nếu như có cơ may là Perelman đã đi theo một đường lối sai trong bài báo thứ hai thì một ai đó khác, mà logic nhất là chính Hamilton, sẽ xây dựng trên những đột phá của Perelman trong bài báo thứ nhất. Tuy nhiên, tất cả những điều đó chỉ là phỏng đoán mà thôi: khi Hamilton nói về công trình của Perelman một cách công khai, ông đã rất hào hiệp; đơn giản là ông rất hiếm khi nói như thế, và điều này nằm ngoài sự chờ đợi của nhiều người – kể cả Perelman.

Ngày hôm đó ở Đại học Columbia, Morgan nhớ lại, "Điều đó rất phù hợp nhưng hơi xa cách. Dường như không có sự căng thẳng công khai nào. Grisha không hề tỏ ra gây hấn với ai. Và nếu nhìn từ bên ngoài thì nó chẳng khác gì những cuộc trao đổi khác về toán học: những ý tưởng đến rồi đi. Nói cách khác, bất kể những cảm xúc riêng của Hamilton là như thế nào về sự xa cách của mình, nhưng ít nhất trong cuộc trao đổi hôm đó ông tỏ ra rất bình thường".

Morgan đã mời Perelman đến nhà ông ăn trưa vào sáng hôm sau. "Và anh ấy nói, 'Này, có những ai ở đó nữa?' Tôi nói, 'À, vợ và con gái tôi thôi mà, nếu muốn tôi có thể mời thêm đôi ba người nữa. Anh nói, 'Ô, không, tôi không nghĩ như vậy'. Thực ra, nếu là một nhóm các nhà toán học thì có thể anh ấy cũng sẽ tới, nếu là một tụ tập có tính chất xã giao thì anh ấy hoàn toàn không quan tâm". Ngày hôm đó, Perelman đi chơi New York cùng với Gromov và nói chuyện với ông ấy về Giả thuyết Poincaré và về những rạn nứt trong quan hệ của anh với Burago. Sau đó anh quay về Brighton Beach, nơi mẹ anh đang ở và lập kế hoạch tối hôm sau trở về Stony Brook tiếp tục giảng bài và thảo luận thêm một tuần nữa.

Perelman trở về Stony Brook, trong lòng không được phấn chấn lắm. Anh nói với Anderson là anh rất thất vọng về trình độ các câu hỏi mà Hamilton đã hỏi anh: dường như nhà phát minh ra dòng Ricci đã không dành thời gian tìm hiểu sâu về chứng minh của anh. Rất có thể những nguyên nhân của chuyện này rất phức tạp: Hamilton vốn dị ứng với công trình rất được chú ý này của Perelman và ngoài ra, cả về mặt tâm lý lẫn toán học, thật khó hấp thu một đột phá qua bức tường mà trong suốt hai mươi năm ông đã vật vã đập đầu vào đó. Nhưng cũng giống như hai mươi năm trước, trong khi Perelman có thể vô cùng kiên nhẫn, lặp đi lặp lại những diễn giải cho các thính giả quan tâm, thì anh không thể hình dung lại có ai đó có thời khó khăn với những điều mà đối với anh, hoàn toàn rõ ràng và gần như là hiển nhiên.

Perelman quá bực mình với những ý định săn đón dai dẳng của Đại học Princeton. Có ai đó ở trường đã gọi điện cho Anderson sau buổi thuyết trình của Perelman đề nghị giúp đỡ trong việc tuyển Perelman. Theo yêu cầu của anh, Anderson đã lảng tránh, không giúp, nhưng dù sao Princeton cũng đã chính thức gửi thư mời cho anh, khiến anh rất bực mình. "Họ quá thúc ép", anh nói với Anderson. Trong rất nhiều quy tắc hành xử của Perelman, đã được nói ra và có lẽ đã được phát biểu ít năm sau lời mời lần thứ nhất của Princeton, có một quy tắc nói rằng: "không nên ép buộc mình theo ai đó". Princeton đã xúc phạm Perelman khi đã từng yêu cầu anh làm đơn xin việc, và giờ đây lại xúc phạm anh một lần nữa do quá sốt sắng trong việc tuyển dụng anh.

Anderson ngoài việc tỏ ra khâm phục Perelman một cách hết sức chân thành ra, dường như ông cũng đã rất tinh tường nhận thấy những giới hạn của Perelman, rõ ràng ông hoàn toàn không muốn

làm Perelman bực mình trong khi vẫn theo đuổi cùng một kế hoạch như tất cả những vị chủ nhà người Mỹ khác: đó là thuyết phục anh ở lại trường đại học của ông và kéo anh ra với môi trường xã hội. Hằng ngày Anderson rất tốn công để thuyết phục anh đi ăn tối và thỉnh thoảng ông đã thành công. Ông cũng tổ chức những bữa tiệc tối tại nhà dành cho Perelman, bây giờ nhìn lại cũng gây chút tai họa: Anderson và Cheeger, bạn ông, đã to tiếng với nhau về cuộc tấn công của Mỹ vào Iraq: Cheeger ủng hộ còn Anderson thì không. Anderson nhớ lại rằng khi đó ông rất tức giận. "Grisha thì chỉ ngồi nghe", ông nói. "Anh ấy không có ý kiến gì". Tất nhiên, quan điểm mà anh luôn giữ vững, đó là bàn về chính trị bao giờ cũng thấp hơn phẩm giá của nhà toán học.

Anderson đưa Perelman tới gặp Jim Simsons, một con người kỳ tài, người đã làm biến đổi khoa Toán của trường Stony Brook thành một trong những khoa Toán hàng đầu nước Mỹ. Sau này ông trở thành người quản lý của một mô hình đầu tư tập thể và trở nên rất giàu có. Ông đã chia sẻ tài sản của ông với nhiều tổ chức từ thiện cũng như với Đại học Stony Brook. "Và Simsons đã nói thẳng ra rằng ông rất muốn Grisha tới đây – với bất cứ điều kiện nào mà anh muốn, với mức lương bao nhiêu cũng được và thậm chí một năm tới đây một tháng thôi cũng được", Anderson nói, "bởi vì Simsons có nhiều ảnh hưởng và tiền bạc để đảm bảo điều đó. Nhưng Grisha nói, 'Cám ơn ông, thật tuyệt vời, nhưng tôi không muốn nói về chuyện đó lúc này. Tôi cần phải trở về St. Petersburg để giảng dạy cho các em học sinh trung học'. Anh đã có cam kết vào mùa thu năm 2003".

Chỉ chính Perelman mới có thể hiểu được đầy đủ câu trả lời của anh. Một chuyện tiếu lâm phổ biến của Nga kể rằng có một diễn viên được một hãng phim lớn ở Hollywood săn đón. Diễn viên này

được hứa hẹn sẽ trở thành ngôi sao trong một bộ phim và anh rất hứng khởi, cho tới khi anh phát hiện ra rằng bộ phim dự kiến sẽ được quay vào tháng 12. "Tôi không thể tham gia được", anh nói. "Tôi còn phải tham gia các buổi liên hoan mừng Năm mới", điều này có nghĩa là anh sẽ đóng vai Ông già Tuyết trong các buổi liên hoan của trẻ em. Và vì anh đánh giá quá cao chiếc xe độc mã hai bánh nên đã bỏ lỡ cơ hội của cả một đời người. Lời từ chối của Perelman nghe thật vô lý và thật cảm động, nhưng rõ ràng đó chỉ là cái cớ để từ chối. Thực ra, cam kết duy nhất của Perelman vào mùa thu năm 2003 chỉ là dự cuộc thi toán dài ngày tại một trường chuyên toán – lý ở St. Petersburg, kỳ thi mà anh đã từng tham dự nhưng nó hoàn toàn không cản trở anh chấp nhận lời mời ở lại của bất cứ trường đại học nào tại Mỹ. Nguyên nhân thực của việc anh từ chối thật đơn giản: anh rất ghét ý tưởng trở thành thứ tài sản quý giá của một khoa nào đó.

Perelman trở về Nga vào cuối tháng 4. Anh đã đưa lên mạng bài báo thứ ba, bài cuối cùng trong loạt các bài preprint về Giả thuyết Poincaré vào ngày 17 tháng 7. Lần này bài chỉ có bảy trang. Những cuộc thảo luận vẫn diễn ra nhưng không có sự hiện diện của anh. Vào tháng 6, Kleiner và một đồng nghiệp của ông ở Đại học Chicago là John Lott đã khởi đầu một trang web trong đó đăng các nhận xét của họ về bài báo đầu tiên của Perelman. Vào cuối năm đó, Viện Toán học của Mỹ ở Palo Alto và Viện Nghiên cứu Khoa học Toán học ở Berkeley đã phối hợp tổ chức một hội thảo về bài preprint thứ nhất, trong đó Kleiner, Lott, Tian và Morgan là những người

tham gia tích cực nhất. Vào mùa hè năm 2004, tất cả bốn người trên đều tham dự một hội thảo ở Princeton do Viện Clay tài trợ. Viện này với tư cách là người điều hành giải thưởng một triệu đôla đã đầu tư để động viên việc đánh giá chứng minh của Perelman. Xung quanh khoảng thời gian diễn ra hội thảo ở Viện Clay, bốn nhà toán học nói trên, những người chủ yếu tham gia đọc kỹ các bài báo của Perelman, dường như đã xua tan mọi nghi ngờ còn sót lại đối với sự đúng đắn trong chứng minh của Perelman. Dường như cũng có một vài sai sót và có nhiều chỗ hổng trong câu chuyện mà Perelman trình bày, nhưng tất cả những cái đó không hề chống lại khẳng định rằng Perelman đã chứng minh được Giả thuyết Poincaré và có lẽ cả Giả thuyết Hình học hóa nữa (sự đồng thuận về giả thuyết thứ hai đến hơi sau một chút). Đúng như Perelman dự đoán, quá trình thẩm định phải kéo dài tới một năm rưỡi kể từ khi các đồng nghiệp bắt đầu nghiên cứu chứng minh của anh.

Sau hội thảo mùa hè 2004, Tian và Morgan quyết định cộng tác viết một quyển sách về chứng minh của Perelman; cuối cùng quyển sách đã được Viện Clay xuất bản và chính Viện này cũng đã tài trợ cho công trình của Kleiner và Lott. Trong mùa hè 2005, Viện cũng đã tài trợ cho một hội thảo kéo dài một tháng về chứng minh của Perelman. Việc nghiên cứu các preprint đã biến thành một ngành thủ công đúng như nó cần phải thế; nhiều nhà toán học tham gia đã từng tiêu tốn một phần đáng kể cuộc đời nghề nghiệp của mình để công phá các giả thuyết này, và giờ đây mỗi người trong họ đã hy sinh hy vọng trở thành ngôi sao trong sự nghiệp đó để đóng vai trò hỗ trợ cho sản phẩm toán học lớn nhất của thời đại.

Nếu như Perelman đi theo con đường truyền thống, tức là viết các bài báo rồi gửi cho một tạp chí toán học thì công trình của anh

khó mà được săm soi kỹ lưỡng như thế. Tạp chí này sẽ gửi các bài báo của anh cho các đồng nghiệp để phản biện. Vì cộng đồng các nhà topo học khá hẹp, nên những người này chắc hẳn cũng chính là những người bây giờ đang kiểm tra kỹ lưỡng các preprint của anh. Sự khác nhau ở chỗ, những người phản biện sẽ đọc bài báo của anh trong riêng tư chứ không phải trong một seminar, hội thảo hay một trường mùa hè, và họ tiết lộ những kết quả kiểm định của họ trong một bức thư gửi cho tạp chí chứ không phải trong những nhân xét gửi lên mạng để tất cả các bên quan tâm đều được xem. Quá trình Perelman khởi động bằng cách đưa chứng minh của anh lên mạng dưới dạng rất cô đọng chắc chắn sẽ thu hút số lượng người quan tâm không kém gì công bố trên một tạp chí, nhưng hóa ra lại có tính công tác và công khai hơn nhiều so với thủ tục truyền thống. Và nó cũng nhanh hơn: trước khi công bố, Perelman không phải mất thường là hàng tháng hoặc cả năm để sắp xếp, bố cục những kết quả của anh trong một diễn trình toán học truyền thống. Cuộc nổi loạn của Perelman chống lại những quy ước của việc công bố các công trình khoa học không dựa trên một hệ tư tưởng nào, mà đơn giản là anh không dùng và do đó không đếm xia đến chúng.

Nhưng ở bên ngoài khuôn khổ công bố truyền thống đó, các nhà toán học như Kleiner, Lott, Tian và Morgan, những người không chỉ tìm hiểu mà còn phải giải thích chứng minh của Perelman nữa thì họ đóng vai trò gì? Theo một nghĩa nào đó, họ trở thành đồng tác giả. Perelman đã từng là đồng tác giả của một trong những bài báo đầu tay quan trọng nhất của anh theo cách tương tự. Khi tôi hỏi Gromov viết một bài báo với Perelman là như thế nào, ông nói, "Nó chẳng như thế nào cả. Tôi thực sự không có tương tác trao đổi gì với anh ta. Burago tới đây và chúng tôi nói chuyện với nhau,

rồi sau đó Burago trở về nói chuyện với Perelman, và tôi đoán là Perelman đã viết tất cả".

"Thế ông không xem qua bản thảo à?"

"Không".

"Thế không sợ rằng ai đó phạm sai sót trong quá trình viết à?"

"Có chứ. Hay có lắm. Chuyện thường xảy ra là ai đó viết một phần của công trình và ai đó khác viết một phần khác, và chúng thực sự chẳng ăn khớp gì với nhau cả. Ngay cả một số nhà toán học nổi tiếng cũng đã có những bài báo tệ như vậy".

"Nhưng đó không phải là nguyên nhân phải đọc bản thảo sao?"

"Bản thảo ư? Tất nhiên là không. Đọc một công trình mà anh đã làm xong rồi sẽ chẳng hứng thú gì. Làm xong là quên thôi".

Đó là trường phái Perelman. Trong khi anh giảng ở Stony Brook, Kleiner và Lott thấy anh thật dễ gần và sẵn lòng trao đổi về chứng minh của anh như bất kỳ một nhà toán học nào. Nhưng vào cuối thời gian lưu lại của anh, khi Kleiner và Lott hỏi anh có thể xem qua giúp vài bài báo ngắn sau khi hoàn thành không thì anh nói ngay rằng anh không muốn. "Anh ấy không muốn bỏ ra dù chỉ ba mươi phút để xem qua và cho nhận xét", Kleiner nhớ lại. Năm năm sau ông vẫn còn cảm thấy sững sờ trước phản ứng như thế của Perelman. "Đối với một loại sự vật điển hình thì người ta chỉ có thể chờ đợi ở mức tối thiểu. Nhưng cô biết đấy, Perelman đâu có phải là một chàng trai điển hình". Như Kleiner nhớ lại, Perelman đã giải thích rằng khi xem mấy bài báo ngắn của họ vô hình trung anh phải chịu trách nhiệm cho công trình mà Kleiner và Lott đã làm. Đây là sự kết hợp hoàn hảo của ý thức quá đáng về trách nhiệm cá nhân và quan niệm duy ngã không kém của Perelman

về tầm quan trọng của bài toán đã cho bất kỳ. Ở trung tâm của vũ trụ mà Perelman đang đứng, Giả thuyết Poincaré đã lùi về dĩ vãng. Như Gromov đã nói, "Bạn làm xong, rồi quên đi". Perelman biết rằng chỉ mấy tháng sau, một khi Kleiner và Lott hoàn thành công trình của mình, anh sẽ không còn quan tâm đến chuyện bàn về Poincaré nữa.

Kleiner và Lott vẫn tiếp tục làm việc về những preprint của Perelman mà không có Perelman. Trong quá trình đó, họ đã phát hiện ra một số vấn đề, đặc biệt Kleiner tin chắc rằng họ đã tìm ra một lỗi nghiêm trọng, có thể là lỗi chết người, nhưng Lott đã cảnh tỉnh ông về ý tưởng đó – và họ đã phát hiện ra rằng ngay cả trong các preprint hết sức cô đọng, Perelman vẫn rất trung thành với cách chuyển tải không nhiều về lời giải của bài toán như một câu chuyện về mối quan hệ của anh với bài toán đó. Khi sự khảo sát của Kleiner và Lott tiến tới cuối preprint thứ nhất, họ thấy rằng một số đoạn trước của bài báo là các mảng độc lập không mấy ảnh hưởng đến đường hướng cuối cùng của chứng minh.

Tháng 9 năm 2004, sau hội thảo ở Viện Clay, Tian gửi cho Perelman một bức e-mail "nói rằng chúng tôi giờ đây đã hiểu được chứng minh của anh". Ông đã chỉ ra rằng thế là một năm rưỡi đã trôi qua kể từ ngày họ cùng nhau dạo chơi trên bờ sông Charles. Tian hỏi Perelman có định công bố các preprint của anh hay không vì ông và Morgan đã tính đến chuyện viết một cuốn sách. Và Perelman đã không trả lời. "Anh ấy có thể nghĩ rằng việc đưa lên arXiv các preprint của mình thế là đủ rồi", Tian gợi ý khi nói chuyện với tôi. "Mà cũng có thể vào thời gian đó anh ấy hơi khó chịu với tôi. Tôi đã cố tránh nói chuyện với các phóng viên, bởi vì thứ nhất, nói chuyện với họ tôi cũng chẳng thích thú gì; thứ hai, cũng mất thời gian". Nhưng trong mùa xuân 2004, theo yêu cầu của một người

bạn, Tian đã phá vỡ sự im lặng của mình và đã nói chuyện với một phóng viên độc lập làm việc cho tờ *Science*, <sup>1</sup> giờ đây ông ngờ rằng Perelman đã biết được chuyện ấy, và việc không viết thư trả lời là do nguyên nhân đó. Nhưng cũng có nhiều khả năng Perelman cảm thấy không có gì để nói. Tiên đoán của anh về chứng minh hóa ra là đúng và anh không bao giờ có ý định công bố các preprint của anh nữa, vậy thì tại sao lại phải bình luận thêm làm gì?

Trong chuyện này Morgan may mắn hơn. Trong cặp song mã Tian-Morgan, Morgan là người viết thư cho Perelman để hỏi những câu hỏi về toán học. Ông luôn kinh ngạc về tính chính xác của những câu trả lời mà ông nhận được. "Tôi muốn hỏi Perelman một câu hỏi về toán học và gần như ngay lập tức tôi nhận được câu trả lời mà tôi mong đợi", Morgan nói với tôi. "Bây giờ sự trao đổi về toán học điển hình hơn nhiều là thế này: anh hỏi một câu hỏi, người mà anh hỏi hoặc hoàn toàn không hiểu điều anh hỏi hoặc vì anh ta tiếp cận nó từ bên trong một quan niệm khác, nên trả lời nó hơi lệch khỏi cái mà anh mong đợi. Vậy là anh sẽ phải hỏi lại, phải phát biểu lại và chỉnh sửa lại cho chính xác hơn. Và khi đó có thể anh mới nhận được câu trả lời thực sự mà anh tìm kiếm. Điều đó không bao giờ xảy ra với Perelman, một khi tôi hỏi anh, thì tựa như anh đã biết chính xác điều gì tôi đang nhầm lẫn hoặc chưa hiểu, chính xác điều gì mà tôi đang cần để làm sáng tỏ tình huống đó".

Thế là Morgan lại thử vận may của mình với những câu hỏi khác. Ông có vài tập câu hỏi có tính thúc ép. Thứ nhất, ông muốn thấy các preprint của Perelman dưới dạng công bố – có thể chỉ vì lý do lưu giữ lại về mặt lịch sử. Ông cũng gợi ý rằng chính ông sẽ tự tay

<sup>1.</sup> Một tạp chí khoa học nổi tiếng của Mỹ.

biên tập và đăng trong một tạp chí mà ông là đồng chủ bút. Ông cũng mời Perelman tới Đại học Columbia. "Anh có muốn tới đây một tuần, một tháng, một học kỳ, một năm, hoặc cả phần còn lại của cuộc đời mình không?" Morgan thận trọng chèn những câu hỏi đại loại như thế giữa những câu hỏi về toán học. "Và tôi đã nhận được những câu trả lời đại loại như thế này: 'Trả lời cho câu hỏi số một là như thế này; đây là trả lời cho câu hỏi số hai. Còn những câu hỏi khác tôi không trả lời. Như vậy Perelman đã thừa nhận chúng, thế là đã nhiều hơn so với những gì anh đã làm với đa số những người khác". Nhưng trả lời những câu hỏi đó thì Perelman dứt khoát là không. Sau một thời gian, Morgan cũng thôi không đặt cho anh những câu hỏi về toán học nữa.

Khi Morgan và Tian hoàn tất bản thảo cuốn sách của họ vào năm 2006, họ có gửi cho Perelman một bản, nhưng gói bưu phẩm đã được trả lại với dấu đóng NGƯỜI NHẬN TỪ CHỐI.

## X

## Sự điên rồ

Perelman trở về St. Petersburg vào tháng 5 năm 2004. Cuối xuân là thời gian duy nhất St. Petersburg không chỉ rất sinh động mà còn rất hấp dẫn. Cái sắc xám của nó nhường chỗ cho thứ ánh sáng mềm mại và se lạnh, xua tan sự u ám vào đêm. Các cư dân của thành phố đổ ra những con đường đi bộ và bờ sông, bắt đầu những cuộc đi dạo mà họ phải ngừng trong những tháng mùa đông ẩm ướt và lạnh giá. Perelman, người luôn luôn đi bộ, và Rukshin, người xem trách nhiệm của mình là làm cho mọi thứ ở St. Petersburg trở nên đẹp đẽ, cũng ra đường dạo bộ. Thời tiết dường như chẳng khác gì mấy tuần trước đây ở Boston, khi Perelman đi dạo cùng với Tian dọc bờ sông Charles. Anh nói nhiều về cũng chính những điều ấy nhưng lần này nhấn mạnh hơn, mà cũng có thể là do Rukshin nghe rõ hơn, to hơn. Perelman nói rằng anh rất thất vọng về thế giới toán học.

"Cậu ấy phải mất tám, chín năm mới giải được bài toán Poincaré", Rukshin nói với tôi khi nhớ lại cuộc trò chuyện đó. "Giờ đây cứ thử hình dung xem, suốt tám năm trời bạn không biết đứa con của mình, sinh ra đã quặt quẹo, liệu có sống sót không. Bạn đã phải

mất tám năm chăm sóc nó cả ngày lẫn đêm. Bây giờ nó đã lớn lên khỏe mạnh. Từ một con vịt xấu xí nó đã trở thành một con thiên nga xinh đẹp. Và bây giờ ai đó lại nói với bạn, 'Tại sao anh lại không bán nó cho tôi? Đây là số tiền trợ cấp, trong nửa năm hay một năm có thể chúng ta sẽ công bố công trình cùng với nhau, và biến nó thành những kết quả chung".

Thông thường, khi bạn nói chuyện với một nhà toán học, việc chỉ ra những lỗi logic sẽ làm cho cuộc trao đổi được mở mang thêm. Nhưng rõ ràng điều đó không đúng ở đây. Thứ nhất, không ai lại gửi ra ngoài đời một đứa trẻ non tơ 8 tuổi cả và cũng không ai lại cảm thấy bị xúc phạm nếu, chẳng hạn, đứa con 18 tuổi của họ được thu xếp cho một suất ở trường đại học. Vấn đề là ở chỗ, ngay cả nếu Rukshin có vặn vẹo logic của những điều Perelman kể với ông, thì đó chẳng qua là ông đã chuyển tải rất đúng những cảm xúc của mình mà thôi. Theo một nghĩa nào đó, có thể nói một cách chính xác đây là một sự so sánh khập khiếng: Chứng minh Giả thuyết Poincaré của Perelman không hề mong manh và có giá trị như một đứa bé, nhưng trải nghiệm của anh về sự không tương xứng giữa thành tựu anh đạt được và phần thưởng công người ta ban cho cũng giống như trải nghiệm của một bậc cha mẹ quá thương yêu con được người ta đưa tiền để lấy đi đứa con của mình. Rukshin, người luôn nghi ngờ thế giới nói chung và vốn có mặc cảm bị khinh thị, chắc hẳn đã thêm những diễn giải riêng của mình vào gánh nặng tình cảm của Perelman. Chính điều này đã giải thích tại sao trong khi kể lại, những lời mời nhận chức giáo sư đã biến thành ý đồ không hề che dấu là mua quyền đồng tác giả của chứng minh đó, và tại sao trong trí tưởng tượng của Rukshin và có thể của cả Perelman nữa, những công trình của Kleiner và Lott cũng như những công trình sau đó

của Tian và Morgan nhằm diễn giải chứng minh của Perelman đều biến thành những ý đồ chiếm đoạt lấy danh vọng dành cho chứng minh đó.

Rukshin kết luận: "Thế giới khoa học – thứ khoa học mà Perelman coi là trung thực nhất trong số các khoa học – đã quay cái mặt trái của nó lại phía cậu. Nó đã nhơ nhớp và biến thành một thứ hàng hóa".

Perelman cũng đã kể lại những hồi ức nặng nề tương tự về chuyến đi thuyết trình của mình với một vài đồng nghiệp khác ở St. Petersburg. Họ cũng đã tô vẽ thêm câu chuyện của anh với những chi tiết để biện minh cho sự tức giận và đau lòng của anh. Chẳng hạn, có một người nói với tôi rằng Perelman đã bị xúc phạm khi Hamilton "bỏ ra khỏi buổi thuyết trình và dẫm cả vào chân anh". Khi tôi hỏi lại để làm rõ thì người nói chuyện thừa nhận, "ấy là tôi thêm vào chi tiết dẫm vào chân. Nhưng từ những điều tôi được nghe thì hóa ra Hamilton đã bỏ ra ngoài một cách hơi lộ liễu".

Khi Perelman gặp hai nhà báo của tờ *New Yorker* vào mùa hè 2006, anh đã nói với họ rằng Hamilton đã đến muộn trong buổi thuyết trình của anh và không đặt câu hỏi nào trong phiên thảo luận và lúc ăn trưa – một điều mâu thuẫn với hồi ức của Morgan. Nhưng chắc chắn Hamilton đã không hỏi những câu hỏi để Perelman thấy rằng ông đã nghiêm túc bỏ ra nhiều công sức tìm hiểu công trình của anh. "Tôi là một môn đệ của Hamilton, mặc dù tôi không nhận được sự thừa nhận của ông", Perelman đã nói như thế với tờ *New Yorker* và nói thêm, "Tôi có cảm tưởng rằng ông ấy mới chỉ đọc phần đầu bài báo của tôi".

Perelman càng nói về sự thất vọng của mình đối với cộng đồng toán học và những người quen biết càng tô vẽ những câu chuyện của

anh với các chi tiết bịa đặt, thì cảm giác của anh về sự phản bội càng thêm sâu sắc. Thế giới của anh, một thế giới đã bắt đầu thu hẹp lại từ năm đầu tiên ở trường đại học, sau đó hơi mở rộng ra một chút trong hai lần sang Mỹ, và rồi bây giờ, cuối cùng nó lại đang tiến tới thu hẹp lại. Giống như một dải cao su không tránh khỏi sẽ trượt ra khỏi mặt cầu, thế giới của anh rồi sẽ co lại thành một điểm.

Từ thời điểm Perelman bước chân vào câu lac bô toán học của Rukshin ở tuổi lên 10 – mà cũng có thể từ thời điểm sớm hơn nhiều, khi mẹ anh tới nói với giáo sư của mình rằng bà sẽ bỏ toán học vì sắp có con - thì Perelman đã là một dự án toán học dưới dạng một con người. Anh đã được mẹ mình nuôi dạy, được Rukshin hậu thuẫn, được Ryzhik săn sóc, được Abramov huấn luyện, được Alexandrov bảo trợ, được Burago nâng niu, và được Gromov khuyến khích, sao cho anh có thể làm toán thuần túy trong một thế giới toán học thuần túy. Perelman đã đáp đền các thầy giáo và những ân nhân của mình bằng cách làm đúng điều đó: nghĩa là giải bài toán khó nhất mà anh đã tìm thấy - và bằng cách hiến dâng mình một cách trọn ven cho quá trình đó. Và khi hoàn thành, anh đã chờ đợi nhiều thứ. Cũng như anh đã tin rằng anh không nên bỏ mũ lông ra và bất chấp mọi bằng chứng, anh luôn tin vào sự trọng dụng nhân tài, do đó giờ đây anh đã có trong đầu một bức tranh hoàn hảo về cách thức các sự vật cần phải diễn ra. Về căn bản anh vốn đã có một kịch bản. Theo kịch bản này thì rõ ràng Hamilton sẽ phải tới dự tất cả các buổi thuyết trình của anh ở Stony Brook, thậm chí có thể cả buổi thuyết trình đầu tiên của anh ở MIT. Hamilton và toàn bộ cộng đồng dòng Ricci sẽ phải đào sâu vào chứng minh của anh, và đem hết nỗ lực để tìm hiểu nó. Rồi các nhà toán học khác cũng sẽ phải làm như vậy; đó là cách tự nhiên để đáp lại sự đóng góp của anh và để chứng tỏ sự cảm thụ toán học.

Sư thất vong của Perelman về Hamilton lai càng đau đớn hơn vì rõ ràng anh đã thừa nhận Hamilton là thành viên thuộc đẳng cấp tinh hoa của toán học thuần túy. Trong cuộc trò chuyện của anh với hai phóng viên tờ New Yorker, để làm sáng tỏ điều này, Perelman có nhớ lại lần gặp đầu tiên của anh với Hamilton, ở Princeton: "Tôi thực sự muốn hỏi ông vài điều, Perelman nhớ lại. Ông ấy mim cười và ngồi nghe hết sức kiện nhẫn. Ông ấy thực sự có nói với tôi vài điều mà ông ấy đã công bố ít năm sau. Ông không hề lưỡng lự gì khi nói với tôi. Sự cởi mở và nhân hậu của ông là điều thực sự đã hấp dẫn tôi. Tôi không thể nói rằng hầu hết các nhà toán học đều hành động như vậy". Hình ảnh đó của Hamilton bền vững và nổi bật trong ký ức của Perelman đến mức anh không để ý đến hành động Hamilton không trả lời bức thư khởi đầu của anh về dòng Ricci và sự không phản ứng của ông đối với preprint đầu tiên, và anh chờ đợi Hamilton sẽ hành động theo đúng kịch bản trong chuyến đi thuyết trình ở Mỹ lần thứ hai của anh.

Kịch bản của Perelman cũng chứa những quy tắc rất rõ ràng. Người ta không được nói về những thứ mà mình không hiểu; nếu bất cứ ai phải mất một năm rưỡi để hiểu được chứng minh của anh, thì trước đó không được nói về nó. Một thành tựu toán học vĩ đại phải được ban thưởng bởi sự công nhận của các đồng nghiệp, và sự công nhận này chỉ dưới một dạng: đó là nghiên cứu và tìm hiểu công trình mà người đó đã làm. Tiền bạc không thể thay thế được sự làm việc, mà thực ra, tiền là một sự xúc phạm. Nếu bạn coi việc

một trường đại học nào đó trao tiền cho người giải được một bài toán lớn, thậm chí mặc dù không ai ở đại học này hiểu được lời giải đó là một chuyện tự nhiên, thì hãy tưởng tượng câu chuyện tương tự sau: một nhà xuất bản tới gặp một nhà văn và nói, "Tôi chưa đọc tác phẩm nào của ông; và thực tế, chưa có ai đọc hết một quyển nào cả, nhưng họ nói rằng ông là một thiên tài, vậy chúng tôi rất muốn ký với ông một hợp đồng". Đó là một bức biếm họa. Mà trong kịch bản của Perelman thì không có chỗ cho biếm họa.

Trở lại năm 1981, năm đầu tiên Sergei Rukshin đã xoay xở tổ chức được một trại tập huấn toán học mùa hè và đây là lần đầu tiên Grisha Perelman sống xa nhà. Rukshin đã đưa khoảng hai chục thành viên của câu lạc bộ, tuổi từ 13 đến 16, tới một trại thiếu niên ở ngoại ô Leningrad, một cụm các tòa nhà thấp bằng đá, đặt ở vị trí rất đẹp trong một khu rừng hỗn hợp và có đường đi dễ dàng tới một hồ nước mát lạnh. Chương trình hằng ngày của Rukshin là khoảng bốn giờ tập giải toán xen kẽ với đi bơi, đi bộ đường xa, đi dạo trong rừng nghe Rukshin đọc thơ và ngồi trong nhà nghe nhạc cổ điển. Rukshin thu xếp với lãnh đạo của trại để câu lạc bộ các nhà toán học trẻ tuổi này cũng được coi như một đơn vị của trại, họ có khu ngủ riêng, có lịch hoạt động riêng, nhưng họ phải mặc bộ đồng phục Thiếu niên tiền phong – sơ mi trắng hoặc xanh và đeo khăn quàng đỏ - đồng thời phải tham gia một số hoạt động của toàn trại, như các bài học chính trị.

Chẳng hạn ngay lúc đầu tới trại, bọn trẻ của Rukshin phải dự một lớp học về công tác đối ngoại. "Tình hình quốc tế ngày hôm

nay", diễn giả, một người trẻ làm công tác thanh niên nói "là đặc biệt căng thẳng". Toàn bộ lũ trẻ học toán bật cười. Ngày hôm nay đặc biệt căng thẳng! Sao vậy nhỉ? Cứ như là ngày hôm qua chẳng căng thẳng gì mà hôm nay lại đặc biệt căng thẳng vậy.

Nếu như bạn không thấy điều này có gì đặc biệt buồn cười, thì nhiều khả năng là ban không mắc hôi chứng Asperger. Đây là hôi chứng mang tên bác sĩ chuyên khoa nhi người Áo Hans Asperger, người từ lâu được coi là đã định nghĩa nó lần đầu tiên vào những năm 1940. Thực ra, nhà tâm thần học Xô Viết Grunya Sukhareva là người đầu tiên đã thu thập các triệu chứng này vào những năm 1920; tuy nhiên, bà gọi hội chứng này là rối loạn nhân cách phân lập, nó đã giải thích được một phần tại sao hội chứng này không trở thành một chẩn đoán phổ biến ở Nga. Hội chứng Asperger là sự rối loạn thuộc một phần của phổ tự kỷ. Không giống như phần lớn người mắc chứng tự kỷ, những người mắc hội chứng Asperger thường có chỉ số IQ bình thường hoặc khá cao, nhưng sự phát triển tinh thần của họ lại diễn ra khác một cách rõ rệt so với những người thần kinh bình thường. Hans Aspreger nhận xét rằng sự trưởng thành cũng như sự suy lý về mặt xã hội của những đứa trẻ đó thường bị trễ, đồng thời một số khả năng xã hội của chúng, như ông nói, vẫn còn "hoàn toàn không bình thường" suốt đời. Họ rất khó kết bạn; rất khó giao tiếp - giọng nói, nhịp điệu, cao độ trong cách nói của họ thường khác lạ, không giống những người khác; họ cũng khó hiểu và khó kiểm soát những xúc cảm của mình; nhiều người trong số họ cần phải được giúp đỡ tận tình để tổ chức cuộc sống, vì vậy họ thường phụ thuộc vào mẹ trong sinh hoạt hằng ngày.

Hơn bốn mươi năm sau Hans Asperger, một nhà tâm lý học người Anh tên là Simon Baron-Cohen bắt đầu nghiên cứu sự tự

kỷ và hội chứng Asperger và đã phát hiện ra một số điều, mà đối với tôi, rất hữu ích cho việc tìm hiểu Grigory Perelman. Trước hết, Baron-Cohen cho rằng bộ não tự kỷ không cân xứng một cách khá đặc biệt. Trong khi bộ não bình thường có khả năng cả hệ thống hóa lẫn cảm thông, thì bô não tư kỷ có thể rất xuất sắc ở khả năng thứ nhất nhưng lại luôn kém cỏi ở khả năng thứ hai - và điều này khiến Baron-Cohen đặt tên lóng cho bộ não tự kỷ là "bộ não đàn ông cực đoan". Ông đã định nghĩa sự hệ thống hóa như "động lực để phân tích và/hoặc xây dựng một hệ thống (thuộc bất cứ loại nào) dựa trên nhận dạng các quy tắc đầu vào-vận hành-đầu ra" và đã lý thuyết hóa rằng các nhà hệ thống hóa lớn rất có thể có nguy cơ cao trở thành tự kỷ. Khi Baron-Cohen thử nghiệm lý thuyết của mình trên các sinh viên trường Đại học Cambridge thì hóa ra là trong số đó, các sinh viên toán có triệu chứng tự kỷ lớn hơn các sinh viên khác từ ba đến sáu lần. Baron-Cohen cũng đã phát triển phép trắc nghiệm chỉ số AQ (autism-spectrum quotient - chỉ số phổ tự kỷ) mà ông áp dụng cho những người lớn mắc hội chứng Asperger hoặc tự kỷ cao, cũng như những kiểm tra được chọn ngẫu nhiên, đối tượng là các sinh viên Cambridge và những người được giải trong kỳ thi Olympic toán Anh quốc. Sư tương quan giữa toán học và chứng tự kỷ và/hoặc Asperger lại một lần nữa được chứng minh: các nhà toán học chiếm tỷ lệ cao hơn các nhà khoa học khác, và các nhà khoa học này lại chiếm tỷ lệ cao hơn các sinh viên học về khoa học xã hội và nhân văn, và các sinh viên này chiếm tỷ lệ xấp xỉ như đối với các cuộc kiểm tra có tính ngẫu nhiên. Tôi cũng đã tham gia một trắc nghiệm AQ khi Baron-Cohen gửi nó qua e-mail cho tôi, và tôi cũng đã đạt chỉ số cao mà Baron-Cohen chắc đã chờ đợi đối với một học sinh chuyên toán như tôi, nghĩa là rất cao. Grigory Perelman, như đến nay tôi biết, chưa bao giờ kiểm tra chỉ số AQ và chắc cũng

không được chẩn đoán bởi ai đó chưa từng nói chuyện với anh, mặc dù sau khi tôi đã mất cả giờ đồng hồ mô tả Perelman qua điện thoại cho Baron-Cohen, nhà tâm lý học lừng danh này sẵn sàng bay sang St. Petersburg để trắc nghiệm nhà toán học nổi tiếng – người xem ra rất giống nhiều bệnh nhân của ông – và như vậy hẳn ông đã ghi tên mình vào bản danh sách dài những người tình nguyện giúp đỡ, nhưng Perelman đã không hoan nghênh.

Nếu Baron-Cohen chọn các nhà toán học Nga chứ không phải Anh làm đối tượng nghiên cứu của mình thì chắc các kết quả cũng na ná như thế, hoặc thậm chí nổi rõ nét hơn. Xét cho cùng, các thần đồng toán học Nga thường được gộp với những thần đồng loại khác trong những môi trường đặc biệt khoan dung đối với những biểu hiện kỳ quặc của họ. Truyền thống tha thứ cho những khiếm nhã do tính tự kỷ của các nhà toán học đã có từ khi người ta còn nhớ được. Nhiều hồi ức về Kolmogorov có nhắc tới chuyện ông hay đột ngôt bỏ đi khi câu chuyên còn đang dơ cũng như cách đối xử thực dụng đối với phép xã giao, đó là những biểu hiện điển hình của người mắc chứng Asperger: một khi đã nhận được thông tin mà ông cần tìm, ông sẽ không liên lạc nữa. Khi còn là trưởng khoa của Đại học Moscow, một lần trong hành lang có một người tiến đến gần Kolmogorov và luôn miệng giới thiệu "Xin chào, tôi là giáo sư như thế như thể", nhưng Kolmogorov không trả lời. Cuối cùng, vị giáo sư nọ nói, "Ông không nhận ra tôi sao?" Kolmogorov đáp lại: "Tôi biết chứ, anh là giáo sư như thế-như thể". Trong thế giới những người Asperger, trò chuyện là để trao đổi thông tin chứ không phải để vui vẻ. Phần lớn các sinh viên của Kolmogorov đều kể một chuyện khác về những đặc điểm Asperger điển hình của thầy họ: đó là cái mà họ gọi là "tính khí" của ông và những giai thoại thực sự đáng sợ về

những cơn giận dữ không kiểm soát nổi. Việc những vấn đề xã hội nổi bật của Kolmogorov không làm phương hại gì đến sự nghiệp của ông chính là thước đo mức độ của nền văn hóa Asperger được xây dựng trong nền văn hóa rộng lớn của toán học Nga.

Một sư hiểu biết sâu sắc khác có tính then chốt của Baron–Cohen là quan niệm cho rằng những người mắc chứng tự kỷ không có một "lý thuyết về trí tuệ", tức là họ không có khả năng hình dung được rằng những người khác có những ý tưởng, những nhận thức và những trải nghiệm không giống họ. Trong một thí nghiệm nổi tiếng, Baron-Cohen đã tiến hành trắc nghiệm đối với những đứa trẻ phát triển bình thường, những đứa trẻ mắc chứng tự kỷ, và những đứa trẻ mắc hội chứng Down. Tất cả bọn trẻ được xem một vở kịch ngắn có liên quan đến hai con búp bê và một viên bi. Một con búp bê đặt viên bi vào cái rổ rồi đi ra khỏi phòng. Trong khi con búp bê này đi ra, con búp bê kia dời viên bi đi. Khi con búp bê thứ nhất quay trở lại thì người làm thực nghiệm hỏi bọn trẻ con búp bê này sẽ tìm viên bi ở đâu. Những đứa trẻ bị bệnh Down và những đứa trẻ bình thường đều làm tốt như nhau trong trắc nghiệm này: con búp bê phải tìm viên bi trong rổ, nơi nó đã bị bỏ lại. Nhưng mười sáu trong số hai mươi đứa trẻ bị tự kỷ tin chắc rằng con búp bê sẽ phải tìm viên bi ở nơi nó thực sự đang ở chứ không phải ở nơi mà con búp bê nghĩ rằng nó đang ở. Những đứa trẻ này tin vào một chân lý duy nhất, chúng hoàn toàn không có khả năng điều chỉnh những hạn chế của con người.

Một người có uy tín thế giới khác về hội chứng Asperger là nhà tâm lý học người Úc Tony Attwood lại tin rằng tác hại của lý-thuyết-về-trí-tuệ đã làm cho những người mắc chứng Asperger giải thích mọi thứ mà họ nghe được hoàn toàn theo nghĩa đen. Trong một

cuốn sách của mình, ông đã mô tả một đứa trẻ đã vẽ phác một bức tranh bên dưới bài luận vì thầy đã bảo học trò "hãy phác ra những kết luận riêng của mình". Niềm tin rằng mọi người đều muốn nói chính xác cái mà họ nói, đó chính là điều đã dẫn những người mắc chứng Asperger bật cười trong giờ học chính trị vì điều đó đối với họ nghe giống như dự báo thời tiết vậy ("Tình hình chính trị ngày hôm nay đặc biệt căng thẳng"). Nó cũng dẫn họ tới niềm tin rằng vạn vật vận hành y hệt như họ được nghe nói. "Tôi tin rằng nhiều người 'huýt sáo' cũng mắc chứng Asperger", Attwood viết. "Tôi cũng đã gặp một số người áp dụng những quy tắc ứng xử của công ty hoặc của các cơ quan chính phủ vào công việc của họ đồng thời báo cáo những việc làm sai và tham nhũng. Do đó, họ rất sững sờ khi thấy rằng văn hóa tổ chức, những người quản lý và các đồng nghiệp không mấy ủng hộ".

Có lẽ vì vậy mà không phải ngẫu nhiên, những người sáng lập phong trào ly khai ở Liên Xô thường là các nhà toán học và vật lý. Liên Xô không phải là nơi tốt cho những người xem các sự vật hoàn toàn theo nghĩa đen và chờ đợi thế giới vận hành theo cách công bằng, logic và có thể dự báo được. Nhưng các câu lạc bộ toán học như của Rukshin đã cung cấp cho họ một nơi trú ẩn. Rukshin coi việc che chắn cho những con chiên ghẻ học sinh Xô Viết này là sứ mạng của ông và ông cũng coi thái độ co lại về mặt xã hội là dấu hiệu của một nhà toán học tài năng. Lần đầu tiên tôi phỏng vấn Rukshin, ông có một cuộc hẹn sau đó với một học sinh 11 tuổi; mẹ cậu bé đã mang nó đến để được ông "nhìn xem", mà điều này có nghĩa là ông phải mất một, hai, có khi tới ba tiếng đồng hồ cho thằng bé giải mấy bài toán để xem có quyết định nhận nó vào câu lạc bộ toán hay không. Đến giờ hẹn, Rukshin mở cửa văn phòng

để xem đứa bé đã đến chưa. Thằng bé đã đến, nó ngồi lặng lẽ trong chiếc ghế bành đơn độc đặt ở hành lang. "Tôi có thể nói ngay nó là một đứa bé tài năng", Rukshin nói rồi khép cửa lại. "Tôi có thể phát hiện ra chúng ngay". Tôi biết chính xác điều ông muốn nói: thằng bé nhợt nhạt, vụng về và nó nhìn như vô hồn. Nếu Baron-Cohen và Attwood nhìn thẳng bé này thì họ sẽ thấy ngay những dấu hiệu quen thuộc: sự vụng về về thể chất và những biểu hiện không phù hợp của khuôn mặt là những dấu hiệu bên ngoài của hội chứng Asperger.

Thực tế, mọi chuyện mà người ta kể với tôi về hành vi của Perelman, bắt đầu từ khi anh tham gia câu lạc bộ toán, đều ăn khớp với bức tranh điển hình của người có hội chứng Asperger. Sự không mảy may để ý đến những quy ước về vệ sinh cá nhân là một nét chung của những người mắc chứng Asperger, họ quan niệm nó như một thứ phiền nhiễu mà thế giới kỳ quặc của những tập tục xã hội buộc họ phải làm. Những khó khăn mà anh vấp phải khi phải trình bày lưu loát lời giải của các bài tập cũng là một dấu hiệu kinh điển. "Những người mắc chứng Asperger thường đưa vào quá nhiều chi tiết", Baron-Cohen nói. "Họ không biết phải vứt bỏ cái gì đi. Họ không biết tính đến những điều người nghe cần phải biết". Đó là vấn đề của lý thuyết về trí tuệ: vấn đề được nói không phải để người nghe có thể hiểu mà cốt chỉ để nói mà thôi. Các bạn học của anh có kể với tôi Perelman luôn sẵn sàng trả lời những câu hỏi về toán; nhưng sẽ có vấn đề nếu người hỏi không hiểu giải thích của anh. "Cậu ấy rất kiên nhẫn", một bạn học cũ nhớ lại. "Cậu ấy cứ lặp đi lặp lại đúng lời giải thích chính xác ban đầu. Cứ như là cậu ấy không sao hình dung nổi lại có người nào đó thấy quá khó không sao hiểu nổi vậy". Có lẽ cô bạn ấy nói hoàn toàn đúng: quả thật Grisha Perelman không thể tượng tưởng nổi điều đó.

Những khó khăn liên quan tới các lời giải của anh có lẽ cũng có thể giải thích được dưới ánh sáng này. Nếu Perelman có mắc chứng Asperger, thì sư thiếu khả năng nhìn được một bức tranh rộng lớn có lẽ là một trong những nhược điểm lạ lùng của anh. Hai nhà tâm lý học người Anh là Uta Frith và Francesca Happé đã viết về khái niêm mà ho goi là "sư gắn kết trung tâm yếu", một phẩm chất đặc trưng cho tư duy của những người bị rối loạn phổ tự kỷ, tức là những người tập trung chỉ vào chi tiết và làm hỏng mất bức tranh lớn. Khi họ có thể thâu tóm được một bức tranh lớn, thường là bởi vì họ đã sắp xếp được các yếu tố - chẳng hạn như các nguyên tố trong bảng tuần hoàn - thành một hình mẫu, điều mà những người ưa hệ thống hóa cực kỳ thỏa mãn. "Những sự thật thú vị nhất là những sự thật có thể được sử dung vài ba lần, và có cơ may được lặp lai", Henri Poincaré, một trong những nhà hệ thống hóa vĩ đại đã viết như thế hơn một trăm năm trước. "Chúng ta đã đủ may mắn được sinh ra trong một thế giới có những sự thật như vậy. Giả sử rằng thay vì 80 nguyên tố hóa học, chúng ta có tới 80 triệu nguyên tố chẳng hạn, và rằng một số nguyên tố thì thường gặp, một số khác lại hiếm hoi nhưng được phân bố đều. Khi đó, mỗi lần chúng ta nhặt một hòn sỏi mới thì sẽ có một xác suất rất cao rằng nó được cấu tạo từ một chất chưa biết nào đó... Trong một thế giới như thế sẽ không có khoa học... Nhưng may sao thực tế lại không phải như vậy".

Những người mắc chứng Asperger học hỏi thế giới theo từng hòn sỏi, và họ rất biết ơn bảng tuần hoàn đã cho phép họ nhận dạng những hình mẫu của các viên sỏi. Thảo luận về sự tồn tại của những người mắc chứng Asperger trong thế giới xã hội, Attwood đã sử dụng ẩn dụ về "trò chơi ghép hình gồm 5000 mảnh ghép" mà những người bình thường có được bức tranh vẽ trên hộp về câu đố

hoàn chỉnh, điều này được giải thích là do trực giác xã hội của họ. Những người mắc chứng Asperger không có được bức tranh đó và họ vật vã lắp ghép câu đố bằng cách thử lắp các mảnh lại với nhau. Có lẽ những quy tắc như "đừng bao giờ bỏ mũ lông của bạn ra" hay "hãy đọc sách trong danh mục quy định của nhà trường" là những ý định của Perelman nhằm mường tượng ra bức tranh đã mất trên hộp, những nguyên tố của bảng tuần hoàn về thế giới. Chỉ khi gắn bó với những quy tắc đó anh mới có thể sống nổi cuộc đời của mình.

Số lượng những va chạm với con người mà Perelman dấn thân vào trong tám năm đã bắt đầu co lại. Tất cả những kỹ năng giao tiếp anh đã từng có và sử dụng trong thời kỳ làm nghiên cứu sinh và postdoc cũng khá đầy đủ - dù chỉ là tối thiểu - đã trở nên han rỉ do không sử dụng. Hóa ra, những người mắc chứng Asperger nói chung lại có khả năng điều chính những quan hệ xã hội mặc dù điều đó không xuất hiện một cách tự nhiên như những người thần kinh bình thường. John Elder Robinson, tác giả của một hồi ức viết về cuộc sống với những người mắc chứng Asperger có mô tả quá trình này như là một sự tương xứng: sự xã giao dường như đánh cắp của người đó một số khả năng rất đặc biệt của sự tập trung hệ thống hóa. Trái lại, sự tập trung căng thẳng trong suốt một vài năm dường như lại đánh cắp mất của Perelman những kỹ năng giao tiếp mà anh đã có được. Người ta có thể hình dung anh đã khó chịu như thế nào khi ngồi nghe cuộc tranh luận gay gắt về chính trị giữa Cheeger và Anderson trong bữa tiệc ở nhà Anderson, cũng như khi anh phải miễn cưỡng tham gia vào cái gì đó hời hợt. Anh cũng không muốn chấp nhận những trò mia mai, châm biếm, thực cũng như ảo, có liên quan đến công trình của anh – ví như ý tưởng cho rằng chứng minh của anh có thể sẽ làm cho người ta chạy hết khỏi topo học. Anh đã mang lại cho toán học một điều thật vĩ đại và thực sự có giá trị. Toán học đã đáp lại một cách yếu ớt và cố gắng thuyết phục anh chấp nhận những thứ thay thế cho sự công nhận một cách thực sự. Vì vậy không có gì phải ngạc nhiên khi anh đã hoàn toàn thất vong đối với toán học.

Mặc dù có lúc, sự thất vọng của Perelman chỉ giới hạn trong cộng đồng toán học quốc tế. Viện toán Steklov là một ngoại lệ, hay đúng hơn là *lab* của anh, bến cảng an toàn của anh sau sự rạn nứt trong quan hệ với Burago, là một ngoại lệ. Anh tiếp tục những hoạt động của mình như chúng vốn thế ở Viện: tham dự seminar thi thoảng vài lần trong tuần; thình thoảng ghé qua để đọc thư điện tử. Trong những tháng trước chuyến đi thuyết trình tại Mỹ, anh đã duy trì một mối quan hệ bình lặng với Ladyzhenskaya, trưởng *lab* mới của anh. Bà mất vào tháng 4 năm 2004 ở tuổi 82 và sau đó Perelman ít khi trò chuyện với ai khác. Ngay khi Perelman từ Mỹ trở về anh đã viết xong phần cuối cùng chứng minh của anh và đưa lên mạng arXiv, rồi sau đó dường như anh chuyển sang nghiên cứu các bài toán khác. Như thường lệ, anh vẫn rất kín đáo không hé lộ gì về những nghiên cứu đó, nhưng rõ ràng là anh đã dịch lại gần những đề tài nghiên cứu của Ladyzhenskaya.

Perelman đã được thăng chức ở Viện Steklov: giờ đây anh giữ chức nghiên cứu viên trưởng. Các nghiên cứu viên trong các viện khoa học của Nga được xếp ở bốn bậc, cao nhất là nghiên cứu viên trưởng. Các PhD bình thường hiếm khi được ở bậc đó. Nước Nga duy trì hệ thống hai nấc luận án, trong đó luận án thứ nhất – luận

án mà Perelman viết vào cuối kỳ nghiên cứu sinh và anh được phong học vị Phó tiến sĩ, tương đương với PhD của Mỹ, trong khi người bảo vệ thành công luân án thứ hai mới được gọi là Tiến sĩ. Những người có thiện chí thì luôn giục Perelman viết luận án thứ hai, luận án tiến sĩ. Quá trình này đòi hỏi phải có công bố và tiến hành bảo vệ. Lẽ tự nhiên là Perelman nhạo báng ý tưởng đó. "Cậu ấy nghĩ rằng cậu không cần cái đó", Giám đốc Viện Steklov, Sergei Kislyakov nói với tôi bằng một giọng hơi lúng túng. Ông dường như tỏ thái độ khó chịu đối với Perelman: ông bảo ông quý mến và chỉ muốn điều tốt cho anh, nhưng những quy định phải là như nhau đối với mọi người và điều này có nghĩa là một nghiên cứu viên trưởng phải viết và bảo vệ luận án thứ hai. Tất nhiên, Perelman cũng nghĩ rằng quy định là quy định, nhưng bây giờ điều đó chỉ áp dụng cho những quy định theo sự lựa chọn, và hơn thế nữa, theo phát kiến riêng của anh. Anh xem những quy định khác chỉ là những loại giả danh, càng xúc phạm hơn khi làm ra vẻ đó là các quy định thực.

Trong khi đó, Viện Hàn lâm Khoa học Nga đang sắp xếp lại trật tự nội bộ và cố gắng phục hồi lại niềm vinh quang trước kia của nó sau những hỗn loạn vào những năm 1990. Một mặt, nhà cửa của Viện Hàn lâm dần dần được sửa chữa lại – Viện Steklov được sơn lại và hệ thống ống nước được làm mới – rồi lương bổng được nâng lên. Lương của nghiên cứu viên trưởng từ không đáng kể vào đầu những năm 1990 đã tăng tới 400 đôla một tháng vào năm 2004 (mặc dù Perelman có thể nhận được nhiều hơn nếu anh có bằng tiến sĩ khoa học). Mặt khác, Viện Hàn lâm bây giờ đòi hỏi đủ loại giấy tờ, báo cáo về hoạt động nghiên cứu và xuất bản. Dễ dàng đoán ra rằng Perelman đã nổi cáu với ý tưởng phải điền đủ loại giấy tờ

để biện minh cho sự tồn tại của mình về mặt toán học. May mắn thay, Grigori Seregin, một người kế tục của Ladyzhenskaya đã che chắn cho Perelman, đảm bảo sự tồn tại tiếp tục yên bình của anh ở Viên Steklov.

Vào cuối năm 2004, Perelman thâm chí đã được đại diện cho chi nhánh Viện Toán Steklov ở St. Petersburg tới Moscow dự cuộc họp tổng kết cuối năm của Viện Hàn lâm. Tại đây anh đã có bài báo cáo về bài toán Poincaré. Khi quay trở về St. Peterburg, Perelman không thể làm được báo cáo về chi tiêu của anh ở Moscow. Luât của Nga yêu cầu, người được viện điều đi công tác phải có đầy đủ giấy tờ được đóng dấu hẳn hoi của nơi đến mới được thanh toán mọi chi phí. Chắc hẳn với ai đó vừa ít tháng trước đã phải khốn khổ về việc làm visa vào Mỹ sẽ dễ dàng vượt qua những rắc rối trong chuyện đi công tác ở Nga. Nhưng thực tế, Perelman không hề có giấy tờ đã được đóng dấu theo nguyên tắc: "Tôi không thể ăn cắp của Viện được", anh đã nói như thế với bộ phận kế toán của Viện khi trở về St. Petersburg. Bà kế toán đành phải gửi các giấy tờ của Perelman tới Viện Hàn lâm ở Moscow nhờ đóng dấu rồi gửi trở lại. Nhưng Perelman lại không chịu nhận số tiền thanh toán đó cho tới khi bà kế toán phải đưa cho anh xem sổ sách chứng tỏ rằng số tiền thanh toán đó là lấy ở quỹ đặc biệt dành cho cán bộ đi công tác chứ không hề lấy ở quỹ lương của Viện. Rõ ràng những quy tắc về việc sử dụng tiền bạc của Perelman đã phát triển chính xác và phức tạp như những quy tắc về làm chú thích của anh vậy. Và cũng như với các chú thích, trong khi những chuẩn mực đó chỉ có bản thân Perelman biết, anh lại tin rằng chúng là phổ quát, ai cũng phải biết - và nếu như anh bắt gặp ai đó vi pham những chuẩn mực đó thì anh có thái đô không dung thứ.

Anh đã không dung thứ một lần nữa vào mùa hè năm 2005, khi anh xuất hiện ở phòng kế toán của Viện để hỏi xem tại sao số tiền lương anh mới nhân được lai nhiều hơn thường lê. Vào thời gian đó, Viện Steklov đã trả lương cho các nghiên cứu viên vào thẳng tài khoản của họ, vì vậy Perelman đã phát hiện ra điều nói trên trong máy rút tiền ở ngân hàng. Bà kế toán, một phụ nữ thấp lùn và béo phục phịch ở tuổi 50, đã quá quen thuộc với những biểu hiện kỳ quặc của các nhà toán học trong gần ba mươi năm làm việc ở Viện này, đã khẳng định rằng Perelman được trả thêm tám ngàn rúp – cỡ gần 300 đôla - vào tiền lương hàng tháng, tức là anh đã nhận được gần gấp đôi lương bình thường của anh. Thực ra không có gì là khó hiểu cả: phòng (*lab*) của anh đã hoàn thành một dự án và được hưởng khoản tiền trợ cấp còn dư. Theo lệ thường, Seregin, trưởng lab, đã chỉ thị cho phòng kế toán chia số tiền dư đó cho các cán bộ của lab. Và ông đã phạm một sai lầm. Các sếp trước của Perelman vốn biết anh không ủng hộ chuyện đó – cũng như anh không ủng hộ việc gà bài cho nhau trong phòng thi ở khoa Toán Cơ, một hoạt động nói chung được mọi người chấp nhận nhưng cũng có thể được coi là vi phạm nếu theo đúng từ ngữ của luật pháp - và vì vậy họ đã bỏ anh ra ngoài danh sách những người được hưởng. Seregin đã không hề biết quan điểm của Perelman và đã đưa anh vào danh sách.

Perelman đã yêu cầu kế toán cho biết chính xác số tiền anh đã được trả dư. Sau đó anh rời Viện và chỉ một lát sau quay lại mang theo tám ngàn rúp tiền mặt. Anh muốn trả lại số tiền đó cho phòng kế toán. Bà kế toán đề nghị anh mang về trả cho *lab* để Seregin quyết định sẽ dùng số tiền đó như thế nào. Nhưng Perelman cứ khẳng khẳng trả nó thẳng cho Viện. Và cuộc nói chuyện đã đạt tới đỉnh điểm, như một số cán bộ của Viện sau này kể lại, khi tiếng hét của

Perelman vang ra tới tận ngoài hành lang. Tuy nhiên, bà kế toán phủ nhận chuyện la hét – mặc dù qua nhiều năm làm việc ở Viện Steklov, có thể bà đã quen với những biểu hiện cực đoan và hoàn toàn bất ngờ của xúc cảm con người. Perelman cuối cùng đã chiến thắng: anh đã thuyết phục được bà kế toán viết giấy biên nhận nói rằng bà đã nhận số tiền đó.

Câu chuyện tài trợ, kể ra nghe vô lý này đã nổi tiếng ở St. Petersburg và trong giới toán học ở các nơi khác. Thực ra, tôi đã nghe nó lần đầu ở Mỹ. Ba bốn lần đầu tiên khi nghe, câu chuyện này dường như giải thích tại sao Perelman lại đi khỏi Viện Steklov. Anh đã từ chối lấy tiền và bỏ đi, sau khi đóng sập cánh cửa phía sau lại. Đó là một câu chuyện nghe có vẻ hợp lý, nhưng thực tế không phải như vậy. Phải nửa năm sau, vào tháng 12 năm 2005, Perelman mới bỏ việc ở Viện Steklov với những lý do không mấy rõ ràng. Anh tới Viện và đưa đơn xin thôi việc cho cô thư ký. Cô ấy chạy lên báo trước cho Viện trưởng. Kislyakov đề nghị Perelman vào gặp. Anh bước vào căn phòng chữ nhật dài của Viện trưởng với chiếc bàn họp làm bằng gỗ bóng loáng dài tưởng như vô tận và nói một cách bình tĩnh: "Tôi không có gì chống lại những người ở đây cả, nhưng tôi không có bạn. Tôi đã thất vọng ở toán học và tôi muốn thử làm một cái gì đó khác. Tôi sẽ ra đi".

Kislyakov đề nghị sẽ tốt hơn nếu Perelman ở lại thêm cho tới cuối tháng, khi đó, theo truyền thống, anh sẽ được nhận tiền thưởng cuối năm cỡ khoảng 400 đôla chứ đâu có ít. Nhưng Perelman từ chối. Anh xóa tất cả các tài khoản e-mail ở Viện Steklov và từ bỏ toán học. Anh đi qua những cánh cửa đúp bằng gỗ sồi nặng nề dẫn thẳng tới bờ sông Fontaka và đi vào cái màu xám bức bối được ngụy trang như ánh sáng ban ngày ở St. Petersburg vào mùa đông.

"Có một thứ gì đó đã đứt võ", Kislyakov nhún vai nói với tôi. Nhưng đó là gì thì ông không nói. Cũng có thể Perelman đã gặp một trở ngại gì đó khi đang giải một bài toán, nhưng trước đó anh đã gặp biết bao khó khăn mà chúng có khiến anh phải bỏ toán học đâu. Dù sao, chắc chắn anh đã là một vận động viên chạy marathon lão luyện. Cũng có khả năng thất vọng cuối cùng của anh có liên quan đến ngày sinh nhật thứ hai của preprint đầu tiên mà anh đã đưa lên mạng. Có lẽ anh đã mang lại cho giới toán học một thời kỳ phong nhã. Xét cho cùng, những quy tắc của Viện Clay nói rằng giải thưởng một triệu đôla có thể được trao hai năm sau khi công trình được công bố. (Thực tế, những quy tắc này nói rằng một ủy ban quản trị giải thưởng có thể sẽ được bổ nhiệm hai năm sau khi công trình công bố đã được phản biện, nhưng Rukshin lại hoàn toàn không đếm xia đến những điều tế nhị đó khi ông nói với tôi về giải thưởng Clay, với tư cách đại diện cho quan điểm của Perelman). Tháng 11 năm 2005 có thể là cơ may cuối cùng để giới toán học thế giới chuộc lại mình dưới con mắt của Perelman. Bằng cách bỏ qua những phần rườm rà của những quy định vô nghĩa đối với Perelman và chỉ giữ lại những quy định có ý nghĩa, Viện Clay lẽ ra đã có thể tuyên bố Perelman là người đoạt giải thưởng một triệu đôla. Đối với Perelman tiền không thành vấn đề, chỉ sự công nhận mới là quan trọng vì sự công nhận cũng phi thường như chính thành tựu của anh vậy. Và như thế Perelman sẽ là người đầu tiên được nhận giải thưởng này. Đặc biệt nữa là anh sẽ nhận giải đó một mình. Và anh sẽ nhận nó theo những điều kiện riêng của anh.

Nhưng tiếc thay, điều đó đã không xảy ra.

- -

Những gì xảy ra sau đó thật là lạ lùng. Số tháng 6 năm 2006 của Asian Journal of Mathematics (Tạp chí toán học châu Á) được phát hành. Toàn bô ba trăm trang của số tạp chí này dành cho một bài báo của hai nhà toán học Trung Quốc là Huai-Dong Cao (Tào Hoài Đông) và Xi-Ping Zhu (Chu Hi Bình) với nhan đề "Một chứng minh đầy đủ của các Giả thuyết Poincaré và Hình học hóa - Một ứng dụng của lý thuyết Hamilton-Perelman về dòng Ricci". Thoạt nhìn, có thể tưởng rằng đây là một giải thích khác cho chứng minh của Perelman, theo những đường lối mà Kleiner và Lott cũng như Morgan và Tian đã làm, nhưng với sự khác biệt quan trọng là Cao và Zhu không công khai việc làm của họ và đặc biệt là họ không tham dự một seminar hay hội thảo nào do Clay tài trợ. Họ đã làm việc dưới sư kèm cặp của Shing-Tung Yau (Khâu Thành Đồng), một giáo sư của Đại học Harvard, Huy chương Fields và là bạn thân của Hamilton, một trong những nhà toán học mạnh nhất ở cả Mỹ và Trung Quốc. Và ông cũng chính là chủ biên của tạp chí Asian Journal of Mathematics. Yau cũng nằm trong số những người nhận được bức e-mail của Perelman kêu gọi lưu ý tới preprint đầu tiên của anh. Nhưng Yau đã không trả lời dưới bất cứ hình thức nào, trừ điều ông nói với tạp chí Science rằng ông nghĩ chứng minh của Perelman có thể đã phạm một sai sót nghiêm trọng có liên quan tới số các giải phẫu đòi hỏi để bổ sung dòng Ricci.

Phần tóm tắt trong bài báo của Cao và Zhu đọc nghe như lời rao hàng chứ không phải của một bài báo toán học mà người ta thường viết. Thực tế, không có điều gì rõ ràng về mặt toán học trong đó cả. Về tổng thể nó nói rằng: "Trong bài báo này, chúng tôi đưa ra một chứng minh đầy đủ của Giả thuyết Poincaré và Giả thuyết Hình học hóa. Công trình này phụ thuộc vào những công trình đã được

tích tụ của nhiều nhà giải tích hình học trong suốt ba mươi năm qua. Chứng minh này nên được xem như thành tựu tột cùng của lý thuyết Hamilton – Perelman về dòng Ricci". Như vây, các tác giả bài báo này muốn tuyên bố rằng Hamilton và Perelman là những người đã lát đường dẫn tới chứng minh của Giả thuyết Poincaré và Giả thuyết Hình học hóa, nhưng chặng cuối cùng là do hai nhà toán học Trung Quốc thực hiện, điều đó có nghĩa là đột phá - và sau đó là danh tiếng, vinh quang và một triệu đôla đi kèm với nó - sẽ hoàn toàn hợp pháp thuộc về họ. Đó là luật của toán học: ai thực hiện bước cuối cùng sẽ là người lãnh trọn toàn bộ danh vọng về chứng minh đó. Sự khác biệt giữa thực hiện bước cuối cùng và cung cấp sự diễn giải về chứng minh đó là rất căn bản và sự căn bản này là điều khó có thể đo lường được. Yau đã tổ chức một cuộc họp báo tại Viện toán học của ông ở Bắc Kinh vào ngày 3 tháng 6 và vị giám đốc điều hành của Viện này đã tuyên bố: "Hamilton đã đóng góp hơn năm mươi phần trăm, Perelman người Nga hai mươi lăm phần trăm và những người Trung Quốc gồm Yau, Cao, Zhu và những người khác khoảng ba mươi phần trăm. (Rõ ràng là ở đây, ngoài những thứ khác ra, có điều thần kỳ về số học và Yau đã không nhất trí với thông báo này, thông báo nguyên bản được in trên một tờ báo Trung Quốc và sau đó được in lại ở phương Tây).

Một tuần sau, Yau tổ chức một hội nghị ở Bắc Kinh được quảng cáo rầm rộ với sự hiện diện của Stephen Hawking. Mặc dù phần lớn trong số vài trăm người tham dự là các nhà vật lý, nhưng Yau vẫn lợi dụng cơ hội này để thông báo đột phá đã được công nhận của Cao và Zhu, ông ta nói: "Các nhà toán học Trung Quốc có đầy đủ lý do để tự hào về một thành công to lớn là đã giải được trọn vẹn bài toán nổi tiếng".

Yau còn điên cuồng tạo ra cả một bảng niên đại để hỗ trợ câu chuyện của ông ta, trong đó Cao và Zhu là những anh hùng toán học. Trong một bài báo công bố năm 2006 của ông ta, Yau đã vẽ ra một bức tranh sau: "Trong ba năm gần đây, nhiều nhà toán học đã cố gắng tìm hiểu xem những ý tưởng của Hamilton và Perelman có thể kết hợp được với nhau hay không. Kleiner và Lott (năm 2004) có đưa lên trang web của họ một số nhận xét về vài ba phần trong công trình của Perelman. Tuy nhiên, những nhận xét đó còn xa mới hoàn tất. Sau đó, công trình của Cao-Zhu được chấp nhận và đăng trên tạp chí vào tháng 4 năm 2006 (được phát hành vào ngày 1 tháng 6 năm 2006) [sic]. Vào ngày 24 tháng 5 năm 2006, Kleiner và Lott lại đưa lên mạng một phiên bản khác, đầy đủ hơn những nhận xét của ho. Cách tiếp cân của hai nhà toán học này khác với của Cao-Zhu. Sẽ phải mất một thời gian mới hiểu hết những nhận xét của Kleiner và Lott vì chúng dường như khá sơ lược ở một số điểm quan trọng". Thực ra, Yau đã hối thúc cho công bố bài báo của Cao-Zhu, gần như bỏ qua khâu phản biện và giành quyền đăng trước dù tạp chí đã có kế hoạch đăng các bài khác, đặc biệt, làm như vậy hai tác giả này có thể tuyên bố họ không hề đọc các nhận xét của Kleiner và Lott, mà những nhận xét đó lại nói ngay từ đầu là chứng minh được giải thích trong công trình này là của Perelman.

Cuộc chạy đua vẫn tiếp tục vì vào cuối mùa hè năm đó sẽ có Đại hội toán học quốc tế (ICM) – lần đầu tiên có một cuộc tụ họp lớn như vậy kể từ khi Perelman đưa bản preprint thứ nhất của anh lên mạng. Chứng minh Giả thuyết Poincaré – và giải thưởng một triệu đôla đi kèm với nó – chắc chắn sẽ là những chủ đề chính của Đại hội.

ICM họp ở Madrid bắt đầu từ ngày 22 tháng 8. Vào buổi sáng hôm khai mạc, các phương tiện truyền thông trên khắp thế giới đã

nhân được thông cáo báo chí - được giữ kín cho tới trưa hôm đó khi thông tin được công khai - tuyên bố rằng Perelman sẽ được trao huy chương Fields "do những đóng góp của ông cho hình học và sự hiểu biết sâu sắc mang tính cách mạng của ông đối với cấu trúc giải tích và hình học của dòng Ricci". Văn bản giải thích tiếp, "Cho đến tận mùa hè 2006, cộng đồng toán học vẫn còn trong quá trình kiểm tra công trình của ông để đảm bảo rằng nó hoàn toàn đúng và các giả thuyết đã được chứng minh. Sau hơn ba năm soi xét căng thẳng, các chuyên gia hàng đầu đã không bắt gặp một vấn đề nghiêm trọng nào trong chứng minh này". Nói một cách khác, thông cáo báo chí chính thức vẫn chưa dám dành cho Perelman toàn bộ danh vọng của tác giả chứng minh Giả thuyết Poincaré. Cùng ngày hôm đó, ấn phẩm mới của tờ New Yorker được tung ra; trong đó có đăng bài báo nhan đề "Số phận một đa tạp" của hai nhà báo khoa học: Sylvia Nasar (tác giả của Một trí tuệ đẹp - A beautiful mind) và David Gruber. Bài báo đã lần theo câu chuyện về chứng minh của Perelman, về bài báo của Cao-Zhu và sự ủng hộ của Yau về quyền tác giả đối với chứng minh của các nhà toán học Trung Quốc, thậm chí nó còn chứa cả một số đoạn trích từ cuộc nói chuyện với Perelman mà hai nhà báo đã thuyết phục được anh gặp họ ở St. Petersburg. Bài báo cũng trích lời của Anderson: "Yau muốn là vua của hình học. Ông ta tin rằng mọi thứ đều phải xuất phát từ ông ta, và ông ta cần phải giám sát. Ông ta không thích người khác xâm lấn lãnh địa của mình". Bài báo cũng trích lời Morgan, người phản đối tuyên bố của Cao-Zhu cho rằng chứng minh của Perelman có chứa nhiều lỗ hổng và họ đã lấp đầy những lỗ hổng đó. "Perelman là người thực sự đã làm và những thứ mà anh đã làm là đầy đủ và đúng đắn", Morgan đã nói với hai nhà báo của tờ New Yorker. "Tôi không thấy Cao-Zhu đã làm được điều gì khác cả".

"Thật là quá hài hước", một nhà toán học đã nói với tôi. "Bài báo xuất hiện ngay trong Đại hội và máy photocopy ngay lập tức đã phải hoạt động hết công suất. Tôi có thể cảm thấy ở đây thật buồn chán, nhưng thực tế, đúng là vui thật".

Ngày 29 tháng 8, một tuần sau khi xuất hiện bài báo trên tờ New Yorker, tờ bản tin hằng ngày của ICM có đăng bài phỏng vấn Cao và Jim Carlson, viện trưởng Viện Clay, đặt cạnh nhau. Cao hết lời ca ngợi Hamilton và Perelman, ông ta nói rằng họ "đã làm được những công trình cơ bản quan trọng nhất" và nói thêm: Ho là những người khổng lồ, là những anh hùng của chúng tôi!". Nhưng ông ta cố ý không nói rằng Perelman chính là người đã chứng minh được Giả thuyết Poincaré và Giả thuyết Hình học hóa, thực tế, ông ta nói về Hamilton và Perelman nghe cứ như họ là những người khổng lồ trong quá khứ và các nhà toán học đương đại đứng trên vai của họ để xây dựng nên chứng minh tối hậu vậy. Carlson, trái lại đã nói một cách dứt khoát: "Perelman đã thực hiện một cách đầy đủ mọi yêu cầu của giải thưởng Thiên niên kỷ" và chỉ ra rằng các công trình của Kleiner và Lott, của Morgan và Tian và của Cao và Zhu chỉ là những bài báo hoàn tất yêu cầu công bố có phản biện của Viện Clay mà thôi.

Các nhà toán học không quen với những cuộc tranh cãi nóng bỏng và công khai với quy mô rộng lớn như thế. Cũng đã từng có những cuộc tranh luận về quyền tác giả và danh vọng trước đó – trong đó có cuộc tranh luận liên quan đến nhà topo học Nga Alexander Givental và Yau cùng với một học trò của ông ta, hai người tuyên bố đã hoàn tất một chứng minh mà Givental đã khởi đầu, nhưng họ không bao giờ tiết lộ tràn lan ra báo chí như thế. Không giống các nhà khoa học xã hội, thậm chí cả các bác sĩ, các

nhà toán học mà Nasar và Grunber đã phỏng vấn không hề có kinh nghiệm nói chuyện với báo chí. Khi họ thấy những lời lẽ của mình in lên báo – và được photocopy lại cho các đồng nghiệp của họ đọc chơi – họ mới tá hỏa lên. Yau đã cầu viện đến luật sư viết thư cho tờ New Yorker yêu cầu phải cải chính và xin lỗi bởi vì, Yau bây giờ mới tuyên bố, ông không bao giờ có ý định tranh cướp danh vọng của Perelman. Ba nhà toán học được trích lời trong bài báo đã viết mấy dòng đại loại như là những bức thư xin lỗi Yau và xin phép được đưa lên các trang web khác nhau. Anderson là một trong số những người tuyên bố đã được trích dẫn ngoài văn cảnh. Và khi tôi nói chuyện với ông một năm sau, ông đã cực kỳ miễn cưỡng tiếp tục nói về chuyện đó. Ông cố gắng thuyết phục tôi rằng cuộc tranh cãi của Yau đã bị những người ngoài toán học làm quá lên một cách không cần thiết.

Perelman không thích theo dõi câu chuyện này. Anh đã đặt mình ra ngoài cộng đồng toán học và hầu như không bao giờ lướt web nữa. Nhưng Rukshin, một chuyên gia về lục soát các blog và lần theo các link thì lại thích theo dõi vụ scandal chưa từng có này. Rồi ông vô cùng thỏa mãn thông báo lại cho Perelman những điều mà cả hai đã ngờ từ lâu: cộng đồng toán học đã không bênh vực được chính mình, mà thậm chí cả người đã mang lại cho toán học món quà lớn nhất trong một thế kỷ.

Cộng đồng toán học ở Mỹ và thậm chí trên toàn thế giới, rất nhỏ và rất yên bình. "Được là nhà toán học là một trong những niềm vui to lớn nhất", John Morgan đã nói với tôi một năm sau cuộc tranh cãi này. "Nó không giống như xã hội học hay sử học, những khoa học dễ trở thành chính trị. Cũng có thể vì một nguyên nhân khác mà người ta xấu hổ chạy xa những cuộc tranh cãi, với

hy vọng sẽ xa hẳn. Cô biết đấy, nếu xảy ra chiến tranh phe phái thì rồi có lúc cái khoa của anh sẽ nổ tung. Những người ủng hộ X sẽ tách khỏi những người ủng hộ Y và những người chống Y, và rồi, cô biết đấy, điều đó sẽ chẳng mang lại điều gì hay ho cho ai cả. Hãy giữ cho nó là nơi bình yên để làm việc. Nhưng ít người hiểu và đánh giá được những cái mà chúng tôi làm, nó hay lắm chứ. Cộng đồng này thực sự là một cộng đồng của những người biết tôn trọng nhau và đối xử với nhau thật tử tế. Nói đúng ra là đa số người và phần lớn thời gian. Trong một cộng đồng nhỏ như thế, người ta không thể đủ sức đốt cháy những cầu nối. Yau, với địa vị học thuật của ông ấy cùng với một đội quân các giáo sư – sinh viên của ông ấy ở cả hai lục địa, không chỉ là một con người cực kỳ mạnh về mặt tổ chức mà còn là trung tâm của một cộng đồng trí tuệ lớn và năng động, nếu bịt chặt nó sẽ là một tổn thất bi thảm đối với phần lớn các nhà toán học.

Cộng đồng toán học phương Tây đương đại hoạt động như một tổng công ty, dù là rất nhỏ: nó bảo vệ chính mình đối với thế giới bên ngoài và nó cũng phụ thuộc vào sự bình yên, hợp tác và thông tin để vận hành. Nhưng là một tổng công ty rất nhỏ, nó đôi khi cũng hoạt động như một gia đình, có khi phải hy sinh những lý tưởng và nguyên tắc vì lịch sử đã cùng chia sẻ và vì sự phụ thuộc lẫn nhau. Perelman hầu như ít tác dụng đối với gia đình, trừ mẹ anh ra, cũng như đối với các cộng đồng. Đơn giản là anh không hiểu gì cả hai cái đó. Anh lại không thích những thứ mà anh không hiểu và luôn từ chối dây dưa với những thứ đó.

Một năm trước khi những chuyện tồi tệ trên xảy ra vào mùa hè 2006, Ban tổ chức của Đại hội quốc tế các nhà toán học có gửi cho Perelman một bức thư mời anh tới đọc báo cáo tại Đại hội ở Madrid. Ban tổ chức và hội đồng xét huy chương hoạt động độc lập với nhau; các thành viên của cả hai đều được giữ bí mật cho đến khi tiến hành Đại hội, chỉ tên tuổi các vị chủ tịch là được tiết lộ. Perelman không trả lời bức thư ấy và tất cả những thư khác sau đó. Một đại diện của Ban đã gọi điện cho Kislyakov – Perelman lúc đó vẫn đang làm việc ở Viện Steklov – và Kislyakov đã gọi về nhà cho Perelman. Anh đã giải thích với Kislyakov rằng anh không trả lời những bức thư đó bởi vì tên của các thành viên hội đồng vẫn giữ bí mật. Và anh nói, anh không muốn dây dưa với những trò kín kín hở hở như vậy.

Kislyakov đã chuyển lý do của Perelman cho Ban tổ chức, và Ban này đã gửi ngay một bức thư khác trong đó tiết lộ danh tính các thành viên của nó. Nhưng Perelman vẫn không trả lời; Ban này lại đề nghị sự can thiệp của Kislyakov; và viện trưởng của Viện Steklov lại phải gọi về nhà cho Perelman. Perelman giải thích rằng sự tiết lộ của Ban là quá ít và quá muộn – và anh nói anh không muốn bàn luận thêm nữa.

Sự từ chối bàn bạc với Ban tổ chức và điều này có nghĩa là từ chối thuyết trình tại Đại hội, gần như giáng một đòn mạnh vào những người trong Ban tổ chức của ICM. Rõ ràng, Giả thuyết Poincaré phải là chủ đề nổi bật của Đại hội. Trong khi đó, Hội đồng trao huy chương Fields đã quyết định Perelman sẽ là một trong số những người được nhận. Huy chương Fields, cũng thường được gọi là giải Nobel cho toán học (thực tế thì không có giải Nobel này), được trao cứ bốn năm một lần cho hai tới bốn nhà toán học từ 40 tuổi

trở xuống. Perelman bước sang tuổi 40 chỉ ngay trước Đại hội, và đây là năm cuối cùng anh còn đủ tư cách. Mặc dù vào mùa hè năm 2005 các nhà topo đã nhất trí thừa nhận rằng Perelman thực sự đã chứng minh được Giả thuyết Poincaré – và hội đồng cũng đã nhận thức được sự đồng thuận đó, vì Jeff Cheeger là một trong những thành viên của hội đồng, nhưng vẫn chưa có sự công nhận cuối cùng. Lúc đó, Kleiner và Lott cũng như Morgan và Tian còn chưa hoàn thành sự khảo cứu của họ đối với chứng minh của Perelman và như vậy không ai có thể đảm bảo rằng một lỗi lớn, thậm chí nghiêm trọng, như Yau ám chỉ, là không thể xuất hiện. Hội đồng đã soạn thảo một thư mời với lời lẽ thận trọng gửi cho Pereman đề nghị anh tới để nhận Huy chương Fields – một thư mời, rất giống với thông cáo báo chí một năm sau, không hề nói rõ rằng anh đã chứng minh được Giả thuyết Poincaré.

Thông thường, danh tính những người đoạt Huy chương Fields không được tiết lộ cho ai, kể cả chính những người được trao giải, cho đến khi được công bố tại ICM. Mặc dù, theo lẽ tự nhiên, những người được nhận huy chương thường phải có mặt tại Đại hội và cũng đã có kế hoạch để có bài phát biểu tại đó. Nhưng Perelman đã từ chối phát biểu và chính vì thế nên phải có một thư mời đặc biệt. Hãy thử hình dung phản ứng của Perelman. Liệu đây có phải là toàn bộ cộng đồng toán học đã đề cử anh, sau tất cả những gì mà anh đã đóng góp? Sự thừa nhận cùng với ba người khác mà không ai trong số họ đã thực hiện được một điều gì đó thật ấn tượng như chứng minh được Giả thuyết Poincaré? Và sự thừa nhận lại được viết với lời lẽ thận trọng, tránh không nói rõ là Perelman thực sự được hưởng mọi danh vọng vì những thành quả mà anh đã đạt được! Nếu như có lúc nào đó Perelman nhìn thấy toán học thâu nhận những đặc điểm tồi tệ nhất của chính trị thì đó chính là lúc này.

Để đảm bảo Perelman sẽ đồng ý tới dự Đại hội và nhận huy chương, Hội đồng xét trao Huy chương Fields đã cử chủ tịch của nó và cũng là chủ tịch của Hiệp hội Toán học quốc tế, giáo sư Đại học Oxford là Ngài John Ball tới tận St. Petersburg. Đây là chuyến công tác chưa từng có tiền lệ, nhưng khi đó cũng lại chưa bao giờ có một bài toán khó như Giả thuyết Poincaré và một người nhận huy chương khó khăn như Grisha Perelman. Một tuần trước khi Perelman đến hạn được nhận huy chương, anh và Ball đã có cuộc trò chuyện nhiều giờ tại một trung tâm hội nghị ở St. Petersburg. Perelman không muốn nhận huy chương. Ball đề xuất với anh một số khả năng lựa chọn, trong đó có cả khả năng trao huy chương tại St. Petersburg – như đã từng thực hiện hàng chục năm trước khi các nhà toán học Xô Viết không được phép tới dự ICM và huy chương được trao bất cứ khi nào có thể thực sự gặp mặt trực tiếp người được nhận – nhưng Perelman cũng từ chối.

Vào ngày 22 tháng 8 tại Madrid, trong lễ khai mạc của ICM, John Ball đã công bố danh tính của bốn người được nhận Huy chương Fields. Họ là Andrei Okounkov, một nhà toán học Nga làm việc ở Princeton; Perelman; Terence Tao (Đào Triết Hiên), thần đồng một thời của Úc, hiện đang làm việc tại Đại học Califonia ở Los Angeles; và nhà toán học Pháp Wendelin Werner. Như vậy Perelman đứng thứ hai trong danh sách của Ball, vì danh sách được xếp theo thứ tự a, b, c... "Huy chương Fields được trao cho Grigory Perelman, ở St.Petersburg, vì những đóng góp của ông cho hình học và những hiểu biết sâu sắc của ông trong cấu trúc giải tích và hình học của dòng Ricci", Ball nói. "Tôi rất tiếc là TS. Perelman đã từ chối không nhận huy chương này".

Khi hai phóng viên của tờ *New Yorker* tới thăm Perelman trước mùa hè năm đó, anh đã nói với họ rằng anh có triển vọng được

trao Huy chương Fields và điều đó buộc anh phải cắt đứt hoàn toàn với cộng đồng toán học: anh đang trở nên quá nổi bật và bị lôi kéo vào tâm điểm của sự chú ý. Có lẽ anh cũng muốn biện minh một chút cho sự đẩy lùi ngày tháng: Khi anh bỏ Viện Steklov vào đầu tháng 12 năm 2005, lúc bước ra anh đã tuyên bố sẽ vứt bỏ toán học luôn, thì Huy chương Fields, mặc dù là một khả năng dự báo được một cách chắc chắn, vẫn còn chưa là chủ đề được đưa ra bàn thảo. "Với một mức độ chắc chắn, cô có thể nói rằng anh ấy sống tuyệt đối theo những nguyên tắc của mình", Jeff Cheeger nói với tôi gần hai năm sau. "Nhưng anh ấy chắc chắn sẽ không hé lộ những động cơ của mình, và đặc biệt tôi tin anh ấy không phải là một con người tình cảm. Anh ấy sẽ dùng bộ óc siêu việt của mình để phần nào lý giải những cảm xúc của mình sau sự kiện đó".

Sự thất bại của Huy chương Fields dường như đã thử thách sự kiên nhẫn của Cheeger với người đồng nghiệp trẻ tuổi xuất sắc của mình. "Đó một phần tựa như anh ấy ở bên trên nó và cũng có thể có một điều gì đó không ổn với những người thực hiện nói chung", Cheeger nói với tôi, cố gắng hết sức mà ông có thể để chọn từng từ cốt sao không xúc phạm tới Perelman, với cơ may rất nhỏ là Perelman sẽ đọc cuốn sách này. "Hành vi của anh ấy có thể được coi là thuần khiết hơn cả thuần khiết, nhưng điều đó lại gây tổn thương vì nó có tác dụng tập trung mọi sự chú ý vào anh – không chỉ bởi vì tầm quan trọng đặc biệt của những cái anh đã làm, mà dường như một cách nghịch lý nữa, để tách mình ra khỏi tất cả những người được nhận Huy chương Fields khác".

Nếu như một phần của những điều xúc phạm tới Perelman về Huy chương Fields là đề xuất anh phải chia sẻ với ba nhà toán học khác, điều mà anh cảm thấy phải là một vinh dự đặc biệt, thì bằng việc từ chối huy chương đó, anh đã kiên quyết đặt mình tách riêng ra. Cũng giống như sự từ chối của Perelman đã làm tổn thương Vershik khi không chấp nhận sự tôn vinh của châu Âu vào năm 1996, giờ đây nhiều đồng nghiệp của ông cảm thấy bị khinh thị và xúc phạm hay ít nhất là không hiểu và ngỡ ngàng đối với hành vi của Perelman. Chỉ có Gromov tuyên bố là hiểu rõ những lý lẽ tuyệt vời của Perelman và ủng hộ nó hoàn toàn.

"Khi anh ấy nhận được thư từ hội đồng mời đọc diễn từ, anh ấy nói rằng không muốn nói chuyện với các hội đồng", Gromov kể lại với tôi. "Đó là một điều tuyệt đối đúng và cần phải làm! Có đủ thứ chúng ta chấp nhận mà lẽ ra không nên chấp nhận. Và anh ấy nhìn có vẻ cực đoan chỉ là để chống lại cái lề thói tuân thủ vốn là nét đặc trưng của các nhà toán học nói chung".

"Nhưng tại sao người ta lại không nên nói chuyện với hội đồng?" Tôi hỏi.

"Người ta không nói chuyện với các hội đồng!", Gromov hét lên một cách bực tức. "Người ta nói chuyện với con người, chứ không phải với các hội đồng! Làm sao có thể nói chuyện với các hội đồng được? Thế nhỡ có Yasir Arafat ở trong đó thì sao".

"Nhưng người ta đã gửi cho anh ấy danh sách các thành viên của hội đồng rồi còn gì, thế mà anh ấy vẫn từ chối đấy thôi", tôi phản đối.

"Theo cái cách mà họ bắt đầu thì anh ấy không nói chuyện với họ là đúng". Gromov vẫn cố chấp. "Thời điểm hội đồng bắt đầu hành động như một cái máy thì anh không nên dây dưa với nó, thế thôi! Điều lạ lùng duy nhất ở đây là có nhiều nhà toán học lại không hành động như vậy. Thật là lạ lùng! Phần lớn họ hoàn toàn hài lòng nói chuyện với các hội đồng. Họ hoàn toàn thỏa mãn cất công tới tận Bắc Kinh để nhận giải từ tay chủ tịch Mao. Hay vua Tây Ban Nha thì cũng thế thôi".

Tại sao, tôi vặn lại, thế vua Tây Ban Nha không xứng đáng với vinh dự quàng chiếc huy chương vào cổ Perelman hay sao?

"Mà các ông vua là cái thứ quái quỷ gì kia chứ?" Bây giờ thì Gromov gào lên thực sự. "Tại sao vua lại phải cho các nhà toán học giải thưởng của họ? Ông ta là ai mới được chứ? Ông ta chẳng là cái thá gì hết. Theo quan điểm của các nhà toán học, ông ta chẳng là cái thá gì. Chủ tịch Mao thì cũng vậy thôi. Người thì giành được quyền lực như một kẻ cướp, còn kẻ kia thì nhận được từ cha của mình. Có gì khác nhau đâu". Trái ngược với những người đó, Gromov giải thích, Perelman là người thực sự có đóng góp.

Sau cuộc phỏng vấn với Gromov, tôi đi dạo quanh Paris với một nhà toán học Pháp, người đã chuyển nghề thành nhà nghiên cứu lịch sử khoa học. Tôi đã gặp Jean-Michel Kantor tại một hội nghị về toán học và triết học. Đây là một trí thức Pháp cổ điển, một người tầm thước, tóc tai bù xù vội vã lao tới cuộc họp ban biên tập của một tạp chí điểm sách cho các học giả sau cuộc đi dạo của chúng tôi. Trong lúc đi dạo, anh ta phê phán Gromov. Nhà hình học này, Kantor nói, cứ đứng ỳ ra đó trong khi nền toán học Pháp đang rơi xuống vực thẳm: các cơ quan nghiên cứu toán học giờ đây phát hành những cuốn sách nhỏ để gây quỹ, hô hoán kêu gọi đóng tiền mà chẳng đóng góp được gì cho sự bàn luận về toán học cả. Rồi các giáo sư không hề cảm thấy xấu hổ khi mặc cả về lương bổng, thậm chí đôi khi còn lập kế hoạch của họ tùy thuộc vào mức thù lao. Đâu rồi tình yêu khoa học của họ, đâu rồi ý chí hy sinh những tiện nghi vật chất của họ cho sự nghiệp toán học chung?

Anh ta còn mô tả sự Mỹ hóa của nền toán học Pháp. Điều tôi cảm thấy vô cùng quý giá trong quan điểm của anh, đó là anh vẫn còn nhìn ra những thông điệp sặc mùi tiền và với động cơ marketing

của các cơ quan nghiên cứu toán học là thái quá như đang tồn tại ở Mỹ chứ không minh bạch và như người ta chờ đợi. Đối với ai đó giống như thế – và ai đó giống như Gromov, những người dường như nhạy cảm với sự phê bình là đang trở thành một kẻ tuân thủ tư bản chủ nghĩa thì Perelman, người không hề đếm xỉa đến chuyện tiền bạc và đầy ác cảm với các viện, hóa ra lại rất giống với lý tưởng thanh cao (*Platonic*) của một nhà toán học.

Vậy là năm 2006, ICM vẫn diễn ra mà không có sự hiện diện của Perelman. John Lott đã có bài phát biểu mà theo lễ thường là những lời tán tụng, ngợi ca, thì thay vào đó là bài trình bày sự nghiệp toán học của Perelman và con đường đi đến chứng minh của anh. Hai giờ sau, Hamilton đã hướng dẫn phiên thảo luân về Giả thuyết Poincaré. Thông báo về phiên thảo luận này trong chương trình, Hamiltron đã đệ trình trước đó, đã chấp nhận một cách tiếp cận rất khôn ngoan việc phân chia công lao. Thông báo nói rằng: đối với lời giải đã được phát minh bởi Hamilton và Yau, tiếp sau là Perelman, người đã cung cấp một phần quan trọng của lời giải và "tuyên bố đã hoàn tất chứng minh" với kết thúc là bài báo của Cao và Zhu, mà Hamilton gọi là "một bản trình bày đầy đủ". Cách sử dụng từ ngữ như vậy trong thông báo không hề gợi ý rằng Cao và Zhu xứng đáng được hưởng trọn danh vọng của chứng minh đó, nhưng nó cũng không nói rằng Perelman xứng đáng – chỉ có bản thân Perelman tin như vậy mà thôi. Tuy nhiên, trong cuộc thảo luận diễn ra ở Madrid, ông đã rất hào hiệp khi nói về Perelman, như ông đã từng nói. Một người tham gia buổi thảo luân hôm đó nhớ lai Hamilton có nói rằng, ban đầu ông không tin vào tuyên bố của Perelman là đã giải được

bài toán Poincaré bằng chương trình dòng Ricci của ông và đã đưa nó đến chỗ hoàn tất, nhưng sau khi kiểm tra lại một cách kỹ lưỡng hơn, ông thấy rằng Perelman đã đúng. "Đó là biểu hiện của sự khâm phục thực sự", Jeff Cheeger nhớ lại. "Thậm chí còn hơn như thế, bởi vì phản ứng ban đầu của ông là 'thằng này điên rồi!"

Vào cuối Đại hội, cộng đồng toán học quốc tế đã chấp nhận quan điểm của đa số các nhà topo học: Perelman đã hoàn tất chứng minh của Giả thuyết Poincaré. Viện Clay giờ đây muốn dùng ICM như là điểm xuất phát để đếm ngược thời gian tới giải thưởng.

Bất cứ ý tưởng dai dẳng nào cho rằng Cao và Zhu mới xứng đáng với danh vọng tối hậu thì tới mùa thu năm đó cũng lặng lẽ tắt dần khi một file pdf bắt đầu được lưu hành trong cộng đồng các nhà toán học. Ở cột bên trái của file này là những đoạn trích từ các nhận xét của Kleiner và Lott về preprint thứ nhất của Perelman, được đưa lên mạng năm 2003, còn cột bên phải là những đoạn trích từ bài báo sau đó của Cao và Zhu. Các đoạn lớn của hai cột hóa ra lại khớp với nhau từng chữ một. Trong một đính chính mà Cao và Zhu gửi cho tạp chí Asean Journal of Mathematics, ho đã tuyên bố rằng họ quên là mình đã copy những nhận xét đó vào các nhận xét của mình ba năm trước. Đầu tháng Chạp, Cao và Zhu đã đưa phiên bản sửa lại bài báo của họ lên arXiv. Giờ đây nó được gọi là "Chứng minh Hamilton-Perelman của Giả thuyết Poincaré và Giả thuyết Hình học hóa", và phần tóm tắt của bài báo đó không còn tuyên bố là đã cho một chứng minh toàn vẹn hay là "thành tựu hoàn hảo" nữa. Giờ đây cái tóm tắt đó nghe có vẻ gần như lời ăn năn, hối lỗi: "Trong bài báo này, chúng tôi cung cấp một giải thích gần như độc lập và chi tiết về các công trình cơ bản của Hamilton, và đột phá mới đây của Perelman về dòng Ricci và ứng dụng của nó cho sự hình học hóa các đa tạp ba chiều. Đặc biệt, chúng tôi sẽ

trình bày chi tiết chứng minh đầy đủ của Giả thuyết Poincaré nhờ công của Hamilton và Perelman".

- -

Sau ICM và bài báo của tờ New Yorker, một sự giận dữ bùng nổ ở nơi có thể làm tổn thương Perelman nhiều nhất: đó là truyền thông Nga. Phóng viên của đủ các loại báo chí, kể cả những tờ báo lá cải với ti-ra hàng triệu bản đã tới tấp gọi điện tới. Một số ngày, Trường 239 dường như chìm ngập trong những cuộc họp báo triển miên. Các giáo viên cũ của Perelman đã phải cân nhắc về sư trong sach, ngay thẳng của anh và mối quan hệ của anh với cộng đồng toán học. Rồi Channel 1 - kênh truyền hình có tới 98% các bà nội trợ Nga theo dõi – đã đưa tin Perelman từ chối giải thưởng một triệu đôla. Tamara Yefimova, hiệu trưởng Trường 239, đã nói với một tờ báo lá cải rằng Perelman không dự Đại hội Toán học ở Madrid vì anh không có tiền để mua vé. Alexander Abramov, huấn luyện viên cũ của Perelman, đã góp một bài báo cho tờ tuần báo sang trọng ở Moscow, lập luận rằng "không có sự huyền bí Perelman", mà chỉ có sự thất bại của các viện nghiên cứu Nga trong việc công nhận các thành tưu của Perelman. Channel 1 còn gọi điện về nhà cho Perelman và phát hình cuộc nói chuyện, trong đó anh nói rằng anh không còn làm toán nữa từ khi bỏ Viện Steklov. "Bạn có thể nói tôi đang dấn thân vào công việc tự giáo dục mình", anh nói. "Tôi không thể nói trước là tôi sẽ làm gì". Một nhóm quay phim từ một talk-show theo phong cách lá cải của Channel 1 đã xông vào căn hộ của Perelman, rồi gạt mẹ anh sang một bên để quay cái giường còn đang rất bề bộn. Rồi người ta bắt đầu nhận ra anh trên đường

phố và ở nhà hát. Anh đành phải nói, xin lỗi, anh không phải là Perelman. Những người nước ngoài chụp hình anh bằng điện thoại di động và đưa lên Internet.

Rồi cả những nhà chính trị cũng nhập vào sự điên rồ chung ấy. Hội đồng thành phố St. Petersburg đã xem xét tới chuyện bố trí lính gác ở ngoài căn hộ mà anh đang sống cùng với mẹ. Dường như mọi người đều muốn cho anh tiền. Một thành viên nội các đề nghị nói chuyện với anh, nhưng anh không muốn. Được những người có quyền lực và đáng kính trọng nhờ vả, các thầy giáo già của Perelman đã đồng ý làm trung gian và gọi điện cho Perelman. Anh đã phải hét lên những lời khiếm nhã mà các thầy cô không muốn nhắc lại. Họ chỉ nói với tôi rằng anh ấy đã thô lỗ, rất thô lỗ. Trong một trường hợp, có một quỹ tư nhân ở Moscow với sự hợp tác của Rukshin đã nghĩ ra một cách đưa tiền cho mẹ Perelman, một loại ban thưởng cho công lao nuôi dưỡng được đứa con trai thiên tài. Perelman đã nghe lỏm được me nói chuyên điện thoại, anh đã giật lấy ống nghe khỏi tay bà, và hét toáng lên. Vốn là một người hiền lành, đứa bé Do Thái có hạnh kiểm ngoan, khi bị dồn vào chân tường đã trở thành một kẻ chuyên chế tại gia. Và nếu như thế giới không định tôn trọng sự ẩn dật, cô độc của anh, thì anh sẽ xem thế giới - toàn bộ thế giới – là kẻ thù của mình.

Một năm sau, khi tôi đề nghị Rukshin chuyển hộ một quyển sách vừa mới xuất bản của Morgan và Tian cho Perelman, Rukshin đã từ chối với lý do, lần gần đây nhất ông cố gắng chuyển một món quà từ một người hâm mộ nước ngoài, Perelman đã ném món quà đó – một đĩa nhạc CD – vào đầu Rukshin.



# Ván đề một triệu đôla

Khi Jim Carlson học tiểu học, ông thấy số học thật chán ngắt, đầu óc ông cứ vẩn vơ không sao tập trung được. Mẹ ông đã phải dùng các flashcard¹ để dạy kèm cho ông nhằm giúp ông không bị điểm kém. Khi Carlson học năm cuối ở trường trung học, thầy giáo dạy toán đưa cho ông một tờ giấy đánh máy và bảo ông xuống ngồi ở cuối lớp. Tờ giấy có ghi tên một chục quyển sách toán mà thầy giáo của ông nghĩ rằng ông sẽ thích – và ông có thể học theo những cuốn sách đó vào những lúc rỗi ở cuối lớp khi ông đã làm xong những công việc khác. Trong danh sách ghi trên tờ giấy có quyển Toán học là gì? của Courant và Robbins, trong đó lần đầu tiên ông được đọc về các số vô tỷ và nhiều thứ khác nữa. Khi Carlson bước chân vào

<sup>1.</sup> Flashcards là tập hợp các thẻ mang thông tin, từ hoặc số, một mặt hoặc cả hai, được dùng để luyện tập ở lớp hoặc ở nhà. Người ta ghi câu hỏi ở một mặt trên thẻ và câu trả lời ở phía sau. Flashcard có thể mang cả từ vựng, số liệu lịch sử, các công thức, v.v có thể được học thông qua định dạng hỏi đáp.

Đại học Idaho năm 1963, ông đã định chọn chuyên ngành là vật lý hoặc tâm lý học. Nhưng ông đã không bao giờ học tâm lý học, còn vật lý thì có khá khẩm hơn một chút, nhưng vào thời gian Carlson học năm thứ hai thì kiến thức toán học của ông đã ngang tầm với một sinh viên đã tốt nghiệp.

Ông nhân bằng PhD ở Princeton vào năm 1971, rồi sau đó day ở Stanford và Brandeis, cuối cùng ông dừng chân ở Đại học Utah và ở đây, sau một phần tư thế kỷ ông đã trở thành trưởng khoa Toán. Sau đó, ông rời Utah tới Cambridge, bang Massachusette, để lãnh đạo Viện Toán Clay. Ông nhận công việc này vì nhiều lý do, trong đó có thực tế là lịch trình làm việc phù hợp với hoàn cảnh cá nhân của ông và ông cũng rất tâm đắc với công việc ở đây. Công việc của ông là khuyến khích và nâng đỡ sự phát triển của toán học. Một phần của công việc đó là đảm bảo cho trẻ em và thanh thiếu niên đi vào toán học một cách đàng hoàng hơn, tức là không phải qua phía cuối của lớp học toán như ông ngày xưa nữa. Theo một nghĩa nào đó, ông phải mang lại cho nền toán học Mỹ một tiếng tăm vang đôi và một sư thể chế hóa đơn giản mà hiệu quả, khác với nền toán học Xô Viết. Và một trong những công cụ mà ông sử dụng để quảng bá cho toán học chính là dự án Giải thưởng Thiên niên kỷ đầy tham vọng và có ngân quỹ cực kỳ dồi dào. Mặc dù nói thật lòng, Jim Carlson không hề chờ đợi sẽ phải sử dụng tới số tiền đó và ông cũng nghĩ rằng, trong thời gian mà ông còn sống, sẽ chẳng có bài toán Thiên niên kỷ nào được giải hết.

Carlson nhận chức chủ tịch Viện Clay vào mùa hè năm 2004, đúng lúc xảy ra những cuộc tranh cãi xung quanh chứng minh của Perelman và giải thưởng của ông bắt đầu được định liệu. Tôi luôn có ấn tượng rằng người như ông và làm điều ông đã làm, Carlson thường xuyên phải gồng mình chống lại sự nhút nhát lấn át một cách tiềm tàng và to lớn. Ông là người ăn nói nhẹ nhàng, muốn an nhàn, vô cùng lịch sư và là người cuối cùng mà người ta có thể hình dung được ở trung tâm của cuộc tranh cãi. Thát ngẫu nhiên, khi nhận chức chủ tịch Viện Clay, Carlson không hề biết đủ để chờ đón loại bão tố truyền thông cuối cùng đã vây quanh giải thưởng của ông. "Tôi có nghe những thông báo [về các preprint của Perelman]", Carlson nhớ lại khi nói chuyện với tôi. "Tôi thực sự còn nhớ ý nghĩ lúc đó, 'Trời ơi, lẽ nào sắp có lời giải cho bài toán Poincaré sao?' Và tất nhiên tôi bắt đầu phải nghĩ về Giải thưởng Thiên niên kỷ. Tất nhiên, lẽ nào không tuyết vời khi mà chắc chắn một giải thưởng duy nhất sẽ được trao cho ai đó khi tôi còn sống. Nhưng như cô biết đấy, người ta còn chưa biết thực sự có đúng như vậy không. Tôi coi nó ngang như một vụ động đất: cô chỉ biết khi nó đã xảy ra. Và có lẽ cô sẽ nói rằng sức căng đã được tích tụ trong đá, nhưng không ai có thể dự báo thành công động đất cả. Và cũng chẳng ai biết được khi nào thì có ai đó sẽ tìm ra ý tưởng đột phá dẫn tới lời giải của bài toán".

Đó là điều Carlson đã nghĩ khoảng vài tháng trước khi ông nhận quyền lãnh đạo ở Viện Clay. Ông biết rằng Perelman đã đưa các preprint của anh lên arXiv – vào những ngày đó, đây không phải là chuyện thông thường; nhiều nhà toán học đưa những bài báo của họ lên mạng ngay khi họ gửi cho một tạp chí, để mời gọi sự thảo luận về toán học trước khi quá trình phản biện kết thúc. Nhưng một điều đã trở nên rõ ràng ở đây là Perelman lại không gửi các bài báo của anh cho bất cứ một tạp chí nào và cũng không có ý định làm như vậy. Cái dường như là một điều kiện tuyệt đối lành mạnh và hoàn toàn hiển nhiên đó của Giải thưởng Thiên niên kỷ giờ lại nổi lên như một trở ngại tiềm tàng.

Carlson đã lái con thuyền Thiên niên kỷ một cách thành thao và điệu nghệ khi ông tài trợ cho các hội thảo về chứng minh của Perelman, những công trình của Kleiner và Lott cũng như của Morgan và Tian nhằm giải thích chứng minh đó. Khi nói chuyện với tôi, ông đã ví công trình của Perelman với "một chớp sáng cho phép ta nhìn xuyên thấu cả cánh rừng". Hẳn nhiên "là còn nhiều công việc phải làm, phải hạ bớt rất nhiều cây và phải leo lên một số tảng đá và những thứ khác, nhưng tìm ra con đường mới, đó là một việc cực kỳ khó khăn. Còn nếu không tìm ra thì bất kể có bỏ ra bao nhiều công sức đi nữa cũng là vô ích. Đó là cái mà Perelman đã làm được". Những người thực hiện các dự án nhằm giải thích chứng minh của Perelman rõ ràng có công lao ít hơn nhiều so với người đưa ra lời giải gốc, nhưng điều đó cũng khiến Carlson rất khâm phục - cả đối với các nhà toán học lẫn hệ thống toán học đã biết nương theo một cách mềm dẻo những điều kiện khác thường mà Perelman đã đặt ra, để cung cấp một sự kiểm tra nghiêm ngặt và những giải thích tường minh đúng theo yêu cầu. Carlson mở chiếc máy tính MacBook Air để đọc to lên một đoạn mà ông cảm thấy đặc biệt hấp dẫn từ các công bố của Kleiner và Lott: "Đây rồi. 'Chúng tôi đã không phát hiện ra những vấn đề nghiêm trọng nào, nghĩa là những vấn đề không thể sửa chữa được khi dùng phương pháp mà Perelman đã đưa ra. Tôi nghĩ rằng đó là một phát biểu rất chính xác. Cô biết đấy, có một lượng công việc rất lớn và quan trọng đã được làm để đảm bảo chứng minh là đúng và hoàn chỉnh. Nhưng điều then chốt ở đây là không có 'những vấn đề nghiêm trọng nào, nghĩa là những vấn đề không thể sửa chữa được khi dùng phương pháp mà Perelman đã đưa ra. Cũng đã có nhiều phương pháp và ý tưởng, nhưng rất khó truyền đạt những thứ đó cho công chúng, tuy nhiên, tôi hy vọng khi viết sách, cô có thể sẽ làm được điều đó".

Nói cách khác, điều mà ông muốn nói với tôi là: không còn tranh cãi gì nữa, Perelman đúng là tác giả của chứng minh, còn Kleiner và Lott đã khẳng định điều đó theo cách mà Carlson rất khâm phục.

Với sự xuất hiện bài báo của Cao và Zhu cũng như sự chú ý khác thường của truyền thông, những tháng trước khi ICM diễn ra ở Madrid thật là căng thẳng. Nhưng ICM dường như đã thu xếp ổn thỏa và những bằng chứng về việc đạo văn xuất hiện vào mùa thu năm 2006 đã làm cho vấn đề quyền tác giả coi như đã được giải quyết. Sau đó là việc xuất bản cuốn sách của Morgan và Tian về chứng minh của Perelman. Viện Clay đã bắt đầu thời gian chờ đợi hai năm theo quy định của Giải thưởng Thiên niên kỷ. Vào cuối thời gian đó, người ta sẽ bổ nhiệm một hội đồng để đưa ra những tiến cử vào mùa thu năm 2009. Nếu không xuất hiện một sai sót nào trong chứng minh hoặc một sự cố ít có khả năng xảy ra và không thấy trước được, hội đồng sẽ tiến cử giải thưởng một triệu đôla trao cho Perelman. Chỉ một câu hỏi duy nhất còn bỏ ngỏ, điều gì sẽ xảy ra sau đó?

Nếu lập luận của Perelman về các giải thưởng, phần thưởng và vinh dự là nhất quán, thì anh có thể sẽ chấp nhận Giải thưởng Clay một triệu đôla nếu nó được trao cho anh. Xét cho cùng, tuyên bố từ chối của anh đối với giải thưởng châu Âu chẳng qua là do nó được trao cho công trình mà anh coi là chưa hoàn chỉnh. Nhưng đối với chứng minh Giả thuyết Poincaré thì không thể nói như vậy được. Không chỉ các nhà toán học khác xem nó là hoàn chỉnh mà chính Perelman cũng tin chắc lần này anh đã hoàn thành trọn vẹn

dự án đó. Sự từ chối của anh đối với Huy chương Fields, mặc dù không bao giờ được tuyên bố một cách rõ ràng, dường như có hai lý do: thứ nhất, anh không còn xem mình là một nhà toán học nữa, nên không thể nhận giải thưởng nhằm khích lệ các nhà nghiên cứu đang ở giữa chừng sự nghiệp; và thứ hai, anh không muốn là một bộ phận của ICM với tất cả mọi thứ quảng cáo đi kèm, rồi diễn từ, nghi lễ, và cả chuyện vua Tây Ban Nha nữa.

Tuy nhiên, giải thưởng Clay đã được lập ra để trao cho một thành tựu đặc biệt: không có quy định nào nói rằng người nhận sẽ phải tiếp tục làm toán sau đó. Nó cũng không đòi hỏi nhất thiết phải có một nghi lễ nào. Nó là sự tôn vinh của các đồng nghiệp đối với một nhà toán học mà không có liên quan tới một hoàng gia nào. Giải thưởng này cũng khác với giải thưởng châu Âu cũng như Huy chương Fields ở một phương diện rất quan trọng: nó tượng trưng cho sự thừa nhận thành tựu phi thường của Perelman. Anh cũng không thể bị so với những người được nhận giải khác, hiện tại cũng như trong quá khứ – vì thực tế, rất có thể là hiện nay sẽ không có ai còn sống để được nhìn thấy một người khác được trao Giải thưởng Thiên niên kỷ này nữa.

"Tôi nghĩ, cậu ấy có thể đã có một kế hoạch", Alexander Abramov, nguyên huấn luyện viên đội tuyển Olympic của Perelman nói với tôi. "Cậu ấy có thể đã quyết định rằng khi được trao giải thưởng Clay, cậu ấy sẽ nhận nó vì đó là dấu hiệu của sự công nhận hoàn toàn và khi đó cậu ấy có thể sống như cậu ấy muốn, không phụ thuộc vào bất cứ ai khác". Abramov ngừng một lát, rồi tiếp tục, "Nhưng cô thấy đấy, đó chẳng qua chỉ là bởi vì muốn nghĩ ra một giả thuyết hợp lý nào đó ở đây thôi". Tức là, cần nghĩ ra một kịch bản kết thúc có hậu cho Perelman, bởi nếu ngược lại, và nếu người

ta quan tâm đến Perelman thì người ta có thể sẽ rất lo lắng cho anh như Abramov đã lo lắng. "Tôi e rằng đó là một tình huống sẽ kết thúc một cách tồi tệ", ông nói. "Cậu ấy có quá nhiều chuyện và rất đơn độc", Abramov như là một người khác, ông không gọi điện cho Perelman từ khi anh trở nên rất hay tự ái. Trước khi điều đó xảy ra, ông thỉnh thoảng vẫn gọi điện cho anh, đề nghị giúp đỡ cả về tinh thần lẫn tài chính. Chẳng hạn, nếu Perelman không muốn nhận giải, anh có thể viết một bài báo cho Kvant, một tạp chí phổ biến về toán và vật lý do Kolmogorov sáng lập và lúc đó Abramov là một trong số những người phụ trách ở đó và anh sẽ có tiền. Perelman đã từ chối mọi đề nghị, kể cả đề nghị của Abramov về tình bạn của ông. Abamov nhớ lại, "Cậu ấy nói với tôi rằng, một trong những nguyên tắc của cậu ấy là 'Không nên ép buộc tình bạn của mình cho một ai đó. Vì vậy tôi có hỏi cậu ấy có biết câu chuyện về tình bạn của Kolmogorov và Pavel Alexandrov không, cậu ta đột nhiên quan tâm đến chuyện đó và chúng tôi đã nói chuyện với nhau khoảng mười phút. Cậu ấy quan tâm nhất tới chuyện Komogorov đã tát Luzin" - Kolmogorov đã đánh thầy cũ của ông và Alexandrov sau khi Luzin không bỏ lá phiếu đã hứa để bầu Alexandrov vào Viện Hàn lâm Khoa học. Hy vọng tìm một chỗ đứng chung với cậu học trò cũ, Abramov hứa sẽ gửi cho Perelman cuốn sách viết về Kolmogorov và Alexandrov. "Em hiện không đọc gì hết", Perelman nói, anh đã dùng cái cớ này để từ chối mọi đề nghị gửi sách, kể cả những cuốn sách viết về chứng minh của anh. Abramov vẫn nuôi chút ít hy vọng vào sự trao đổi của ông với Perelman: "Ít nhất thì cậu ấy vẫn chưa mất hoàn toàn mối quan tâm tới mọi chuyện". Nhưng tôi lại muốn giải thích điều này theo một cách khác. Dường như Perelman lúc đó đang dần dần đi tới chấm dứt mối quan hệ cá nhân khép kín còn lại trừ mẹ anh và Rukshin. Thi thoảng, vào mùa đông hoặc mùa xuân, Perelman cũng cắt bỏ mọi liên lạc cả với người thầy giáo cũ của mình.

Nhưng trước khi Perelman ngừng trò chuyện với Rukshin, hai người cũng đã dành thời gian nói chuyện với nhau về giải thưởng một triệu đôla và rõ ràng họ đã cùng nhau lập kế hoạch để ứng phó với chuyện này. Cũng giống như phần còn lại của thế giới toán học, hai người tin rằng Viện Clay đã phản bội Perelman. Rukshin thậm chí còn gợi ý với tôi rằng trong quá trình đó, Clay đã thay đổi những quy định của mình, như đưa vào yêu cầu phải có công bố đã được phản biện và thời gian chờ đợi hai năm chỉ cốt là để trì hoãn trao tiền cho Perelman, hoặc để tránh trao toàn bộ nó cùng một lúc. Thực tế, không có bằng chứng nào cho thấy sau khi thành lập vào năm 2000, Viện này đã thay đổi những quy định của Giải thưởng Thiên niên kỷ. Quả thực ai ở vào vị trí của Carlson cũng đều muốn tìm cách để trì hoãn ra quyết định và nhất là sau thất bại khi đã không thuyết phục được Perelman nhận giải cũng như sự tuyên truyền khá nặng nề kèm theo sự trao giải đó. Một loạt các sự kiện này chắc chắn không phải là câu chuyện về chiến công và vinh quang toán học mà Viện Clay nhắm tới, và trong khi nó muốn thực hiện mục tiêu đã được tuyên bố là thu hút sư quan tâm của công chúng tới toán học, thì đây cũng gần được coi như một câu chuyện cổ tích gây cảm hứng cho những người trẻ tuổi theo đuổi sư nghiệp toán học. Rất có thể Carlson đã muốn từ bỏ chèo lái mảnh đất nhiều cam bẫy này, nhưng không có bằng chứng nào cho thấy như vậy cả. Thực tế, ông đã làm tất cả trong quyền han của mình để đẩy nhanh quá trình đó với động lực chủ yếu là thực hiện cái sứ mệnh nặng nề của ông nhằm giúp khẳng định thành tưu của Perelman, nhưng cũng ít hy vọng là ông sẽ được gặp chính anh ta.

Vào mùa xuân 2008, Carlson lập kế hoạch tới châu Âu. Ông quyết định ghé qua St. Petersburg. Đó cũng là thời điểm tốt: cuộc tranh cãi đã lắng xuống, không còn những ngờ vực dai dẳng về chứng minh của Perelman nữa và rõ ràng cũng đã đến lúc một ai đó, có thể là chính Carlson, phải đề nghị Perelman nhận giải thưởng một triệu đôla. Đây chính là thời gian phải bắt đầu nói chuyện với Perelman.

Có lẽ Carlson cũng nghĩ rằng cuộc nói chuyện này sẽ rất giống cuộc nói chuyện của John Ball với Perelman – dài và chi tiết, nếu như không có kết quả. Ông ít có lý do để kỳ vọng rằng cuộc nói chuyện sẽ kết thúc theo một cách khác, nhưng dẫu sao ông vẫn hy vọng.

Carlson gọi điện cho Perelman từ phòng khách sạn ngay ngày đầu tiên ông tới St. Petersburg. Ông tự giới thiệu và giải thích cho Perelman về lịch trình của giải thưởng Clay. Ông nhắc lại tất cả những thứ mà chắc rằng Perelman đã biết – rằng phải mất hai năm sau khi công bố có phản biện và rằng cuốn sách của Morgan và Tian đã cung cấp một điểm xuất phát cho sự đếm ngược thời gian. Ông nói rằng hội đồng rất có thể sẽ được bổ nhiệm vào tháng 5 năm 2009 và sẽ báo cáo lại vào tháng 8 cùng năm.

Perelman lắng nghe một cách lịch sự.

Carlson không hỏi nếu được trao tiền Perelman có nhận không. "Cách thức diễn ra câu chuyện", Carlson giải thích cho tôi. "Tôi nghĩ là không thích hợp lắm". Một làn sóng nhút nhát, bị kiềm chế quá lâu có thể bây giờ mới tràn ra. Hoặc cũng có thể Carlson đơn giản là muốn giữ lại, không hỏi câu hỏi đó để mình còn có hy vọng mong manh thêm một năm nữa rằng Perelman sẽ đồng ý nhận giải. "Tôi

không có cảm giác rằng cánh cửa đã hoàn toàn khép lại", Carlson đã nói với tôi như vậy.

Vào cuối cuộc nói chuyện, Perelman nói: "Tôi không thấy có ý nghĩa gì trong cuộc gặp gỡ của chúng ta".

Ngày hôm sau, Carlson tới Viện Steklov thăm người bạn cũ là Anatoly Vershik, chủ tịch Hội Toán học St. Petersburg và là người đã từng giới thiệu Perelman cho giải thưởng châu Âu mà sau đó anh đã từ chối. Vershik và Carlson ngồi uống trà. Rồi cái tên Yau được nhắc tới; ông ta đang tổ chức một hội nghị để kỷ niệm sinh nhật lần thứ 59 của mình. "Tôi thật không sao hiểu nổi", Vershik lầm bầm. "Tôi biết Gian-Carlo Rota cũng tổ chức một hội nghị để kỷ niệm sinh nhật lần thứ 64, nhưng 64 là 2 lũy thừa 6 (tức 26), chứ còn 59 thì là cái gì? Một số nguyên tố ư!" Quả là một thứ phiếm đàm của các nhà toán học.

Carlson dùng phần còn lại của ngày thứ ba để gặp gỡ những người bạn toán học cũ, chơi cello trong phòng khách sạn – một mô hình du lịch đặc biệt đậm chất hình học – và suy ngẫm về Perelman cùng với giải thưởng. Ông đã đi đến kết luận rằng, bất kể Perelman quyết định như thế nào, giải thưởng Clay cũng sẽ được sử dụng để mang lại lợi ích cho toán học. Và thực tế, nó đã là như vậy. "Sẽ rất tốt nếu giải thích cho công chúng biết có những bài toán không giải được", Carlson nói với tôi, khi chúng tôi ra ngoài uống thứ vodka buổi trưa lạ lẫm ở một quán cà phê có tên là "Idiot" (*Thằng ngốc*). "Thật ngạc nhiên là rất nhiều người không biết điều đó".

Carlson thừa nhận, đúng là có nhiều nhà toán học phê phán giải thưởng bằng tiền vì sự hời hợt của nó; một số còn thấy rằng đó là sự xúc phạm nữa. Ngay cả Vershik, bạn ông, cũng đã viết một bài báo phê phán Giải thưởng Thiên niên kỷ cũng dựa trên đúng những

cơ sở đó. Nhưng Carlson nói với tôi là ông đã có nhiều cuộc nói chuyện với sinh viên, những người rất muốn biết các bài toán một triệu đôla đó là gì. Theo một ý nghĩa nhất định, sự tích tụ dẫn tới giải thưởng sẽ mang lại những lợi ích bất ngờ. "Không chi tiền để nhận được toán học, dưới con mắt của công chúng quả là một thành tựu không tồi", Carlson khoe khoang. Perelman đúng là một kẻ đồng lõa vô tình của ông. "Toán học sẽ được quan tâm hơn nữa trong con mắt của công chúng đối với những người không quan tâm đến tiền".

Carlson không đơn giản là đeo một khuôn mặt dũng cảm, mặc dù chắc chắn ông đã làm điều đó. Mặc dù khá vụng về, ông đã cảm thấy một cách rõ ràng rằng ông đã giúp thu hút được sự chú ý tới thành tựu mà nó xứng đáng. Trong tất cả các cuộc nói chuyện của tôi với Carlson, tôi không bao giờ cảm nhận thấy một sự oán giận nào đối với Perelman, điều đó đặt ông hơi tách ra khỏi những nhà toán học khác mà tôi đã phỏng vấn: không giống như Kleiner, ông đã không nhường bất cứ một tham vọng nghề nghiệp nào của mình cho thành công của Perelman; không giống Tian, cá nhân ông không hề cảm thấy bị Perelman khinh thị. Ông đã không hiểu Perelman, hoặc tuyên bố mình đã hiểu Perelman. Tất cả những thứ ông có là giữ mãi sự tôn trọng đối với anh.

Người duy nhất không những tuyên bố hiểu được Perelman mà còn là người đôi lúc dường như còn hướng được anh là Gromov.

"Ông có nghĩ là Perelman sẽ nhận một triệu đôla không?" Tôi hỏi Gromov.

"Tôi nghĩ là không".

"Tại sao lại không?"

"Anh ấy có những nguyên tắc của mình".

"Những nguyên tắc nào?"

"Bởi vì, theo quan điểm của anh ấy thì Clay chả là gì. Thế thì tại sao lại phải nhận tiền của ông ta?"

"OK, Clay là một doanh nhân, nhưng quyết định mọi chuyện là các đồng nghiệp của Perelman kia mà", tôi phản đối, bằng cách dùng một từ mà trong tiếng Nga nó vừa có nghĩa là "quyết định" vừa có nghĩa là "giải quyết".

"Nhưng những đồng nghiệp này thông đồng với Clay!", lúc này Gromov tỏ ra rất bực tức. "Họ quyết định [giải quyết] ư! Anh ta không sử dụng bất cứ một lời giải nào của họ hết! Anh ta đã giải quyết định lý đó rồi thì còn gì để giải quyết nữa. Không ai giải gì hết! Anh ta đã giải quyết định lý đó rồi".

#### Vĩ Thanh

Hơn 10 giờ sáng ngày 8 tháng 6 năm 2010, vài trăm người tụ tập ở bậc lên xuống và via hè phía trước Viện Hải dương học Paris. Họ phải cất công đến từ Nga, Mỹ, Úc và Nhật Bản xa xôi để chứng kiến sự kiện được dự kiến diễn ra ở Viện Poincaré bên cạnh, nhưng địa điểm này xem ra là quá nhỏ đối với một trong những nghi lễ có lẽ là lạ lùng nhất đã từng được tổ chức.

Hai tháng trước, Viện Clay đã đưa ra thông báo được chờ đợi từ lâu và Jim Carlson đã gọi điện báo tin cho Grisha Perelman rằng anh được trao giải thưởng một triệu đôla. Perelman tỏ ra rất chân tình nhưng nói không úp mở rằng anh sẽ không tới dự lễ trao giải ở Paris. Song anh lại làm khó, khi không nói một cách dứt khoát trước lễ đó rằng anh có dự định nhận giải đó hay không. Cuối cùng, để chào mừng thành tựu của Perelman và lễ trao Giải thưởng Thiên niên kỷ đầu tiên, Viện Clay dự định sẽ dành trọn hai ngày cho các báo cáo khoa học và một sự kiện mà bản chương trình đã in ra gọi đơn giản là Lễ. Một điều gì đó – chưa biết chắc là điều gì – sẽ diễn ra trước sự hiện diện của một số bộ óc toán học tuyệt vời nhất trong thời đại chúng ta.

Người thuyết trình đầu tiên là nhà toán học người Anh, Ngài Michael Atiyah, người đã giới thiệu về Giả thuyết Poincaré tại Hội nghị Thiên niên kỷ đầu tiên gần tròn mười năm trước. Nhớ lại lần đó, ông đã tiên đoán rất chính xác rằng việc chứng minh Giả thuyết Poincaré sẽ phải dùng tới các công cụ được phát minh bên ngoài topo học. Lần này, ông trình bày khái quát về lịch sử toán học từ quan điểm số chiều: trong thế kỷ 19, các nhà toán học nghiên cứu hai chiều, thế kỷ 20 nghiên cứu ba chiều và sang thế kỷ 21, được khai thông bởi công trình của Perelman, người ta bắt đầu chinh phục chiều thứ tư. Tiếp sau Atiyah, John Morgan trình bày một tổng quan về lịch sử Giả thuyết Poincaré.

Và người nọ tiếp người kia, những tên tuổi vĩ đại nhất của toán học lần lượt bước lên bục. Curtis McMullen đã trình bày một bản tổng quan rất dí dỏm về Giả thuyết Hình học hóa với sự bổ trợ của các *slide* vẽ các con thỏ, những cái nấm và các con khủng long, tất cả nhằm biểu diễn các hình dạng tạo nên tám hình học giả thuyết của Thurston. McMullen cũng nhận xét rằng ông đã một lần nghe Perelman thuyết trình và "nhớ lại hồi đó, rõ ràng là anh ta đã miễn dịch với lối tư duy đã được mọi người chấp nhận" và toàn bộ cử tọa đã khúc khích cười.

Chính Thurston đã nói lên điều mà tất cả các nhà toán học có mặt ở đó đều có thể nói: "Perelman đã làm được cái mà tôi không thể". Stephen Smale ủng hộ, cùng với Misha Gromov, người đã gọi công trình của người mà ông bảo trợ là một thành tựu vĩ đại nhất thế kỷ. Andrew Wiles, người đã chứng minh được Định lý cuối cùng của Fermat – và cũng là diễn giả duy nhất không có quan hệ cá nhân với Giả thuyết Poincaré – đã chỉ ra rằng việc lời giải của Perelman đã vật chất hóa quá sớm Giải thưởng Thiên niên kỷ sau khi được công bố quả là điều đáng ngạc nhiên.

Nói cách khác, đây là một cơ hội thật thích hợp và đáng ăn mừng. Tất cả các diễn giả đều ở trạng thái thăng hoa: Atiyah tung ra các câu nói đùa làm cho các thính giả cười phá lên; McMullen trình chiếu các *slide* làm cho cử tọa há hốc mồm kinh ngạc; còn Thurston thì gần như nhảy múa khắp sân khấu, tay chân vung loạn xạ cứ như các hình dạng tưởng tượng mà ông mô tả ở ngay ngoài tầm với của ông vậy. Tất cả đều vui nhộn như cần phải thế, chỉ trừ hai người vắng mặt đáng lưu ý, đó là Perelman và Richard Hamilton.

Cuối buổi chiều hôm đó, Landon Clay bước lên sân khấu, cầm một vật trong tay. "Tôi sẽ vô cùng vui sướng", ông nói, "được trao giải thưởng này cho người nhận nó". Rồi ông đọc to dòng chữ ghi trên khối điêu khắc bằng thủy tinh ông giữ trên tay: "Giải thưởng Thiên niên kỷ được tặng cho Grigory Perelman vì đã chứng minh được Giả thuyết Poincaré" và đưa nó cho Jim Carlson, tức là một lần nữa giao cho ông nhiệm vụ trao bằng được phần thưởng đó.

Một tuần sau lễ trao giải ở Paris, Perelman gọi cho chính Jim Carlson thông báo rằng anh không muốn nhận giải thưởng một triệu đôla. Viện Clay giờ đây cần phải quyết định dùng số tiền này như thế nào để có lợi cho toán học. Một điều kiện ngầm định là phải dùng số tiền ấy sao cho bản thân Perelman không cảm thấy mình bị xúc phạm hoặc thấy không thỏa đáng. Và khi chúng tôi viết những dòng này thì vấn đề đó vẫn chưa được giải quyết.

Tháng Giêng, 2011.

#### Lời cám ơn

Tôi đặc biệt cám ơn tất cả các nguồn trong cuốn sách này. Viết về một người không muốn người ta viết về mình là một nhiệm vụ không bình thường và quyết định nói chuyện với tôi có thể không phải là chuyện dễ dàng đối với bạn bè cũng như các thầy giáo của Perelman. Đặc biệt, Alexander Golovanov, Viktor Zalgaller và Sergei Rukshin đã có những cuộc nói chuyện rất dài với tôi, để giúp tôi hiểu được người bạn và người học trò của họ, và tôi hy vọng rằng cuốn sách này, chí ít đã phản ánh được một số nhận thức sâu sắc của họ. Tôi cũng rất biết ơn Jim Carlson, Sergei Gelfand và đặc biệt là Leonid Dzhalilov vì những gì họ đã làm để đảm bảo cho tôi viết về toán học một cách có ý nghĩa. Tất nhiên, mọi sai sót vẫn thuộc về tôi. Và cuối cùng, tôi xin cám ơn Elyse Cheney, người đại diện của tôi, cùng Becky Saletan và Armand Cook, các biên tập viên của tôi, vì đã làm cho cuốn sách của tôi hay hơn rất nhiều.

Tác giả

## Mục lục

| Mở đ       | 5  |     |
|------------|--|-----|
| I.         | Chạy trốn vào tưởng tượng                | 11  |
| II.        | Làm thế nào tạo ra được một nhà toán học | 29  |
| III.       | Một trường học tuyệt vời                 | 49  |
| IV.        | Điểm số tuyệt đối                        | 83  |
| V.         | Những quy tắc cho tuổi trưởng thành      | 109 |
| VI.        | Những thiên thần hộ mệnh                 | 135 |
| VII.       | Chuyến khứ hồi                           | 147 |
| VIII.      | Bài toán                                 | 171 |
| IX.        | Chứng minh xuất hiện                     | 193 |
| X.         | Sự điên rồ                               | 221 |
| XI.        | Vấn đề một triệu đôla                    | 259 |
| Vĩ Thanh   |  |     |
| Lời cám ơn |  |     |

#### THIÊN TÀI KỲ DỊ VÀ ĐỘT PHÁ TOÁN HỌC CỦA THẾ KỶ

Masha Gessen Phạm Văn Thiều - Phạm Thu Hằng *dịch* 

Chịu trách nhiệm xuất bản:
Giám đốc - Tổng biên tập NGUYỄN MINH NHỰT
Chịu trách nhiệm nội dung:
Phó giám đốc - Phó tổng biên tập NGUYỄN THẾ TRUẬT
Biên tập: TRẦN NGỌC NGÂN HÀ
Sửa bản in: TRẦN THỊ HỒNG VÂN
Bìa: BÙI NAM
Trình bày: ĐỖ VAN HANH

NHÀ XUẤT BẢN TRỂ

161B Lý Chính Thắng - Quận 3 - Thành phố Hồ Chí Minh ĐT: 39316289 - 39316211 - 38465595 - 38465596 - 39350973 Fax: 84.8.8437450 - E-mail: hopthubandoc@nxbtre.com.vn Website: http://www.nxbtre.com.vn

CHI NHÁNH NHÀ XUẤT BẢN TRỂ TẠI HÀ NỘI Số 21, dãy A11, khu Đẩm Trấu, p. Bạch Đằng, q. Hai Bà Trưng, Hà Nội ĐT: (04)37734544 - Fax: (04)35123395 E-mail: chinhanh@nxbtre.com.yn

Công ty TNHH Sách điện tử Trẻ (YBOOK) 161B Lý Chính Thắng, P.7, Q.3, Tp. HCM ĐT: 08 35261001 – Fax: 08 38437450 Email: info@ybook.vn Website: www.ybook.vn

### Thiện tài kỳ di và đột phá toán học của thế kỷ

Năm 1904, nhà toán học Pháp Henri Poincaré đã đưa ra giả thuyết về một không gian ba chiều có thể giúp ta giải thích hình dạng của vũ trụ. Mặc dù rất quan trọng trong sự phát triển của một lĩnh vực toán học có tên là topo học, nhưng trong suốt một thế kỷ không ai chứng minh được giả thuyết này. Vào năm 2000, khi một nhà từ thiện ở Boston (Hoa Kỳ) thông báo lập giải thưởng một triệu đô dành cho ai giải được bài toán ấy, chính ông cũng không biết rằng liệu mình có cơ hội chi trả món tiền đó hay không.

Năm 2002, một nhà toán học Nga tên là Grigory Perelman đã đưa lên mạng một bài báo hết sức súc tích và cô đọng. Trong quá trình giải một bài toán rộng hơn, ông đã quét sạch mọi trở ngại trên con đường chứng minh giả thuyết Poincré. Rồi rộ lên tin đồn trong giới toán học: Chứng minh đó là xác thực, nhưng vấn đề là Perelman không có ý định công bố nó một cách chính thức. Đó mới chỉ là điểm bắt đầu của những chuyện kỳ dị. Ngay sau một chuyến sang Mỹ ngắn ngủi cùng với mẹ, ông trở về St. Petersburg và ngừng liên lạc với tất cả mọi người trừ một số ít đồng nghiệp có trách nhiệm kiểm tra công trình của ông. Perelman đã từ chối huy chương Fields, một hành động tương đương với sự khinh rẻ Ủy ban xét giải Nobel. Sau đó, ông xin thôi việc ở Viện toán Steklov với bức thư có đoạn: "Tôi đã quá thất vọng trong toán học và muốn làm một điều gì đó khác". Và đỉnh điểm của câu chuyện là ông đã từ chối nhận giải thưởng một triệu đôla của Viện Clay. Tại sao Perelman đã bỏ ra biết bao tâm sức để tìm kiếm chân lý và vinh quang, đến cuối cùng lại vứt bỏ tất cả sau khi đã đạt được nó? Tại sao ông đột nhiên quay lưng lại với thế giới? Đó là những vấn đề đã ám ảnh Masha Gessen – tác giả cuốn sách này, một nhà báo sinh ra ở Nga, đã từng là một học sinh chuyên toán ở Moscow – người đã viết nhiều sách về giới trí thức Nga thời hậu Xô Viết. Không hề được Perelman giúp đỡ, bà đã dựng lại quá trình trưởng thành của ông từ một thần đồng Do Thái lặng lẽ tới một thiên tài kỳ dị nhằm trả lời những câu hỏi trên. Và kết quả là quyển sách hết sức hấp dẫn và thú vị mà bạn đang cầm trên tay.

