

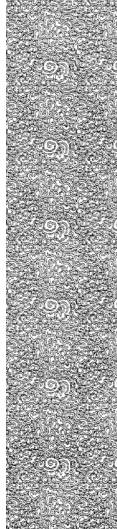
NHỮNG CÂU CHUYỆN TRUNG HOA XƯA

# SỐ HỌC





# những câu chuyện trung hoa xưa số học



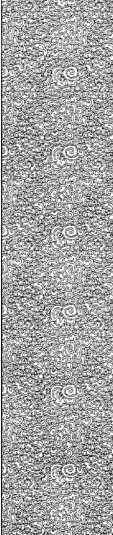


NHỮNG CÂU CHUYỆN TRUNG HOA XƯA



# SỐ HỌC

NHÀ XUẤT BẢN TRẺ

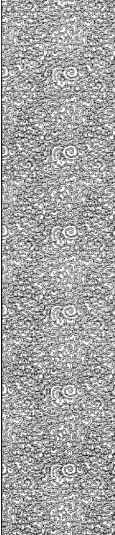


# CÂU CHUYỆN VỀ GHI SỐ BẰNG GÚT DÂY THỜI CỔ ĐẠI

**N**gày xưa ngày xưa, con người sống chưa có quê hương, chưa có ruộng vườn; họ thường lưu lại ở những nơi có cỏ, nước, đào hang hổ làm nhà, nay đây mai đó; họ sống thành các quần thể không nơi cố định.

Tương truyền rằng vào thời Viêm Hoàng, ở vùng trung và hạ lưu sông Hoàng Hà có một bộ lạc gọi là Đông Di. Đất đai ở đó rất màu mỡ, hàng trăm loài cây chen chúc nhau mọc; trong rừng có đủ loại cầm thú cư trú. Lúc đó đúng là thời kỳ phát triển sơ khai của con người, cuộc sống của họ rất giản đơn. Người ta hái lượm quả dại trên rừng, săn bắt thú trong núi hoặc mò cua cá dưới sông để duy trì cuộc sống của mình.

Lúc đó con người còn chưa biết sử dụng các dụng cụ mà chỉ dựa vào “vận may” của nhau, ai kiếm được cái gì thì mọi người cùng ăn chung, cùng hưởng niềm hạnh phúc. Nhưng rồi nhân khẩu ngày một tăng lên, có khi



những thứ kiếm được không đủ chia cho nhau; vì vậy cái đói là điều thường xuyên xảy ra. Như việc bắt cá chẳng hạn, vì không có dụng cụ đánh bắt, nên phương pháp bắt cá duy nhất là mọi người cùng lội xuống nước, vây lại thành vòng, đuổi cá vào một chỗ, rồi dùng đá ném hoặc dùng cây que đập mới có thể bắt được một con cá. Có khi vất vả mệt nhọc cả buổi người ta mới bắt được vài con cá con. Trong bộ lạc Đông Di có một thủ lĩnh tên là Phục Hy, ông là người thẳng thắn cương trực lại có tài suy nghĩ tính toán. Ông cho rằng: nếu như có một cách nào đó vừa ít tốn nhân lực và lại ít mất thời gian mà bắt được vừa nhanh vừa nhiều cá thì hay biết mấy.

Có một hôm, cũng như mọi ngày, Phục Hy cùng các bạn lội xuống nước để bắt cá, đuổi dồn cá từ chỗ nước sâu đến chỗ nước nông; vì người đuổi bắt cá nhiều và ào ào, dưới nước lại có rất nhiều cỏ lác mọc um tùm, đàn cá cuống cuống nhảy tung tóe tháo chạy, nên một số con đã bị vướng vào cỏ không bơi đi được chỉ còn nằm đợi người thò tay vào bắt. Phục Hy nhìn thấy cảnh tượng ấy, bỗng lóe lên một ý nghĩ: ông liền đi tìm những dây nhỏ, bắt chước như cỏ biển đan xen dưới nước, kết thành những tấm “lưới” đánh cá. Quả nhiên dùng “lưới” để bắt cá vừa nhanh lại vừa đỡ tốn công sức. Mọi người vô cùng vui sướng ôm nhau nhảy múa reo hò ca hát.

Từ đó trở đi, cá bắt được bằng lưới nhiều hơn, họ ăn uống no nê mà cá vẫn còn thừa ra rất nhiều, Phục Hy nghĩ:



trước đây cá ăn thừa vứt đi thật lãng phí, chi bằng đem chia cho mọi người cất giữ để ăn dần. Phục Hy đem suy nghĩ này nói với mọi người, tất cả đều gio tay đồng tình.

Dần dần, thức ăn cất giữ cũng ngày một nhiều ra, cho nên dù có mưa gió rét buốt mọi người cũng không lo thiếu thức ăn như trước đây. Điều đó càng làm cho họ rất cảm kích trước những sáng kiến của Phục Hy và thường đem những cua cá bắt được biếu tặng Phục Hy. Phục Hy muốn ghi lại những lễ vật mà mọi người biếu cho mình nhưng lại không biết làm cách nào, ai cho nhiều, ai cho ít, ai cho con to, ai cho con nhỏ v.v... làm sao nhớ hết được!? Lúc đó con người chưa có khái niệm đếm và ghi số. Phục Hy lại nghĩ đến nguyên lý dùng sợi dây cỏ thắt gút, dùng các gút thắt để ghi số (Hình trang 8). Thế là từ đó hễ ai cho một con cá, ông dùng nút: đưa đến cá to, thắt nút trên dây to; đưa đến cá nhỏ, thắt trên dây nhỏ. Cứ thế các nút trên các dây lớn nhỏ trở thành “quyển sổ kế toán” của ông. Cách ghi số bằng các gút dây như vậy chính là câu chuyện về “Ghi số bằng gút dây” trong lịch sử cổ đại.

Sau này dựa vào câu chuyện “Ghi số bằng gút dây” của Phục Hy, người ta sáng tạo ra cách ghi số tân tiến hơn. Vì mọi người cảm thấy ghi số bằng gút dây rất phức tạp, nên người ta đã dùng rìu đá khắc dấu lên thân cây: đưa đến một con cá thì khắc một dấu, đưa đến hai con, khắc hai dấu. Cách ghi này tiện lợi hơn nhiều so với gút dây,

lại dễ nhìn thấy. Thời gian qua đi, cách ghi bằng khắc  
dấu rìu đá dần dần thay thế cách ghi bằng gút dây và đã  
được phổ biến rộng rãi, áp dụng được rất lâu dài.



# ĐỊNH LÝ SỐ DƯ CỦA TRUNG QUỐC

Trung Quốc là quê hương của số học. Từ rất xa xưa, trong sách “Tôn Tử toán kinh”, đã có đề toán nổi tiếng thế giới, người Trung Quốc cổ xưa gọi đề toán ấy là “Bài toán cách tường”, còn các nhà số học trên thế giới thì gọi đó là “Định lý số dư của Trung Quốc” hay “Định lý Tôn Tử”.

Tương truyền rằng vào đời nhà Hán có một vị đại tướng tên là Hàn Tín, ông rất giỏi dùng binh, năng chinh chiến. Nghe nói khi điểm binh sĩ ông không thích đếm từng người, từng người một mà là yêu cầu binh sĩ cứ 3 người xếp thành một đội, 5 người xếp thành một đội và 7 người xếp thành một đội, rồi căn cứ vào số binh sĩ thừa ra sẽ tính được tổng số binh sĩ.

Ví dụ: một đơn vị cứ 3 người xếp thành một đội thì thừa 2 người. Cứ 5 người xếp thành một đội thì thừa ra 3, cứ 7 người xếp thành một đội thừa ra 2. Hỏi đơn vị ấy có ít nhất bao nhiêu binh sĩ?

Chúng ta dùng biểu thức trình bày như sau:

$$? = 3 \dots 2 \ 5 \dots 3 \ 7 \dots 2$$

Như biểu thức đã trình bày phải tìm một số mà chia cho 3 còn thừa 2, chia cho 5 còn thừa 3 và chia cho 7 còn thừa 2. Tìm số nhỏ nhất thỏa mãn ba điều kiện trên là bao nhiêu?

Giáo sư Hoa La Canh - nhà số học nổi tiếng của Trung Quốc đã giải đáp như sau: Tìm một con số chia cho 3 còn thừa 2, chia cho 5 còn thừa 3 và chia cho 7 còn thừa 2; vì chia cho 3 thừa 2 và chia cho 7 cũng thừa 2, cũng có nghĩa là chia cho 21 cũng thừa 2. Con số 23 là số nhỏ nhất chia cho 3 và 7 còn thừa lại 2. Và cũng chính là con số chia cho 5 thừa lại 3. Vì vậy số nhỏ nhất thỏa mãn 3 điều kiện chung này phải là 23.

Còn nhà số học nổi tiếng đời nhà Minh là Trình Đại Vị thì giải đáp như thế này:

$$\text{Vì } 5 \times 7 \times 2 = 70$$

$$70 : 3 = 23 \text{ thừa } 1$$

$$3 \times 7 = 21$$

$$21 : 5 = 4 \text{ thừa } 1$$

$$3 \times 5 = 15$$

$$15 : 7 = 2 \text{ thừa } 1$$

Tức là 70 chia cho 3; 21 chia cho 5, 15 chia cho 7 đều thừa 1

Mà bội số chung nhỏ nhất của 3, 5, 7 là 105

Trình Đại Vị dựa vào đặc điểm này viết giải đáp bài toán (dịch ý) như sau:

*“Ba người cùng hàng chưa đủ bảy mươi*

*Năm cây hoa mai được 21 cành*

*Bảy con đoàn tụ đúng trăng rằm (ngày 15 âm lịch)*

*Chia cho một lễ năm thì có được”*

Ý nghĩa của lời giải này là: lấy 70 nhân 2, lấy 21 nhân 3, lấy 15 nhân 2 rồi cộng 3 số đó lại ( $70 \times 2 + 21 \times 3 + 15 \times 2$ ), nếu lớn hơn 105 thì trừ đi 105, số dư vẫn lớn hơn 105 lại trừ tiếp cho đến số dư còn lại cuối cùng nhỏ hơn 105 là số phải tìm. Đáp số bài giải:

$$(70 \times 2) + (21 \times 3) + (15 \times 2) = 233$$

$$233 - 105 - 105 - \dots = 23$$

23 là số cần tìm.

Hai nhà số học nổi tiếng nói trên đã dùng hai cách giải khác nhau, một người dùng phương pháp ước số chung lớn nhất, một người dùng phương pháp bội số chung nhỏ nhất để cùng giải một bài toán. Qua đó có thể thấy rằng số học của Trung Quốc đã sớm có vị trí hàng đầu trong lịch sử thế giới. Vì thế mà các nhà khoa học trên thế giới gọi Trung Quốc là quê hương của số học.



# NGUỒN GỐC CỦA MỘT KHẮC (15 PHÚT)

12

**B**ạn đã nghe những thành ngữ “Nhất khắc thiên kim” (thời gian là vàng ngọc), “Khắc bất dung hoãn” (vô cùng khẩn cấp) bao giờ chưa? Bạn có biết tại sao một khắc lại thay thế cho mười lăm phút không?

Tương truyền rằng: rất xa xưa ở trấn Khai Phong tỉnh Hà Nam có một ông nhà giàu rất chi là chua ngoa quá quắt; đối với người làm nếu ông không đánh thì cũng chửi. Trong nhà ông ta có nuôi một cậu bé chăn trâu tên là Lượng Tử.

Tiểu Lượng Tử rất thông minh lanh lợi, được các người cùng làm yêu mến vì cậu ta thường đề xuất những ý kiến hay để hòa giải những mâu thuẫn, hạch sách của ông chủ đối với người làm. Cũng vì thế mà ông chủ rất căm ghét Tiểu Lượng Tử. Có một hôm ông chủ cố ý tìm những sơ suất của Tiểu Lượng Tử để nhân cơ hội đó đánh Tiểu Lượng Tử cho hả giận.

Một hôm Tiểu Lượng Tử chăn trâu trở về, cũng vừa lúc gặp ông chủ định đi ra ngoài, hai người bất ngờ gặp nhau ở cổng, ông chủ cho rằng gặp Tiểu Lượng Tử là điều xúi quẩy và chửi Tiểu Lượng Tử là “Đồ rác rưởi”.

Tiểu Lượng Tử cảm thấy rất tủi nhục, âm ức rồi vừa khóc vừa phản bác lại mấy câu, vì thế ông chủ càng tức tối và trả thù bằng cách không cho ăn, không cho ngủ. Ông chủ bắt Tiểu Lượng Tử đem nước ở trong một cái bình đồng đổ ra ngoài phải đúng một ngày một đêm sao cho không được nhiều cũng không được ít, nếu không làm đúng ông chủ sẽ chặt chân Tiểu Lượng Tử.

Tiểu Lượng Tử vắt óc suy nghĩ, quan sát phía trước của bình đang chứa đầy nước, trong lòng nghĩ: Nếu để nước chảy ra từ vòi bình thì không đầy 3 phút nước sẽ chảy ra hết. Nếu từ chỗ miệng ống nước đổ vào bình, dùng một ống nhỏ cho chảy ra cũng mất khoảng một tiếng đồng hồ sẽ chảy hết. Vậy dùng cách nào thì tốt nhất đây? Đang trong lúc nát óc suy nghĩ, bỗng nhiên Tiểu Lượng Tử phát hiện ở ngoài vỏ của bình nước có một giọt nước đang từ từ nhỏ xuống. Cậu liền nảy ra sáng kiến, được rồi. Tiểu Lượng Tử vội đổ hết nước trong bình ra và đục một lỗ nhỏ dưới đáy bình. Cậu ta lấy một mũi tên, trên mũi tên đó chia ra 100 khắc và đem mũi tên thả vào bình, sau đó lại đổ đầy nước vào bình. Nước từ lỗ nhỏ từ từ chảy ra, vừa đúng một ngày một đêm là chảy hết sạch.





Từ xưa, con người đã biết vận dụng nguyên lý trong câu chuyện này, cho nước chảy từng giọt từng giọt để tính thời gian dài ngắn. Vào thời nhà Thanh, đồng hồ được mang từ nước ngoài về, một ngày một đêm có 24 tiếng đồng hồ, như vậy 24 tiếng đồng hồ chia cho 100 khắc trên mũi tên tương đương với 14 phút 24 giây, lấy số tròn là 15 phút. Vì thế người ta lấy một khắc là 15 phút và áp dụng cho đến ngày nay.

## CÂU CHUYỆN VỀ ĐẠI VŨ VỚI PHỤC HY

Khoảng hơn bốn nghìn năm trước đây, vào thời đại Nghiêu, Thuấn, thời tiết mưa hòa gió thuận nên mùa màng bội thu, mọi người sống an cư lạc nghiệp. Khi ánh mặt trời xuất hiện họ kéo nhau đi làm và khi mặt trời khuất sau núi họ lại rủ nhau về; cuộc sống thật thanh bình và yên ả.

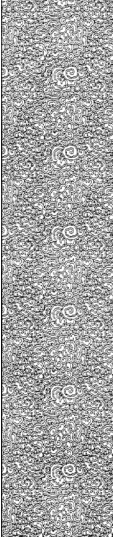
Nhưng đến thời kỳ Đại Vũ làm quan, thiên tai cứ xảy ra liên tiếp, năm thì hạn hán khô kiệt nhưng tiếp sau đó lại mưa lụt ào ào, nước dâng cao ngập cả làng xóm, khắp nơi đều trở thành biển nước mênh mông...

Để giúp cho con trai là Đại Vũ trị được nạn hồng thủy đang hoành hành, bố của Đại Vũ đã vào thiên cung lấy cấp bảo vật trị thủy của nhà vua, ngọc hoàng ở thiên cung nghe vậy nổi giận đùng đùng bèn sai thần lửa thiêu chết bố của Đại Vũ để răn đe những kẻ lấy cấp khác. Sau khi bố chết, Đại Vũ dũng cảm vào nghiêm cung - Thiên cung - để bảm tấu với ngọc hoàng về thiên tai lũ lụt làm dân chúng cơ hàn và xin ngọc hoàng ban phát chút từ bi

giúp Đại Vũ để cứu độ chúng sinh, trị nạn hồng thủy cho dân chúng bình an. Ngọc hoàng nghe nói rất cảm động bèn ra lệnh cho Đại Vũ dẫn dân chúng đi trị thủy và còn tặng báu vật trị thủy cho Đại Vũ. Đại Vũ vô cùng vui sướng và xúc động, ôm chặt lấy bảo vật đi mở đường, đắp đập, khai thông sông ngòi, chẳng bao lâu nạn hồng thủy đã được khắc phục.

Đại Vũ nhờ vào uy thế của bảo vật đã phân chia được dòng chảy từ thượng lưu sông Hoàng Hà xuống vùng trung và hạ lưu, biến những vùng đất bị ngập trở thành đồng ruộng đất đai màu mỡ cấp cho dân canh tác và lập nhà cửa.

Một hôm, Đại Vũ đào kênh dẫn nước từ Hoàng Hà về vùng Sơn Tây và Thiểm Tây, vương phải một hòn núi to chắn cản kênh đào, nước sông không có lối thoát lại cuộn cuộn dâng lên ngập cả ruộng vườn nhà cửa. Đại Vũ đã cử nhiều người đi khai thông nhưng đều không thành công, khiến ông vô cùng lo lắng và bối rối. Một đêm cũng như bao đêm khác, ông cầm lấy bản đồ nghiên ngẫm rất lâu đến tận đêm khuya mà vẫn chưa nghĩ được cách gì, lại thêm suốt cả thời gian dài lăn lộn với sóng nước khiến mệt quá ông thiếp đi lúc nào không biết. Trong giấc ngủ ông mơ thấy một cụ già râu tóc bạc phơ đi đến trước bàn làm việc của ông và nói: “Người là Đại Vũ phải không?”. Đại Vũ trông như người này rất quen, bèn đáp lại: “Lão Nhân, ngài là Phục Hy phải không a?”. Ông già mỉm



cười và nói: “Đúng vậy”. Sau đó Phục Hy nói tiếp: “Hôm nay ta đến đây, có một vật muốn tặng cho ngươi, chỉ cần ngươi cầm lấy nó đi đo quả núi kia, chọn nơi thích hợp để khai thông thì sẽ mở được đường nước chảy đi”. Nói xong, Phục Hy đem dụng cụ đo vẽ giống như một thanh ngọc đặt lên bàn của Đại Vũ rồi quay người biến mất.

Đại Vũ thức giấc, sau khi tỉnh cơn mê, quả nhiên phát hiện trên bàn có một dụng cụ đo vẽ giống như một thanh ngọc. Đại Vũ cầm lên ngắm nghía rất lâu, thanh ngọc ấy giống hình như một thanh trúc, dài khoảng một thước hai. Từ đó Đại Vũ thường dùng thanh ngọc để đo mực nước, định phương hướng, chỉnh lý kênh mương, và thông xuyên được hòn núi to lớn kia, trị thủy được dòng sông hung hãn.

Trong sử sách có ghi chép rằng: các nhà số học đã nghiên cứu rất kỹ về hình học đối với các hình tròn, vuông, mặt phẳng và vuông góc. Tương truyền thời xưa có một người tên là Thùỵ, vì muốn các đồ vật được làm ra có hình tròn, hình vuông, vuông góc, và phẳng đã sáng chế ra com-pa, êke, và dây (dọi). Tuy câu chuyện về Đại Vũ là một câu chuyện thần thoại, công cụ đo vẽ bằng ngọc như trong câu chuyện nói đến cũng chưa hẳn là dụng cụ mà Thùỵ đã làm nhưng trong các sách cổ có hình vẽ “Ê-ke Phục Hy”, com-pa Nữ Oa”, là những chứng cứ rất thuyết phục có thể chứng minh người xưa đã có những tri thức ứng dụng hình học trong cuộc sống hàng ngày.

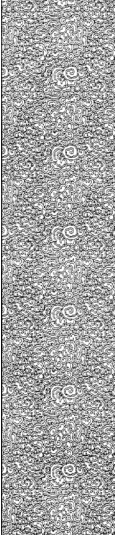
## BA ANH EM CHIA BÒ

Tương truyền rằng: ngày xưa có một bà lão nhà rất nghèo, bà có 3 người con và 17 con bò. Trước lúc lâm chung, bà gọi 3 người con đến bên giường dặn dò: “Mẹ sắp chết rồi, trong nhà chẳng có tài sản gì quý báu, chỉ có 17 con bò để lại cho các con, nhưng các con phải chia nhau đúng như di chúc mẹ để lại, không được tranh giành cãi cọ nhau. Con cả được chia một phần hai, con thứ hai chia một phần ba, còn con út chỉ được một phần chín”. Nói xong, bà cụ lìa trần. Ít hôm sau, ba người con dắt 17 con bò ra phân chia theo như lời mẹ dặn.

Người con cả được một phần hai:  $17 \times \frac{1}{2} = 8 \frac{1}{2}$ , tức là anh cả được 8 con bò sống và nửa con bò chết.

Người con thứ hai được một phần ba:  $17 \times \frac{1}{3} = 5 \frac{2}{3}$ , người con thứ hai được 5 con bò sống và hai phần ba con bò chết.

Người con thứ ba được một phần chín:  $17 \times \frac{1}{9} = 1 \frac{8}{9}$ , người con út được 1 con bò sống và tám phần chín con bò chết.



Nhưng khổ nỗi chẳng ai muốn nhận bò chết, họ bối rối chẳng biết nên chia như thế nào, và sau khi thương lượng bàn bạc nhau, họ quyết định đi mời Tú tài Lý Thái Công ở bên cạnh đến giúp họ chia số bò đó. Lý Thái Công là một người rất nhân hậu và công bằng nên được hàng xóm láng giềng rất quý mến, kính trọng. Đợi 3 anh em nói hết suy nghĩ sự tình, ông liền dắt ra một con bò của nhà mình và nói: “Được rồi, ta cho các chú mượn con bò của ta để chia lại”.

Ba anh em có được 18 con bò, việc chia bò trở nên rất dễ.

Anh cả:  $18 \times \frac{1}{2} = 9$  con

Anh hai:  $18 \times \frac{1}{3} = 6$  con

Anh ba:  $18 \times \frac{1}{9} = 2$  con

Ba anh em đã chia nhau tất cả là:  $9 + 6 + 2 = 17$  con

Ba anh em, mỗi người dắt phần bò được chia của mình về nhà rất vui vẻ, và Lý Thái Công cũng dắt con bò cho mượn của mình trở về nhà.

Dựa vào nguyên lý ước số và bội số để phân tích: Vì 17 là số nguyên tố, nó không thể là bội số của các số 2, 3 và 9 nên nó không thể chia cho các phân số đó, thương số có được đều không thể là một số nguyên, và bò sống cũng không thể dùng phân số để gọi. Nhưng khi mượn thêm một con bò của Lý Thái Công thì có được 18 con.

18 vừa đúng là bội số của các số 2, 3 và 9; như vậy mỗi người đều được chia số tròn (số nguyên).

Ngoài ra, ba anh em lại không thể chia được con bò mà Lý Thái Công dắt đến cho mượn. Xem biểu thức tính dưới đây sẽ rõ:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{9}{18} + \frac{6}{18} + \frac{2}{18} = \frac{17}{18}$$

Thì ra trong 18 con, tổng cộng chỉ có 17 con được chia, cho nên vẫn còn thừa lại 1 con và con đấy là con bò mà Lý Thái Công cho mượn.



## HÀN TÍN ĐIỂM BINH

22

**Đ**ây là một ví dụ thực tế mà Hàn Tín vận dụng “Định lý số dư Trung Quốc” trong lĩnh vực quân sự.

Tương truyền rằng vào thời nhà Hán, có một vị đại tướng quân tên là Hàn Tín. Ông xuất thân trong một gia đình nông dân nghèo; từ lúc còn rất trẻ, ông đã được Hán Vương Lưu Bang gọi nhập ngũ. Do ông còn trẻ lại rất ham học, trí tức đa mưu nên được Lưu Bang chú ý và coi trọng. Nhập ngũ chưa được bao lâu, ông được thăng cấp đặc cách làm thống soái quân Hán.

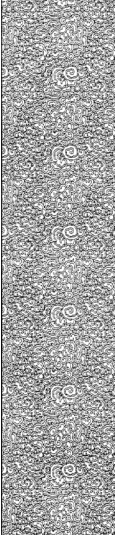
Trong “Hán - Sở tranh hùng”, ông đã dùng chiến lược quân sự kỳ diệu đánh bại đội quân tinh nhuệ của Hạng Vũ Bá Vương Tây Sở; ông là nhà quân sự nổi tiếng trong lịch sử Trung Quốc.

Có một lần quân của Hàn Tín và Hạng Vũ giao chiến nhau ở Lan Linh. Lúc đó tướng lĩnh Lý Phong của quân Sở dẫn một đoàn quân trên 2.000 người, còn quân của Hàn Tín chỉ có 1.500 người. Hàn Tín ra lệnh cứ mỗi 500



tướng sĩ dàn thành một trận hình chữ nhật, ba trận địa này thay phiên nhau chiến đấu với quân Sở. Kết quả là quân Sở đã bị thua phải rút quân về, tuy nhiên quân Hán cũng bị thiệt hại gần 500 người, vì thế mà Hàn Tín cũng không nhân đà thắng lợi truy đuổi quân địch thêm nữa. Trong tướng lĩnh của Hạng Vũ có một người tên là Hạng Ngao, ông ta chiến đấu rất dũng cảm nhưng kém mưu lược, ông nói với tướng Lý Phong rằng: “Nhân lúc đối phương cho rằng quân ta thất bại đã rút lui, ta đánh lại một trận bất ngờ, nhất định sẽ giành thắng lợi”. Lý Phong nghe cũng có lý, đồng ý để cho Hạng Ngao dẫn quân đi.

Tiền binh của Hàn Tín thấy có kỵ binh quân Sở quay trở lại đã nhanh chóng báo cho Hàn Tín biết. Lúc đó quân của Hàn Tín đang leo dốc núi cũng nhìn thấy bụi đất bay lên, khí thế hùng hùng cũng hơi hoảng sợ, nhưng Hàn Tín thì lại rất bình tĩnh, ông vội leo lên đỉnh dốc nhìn tình thế của quân Sở, liền ra lệnh cho binh sĩ hãy bình tĩnh ai ở đâu giữ nguyên vị trí ở đấy. Ông nhanh chóng “điểm binh”, đầu tiên ông ra lệnh cứ 3 người thành 1 tổ, kết quả là thừa ra 2 người. Sau đó ông lại lệnh cứ 7 người thành một tổ, vẫn thừa ra 2 người, cuối cùng ông lệnh 5 người thành 1 tổ, kết quả lại thừa ra 3 người. Điểm binh xong, Hàn Tín liền tuyên bố: “Hiện nay chúng ta có 1073 binh sĩ, đánh nhau với 5,6 trăm quân Sở, nhất định chúng ta sẽ thắng”.



Tất cả các binh sĩ đều không thấy Hàn Tín đếm quân, nhưng chỉ chốc lát đã biết có bao nhiêu binh sĩ rồi. Hàn Tín ra lệnh cho binh sĩ nhanh chóng xuống núi, còn bản thân dẫn 3 cận vệ, một người giương cờ lớn, hai người còn lại mỗi người cầm một cờ lệnh. Ông còn lệnh cho 270 binh sĩ xếp thành hàng dài 30 người, ngang 9 người thành một trận địa hình chữ nhật. Số binh sĩ còn lại xếp hàng hai bên sườn dốc mỗi bên 400 người, tất cả binh sĩ đều được bố trí thích hợp. Các binh sĩ tin tưởng có một vị thống soái thông minh như thế này chỉ huy nhất định sẽ chiến thắng quân Sở và lòng tin càng được nâng lên.

Chiến trận vừa bố trí xong thì quân Sở cũng vừa ập đến, Hạng Ngao nhìn thấy thế trận của Hàn Tín, hoảng hốt thở dài và trong lòng suy nghĩ: “Đánh vào chỗ nào đây? Đánh vào phía trước thì quân của Hàn Tín hai bên trái và phải sẽ đánh úp vào, đánh vào hai bên trái phải lại cũng không xong! Nhân lúc quân Sở còn đang do dự, quân Hán bắt đầu tấn công, cả một vùng chiến địa tiếng la hét dậy trời. Quân Sở hỗn loạn, binh sĩ không có người chỉ huy, đánh đấm loạn xạ; chỉ sau nửa giờ, quân Sở thua trận bỏ chạy tán loạn, Hạng Ngao nhờ mấy cận binh liều chết bảo vệ tháo chạy về bản doanh ở nước Sở.

Hàn Tín có bí quyết mưu mẹo gì vậy? Đó chính là ông đã vận dụng định lý số dư Trung Quốc để điểm binh. Khi



điểm binh, ông thường nhớ những số có thể đồng thời chia hết cho 3,5,7:

105, 210 ( $105 \times 2$ ), 305 ( $105 \times 3$ )... 1050 ( $105 \times 10$ ).  
Lần điểm binh này, cứ 3 người xếp thành 1 tổ thì thừa 2; 5 người xếp một tổ thì thừa 3 và 7 người một tổ lại thừa 2. Điều đó cho biết số binh sĩ của ông chia cho 3 thì thừa 2, chia cho 5 thừa 3 và chia cho 7 thừa 2, Hàn Tín rất nhanh nhẩm ra ngay: có một số tự nhiên nhỏ nhất không chia được cho số nào khác ngoài chính nó và số 1.

$$23:3 = 7 \text{ thừa } 2; 23:5 = 4 \text{ thừa } 3; 23:7 = 3 \text{ thừa } 2.$$

Số lớn hơn một chút là:

$$23+105 = 128; 23+(105 \times 2) = 233; 23+(105 \times 3) = 338...$$

$$23+(105 \times 10) = 1073...$$

Tính toán như vậy nên ông đã nhanh chóng xác định được số binh sĩ của mình.

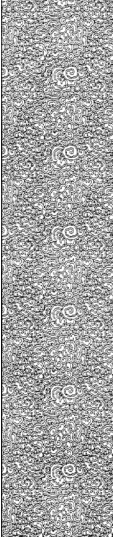
# HÀN TÍN

## CHIA DẦU

Câu chuyện về Hàn Tín điểm binh, ai cũng biết và phần trên cũng đã kể qua. Còn câu chuyện Hàn Tín chia dầu chỉ là một bản nhạc đệm trong cuộc sống của ông mà thôi.

Truyền thuyết rằng: có một hôm Hàn Tín cưỡi ngựa đi ra ngoài, đi qua một làng quê, nhìn thấy có hai bác nông dân trạc bốn mươi tuổi ngồi bên lề đường; trước mặt họ là những sọt dầu, chum dầu, bình dầu và những tiếng thở dài ngao ngán. Sau khi hỏi qua, Hàn Tín biết được hai bác nông dân ấy cùng mua chung một chum dầu 10 lít ở chợ, bây giờ muốn chia số dầu ấy ra hai phần bằng nhau nhưng sợ không có dụng cụ đong lường, họ chỉ có một cái hũ 7 lít và một cái bình 3 lít. Hai người cứ đong qua đổ lại mãi mà vẫn không chia được.

Thấy thế, Hàn Tín nghĩ một lát rồi nói với họ: “Bình đổ vào hũ, hũ đổ vào chum, hai người chia đi rồi về nhà”. Nói xong, Hàn Tín nhảy lên ngựa rồi phóng đi khuất. Hai bác nông dân nghe Hàn Tín bảo như vậy ngồi nghĩ lúc



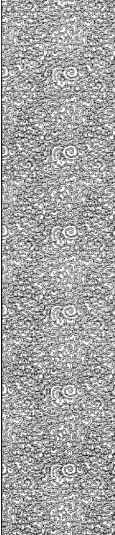
lâu mới chợt hiểu ra, họ lại đóng dầu và chẳng mấy chốc chia xong, mỗi người 5 lít mang về nhà.

Thực ra đó là một vấn đề số học rất đơn giản, tuy họ chỉ có hai dụng cụ đóng nhưng bản thân cái chum dầu 10 lít cũng là một dụng cụ đóng nữa, cho nên họ có tất cả là 3 cái, dung tích của các dụng cụ đó là: 10 lít, 7 lít và 3 lít.

Muốn đóng ra 5 lít dầu, tổng số 5 lít dầu cũng có nghĩa là 3 lít cộng thêm 2 lít. Dụng cụ đóng 3 lít dầu đã có rồi, chỉ cần chúng ta đóng ra được 2 lít nữa là có thể giải quyết được vấn đề.

Bởi vì số lượng đóng ít hơn dung tích của bất kỳ dụng cụ đóng nào, nên cũng có thể tìm được bằng cách lấy hiệu số giữa bội số của dụng cụ đóng nhỏ với dụng cụ đóng lớn. Ví dụ:  $2 \text{ lít} = 3 \text{ lít} \times 3 - 7 \text{ lít}$ . Có nghĩa là dùng cái bình 3 lít, mức dầu từ trong cái chum 10 lít ra 3 lần, rồi đổ vào trong cái hũ 7 lít; lúc này chum còn lại 1 lít. Sau khi đổ đầy hũ, bình sẽ còn thừa lại 2 lít. Sau đó đem toàn bộ dầu trong hũ đổ vào chum. Lúc này chum được 8 lít; đem 2 lít dầu còn lại trong bình đổ vào hũ. Lại đóng tiếp 3 lít dầu trong chum vào bình rồi đổ vào hũ, như vậy dầu trong hũ vừa đúng 5 lít. Hai bác nông dân đã tự chia được mỗi người 5 lít dầu cho mình.





## KHANG HY KHÉO TÍNH GIÁ BÒ VÀ NGỰA

Năm 1695, Hoàng đế Khang Hy vi hành về phương nam đến thành phố Dương Châu, cũng là lúc mùa xuân đang trở lại với cảnh vật; cảnh sắc đã thay đổi, những mầm non của cây cỏ đang nhú lên một màu xanh đầy sức sống; cả thành phố Dương Châu cũng như các chợ, phố lại buôn bán tấp nập sầm uất.

Ở một góc chợ phía nam thành phố, việc buôn bán bò, ngựa cũng rất náo nhiệt. Hai vị công sai của tri phủ và mấy người lái bò, ngựa đang giằng co trả giá với nhau; và vì tranh chấp giá cả mà hai bên to tiếng. “Bác này mua 4 con ngựa, 6 con bò, tất cả là 48 lượng bạc; bác kia mua 3 con ngựa, 5 con bò, tất cả là 38 lượng bạc, cộng lại là 86 lượng, theo giá cả đã thống nhất với nhau, các bác phải trả cho tôi 86 lượng mới đúng! Nhưng các bác mới đưa 80 lượng, còn thiếu 6 lượng nữa!”

Một vị công sai đã lớn tiếng mắng lại: “Mày có biết ta làm gì không? Lại còn cãi hả, đem tất cả ngựa, bò của chúng nó sung công”. Còn viên công sai khác nói: “Đừng



có mà nói đưa thiếu cho chúng mày mấy lượng bạc nhé, chúng tao lấy hết đi đây, chúng mày dám làm gì nào?”. Nói xong hai viên công sai đánh bò, ngựa đi.

Hoàng đế Khang Hy thấy người đi xem chợ mua bán bò, ngựa rất nhiều, lại cãi vả om sòm rất kỳ lạ; vừa đúng lúc gặp 2 viên công sai đánh bò ngựa dắt đi, lại thấy mấy người bán bò, ngựa chạy theo van xin, hoàng đế đã hiểu được phần nào bèn đến trước mặt mấy viên công sai và nói dứt khoát: “Mua bán phải công minh, muốn mua ngựa mua bò phải thảo luận với nhau giá cả, làm sao lại có thể cậy thế nạt người? Ai cho phép các người làm như vậy?!”

Một viên công sai nhìn thấy Khang Hy giống như chàng thư sinh lại đi có một mình, thế mà dám dạy họ, liền sùng sộ quát lớn: “Thằng ngốc, lắm chuyện, mày có biết một con ngựa, một con bò bao nhiêu tiền không?” Viên công sai kia cũng to tiếng quát tháo: “Mày làm sao biết chúng tao trả giá bao nhiêu? Cút nhanh cho khuất mắt!”

Hoàng đế Khang Hy nghĩ một chốc rồi cười nói: “Việc thì tôi không biết, nhưng số thì có thể tính ra, ngựa mỗi con giá 6 lượng, bò mỗi con giá 4 lượng có đúng không?”

Hai viên công sai vừa nghe xong đều sợ hết vía; những người bán bò, ngựa và những người xem xung quanh cũng rất ngạc nhiên. Thừa lúc hai viên công sai định bắt trói Khang Hy, Khang Hy không hề sợ hãi và nói to: “Cả gan nhì!” rồi từ trong ống tay áo lấy ra “Khang Hy ngọc

tỷ” (ấn ngọc của vua) đưa ra trước mặt 2 viên công sai, hai viên công sai vừa nhìn thấy ngọc tỷ, sợ đến mức hồn xiêu phách lạc, vội vàng quỳ xuống xin tha tội. Dân chúng đứng xem xung quanh biết là Hoàng đế cũng vội vã quỳ xuống. Đương nhiên hai viên công sai vội lấy bạc ra trả cho người bán ngựa không thiếu một xu.

Truyền thuyết nói rằng, 61 năm lên ngôi của Khang Hy, khắp nơi trong nước đều rất coi trọng việc kết hợp số học với sản xuất. Bản thân Khang Hy cũng nghiên cứu sâu về số học và tự mình dịch thành sách số học ra tiếng nước ngoài. Đề toán giải đáp giá của bò và ngựa nói ở trên đối với Khang Hy là một việc quả thật quá dễ:

4 con ngựa và 6 con bò giá là 48 lượng bạc

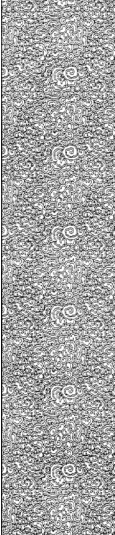
3 con ngựa và 5 con bò giá là 38 lượng

Với các dữ liệu trên, các bạn có thể lập hệ phương trình với 2 ẩn số và giải:

$$\left. \begin{array}{l} 4x + 6y = 48 \quad (1) \\ 3x + 5y = 38 \quad (2) \end{array} \right\} \begin{array}{l} (1) \text{ và } (2) \Rightarrow \\ x = 6 \\ y = 4 \end{array}$$

Vậy mỗi con bò giá là 4 lượng, còn mỗi con ngựa giá là 6 lượng.





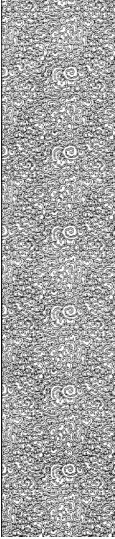
## TRỊNH BẢN KIỀU MUA CHUM

Vào đời nhà Thanh có một vị họa sĩ tên là Trịnh Bản Kiêu, ông xuất thân trong một gia đình nông dân nghèo; từ nhỏ ông đã phải sống vất vả, nhưng rất thích sống chan hòa cùng những người dân nghèo với tấm lòng rất nhân ái. Là con người rất cương trực, ông thường giảng giải cho bà con nghe những điều hay lẽ phải nên được mọi người rất quý mến và kính phục.

Tương truyền, có một hôm Trịnh Bản Kiêu đi ra phố Đông Quan của thành Dương Châu thăm một người bạn. Trên đường đi ông thấy một đám người vây quanh một phụ nữ trạc tuổi 40 đang khóc than, một vị thương nhân đầu to mặt lớn đang hoa chân múa tay lớn tiếng la hét chỉ huy mấy cậu con trai khỏe mạnh đang khiêng một cái chum thật to. Trịnh Bản Kiêu hỏi thăm mới biết chuyện, rất bức mình. Thế nhưng trong giây lát không thể nghĩ ra cách gì hay để ngăn chặn việc trên, chỉ biết nhìn đám đám vào chiếc chum bị tên thương nhân khiêng đi và bám sát theo sau họ vừa đi vừa nghĩ cách giúp người phụ nữ

kia lấy chiếc chum về. Đột nhiên trên phố có tiếng rao hàng vọng lại: “Bán thị đây... một cân!”. Tiếng rao hàng đã làm cho Trịnh Bản Kiều nghĩ ra cách, ông liền nhanh chân đuổi theo thương nhân nọ và gọi to: “Ông chủ, tôi muốn mua cái chum của ông”. Tên thương nhân quay đầu nhìn lại thấy một chàng thư sinh mảnh khảnh, trong lòng nghĩ: “Khiêng cái chum này về nhà cũng chẳng làm được việc gì, bán cho nó còn kiếm được hơn mấy lạng bạc”. Hắn ta cười nham hiểm và vội đáp: “Được, được”.

Trịnh Bản Kiều nghe thấy lời đáp của tên thương nhân liền nói: “Xin hỏi, cái chum này bán bao nhiêu lượng bạc một cân?”. Tên thương nhân nghe hỏi vậy rất phấn khởi và nghĩ: “Đây là một thằng ngốc, chum vại làm sao có thể bán cân được, nó đã muốn mua, chi bằng nói dối nó vài lượng bạc” và hắn ta cười nói: “Không đắt, không đắt đâu, tiên sinh đã muốn mua thì chỉ một tiền một cân thôi”. Trịnh Bản Kiều giả vờ lẩm bẩm tính toán: “Một tiền một cân, vậy một lượng có thể mua được 10 cân, thật là rẻ!”. Tên thương nhân nghĩ bụng: “Cái chum này có đến hơn trăm cân, có thể lừa hắn được hơn 10 lượng bạc chứ đâu có ít”. Tên thương nhân sợ Trịnh Bản Kiều nuốt lời hứa thì hắn mất đi cơ hội lừa kiếm được tiền, bèn hỏi thêm: “Tiên sinh nhất định mua chứ?” Trịnh Bản Kiều đáp: “Nhất định mua!”. Tên thương nhân nói tiếp: “Ai nuốt lời hứa phạt 10 lượng bạc”. Trịnh Bản Kiều nói: “Được, xảy chân còn đỡ, lỡ miệng khó chữa! Các ông khiêng cái chum này đi theo tôi”.

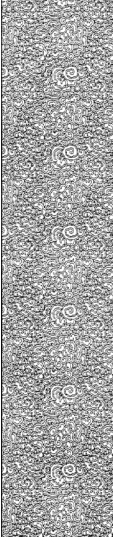


Trịnh Bản Kiều dẫn họ đi, lúc thì leo dốc, lúc thì lội sông, đi qua mấy ngọn đồi, vượt qua bao đỉnh dốc. Lão thương nhân và mấy người khiêng chum mệt đến bờ hơi tai, họ vất vả khiêng đi đến nửa ngày đường, nhưng lại quay về gần phố Đông Quan. Trịnh Bản Kiều cũng cảm thấy họ mệt thật nên bảo họ dừng lại nghỉ một lát và đi qua nhà bên cạnh mượn một cái cân, rồi nói với lão thương nhân: “Mời ông cân cho tôi 10 cân chum”. Lão thương nhân vô cùng kinh ngạc, nói: “Hả? Anh chỉ cân 10 cân chum?”. Trịnh Bản Kiều nói một cách nghiêm túc: “Phải, tôi chỉ mua 10 cân, một tiền bạc một cân, thì 1 lượng chỉ có thể mua được 10 cân thôi mà!” Tên thương nhân nghe xong hoảng hốt: “Cái này... cái này... cái này làm sao bán...”. Trịnh Bản Kiều nói tiếp: “Làm sao không bán được, thì đập cái chum này ra, cân một cái là được thôi mà”. Lão thương nhân hoảng hốt đến tái cả mặt: “Mày là thằng ngốc cũng thật kỳ lạ, hay là không bán nữa”. Trịnh Bản Kiều cười nói: “Ha, ha! Ông lật lại rồi nhé, nuốt lời hứa sẽ phạt tiền đấy”.

Lúc đó, bà con đứng xung quanh đều ủng hộ Trịnh Bản Kiều, họ phần nộ chỉ trích tên thương nhân. Lúc này lão thương nhân mới biết thì ra đó là Trịnh Bản Kiều - một nhân vật nổi tiếng, hấn vội vàng cầm lấy một lượng bạc vớt cái chum ở đó rồi cùng những người khiêng chum cao chạy xa bay.

Trịnh Bản Kiều đem cái chum trả về cho người phụ nữ kia, dân làng nhân có việc này cũng hả hê thích thú.





## BÀI THƠ LÝ THỨ VỀ CHỮ SỐ

38

**N**gày xưa, theo truyền thuyết ở phủ Khai Phong , Hà Nam, có một vị tú tài nữ rất thích làm thơ, bà đã lấy thơ văn viết bằng chữ số để kén chọn lang quân. Bà có tên là Trương Thúy Hoa, cha của bà là Trương Đức Danh là quan chức trong Quốc tử giám, cả nhà đều sinh sống ở ngoại ô thành phố. Trương Thúy Hoa tài trí hơn người lại rất hiếu học, cha của bà học thức uyên bác, thường ở bên cạnh bà để dạy bảo.

Một hôm đi chơi xuân về, ông bố bảo Thúy Hoa làm một bài thơ du hý, bà liền xuất khẩu thành thơ ngũ ngôn như sau:

*Nhất khứ nhị tam lý,  
Yên thôn tứ ngũ gia,  
Đình đài lục thất tọa,  
Bát cửu thập chi hoa.*

(dịch ý như sau)

*Một bước hai ba thước,  
Thôn xóm bốn năm nhà,  
Đình chùa sáu bảy cái,  
Tám chín mười cành hoa.*



Ông bố rất khen ngợi tài giỏi thông minh của con gái, bài thơ này vừa nói đầy đủ mười con số lại vừa mô tả cụ thể cảnh vật trên đường đi.

Mấy năm sau, Trương Thúy Hoa càng lớn càng xinh đẹp và trở thành cô gái đương thì xuân sắc. Các chàng trai cầu hôn đêm ngày lui tới, các bà mối mai trong làng cũng tìm cách mai mối làm cho bố của Thúy Hoa không biết nên như thế nào. Thúy Hòa bèn thưa với bố, phàm những ai đến cầu hôn đều phải lấy thơ làm phú, lấy thơ làm mối và lấy chất thơ chọn chàng rể. Ông bố nghe nói thế cảm thấy hay, liền đồng ý.

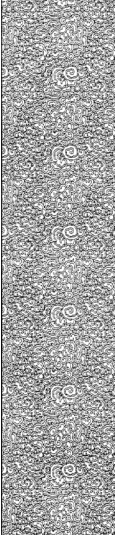
Qua ngày hôm sau, trong làng loan tin làm thơ để cưới tú tài. Chỉ trong thời gian ngắn Thúy Hoa đã nhận được rất nhiều bài thơ hay, nhưng bà chỉ chọn được một bài thơ thật tuyệt có tựa là “Vịnh tuyệt thi”:

*Nhất phiến nhị phiến tam tứ phiến,  
Ngũ lục thất bát cửu thập phiến,  
Thiên phiến vạn phiến vô số phiến,  
Phi nhập lô đường tổng bất kiến.*

(Dịch ý như sau)

*Một cánh hai cánh ba bốn cánh  
Năm sáu bảy tám chín mười cánh  
Nghìn cánh vạn cánh vô số cánh,  
Rơi xuống ao bèo chẳng thấy đâu.*

Trương Đức Danh biết tác giả của bài thơ này là một vị tú tài nghèo, hoàn cảnh gia đình rất khó khăn, anh ta



còn có một người mẹ già đã ngoài bảy mươi, anh ta đến Khai Phong để thăm một người bạn, trên đường đi qua Thành Hồ gặp lúc tuyết rơi, vì thế vịnh ra một bài thơ “Vịnh tuyết”. Vì thấy vị tú tài này nghèo khó nên Trương Đức Danh khuyên con gái nên suy nghĩ kỹ, nhưng Thúy Hoa nói với cha: “Phụ thân, chất thơ tài giỏi không phân biệt bản nghèo và phú quý!”

Trương Đức Danh thấy con gái lòng đã quyết, đành miễn cưỡng gật đầu và nói “Được, nhưng con cần phải hiểu đây là một câu tuyệt khó mà khảm được chữ số, đáng tiếc là ý bài thơ bình bình không hay như thơ của con!”

Trương Thúy Hoa liền đáp lại lời bố: “Thưa cha, chàng đã có thể dùng chữ số để làm nên thơ thì cũng biết được chàng cũng có thể hòa hợp với tâm hồn con”.

Cuối cùng thì vị quan kia cũng phải đứng ra lo việc hôn nhân cho con gái tại quê nhà.

# LƯU HUY

## CHÚ GIẢI “CỬU CHƯƠNG TOÁN THUẬT”

“Cửu chương toán thuật” là một bộ sách nổi tiếng thời Tần - Hán, còn Lưu Huy một nhà toán thuật học nổi tiếng của nước Ngụy thời Tam quốc.

Truyền thuyết kể: vào một buổi sáng sớm năm Ngụy nguyên đế Cảnh nguyên, Lưu Huy đi dạo trên một con đường ven rừng ở ngoại ô Hứa Xương. Trên đường đi, ghé qua một ngôi đình bỗng nghe thấy một cậu học trò nhỏ đang đọc một đề toán trong “Cửu chương toán thuật” của quyển sách số học cổ điển nổi tiếng, cậu học trò nhỏ đọc liên tục đến mấy chục lần mà hình như vẫn không hiểu được ý của bài toán. Lưu Huy thấy vậy bèn tiến đến gần cậu bé cùng cậu ta hàn huyên và giải ý của bài toán.

Thì ra, đây là một bài toán có liên quan đến vấn đề hành trình. Đề bài toán là: một vị khách có một con ngựa, một ngày nó có thể đi được 300 lý. Người khách sau khi đi được  $\frac{1}{3}$  ngày, chủ nhân mới phát hiện vị khách ấy bỏ

quên chiếc áo, vì thế chủ nhà cầm chiếc áo phóng ngựa đuổi theo, sau khi đưa chiếc áo cho vị khách, chủ nhà quay về ngay, lúc này đã là  $\frac{3}{4}$  ngày rồi. Hỏi ngựa của chủ nhà một ngày đi được bao nhiêu lý.

Dựa theo ý bài toán phân tích:

Đặt  $t_1 = \frac{1}{3}$  là thời điểm chủ nhà bắt đầu đi tìm khách;  
 $v_1$ : vận tốc ngựa của khách.

$t_2 = \frac{3}{4}$  là thời điểm chủ nhà vừa về lại nhà;

$v_2$ : vận tốc ngựa của chủ.

Vậy thời gian vừa đi và về của chủ nhà là:

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{5}{12} \text{ ngày}$$

Nên thời gian cho một lần đi là:

$$t' = \frac{5}{12} : 2 = \frac{5}{24} \text{ ngày}$$

Từ thời điểm  $t_1 = \frac{1}{3}$  chủ nhà bắt đầu đi, thì khách lại tiếp tục đi cho đến khi hai người gặp nhau:

$$t = \frac{1}{3} + \frac{5}{24} = \frac{13}{24} \text{ ngày}$$

Đoạn đường mà khách đã đi cho đến khi chủ nhà đuổi kịp:

$$x = t \times 300 \text{ lý / ngày} = \frac{13}{24} \times 300 = 162,5 \text{ lý}$$

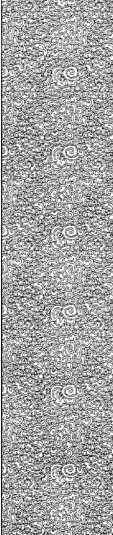
Vận tốc ngựa của chủ nhà:

$$v = \frac{x}{y} = 162,5 : \frac{5}{24} = 780 \text{ lý}$$

Từ đó có thể biết được, ngựa của chủ nhà một ngày có thể đi được 780 lí.

Cậu học trò nhỏ sau khi nghe Lư Huy giảng giải liền cảm tạ không ngớt và hỏi tên họ Lư Huy. Khi biết được vị thư sinh đứng trước mặt mình chính là nhà toán thuật nổi tiếng đương thời Lư Huy, cậu học trò nhỏ liền cung kính vái lễ.

Sau này, Lư Huy cũng thường hay đến sân đình để giúp các cậu học trò nhỏ giải những bài toán khó trong sách. Họ cùng phát hiện thấy các bài toán trong “Cửu chương toán thuật” rất khó, không dễ gì giải đáp, vì thế Lư Huy nảy sinh ra ý nghĩ cần phải có chú thích “Cửu chương toán thuật”. Ông đã dành ra 4 năm, đến năm 263, ông viết xong quyển “Cửu chương toán thuật chú”, trong sách đó ông đã đề xuất rất nhiều lý luận có tính sáng tạo, đóng góp rất to lớn vào sự hình thành và phát triển hệ thống số học cổ đại của Trung Quốc. Đồng thời trong lịch sử số học thế giới, ông đã cung cấp rất nhiều tài liệu tham khảo có giá trị cho nghiên cứu số học.



## BÍ ẨN CỦA SỐ PI

Số pi là số vô tỉ. Trong lịch sử toán học, để làm sáng tỏ bí ẩn của số pi, con người đã tốn bao nhiêu công sức nhưng vẫn chưa tìm ra.

Người chính thức sử dụng chữ Hy Lạp pi đầu tiên để làm số pi là Euler, năm 1737 ông đã dùng ký hiệu này. Năm 1761, một nhà số học người Đức đã cho biết pi là một số vô tỉ.

Từ thời rất xa xưa, con người đã biết “Chu tam kinh nhất”, tức là cho rằng pi là số khoảng bằng 3. Mọi người đều muốn tìm ra một phân số, một số lẻ hữu hạn hoặc một số lẻ tuần hoàn vô hạn để biểu thị “giá trị chính xác” của số pi. Nhưng kết quả đều phí công, vì pi là một số vô tỉ.

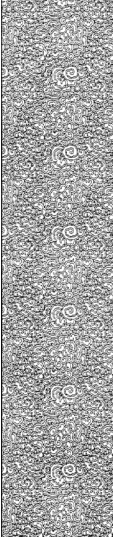
Sau đó, có người dùng phân số gần đúng để biểu thị số pi, Archimède đã tìm ra số pi ở giữa hai phân số  $377/120$  và  $22/7$ ; nhà thiên văn học Hy Lạp Ptolemy dùng phân số  $377/120$ , Lưu Huy - triều Ngụy của Trung Quốc dùng phân số  $157/50$  và  $3927/1250$ , Thái Ung thời Đông Hán

dùng phân số 25/8, nhà thiên văn học Trương Hằng dùng phân số 92/29, Vương Phan thời Tam Quốc dùng phân số 142/45, Phương Dĩ Tri thời nhà Minh dùng phân số 52/17, còn có người lại dùng phân số 63/20, người Ấn Độ xưa dùng phân số 754/240, 3927/1250, 721/228, Tổ Trọng Chi nhà số học có tiếng thời Nam Bắc triều dùng phân số 355/113. Hai phân số 22/7 và 355/113 là hai con số giản đơn và có giá trị gần chính xác nhất.

Trong lịch sử cũng có người biểu thị số pi bằng số lẻ, một người Ai Cập lấy số pi = 3,1604; Lưu Huy lấy số pi = 3,14, Tổ Trọng Chi dùng số pi ở giữa 3,1415926 và 3,1415927, chính xác đến 7 số lẻ, đó là những con số sáng tạo trên thế giới lúc bấy giờ.

Sau đó luôn có người sáng tạo ra những kỷ lục mới, một người Ả Rập, năm 1427 đã tính số pi đến 17 số lẻ; một nhà số học Hà Lan năm 1596 đã công bố số pi đến 15 số lẻ. Do không phát hiện được số lẻ tuần hoàn, ông lại tiếp tục tính toán, dồn hết tâm trí sức lực của mình tính đến 35 số lẻ vẫn không thấy có vết tích gì của sự tuần hoàn các số lẻ đó. Đến năm 1610 sau khi ông mất, nhân dân ở đây lập một bia mộ rất đặc biệt, trên bia mộ ghi số pi chính xác đến 35 số lẻ để kỷ niệm công lao ông đã nỗ lực tính toán ra số pi.

Mãi cho đến khi có máy tính điện tử ra đời, vào năm 1973, hai nhà số học nữ người Pháp đã dùng máy tính



điện tử tính số pi đến một triệu số lẻ. Sau đó một người Mỹ tính số pi đến 1,5 triệu số lẻ; năm 1981 người Nhật Bản lại tính đến 2 triệu số lẻ, kết quả cũng không tính đến “cùng” và cũng không phát hiện có sự tuần hoàn.

Sau đây là một số mẩu chuyện thú vị có liên quan đến số pi.

Tương truyền, lúc Tổ Trọng Chi còn nhỏ, khi nghe người ta nói chu vi đường tròn dài gấp 3 đường kính, để chứng minh cho lý luận đó ông đã dùng dây đo đường kính của bánh xe và chu vi của nó thì thấy chu vi dài hơn 3 lần đường kính một chút. Khi lớn lên ông quyết tâm phải làm rõ vấn đề này, vì thế ông đã áp dụng phương pháp cắt hình tròn của nhà số học Lưu Huy thời Tam Quốc, cứ thế ông tính hình tròn gần với hình đa giác có 24576 cạnh; qua tính toán lặp đi lặp lại nhiều lần mới tính ra số “pi” là:

$$3,1415926 < \pi < 3,1415927.$$

Ngoài ra dân gian còn lưu truyền một bài thơ về câu chuyện là có một thầy giáo bảo đảm học sinh của mình ngồi trong lớp học thuộc bài, còn bản thân thầy ôm một bình rượu lên núi ngồi uống. Đám học sinh đọc đi đọc lại hoài vẫn chưa thuộc được bài, bất giác thầy giáo quay trở lại. Để giúp học sinh mau thuộc, thầy và trò bèn nghĩ ra cách dùng chữ Hán phát âm theo tiếng phổ thông các chữ số và làm ra một bài thơ.



*Trên núi một chùa một bình rượu  
Bạn vui, tôi khổ với 3,1415926535.  
Uống rượu, rượu giết bạn, giết không chết vui vẫn vui  
897932384626.*

Từ đó có thể thấy rằng “pi” không những là chữ số siêu việt mà còn là con số bí ẩn khiến các nhà khoa học thậm chí cả đến những ai quan tâm đến số học đều muốn tìm tòi nghiên cứu nhưng con số vẫn không bao giờ chấm hết.



## TOÁN THUẬT CỦA TĂNG NHÂN NHẤT HÀNH

48

Tăng nhân Nhất Hành là một nhà số học kiệt xuất của Trung Quốc cổ đại, tên thật của ông là Trương Toại. Lúc nhỏ ông xuất gia tu ở chùa Tùng Nhạc thuộc tỉnh Hà Nam. Ông vốn rất thông minh, hiếu học, lại rất say sưa với số học và thiên văn học. Các trước tác của ông gồm có: “Tâm cơ toán thuật quát”, “Nhất Hành toán thuật” và “Đại diễn lịch”, v.v...; trong đó nổi tiếng nhất là “Đại diễn lịch” được xếp vào loại văn kiện bất hủ của Trung Quốc cổ đại. Đường Huyền Tông Lý Long Cơ rất khâm phục Nhất Hành, đã nhiều lần mời ông hoàn tục làm quan, giúp vua xử lý chính sự nhưng Nhất Hành đều từ chối cho đến sau khi Nhất Hành chết, Đường Huyền Tông truy phong ông là “Đại tuệ thiện sư”.

Tương truyền rằng, có một hôm vào năm 710, Nhất Hành du hành đến chùa Dương Sơn Ngọc Tuyên thuộc huyện Dương Dương tỉnh Hồ Bắc; đúng lúc gặp trụ trì chùa là Ngộ Chân đại sư giảng giải một bài toán cho các

đệ tử. Ngô Chấn đại sư cũng là cao tăng có tiếng, ngoài kinh Phật ra, đối với toán thuật ông cũng rất tinh thông uyên bác.

Lúc đó Ngô Chấn đại sư đang giảng bài toán như sau: chu vi của một đám ruộng hình chữ nhật dài 120 thước, giảm chiều dài đám ruộng 10 thước và tăng chiều ngang lên 6 thước để biến đám ruộng thành hình vuông. Khi hỏi diện tích của đám ruộng hình chữ nhật là bao nhiêu, Ngô Chấn đại sư không chú ý đến vị hòa thượng trẻ tuổi Nhất Hành đứng bên cạnh. Các đệ tử suy nghĩ rất lâu nhưng chẳng có ai trả lời được đáp án bài toán; không khí lúc này thật căng thẳng, họ bèn đứng cả lên cung kính thỉnh cầu đại sư giảng giải. Đại sư miệng mỉm cười, tay phải đưa lên vuốt hàm râu bạc trắng và nói: “Chúng sinh còn non nớt, đề toán này rất bí ẩn, tuyệt diệu, hãy nghe ta giảng”.

“Xin đại sư chậm cho một chút, đệ tử đã tính ra rồi, diện tích của đám ruộng chữ nhật là 836 thước vuông, có đúng không ạ?” Tăng nhân Nhất Hành bước đến cửa học đường nói như vậy.

Ngô Chấn đại sư nghe được rất ngạc nhiên, liền bước đến hỏi quý danh, sau khi biết được vị hòa thượng trẻ tuổi đứng trước mặt mình là Cao Túc Nhất Hành phổ thúc đại sư ở chùa Tùng Nhạc, liền nói: “Ngưỡng mộ từ lâu, nghe đại danh đã lâu nay mới được gặp mặt, quả thật

đanh bất hư truyền”. Sau đó đại sư và Nhất Hành cùng nhau nghiên cứu những vấn đề về số học.

Dựa vào ý của bài toán ta có thể phân tích như sau:

Chu vi của hình chữ nhật = (chiều dài + chiều ngang) nhân 2, đã biết chu vi là 120 thước, vậy chiều dài cộng chiều ngang = 60 thước.

Muốn giải bài toán này, phải tìm cạnh của đám ruộng hình vuông. Theo điều kiện đã cho, nếu giảm chiều dài đám ruộng chữ nhật 10 thước và mở rộng chiều ngang thêm 6 thước thì biến thành hình vuông, ta có được:

Chu vi của đám ruộng hình vuông = [(chiều dài đám ruộng chữ nhật - 10 thước + (chiều ngang của đám ruộng chữ nhật + 6 thước)] x 2 = (chiều dài đám ruộng chữ nhật + chiều ngang đám ruộng chữ nhật - 10 + 6) x 2 = (60 - 10 + 6) x 2 = 112 thước.

Vậy cạnh của đám ruộng hình vuông là:

$$112 : 4 = 28 \text{ thước}$$

$$\text{Chiều dài đám ruộng chữ nhật} = 28 + 10 = 38 \text{ thước}$$

$$\text{Chiều ngang đám ruộng chữ nhật} = 28 - 6 = 22 \text{ thước}$$

Diện tích của đám ruộng chữ nhật =  $38 \times 22 = 836$  thước vuông.

Sau này trong quyển “Nhất Hành toán thuật”, đề toán này cũng đã được ghi lại vào sách của ông.

# THẦN TOÁN

## DƯƠNG HUY

Vào thời Nam Tống cổ đại của Trung Quốc, ở thành Tiền Đường (nay là Hàng Châu) có một vị thần đồng toán tên gọi Dương Huy. Ông rất thông minh, ham học; đối với số học và thiên văn lại rất say mê. Lúc bấy giờ sách về số học rất ít, vì thế, để làm giàu thêm tri thức, ông đã đi sưu tầm các đề toán trong dân gian đem về nghiên cứu mày mò tìm ra cách giải hay nhất.

Nghे nói, có một lần ông hỏi thăm biết ở Bách Đa Lý có một vị tú tài không những tinh thông toán học mà còn cất giữ rất nhiều sách toán hay nổi tiếng, như quyển “Cửu chương toán thuật”, “Tôn Tử toán kinh”, v.v... Dương Huy lòng đầy phấn chấn tìm đến nhà vị tú tài đó.

Dương Huy bày tỏ muốn cùng được học số học và nghiên cứu các sách toán thuật với vị tú tài nhưng đã bị vị này từ chối.

Thế nhưng, Dương Huy một mực tha thiết xin học, không chịu ra về. Vị tú tài thấy Dương Huy tha thiết khẩn

khoản như vậy, không còn cách nào khác bèn nói: “Được rồi, ta ra hai bài toán, nếu nhà ngươi làm đúng hết, ta sẽ đáp ứng yêu cầu của ngươi ngay. Nghe đây, bài toán thứ nhất: Diện tích của một hình chữ nhật là 864 bước vuông, biết chiều ngang của nó ngắn hơn chiều dài 12 bước, hỏi tổng của chiều ngang và chiều dài là bao nhiêu? Bài toán thứ hai: Có một nghìn quan quân với một nghìn tấm vải, quan mỗi người 4 tấm, quân bốn người mới được một tấm. Hỏi có bao nhiêu quan bao nhiêu quân?”. Nói xong ông ngồi vào một bên yên lặng xem thái độ Dương Huy như thế nào, trong lòng ông ta cũng có vẻ đắc thắng và nghĩ thẳng nhóc này khó trụ nổi, người hiểu biết toán học như ta, đối với đề toán này cũng chỉ có gật gật đầu, e rằng cậu ta cũng tâm nguyện khó thành?”

Trong lúc vị tú tài đó hí hửng đắc ý thì Dương Huy liền nói: “Lão tiên sinh, học trò đã tính ra rồi: tổng của chiều dài và chiều ngang là 60 bước; đáp án của bài toán thứ hai là: quân 800 người, quan 200 người”.

Lão tú tài vừa nghe rất hoảng hốt, một tay ông cầm tờ giấy nháp mà Dương Huy tính toán, sững sờ, thì ra Dương Huy đã vận dụng phương trình bậc hai để giải bài toán thứ nhất và phương trình bậc một để giải bài toán thứ hai. Phân tích các bài toán như sau:

### ***Bài thứ nhất:***

Giả thiết: chiều dài của hình chữ nhật là  $a$  thì chiều ngang sẽ là  $a - 12$ .

Đã biết: diện tích hình chữ nhật là 864 bước vuông thì  
 $a(a - 12) = 864$

$$a^2 - 12a = 864$$

$$a^2 - 12a - 864 = 0$$

Giải phương trình bậc hai trên, được 2 nghiệm:

$$a_1 = 36; \text{ bỏ nghiệm } a_2 = -24$$

Theo bài toán, trị số của  $a$  không thể là một số âm cho nên  $a = 36$  và chiều ngang là  $a - 12$ , tức là  $36 - 12 = 24$ .  
Như vậy chiều ngang là 24 bước.

Tổng của chiều dài và chiều ngang là:  $36 + 24 = 60$  bước.

**Bài thứ hai:** giả sử số quan là  $a$  người, quân là  $b$  người,  
thì  $a + b = 1.000$  người (1)

$$4a + b/4 = 1.000 \text{ tám} \quad (2)$$

Từ (1) và (2), có:

$$a = 1000 - b$$

$16a + b = 4000$ . Thay  $a = 1000 - b$ , có:

$$16(1000 - b) + b = 4000$$

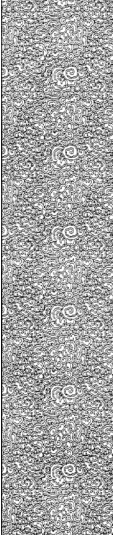
$$16.000 - 16b + b = 4000$$

$$15b = 12.000$$

$$b = 800$$

$$\text{và } a = 1000 - 800 = 200$$

Như vậy quân là 800 người, quan là 200 người.



## CÂU ĐỐ VỀ SỐ ĐÈN TRÊN ĐỈNH THÁP

Nhà toán học nổi tiếng ở Trung Quốc là Ngô Kính còn gọi là Tín Dân; quê quán ở huyện Nhân Hòa, Triết Giang, nay là thành phố Hàng Châu. Từ nhỏ ông đã rất ham mê số học và cũng đã tích lũy được rất nhiều kiến thức về số học, trải qua dày công nghiên cứu ông đã viết ra 10 tập “Cửu chương toán pháp tỉ loại đại toàn” vào năm 1450. Trước tác này gồm rất nhiều bài toán hay và thú vị, trong đó có một bài toán làm bằng thơ đố “đỉnh tháp có bao nhiêu ngọn đèn” được lưu truyền mãi trong dân gian, cho đến nay vẫn còn thấy trong rất nhiều sách dạy toán.

Câu chuyện “Đố số đèn trên đỉnh tháp” kể lại rằng: Vào một buổi chiều tối nhân dịp Tết Nguyên tiêu năm 1420. Cả trong ngoài thành Hàng Châu tràn đầy không khí ngày Tết, Ngô Kính hẹn với mấy chàng thư sinh gặp nhau ở ngôi chùa nhỏ bên cạnh sông Tiền Đường ở Hàng Châu, để vừa ngắm nhìn sắc màu lung linh của những ngọn đèn chiếu xuống nước trên dòng sông, vừa hả hê nâng chén thay nhau ngâm thơ ngắm cảnh.



Sau mấy lần luân phiên nâng cốc, Ngô Kính vui vẻ cười nói: “Chư vị thi tài tràn đầy câu hay ý đẹp liền trang, tiểu đệ muốn thay đổi phong cách một chút, làm một bài thơ đố để mọi người đoán thử, ý các vị thấy thế nào?”

Các thư sinh nâng cốc và nói: “được”.

*“Viễn vọng xa xa tháp bảy tầng,  
Hồng quang điểm điểm bội gia tăng  
Cộng đèn tất cả ba tám một  
Thử tính đỉnh tháp mấy ngọn đèn?”*

Cả bọn nghe xong liền reo lên: “tuyệt, tuyệt” rồi cùng nhau đưa mắt hướng về ngọn tháp trắng bảy tầng được mắc các bóng đèn lượn quanh ở nơi xa kia. Suy nghĩ khá lâu, chẳng ai có thể đáp lại bài thơ đố đó. Ngô Kính nhìn thấy các bạn của mình đang khổ sở suy nghĩ bèn giải thích cặn kẽ cho mọi người nghe lại còn đưa ra 3 cách giải khác nhau, các thư sinh đang ngồi ở đấy chợt nhận ra và vô cùng thán phục toán thuật của Ngô Kính.

**Cách giải thứ nhất:** đã biết trên tháp có 381 ngọn đèn, 381 là một số lẻ, còn số đèn ở các tầng là tăng theo bội số nguyên, như vậy trừ đỉnh tháp ra, số đèn ở các tầng phải là số chẵn. Khi số ngọn đèn trên đỉnh tháp là 1 hoặc số lẻ khác lớn hơn 3, thì tổng số ngọn đèn không thể bằng 381; nếu đỉnh tháp có 3 ngọn, số ngọn đèn của các tầng dưới sẽ là: 6,12,24,48,96,192. Cộng toàn bộ số đèn này lại vừa đúng là 381.

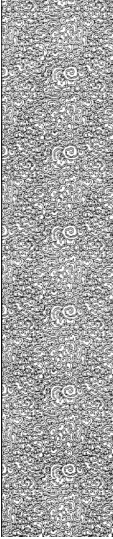
**Cách giải thứ hai:** Giả sử số ngọn đèn ở tầng tháp cuối cùng là 1 thì từ tầng thứ hai trở lên số đèn sẽ là  $1/2$ ,  $1/4$ ,  $1/8$ ,  $1/16$ ,  $1/32$ ,  $1/64$ , do đã biết tổng số bóng đèn là 381, tỉ lệ phân số đối ứng của nó là:  $1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32 + 1/64 = 127/64$ , số đèn ở tầng cuối cùng là  $381 : 127/64 = 192$  ngọn.

Số đèn trên đỉnh tháp:  $192 \times 1/64 = 3$  ngọn

**Cách giải thứ 3:** giả sử đỉnh tháp có một ngọn đèn, thì số ngọn đèn ở các tầng từ trên xuống dưới là: 1, 2, 22, 24, 25, 26, như thế tổng số đèn ở các tầng là  $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 = 127$  ngọn, so với thực tế ít hơn  $381 - 127 = 254$  ngọn. Mà  $254 : 127 = 2$ , điều đó cho thấy nếu trên đỉnh tháp có thêm 2 ngọn nữa và các tầng ở dưới tăng thêm bội số nguyên thì tổng số ngọn đèn vừa bằng với số đèn thực tế. Vì vậy số ngọn đèn ở đỉnh tháp là  $1 + 2 = 3$  ngọn.

Nếu chúng ta dùng lý luận và khái niệm số học hiện đại để phân tích bài toán thì đây là một bài toán điển hình ứng dụng dãy số cấp số nhân. Những vấn đề giống như vậy được ứng dụng rất rộng rãi trong cuộc sống thực tế của chúng ta, chỉ cần cố gắng tìm sẽ dễ dàng phát hiện các bài toán số học thú vị ở đầy xung quanh ta.





# NHÀ SỐ HỌC THỜI NHÀ MINH - TRÌNH ĐẠI VỊ

58

**T**rình Đại Vị là một trong những nhà số học nổi tiếng thời xưa của Trung Quốc, ông quê ở An Huy, là con của Thái thú Tân An Trình Nguyên Đàm thời nhà Minh. Thời niên thiếu ông rất thích thư pháp, văn học và số học. Khi lớn lên 20 tuổi ông vừa làm nghề buôn bán ở mạn trung và hạ lưu Trường Giang vừa nghiên ngẫm số học; trong lúc buôn bán ông rất chú ý sưu tập những sách và những bài toán cổ hay. Qua buôn bán, ông tiếp xúc được rất nhiều nhà số học từ nam chí bắc, điều đó càng làm cho ông say mê với số học. Vào khoảng 40 tuổi ông thôi buôn bán trở về nhà chuyên tâm nghiên cứu số học. Ông kết hợp những điều tự học được về toán với kinh nghiệm của bàn tính và tham khảo các học thuyết của các nhà toán học; vào năm 60 tuổi (tức năm 1592) ông hoàn thành trước tác “Trực chỉ toán pháp thông tông” gọi tắt là “Toán pháp thông tông” và trở thành nhà toán học xuất sắc của Trung Quốc.

“Trực chỉ toán pháp thống tông” có tất cả 17 tập, đăng tải 595 vấn đề về số học. Bộ sách này được lưu truyền rất rộng rãi thời bấy giờ, hầu như ai ham thích số học trong tay đều có sách của ông, nhà nào cũng biết, làng nước đều biết sách đó.

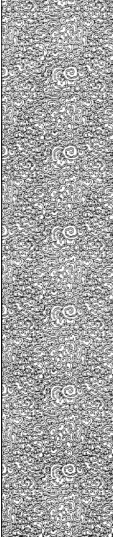
Sau đây là một câu chuyện có liên quan đến nhà số học Trì nh Đại Vị trong quyển “Trực chỉ toán pháp thống tông”.

Tương truyền rằng vào mùa xuân năm 1575, ở chùa Thê Hà Sơn thuộc cố đô Kim Lăng (nay là Nam Kinh) người đi dâng hương lễ Phật đông vô kể, Trình Đại Vị cũng hòa vào dòng người đó đi lễ chùa, tiểu hòa thượng vừa mới nhìn thấy ông liền vội đưa ông qua phòng của sư trụ trì. Khi Trình Đại Vị hỏi thăm các hòa thượng trong chùa lớn bé có bao nhiêu người thì trụ trì chùa đáp: “Thí chủ hãy nghe. Một trăm bánh màn thầu (bánh bao không có nhân), một trăm tảng ni, đại tăng 3 cái một người, tiểu tăng 3 người một cái, thì sẽ biết đại tăng mấy người, tiểu tăng mấy người”.

Trình Đại Vị nghĩ một chốc liền đáp. Chủ trì chùa vô cùng phấn khởi và nói: “Tuyệt diệu, thí chủ đã trải qua buôn bán có khác, toán học càng giỏi giang!”

Vậy Trình Đại Vị đã giải bài toán ấy như thế nào?

Phân tích ý nghĩa của bài toán: đây là một bài toán số học rất lý thú, vì một vị đại hòa thượng ăn hết 3 màn



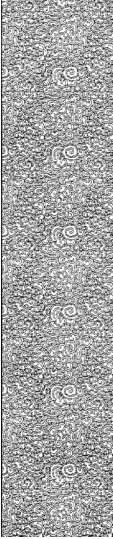
thầu, còn 3 tiểu hòa thượng mới ăn được 1 màn thầu, cho nên 1 đại hòa thượng và 3 tiểu hòa thượng ăn hết 4 màn thầu. Trước hết lấy 1 đại hòa thượng và 3 tiểu hòa thượng làm thành một tổ, 100 vị hòa thượng chia thành  $100 : 4 = 25$  tổ. Vì mỗi tổ có 1 vị đại hòa thượng và 3 tiểu hòa thượng, cho nên 25 tổ có:  $25 \times 1 = 25$  vị đại hòa thượng và  $25 \times 3 = 75$  vị tiểu hòa thượng.

“Trực chỉ toán pháp thống tông” là một bộ sách rất chú trọng đến thực dụng, hình vẽ rất nhiều, là một toàn thư toán thuật phổ thông, từ bài toán “có bao nhiêu đại và tiểu hòa thượng” có thể thấy nội dung cuốn sách rất sinh động và thú vị. Quyển sách này được xếp vào trước tác lớn trong lịch sử số học cổ đại Trung Quốc, có ảnh hưởng rất sâu xa với hậu thế.

# TRỜI CAO BAO NHIÊU?

Từ thời thượng cổ xa xưa, con người đã muốn biết trời cao bao nhiêu. Tương truyền trời và đất vốn dĩ là một khối lẫn lộn nhau, giống như một quả trứng to, sau đó sinh ra một vị thần gọi là Bàn Cổ, khai thiên lập địa. “Trời một ngày cao lên 1 trượng, đất mỗi ngày dày thêm 1 trượng, Bàn Cổ mỗi ngày lớn lên 1 trượng, cứ thế một vạn tám nghìn tuổi...” Bàn Cổ mỗi ngày lớn lên 1 trượng, sau 1 vạn 9 nghìn năm vị đại Hán tử đầu đội trời chân đạp đất đó cao bao nhiêu thì trời cũng cao bấy nhiêu.

Sau đó, vào khoảng thế kỷ thứ 12 trước Công nguyên, nhà chính trị thời Chu tên là Cơ Đán (tức là Chu Công) cũng muốn biết rõ “trời cao” bao nhiêu để có kế hoạch xây dựng, vì thế ông đã mời học giả nổi tiếng Thương Cao để chỉ giáo. Ông hỏi: “Ngài có biết trước đây Phục Hy làm sao xác định được thiên cầu không? Không có thang nào có thể leo lên thiên đình, cũng không có biện pháp nào dùng thước để đo đất, vậy làm sao có thể biết



được trời cao bao nhiêu, đất rộng chừng nào?” Đó cũng là “Vấn đề Chu Công” đã được nổi tiếng trong lịch sử số học.

Thương Cao trả lời: “Cơ sở của mọi số lý là tròn và vuông, tròn là do vuông biến tướng mà thành, hình vuông có thể dùng “ê-ke” để tạo thành.

Lấy cạnh của một góc vuông là 3, lấy cạnh kia của góc vuông là 4, cạnh đối diện với góc vuông hay còn gọi cạnh huyền là 5, như thế sẽ xác định mối quan hệ 3 cạnh của tam giác vuông có nghĩa là đối, kề, huyền tạo thành mối quan hệ 3,4,5. Thương Cao chứng minh: Cạnh đối của hình tam giác vuông là 3, cạnh kề là 4 thì khoảng cách giữa hai điểm đầu của 2 cạnh góc vuông gọi là cạnh huyền - 5.

Phát hiện này của Thương Cao là một công hiến rất lớn trong lịch sử toán học.

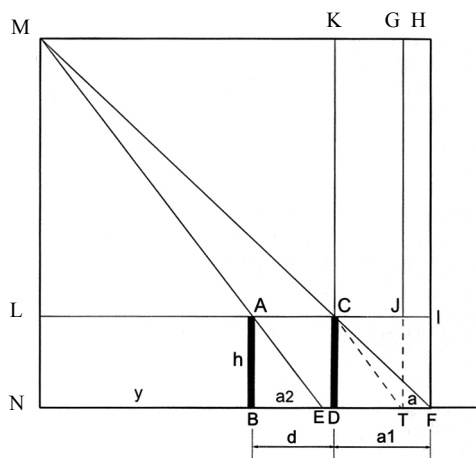
Trong công thức  $a^2 + b^2 = c^2$ , a và b là hai cạnh của tam giác vuông, c là cạnh huyền của tam giác vuông. Thương Cao đã sử dụng mối quan hệ giữa “đối, kề, huyền” trong tam giác vuông để tính ra độ cao của trời. Đồng thời Thương Cao đã lợi dụng cơ lý số học sáng tạo do mặt trời cách bao xa và mặt trời bao to; độ rộng của phạm vi chiếu sáng của mặt trời, lộ trình mà mặt trời di chuyển trong mỗi ngày; khoảng cách hằng năm của đông chí và hạ chí với chúng ta; nơi mà người nhìn thấy được và mặt

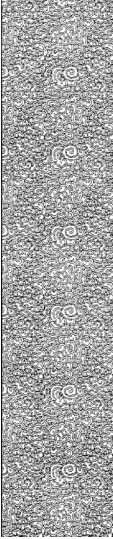


trời chiếu đến được, phương vị của những ngôi sao trên trời; và trời đất rộng bao nhiêu, dài bao nhiêu...

Vào thế kỷ thứ 3, thời Tam Quốc, nhà số học Triệu Sáng (tức là Triệu Quân Lang) chỉnh lý lại phương pháp đo đạc “Trời cao bao nhiêu” của Thương Cao, vẽ ra một bản đồ “Nhật cao đồ” để thuyết minh làm thế nào đo được độ cao của trời. Phương pháp tính toán của bản đồ này rất tuyệt vời, chứa đựng nhiều lý niệm về số học.

Tương truyền rằng mặt trời là treo trên trời, cho nên ngày xưa cho rằng mặt trời cao bao nhiêu là trời cao bấy nhiêu. Ở mặt đất người ta dựng hai cây sào AB và CD, khoảng cách giữa chúng là  $d$ ; độ dài hình chiếu của mặt trời M đối với 2 cây sào là BE và DF; lấy  $DT = BE$ , chứng minh Hoàng giáp và Hoàng ất bằng nhau, tức là diện tích hình chữ nhật ACDB bằng diện tích hình chữ nhật GHIJ.





Lấy hình để chứng minh: chiều cao h nhân với khoảng cách d giữa 2 sào là diện tích của hình ACDB, chiều ngang của hình GHIJ là a hiệu giữa hai hình chiều của 2 sào, dh chia cho a, thừa số có được là chiều cao của GHIJ.

Nhìn từ hình vẽ, ta có  $HI = dh/a$

Do d,h,a đều là những số đã biết, sau khi tìm được trị số HI, cộng thêm h vào là chiều cao từ mặt trời đến mặt đất (tức là chiều cao của trời).

Tuy nhiên chiều cao của cây sào và khoảng cách của cây sào so với chiều cao đến mặt trời là rất nhỏ, kết quả tính được có sai số rất lớn, không thể làm chuẩn được, nhưng phương pháp này có thể ứng dụng đo chiều cao các vật kiến trúc. Đồng thời khi chưa có các kỹ thuật tiên tiến mà Thương Cao lợi dụng nguyên lý số học để tính trời cao, quả thật trí tuệ sáng tạo của ông rất đáng khâm phục.

# BÁT QUÁI KỲ DIỆU

Từ xưa đến nay, từ lúc con người bước vào thời đại văn minh, khoa học phát triển, thì bát quái bị cho là bức tranh mang màu sắc mê tín, và được coi là một loại công cụ may rủi. Đó là do tư tưởng triết học của nó rất sâu sắc và bí ẩn, khó lý giải, do vậy người ta xem nó là vật thần bí cao xa.

Vòng tròn khắc hình ở giữa bát quái gọi là “Thái cực”, bộ phận hình con cá đen trắng gọi là “lưỡng nghi”, tám cạnh và 3 đường ngang gọi là “Bát quái”, trong đó hai đường ngang phía trong của tứ quái thượng, hạ, tả, hữu (tức là càn, khôn, ly, khảm) gọi là “Tứ tượng”. Thái cực là chỉ một sự vật nào đó, còn lưỡng nghi là chỉ tính hai mặt của sự vật hoặc hai nội dung. “Tứ tượng” xuất ra từ càn, khôn, ly, khảm; cái gọi “vị trí của càn, khôn, đặt ở trên và dưới; vị trí ly, khảm đặt ở giữa trái và phải” là biểu thị các hiện tượng trong thế giới tự nhiên; ví như: xuân, hạ, thu, đông; hồi, sóc, huyền, vọng (hồi là ngày cuối tháng âm lịch; sóc là ngày mùng một âm lịch; huyền

là những ngày trăng khuyết như ngày mồng 7, mồng 8 âm lịch gọi là thượng huyền, ngày 22, 23 âm lịch gọi là hạ huyền; vọng là ngày rằm), v.v...

Tương truyền lại rằng bát quái là do Phục Hy sáng tạo ra, chủ yếu dùng để giải thích các hiện tượng trong tự nhiên. Bát quái tỏ rõ nhận thức của con người đối với giới tự nhiên, nó biểu thị tám loại sự vật như: thiên (trời) địa (đất) thủy (nước) hỏa (lửa) phong (gió) lôi (sấm) sơn (núi) trạch (đầm ao); và tám phương vị như: đông, đông nam, tây, tây bắc, nam, tây nam, bắc, đông bắc; “càn khôn” hiện nay hay dùng biểu thị thiên địa, nam nữ, âm dương, chánh phó.

Truyền thuyết rằng vào thời Vua Trụ tại vị (khoảng thế kỷ 11 trước Công nguyên), ông đã bắt giam Tây Bá (tức là Cơ Xương). Cơ Xương ở trong tù nghiên cứu cơ lý của bát quái và đã diễn hóa nó thành 64 quái. Sau đó



Cơ Xương trở thành Chu Văn Vương, đem những kết quả nghiên cứu được của mình viết thành “dịch” thư với thêm phần chú giải, sau đó con là Cơ Đán (Chu Công) chỉnh lý, bổ sung và gọi là “Chu Dịch”.

“Dịch” thư được xem là quyển sách sớm nhất đề cập đến một trật tự; nội dung khoa học của nó bao gồm cả số học, trong đó có 4 góc phần tư của hệ tọa độ góc vuông, ngày xưa gọi là “tứ tượng”.

Các nhà số học cận đại nghiên cứu bát quái rồi ứng dụng nó vào trong phương pháp định cơ số hai của hệ thống máy tính điện tử.

Ngoài ra mắt con cá của lưỡng nghi (chấm trắng và chấm đen trong hình vẽ bát quái) là tâm vòng tròn của đầu cá, từ tâm vòng tròn đó vẽ ra diện tích của hai vòng tròn đối xứng đúng bằng một nửa diện tích của vòng thái cực, điều đó cũng cho thấy mối liên quan của bát quái với hình học.

Giả sử bán kính của vòng tròn lớn là  $R$ , bán kính của vòng tròn nhỏ là  $r$ ;  $r = R/2$ , thì diện tích của hai vòng tròn nhỏ là:  $2 \times \pi r^2 = 2\pi (R/2)^2 = 1/2 \pi R^2$ . Từ đó cho thấy diện tích của hai vòng tròn nhỏ bằng nửa diện tích vòng tròn lớn.

Ngoài những nội dung số học như trên đã nói các đường dài, ngắn, ngang tạo thành chữ “Hào”, sau này trong quá trình phát triển của số học lại trở thành công

cụ tính toán. “Thẻ toán” là từ tre trúc hoặc xương hoặc ngọc được làm thành các que thẳng xếp ra các con số. Ví dụ như các ký hiệu của hình dưới đây là biểu thị các số từ 1 đến 9.



Trong các ký hiệu đó, một đường vẽ thẳng biểu thị 1, đường vẽ ngang biểu thị là 5, và cơ sở của việc phát minh ra bàn tính cũng dựa trên cơ sở này. Mỗi khoanh tròn trên thanh ngang bàn tính biểu thị 5, mỗi khoanh tròn dưới thanh ngang biểu thị 1.

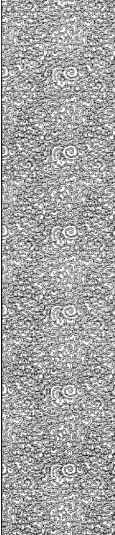
Từ những nội dung nói trên, bát quái quả là rất kỳ diệu, đích thực là đầu óc tưởng tượng vô hạn của các nhà khoa học.

# TÔ VŨ CHẶN DÊ

Vào năm Thiên hán nguyên (100 năm trước Công nguyên), Tây Hán Đồ Lăng Nhân Tô Vũ, phụng mệnh đến Hung Nô để đàm phán hòa bình nhưng đã bị bắt giam. Quý tộc Hung Nô bắt Tô Vũ đầu hàng, Tô Vũ trung kiên bắt khuất, thà chết chứ không chịu đầu hàng. Song Hung Nô cũng không dám giết chết ông vì không có lý do nên đã đày ông đi Bắc Hải (nay là hồ Bối Gia Vũ) để chặn dê.

Tô Vũ ở Bắc Hải nếm đủ mùi cực khổ, chịu đựng bao tủi nhục, vừa chặn dê vừa tìm cơ hội du thuyết với thủ lĩnh Hung Nô và thảo luận hòa giải.

Có một lần Tô Vũ đang chặn đàn dê trên bãi cỏ rộng mênh mông không có một bóng người, bỗng nhiên trời trở gió, tuyết ào ào ập đến, tên Hung Nô giám sát ông vội nhảy lên ngựa tìm nơi ẩn núp, đàn dê thấy tuyết to rơi xuống cũng nhón nháo chạy tán loạn. Tô Vũ vẫn vừa đuổi dồn dê về vừa ôm vào lòng chú dê con bị giá tuyết



làm công lạnh để sưởi ấm cho nó. Lúc đấy mấy người bạn Tây Hán cũng vừa chạy đến khuyên Tô Vũ nhân cơ hội không có bọn Hung Nô ở đây chạy trốn đi, Tô Vũ nói một cách cương quyết với bạn: “Tô Vũ ta là người yêu nước, là một người Tây Hán đường đường chính chính, ta cũng rất muốn về quê hương nhưng bây giờ chưa phải lúc. Nếu việc đàm phán không thành, thì cả đời ta sẽ không về quê hương để gặp lại thân phụ. Cảm ơn lòng tốt của các bạn, các bạn về trước đi!” Nói xong ông vẫn tiếp tục đương đầu với bão tuyết để chặn dắt đàn dê.

Cho mãi đến năm Thủy nguyên (trước Công nguyên 81 năm) với sự nỗ lực của Tô Vũ, cuối cùng rồi thủ lĩnh Hung Nô cũng đã được tinh thần yêu nước của Tô Vũ cảm hóa, đồng ý cùng với Tây Hán hòa giải và tiễn đưa Tô Vũ về với Tổ quốc. Tô Vũ anh hùng bất khuất đã kiên trì chịu đựng ở nơi Hung Nô bao nhiêu năm?

Nhà số học nổi tiếng Trình Đại Vị vào thời nhà Minh, dựa vào câu chuyện yêu nước này, vào năm 1533 - 1606 đã sáng tác thành một bài thơ số học và được đăng trong quyển “Trực chỉ toán pháp thống tông”, nội dung của nó như sau:

*Năm ấy Tô Vũ đi Bắc biên  
Không biết đi được mấy chu niên  
Chỉ nhớ được lần thiên biên nguyệt  
Hai ba năm lượt nguyệt viên tròn*



Dựa vào ý bài thơ phân tích, một năm có 12 tháng, vào ngày 15 âm lịch mỗi tháng trăng tròn một lần. Trăng tròn 235 lần mà mỗi năm có 12 lần trăng tròn, vậy Tô Vũ đã đi mấy năm?

Đáp là  $235 : 12 = 19$  thừa 7.

Theo cách tính đó, Tô Vũ đã đi sứ Hung Nô 19 năm và còn thừa 7, trong 19 năm vừa vẹn có 7 lần tháng nhuận.



## ĐƯỜNG TĂNG LẤY KINH

72

**C**huyện Cao tăng Trần Huyền Trang - một cao tăng nổi tiếng thời nhà Đường đi Tây Thiên lấy kinh là một câu chuyện cổ tích rất hay của Trung Quốc.

Tương truyền thầy trò Đường Tăng có 4 người, đã vượt nghìn lý để đến Tây Thiên. Một hôm đi được nửa ngày đường ở vùng núi cao rừng rậm, phát hiện có một sơn trang rất đẹp, ở đó phong cảnh hữu tình song cũng cách biệt với thế gian bên ngoài. Ở cổng làng có vài quán nhỏ, cửa quán treo lủng lẳng những hàng hóa nhưng không thấy có người bán. Trong các quán ấy có một quán bán quà sáng mà trong bếp nồi hấp bánh đang bốc khói tỏa ra hương vị ngọt ngào thơm phức. Một chú trông giống như một tiểu phu đến bên nồi lấy ra mấy chiếc bánh, rồi lại mở hộp ra lấy vài thẻ bằng đồng, sau đó ghi vào “sổ kế toán” ( $6 \times 2 = 14$ ). Bát Giới nhìn thấy vậy bĩu môi, mỉm cười nói: “Anh chàng này ngốc quá”. Người tiểu phu quay người lại nhìn thấy một quái vật đang chỉ về mình, sợ quá, định bỏ chạy. Ngộ Không cẩn thận cầm lấy quyển sổ ghi chép xem qua một lượt, hiểu ra ý nghĩa

của cách ghi chép trong sổ và lấy bạc mang theo trong người đổi thành 32 thẻ đồng bỏ vào hộp, rồi ghi vào “sổ kế toán” ( $16 \times 2 = 40$ ), đoạn cầm lấy 16 bánh màn thầu chia cho sư phụ, sư đệ ăn tiếp tục lên đường đi lấy kinh.

Cách ghi chép mà trong câu chuyện này nói là phương pháp tính toán đặc biệt theo cơ số bát phân (8 đơn vị) ngày xưa. Trong phương pháp tính toán theo hệ thập phân (10 đơn vị) mà chúng ta dùng hằng ngày, 14 là một cái 10 cộng với một cái 4. Phương pháp tính toán ở sơn trang khác xa với thông thường đó hiển nhiên là không theo hệ thập phân. Chúng ta không ngại gì mà không giả thiết rằng nó là chế độ x phân (x đơn vị), như vậy 14 ở chỗ sơn trang ấy chính là 1 cái x cộng với 1 cái 4 tức là tương đương với 12 mà chúng ta thường dùng. Từ đó ta được:  $1x + 4 = 12$ .

Từ biểu thức này rất dễ dàng tính ra  $x = 8$ , cho nên cách tính mà họ sử dụng là theo hệ 8 đơn vị. Theo cách tính đó thì  $3 \times 4 \times 7$  sẽ bằng bao nhiêu?

Theo hệ thập phân, thì  $3 \times 4 \times 7 = 84$

Theo hệ bát phân, thì  $3 \times 4 \times 7 = 124$ , vì 124 của hệ bát phân được biểu thị là:

$$\begin{aligned} 124 &= 1 \times 8^2 + 2 \times 8^1 + 4 \times 8^0 \\ &= 64 + 16 + 4 \\ &= 84 \end{aligned}$$

Đương nhiên đây là một câu chuyện hư cấu. Hệ bát phân là cùng với sự xuất hiện máy tính điện tử áp dụng hệ nhị phân (2 đơn vị) mà sinh ra.

Hệ nhị phân chỉ có hai mã số, trong máy tính sẽ dễ biểu hiện rõ hơn. Một linh kiện, ví dụ như một bóng đèn, nó chỉ có hai trạng thái - sáng và không sáng. Chúng ta dùng sáng để biểu thị 1 và không sáng biểu thị 0; một bóng đèn thì có thể biểu thị hai con số = 0, 1; hai bóng đèn thì có thể biểu thị 4 con số: 0 - 3.

Nhưng hệ nhị phân cũng có nhược điểm, tức là viết ra rất dài, dễ viết sai và khó đọc ra là số trị như thế nào. Đầu óc con người không phải là máy móc, nên chẳng ai muốn đem con số giản đơn như 1,2,3 viết thành dãy số dài như 1111011? Vì thế các nhà số học và các nhà sáng chế máy tính đã áp dụng hệ 8 đơn vị.

Ví dụ: số 123 của hệ 8 đơn vị được biểu thị:

$$\begin{aligned} 123 &= 1 \times 8^2 + 2 \times 8^1 + 3 \times 8^0 \\ &= 64 + 16 + 3 \\ &= 83 \end{aligned}$$

Mối quan hệ giữa hệ 8 đơn vị và 2 đơn vị như sau:

**Hệ 2 đơn vị**

**Hệ 8 đơn vị**

000

0

001

1

010

2

011

3

100

4

101

5

110

6

111

7

## CÓ BAO NHIÊU CÁO VÀ BAO NHIÊU CHIM TRĨ?

**T**ruyền thuyết, quốc vương cuối cùng của thời kỳ Thương mạt là Trụ Vương, hoang dâm vô độ, vua không quan tâm gì đến việc triều chính, cả ngày cùng với bọn Đát Kỷ cáo già và bọn nịnh thần Hồ Hỷ My rượu chè be bét làm cho các quan viên trong triều đình vô cùng bất mãn. Một số đại thần trung thành, đức độ nhìn thấy thế không thể chịu được bèn can gián với Trụ Vương, vua không những không nghe các ý kiến của đại thần mà còn nghe lời Đát Kỷ và Hồ Hỷ My sát hại trung thần, đem các đại thần đã khuyên ngăn mình ra giết hại. Các đại thần và muôn dân vô cùng phẫn uất nhưng lại sợ Trụ Vương giết hại nên rủ nhau bỏ chạy qua nước khác.

Để cứu muôn dân thoát khỏi sát hại, Chu Vũ Vương đem quân tấn công Trụ Vương. Sau mấy năm chiến tranh, Chu Vũ Vương đã lật đổ Trụ Vương diệt trừ được tên bạo chúa làm nhân dân được sống yên bình.

Sau này một nhà số học, dựa vào câu chuyện đó viết thành một bài thơ số học rất thú vị, được đăng trong “Thực chỉ toán pháp thống tông”.

*“Cáo một đầu chín đuôi,  
Trĩ một đuôi chín đầu,  
Bảy hai đầu ở trước,  
Tám tám đuôi ở sau,  
Cáo, trĩ mỗi thứ mấy?”*

Dựa vào ý thơ phân tích thì đây là một bài toán ứng dụng đặc biệt, dùng các phương pháp chung khó có được đáp án chính xác.

Trước hết dựa vào giả thiết sẽ dễ tìm được phương pháp giải. Giả sử 88 đuôi đều là cáo, thì ta có được ít nhất là 9 con cáo, còn thừa 7 đuôi, vì mỗi con trĩ chỉ có một đuôi, bảy đuôi thừa còn lại vừa vẹn là 7 con trĩ. Như vậy có thể thông qua giả sử mà giải được bài toán:

1. Giả sử 88 đuôi đều là cáo, thì ít nhất có  $88 : 9 = 9$  con ... thừa 7 đuôi.
2. Số lượng trĩ là:  $7 : 7 = 7$  con

Thử lại:

9 con cáo 9 đuôi và 7 con trĩ 9 đầu, cộng lại số đầu

$$9 + 9 \times 7 = 9 + 63$$

$$= 72 \text{ đầu}$$

9 con cáo 9 đuôi và 7 con trĩ 9 đầu, cộng lại số đuôi:

$$9 \times 9 + 7 = 81 + 7$$

$$= 88 \text{ đuôi}$$

Như vậy từ các biểu thức tính toán trên, có được 9 con cáo và 7 con trĩ.

# CHUYỆN VỀ NHÀ TOÁN HỌC HOA LA CANH

77

**G**iao sư Hoa La Canh là nhà số học nổi tiếng của Trung Quốc, ông là phó viện trưởng Viện Khoa học Trung Quốc. Ông đã có hơn 200 luận văn toán học, xuất bản hơn 10 bộ sách chuyên đề. Ông được Trung Quốc xếp vào một trong số 88 nhà số học vĩ đại nhất hiện nay.

Năm 1910, ông sinh ra ở thị trấn Tô Kim Đàn tỉnh Triết Giang. Tên “La Canh” là ý nghĩa như vậy.

Năm 1973, giáo sư Hoa La Canh đã có thành tựu kiệt xuất về mặt khoa học, được nhà máy sản xuất máy kéo thành phố Lạc Dương tỉnh Hà Nam mời giảng bài cho công nhân ở xưởng. Ở nhà máy thường dùng một tổ bánh răng khớp để cho tỉ số quay  $i$  của hai trục bánh xe là hằng số. Ví dụ dùng một cặp bánh răng để cho tỉ số truyền động của trục chủ động với trục bị động là 3, thì số răng của bánh răng chủ động và bánh răng bị động nên là bao nhiêu trên mỗi loại? Rất dễ dàng tính

được số răng bánh chủ động bằng  $1/3$  của số răng bánh bị động.

Giả thiết: bánh chủ động có 20 răng, bánh bị động là 60 răng hoặc bánh chủ động là 25 răng, bánh bị động là 75 răng... là có thể được rồi. Sẽ được công thức như sau:  $i = Z_2/Z_1$ .

Đó là trường hợp phối hợp của hai bánh xe răng cưa. Ngoài ra ở nhà máy còn hay sử dụng 4 bánh xe răng cưa phối hợp nhau. Bánh xe răng cưa có số răng là  $Z_1$  phối hợp với bánh xe răng cưa có số răng là  $Z_2$ ; bánh xe răng cưa có số răng là  $Z_3$  phối với bánh xe có số răng là  $Z_4$  mà hai bánh xe có số răng  $Z_2$  và  $Z_3$  cùng lắp trên một trục. Đối với nhóm bánh xe này, công thức tỉ số tốc độ quay là:  $i = Z_2/Z_1 \times Z_4/Z_3$ .

Vấn đề mà công nhân nêu lên là, nếu tỉ số tốc độ quay chỉ định là  $\pi$ , nên chọn 4 bánh xe răng cưa như thế nào để phối hợp thành một tổ? Trước hết đem  $\pi$  biểu thị thành một phân số gần đúng, sau đó đem tử số và mẫu số phân tích thành hai tỉ số và những tỉ số đó là số răng của bánh xe. Đồng thời 4 tỉ số đó không được quá to cũng không thể quá nhỏ (vì chúng ta không thể chế tạo ra bánh xe răng cưa có hàng vạn răng và cũng không thể chế ra bánh xe răng cưa chỉ có 2 răng).

Từ trong “sổ tay cơ khí” công nhân có thể tra ra một nhóm số:  $\pi = 377/120 = 52 \times 29/20 \times 24$  với sai số đến



1/1.000. Bản thân công nhân cũng tự tìm ra một nhóm tỉ số pi là:  $\pi = 2108/671 = 68 \times 62/22 \times 61$ , sai số không đến 4 phần triệu. Công nhân hỏi giáo sư Hoa La Canh có còn tỉ số nào tốt hơn nữa không?

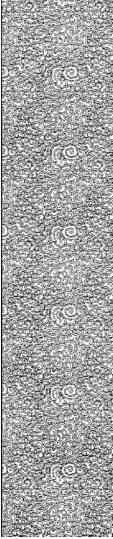
Vì sau khi lên lớp, giáo sư phải rời Lạc Dương ngay, không kịp trả lời cho nên khi chờ tàu ở Lạc Dương, giáo sư tranh thủ lúc rảnh rỗi nghiên cứu câu hỏi của công nhân và nói với trợ lý của mình ghi lại con số  $377/120 = 22 + 355/7 + 113$  để tham khảo. Đây là một nhóm con số rất có ý nghĩa. Như chúng ta đều biết  $22/7$  là trị số pi gần đúng mà Archimède đã sử dụng đầu tiên.  $355/113$  là số “mật suất” mà nhà số học nổi tiếng của Trung Quốc thời cổ đại - Tổ Trọng Chi - sử dụng đầu tiên, còn  $377/120$  là phân số gần đúng của số pi mà nhà số học, thiên văn học cổ đại Hy Lạp Ptolemy sử dụng đầu tiên. Hoa La Canh đưa ra con số  $337/120$  là phân số cộng lại của  $22/7$ ,  $355/113$  có ý nghĩa gì vậy?

Trợ lý nhìn thấy con số đó hiểu ngay được ý của Hoa La Canh, đầu tiên ông tìm phân số cộng:

$$\frac{377}{120} = \frac{22}{7} + \frac{355}{113}$$

Sau đó lại tìm phân số cộng nó với  $355/113$ , lại tìm phân số cộng của kết quả mới tìm thấy đó với  $355/113$ ... tìm liên tiếp 11 lần tức là:

$$\pi = \frac{22 + 11 \times \frac{355}{113}}{7 + 11 + 133} = \frac{3927}{1250} = \frac{51 \times 77}{50 \times 25}$$



Sai số chỉ có 2 phần triệu, quả là tuyệt vời.

Phân số này cũng đúng là số pi mà Lưu Huy đã cắt vòng tròn ra để tìm.

Năm 1980, trong báo cáo tại hội nghị quốc tế về số học lần thứ 5, ông đã lấy câu chuyện về bánh xe răng cưa có số pi làm ví dụ điển hình để nói lên tính chất quan trọng của số học.

# HAI CHÚ CHUỘT ĐẠC TƯỜNG

Dưới đây là một câu chuyện có liên quan đến “Vấn đề hành trình gặp nhau”.

Ngày xưa có một bức tường dày đến 5 thước. Hai chú chuột, một lớn một bé định mỗi chú một bên đào thông nhau một cái hang qua tường trong thời gian ngắn nhất. Chú chuột lớn hăng hái đào ngày đầu tiên được 1 thước; chú chuột nhỏ cũng cố theo cho kịp chuột lớn, đào ngày đầu cũng được 1 thước. Chú chuột lớn thấy vậy càng cố sức qua ngày thứ hai đào gấp đôi ngày thứ nhất, nhưng ngược lại chú chuột bé qua ngày thứ hai không còn khỏe như ngày đầu nên chỉ đào được một nửa ngày đầu. Nếu cả hai chú chuột đào với tốc độ như vậy thì chúng mất bao lâu mới đào xuyên tường được? Và mỗi chú chuột đào được bao nhiêu?

Để tiện lý giải bài toán, chúng ta đem những số liệu đã biết làm thành biểu như sau:

Số mét đào \ Số ngày	Ngày thứ nhất	Ngày thứ hai	Ngày thứ ba
Chuột lớn	1	2	4
Chuột nhỏ	1	0,5	0,25
Số ngày lũy kế	1	2	?
Số thước đào lũy kế	2	4,5	5

Theo biểu trên có thể thấy, 2 chú chuột đào được hai ngày thì chỉ còn 0,5 thước nữa là chưa đào xong. Chúng ta có thể dùng công thức “số lượng công việc : tổng tiến độ công việc của 2 chú chuột = thời gian 2 chú chuột cùng làm việc, và sẽ tìm được thời gian mà 2 chú chuột cùng đào 0,5 thước tường còn lại.

Như biểu đã giải đáp:

1. Chuột lớn chuột bé sau khi đào được 1 ngày còn lại:  
 $5 - 1 - 1 = 3$  thước
2. Chuột lớn chuột bé sau khi đào được 2 ngày còn lại:  
 $3 - 2 - 0,5 = 0,5$  thước.
3. Chuột lớn chuột bé cùng đào 0,5 thước còn lại hết bao lâu:  $0,5 : (4 + 0,25) = 0,5 : 4,25 = 2 \frac{2}{17}$  ngày.
4. Hai chú chuột cùng đào hết mấy ngày mới thông tường?  
 $1 + 1 + \frac{2}{17} = 2 \frac{2}{17}$  ngày
5. Chuột lớn đào được tất cả mấy thước?  
 $1 + 2 + 4 \times \frac{2}{17} = 3 \frac{8}{17}$  thước
6. Chuột bé đào được tất cả mấy thước?  
 $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \times \frac{2}{17} = 1 \frac{9}{17}$  thước

Như vậy 2 chuột lớn và bé mất  $2 \frac{2}{17}$  ngày mới đào xuyên bức tường, và chuột lớn đào được  $3 \frac{8}{17}$  thước, chuột bé đào được  $1 \frac{9}{17}$  thước.

# CÂU CHUYỆN VỀ PHÂN SỐ VÀ SỐ THẬP PHÂN

Nhà số học cổ đại nổi tiếng Lưu Huy là một trong những người chú giải hình điển số học “Cửu chương toán thuật” quan trọng nhất của Trung Quốc. Ông đã nói trong quyển “Cửu chương toán thuật chú” là: “Ta không thể biết hết số lượng vật chất, mà phải phân chia ra”. Trong các sách đời nhà Tần và trong quyển “Chu Bế” đã dùng rất nhiều phân số; trong lý luận hoàn chỉnh về phân số thì mới xuất hiện trong “Cửu chương toán thuật”. Trong số học cổ đại ngày xưa nguyên tắc rút gọn phân số là nếu tử số và mẫu số đồng thời chia hết cho 2 thì được giản lược, không chia hết cho 2 thì tìm ước số chung lớn nhất để rút gọn.

Ví dụ rút gọn phân số 49/91

$$\frac{49}{91} \rightarrow \frac{49}{42} \rightarrow \frac{7}{42} \rightarrow \frac{7}{7}$$

7 là ước số chung lớn nhất, rút gọn tử số và mẫu số với 7:  $\frac{49}{91} = \frac{7}{13}$

Phương pháp cộng phân số, trừ phân số: nguyên tắc của nó là tử số này nhân với mẫu số kia, mẫu số nhân với nhau làm mẫu số chung. Ví dụ:

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} \pm \frac{cb}{bd} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$

ở đây không dùng bội số chung nhỏ nhất làm mẫu số.

Phương pháp nhân phân số: nguyên tắc là mẫu số nhân với mẫu số, tử số nhân với tử số. Ví dụ:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

Phương pháp chia phân số: trong “Cửu chương toán thuật” thì lấy số bị chia nhân với số chia đảo ngược:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Đó là nguyên tắc tính toán phân số sớm nhất trên thế giới. Phương pháp tính toán phân số, trên thực tế mãi đến thế kỷ thứ 7 mới bắt nguồn từ Ấn Độ và đều giống với cách tính của Trung Quốc, và vào khoảng thế kỷ 15 mới thịnh hành ở châu Âu.

Trong lịch sử số học, sự phát sinh ra số lẻ so với phân số muộn hơn rất nhiều. Khi khai căn, Lưu Huy không khai hết số khai căn nên đã dùng số thập phân để được trị số gần đúng. Người xưa dùng các chữ: Phân, Lý, Hào, Ti, Miểu, Hốt để biểu thị phân số lẻ ở dưới. Trong quyển “Hạ hầu dương toán kinh” thường lấy đơn vị nguyên nào đó để biểu thị, không viết ra đơn vị vi số. Ví dụ như một cây lụa dài 1525 thất 3 trượng 7 thước 5 thốn viết là 1525 thất 9375 (1 thất = 4 trượng), trên thực tế đó là

một số lẻ thập phân. Nhà số học cổ đại Tần Cửu Thiệu, Lý Trị đều viết 1863,2 thốn thành 1863 thốn 2, giống với cách ghi hiện nay. Nhà số học Dương Huy thời Nam Tống và Chu Thê Kiệt thời nhà Nguyên tổng kết và dân gian hóa các đơn vị cân, lượng thành ca dao. Trên thực tế Trung Quốc là quốc gia sử dụng số lẻ thập phân sớm nhất trên thế giới.

An-Kha-Xu ở Trung Á cho đến thế kỷ 13 mới nắm bắt phân số thập phân, còn lịch sử số học phương Tây thì đến năm 1585 mới thuyết minh một cách có hệ thống nguyên lý ghi số thập phân, cách ghi số không giống như cách ghi số thập phân của Trung Quốc thời nhà Đường, Tống. Như số lẻ nói ở trên ghi thành 1525(0)9(1)3(2)7(3)5(4). Đó là cách ghi số thập phân phức tạp rắc rối của các nước phương Tây cổ đại.



## HOÀNG ĐẾ KHANG HY HỌC SỐ HỌC

86

**T**oán học Trung Quốc là một viên ngọc long lanh trong rừng toán học thế giới, như định lý Câu Cổ, định lý số dư Trung Quốc, thuật cắt hình tròn của Lưu Huy, hình tam giác của Dương Huy, v.v... đều là những công trình nổi tiếng trên thế giới. Vào thời kỳ Tống Nguyên ở thế kỷ 14, số học truyền thống của Trung Quốc đã đạt đỉnh cao nhất của sự phát triển của nó. Mấy trăm năm sau do xiềng xích của chế độ phong kiến đã cản trở sự phát triển của số học làm cho việc nghiên cứu số học đình trệ không tiến lên được.

Cuối nhà Minh đầu nhà Thanh, các giáo sĩ truyền giáo Tây phương đã đưa số học của châu Âu vào Trung Quốc. Vào triều đại Khang Hy năm thứ 3 (1664), những viên quan bài ngoại mù quáng như Dương Quang Tiên và Ngô Minh Huyền phản đối kịch liệt các phương pháp mới, họ nói “Thà rằng Trung Quốc không có lịch pháp, chứ không thể để Trung Quốc có người Tây”. Vì thế đã bắt một vị giáo sĩ người Bỉ đến Trung Quốc năm 1659

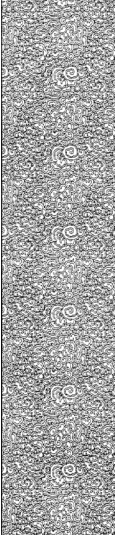


nhốt vào tù; tháng tư năm sau lại chém đầu những ai ủng hộ tân pháp.

Lúc đó Khang Hy mới 10 tuổi, đương nhiên những việc như thế không phải do ông chỉ đạo. Sau này lớn lên, Khang Hy rất quan tâm đến số học phương Tây, ông thường mời các giáo sĩ vào cung giảng số học và chủ trì biên soạn quyển “Lịch trượng khảo thi”, “Luật lữ chính nghĩa” “Số lý tinh uẩn”...

Năm 1693, một giáo sĩ người Pháp được Hoàng đế Khang Hy phái về nước, trình tờ sớ “Hoàng đế Khang Hy” cho vua Louis thứ 14, nói rằng Hoàng đế Khang Hy là người có tầm nhìn xa trông rộng, ham học, và đang học hình học phương Tây. Theo ghi chép lại: ngày 17 tháng 1 năm 1690, một số nhà nghiên cứu toán học được mời vào cung để giảng giải các vấn đề về hình học khoảng 2 tiếng đồng hồ, ngày 19 giảng các vấn đề về đường đồng đẳng, ngày 20 giảng về cách đo các khoảng cách và chiều cao, ngày 21 ôn lại các bài một lần nữa. Ngày 8 tháng 3 cho đến ngày 24 tháng 3, họ giảng về các định lý hình học. Khang Hy đã hoàn toàn lý giải được và rất bức xúc muốn biết vấn đề quan trọng nhất của nguyên lý hình học để tìm ra hình học ứng dụng. Ngày 1 tháng 4 giảng về làm thế nào sử dụng phương pháp chia lôgarít, ngày 14 Khang Hy đã lý giải được rất thấu đáo.

Chỉ trong thời gian rất ngắn có mấy tháng, Hoàng đế



Khang Hy miệt mài nghiên cứu học tập số học, có lúc quên ăn quên ngủ. Làm một vị hoàng đế phong kiến cố gắng học tập như vậy quả là một tấm gương có một không hai trong lịch sử Trung Quốc trước đây. Cho đến nay trong bảo tàng của Cố Cung vẫn còn lưu giữ cái bàn học mà các thầy giáo đã từng ngồi dạy học cho Khang Hy.

Khang Hy không những học số học của các giáo sĩ phương Tây mà còn học các nhà số học Trung Quốc đương thời. Cả nhà Mai Văn Đình hầu như luôn cùng với Khang Hy bàn luận số học. Tác phẩm nổi tiếng của Mai Văn Đình là “Mai thị lịch toán nghiệp thư tập yếu” gồm 62 tập. Em trai ông là Mai Văn Nại, Mai Văn Mật, con là Mai Dĩ Yên, cháu là Mai Cốc Thành, Mai Can Thành, v.v.. đều rất tinh thông số học. Chính vì Khang Hy đã am hiểu số học Đông - Tây, cho nên dưới sự chủ trì của ông cùng với các nhà toán học, họ Mai đã viết quyển bách khoa toàn thư số học sơ đẳng - “Số học tinh uẩn” được xuất bản vào năm 1723. Trong sách đó đã thu thập “căn số” của Châu Âu, đó là toán “Thiên nguyên thuật” ở thời kỳ nhà Tống, là một trong những thành quả giao lưu số học Đông - Tây.

Sau khi trở về Pháp, vị giáo sĩ đã mời rất nhiều nhà khoa học đến Trung Quốc tiến hành hội thảo nghiên cứu học thuật số học, nhờ đó mà các nhà khoa học lớn trên thế giới như Leibnitz rất quan tâm đến sự phát triển số học của Trung Quốc. Leibnitz đã vận dụng mối quan hệ mật thiết

giữa bát quái và toán thuật nhị phân trong quyển “Dịch kinh” của Trung Quốc và năm 1671 đã phát minh ra bàn tính gậy bằng tay để tính các số nhân. Hiện nay ở bảo tàng Cố Cung vẫn còn lưu giữ lại 10 bàn tính gậy tay đó.

Hoàng đế Khang Hy không những đề xướng việc học khoa học mà còn đích thân tham gia. Trong thời gian ở ngôi, ông đã thành lập “Viện Khoa học” quốc gia, nhưng vì sự lạc hậu của khoa học và sự cản trở của chế độ phong kiến Trung Quốc lại thêm kinh tế tư bản chưa phát triển nên không có cách nào để tạo cơ hội phát triển cho khoa học tiên tiến. Một viện khoa học toàn diện lấy nghiên cứu làm chủ thể, cuối cùng đã không thể thành lập được.

Sau khi Khang Hy băng hà, Ung Chính không thích thú gì với công việc này, còn Hoàng đế Càn Long chỉ có làm cho văn võ lụn bại; cho đến Gia Khánh, Đạo Quang lại càng không thể làm nên sự nghiệp gì. Năm 1840, Hoàng đế Đạo Quang còn cắt đất bồi thường trong chiến tranh nha phiến, là thiên triều coi trời bằng vung, đem đất đai chia cắt tan nát. Năm 1856, chín tập cuối của “Hình học nguyên bản” mới được xuất bản, cách quyền sách dịch của Từ Quang Khải và Lợi Mã Bảo khoảng 250 năm.



# NGƯỜI ĐẶT NỀN MÓNG LỊCH SỬ SỐ HỌC TRUNG QUỐC - LÝ NGHIÊM

90

Sau chiến tranh Nha phiến, số học phương Tây dần dần được Trung Quốc tiếp nhận, đến thời kỳ “Phong trào Ngũ Tứ”, Trung Quốc đã có một nhà số học trong nước đạt được những thành tựu to lớn trong nghiên cứu số học cổ, cận và hiện đại.

Trong lịch sử số học Trung Quốc, có hai vị được giới học thuật gọi là người đặt nền móng Bắc “Lý” và Nam “Tiền”. Bắc “Lý” là Lý Nghiêm, Nam “Tiền” là Tiền Bảo Tông.

Lý Nghiêm (1892 - 1964) là người tỉnh Phúc Kiến. Năm 1913 ông tốt nghiệp Đường Sơn Lộ Khoáng học đường là tiền thân của Học viện Đường sắt Đường Sơn, làm một thực tập sinh trên đoạn đường sắt Lũng Hải; sau đó ông được đề bạt làm tổng công trình sư. Bắt đầu từ năm 1917 ông hoạt động nghiệp dư nghiên cứu lịch sử số học Trung Quốc. Cho đến năm 1955 ông được cử qua công tác ở Viện Nghiên cứu Lịch sử Khoa học Tự nhiên thuộc Viện Khoa học Trung Quốc, được công nhận là

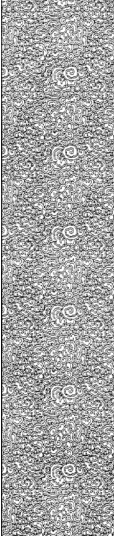
nhà nghiên cứu viên bậc nhất và mới trở thành người nghiên cứu chuyên nghiệp.

Từ tuổi thanh niên ông đã rất miệt mài với công việc nghiên cứu; khi còn làm việc ở ngành đường sắt ông vẫn sống ở quê nhà, tối đến ngồi đọc sách bên ngọn đèn dầu. Có lúc để tìm tài liệu tham khảo ông đã lặn lội hàng trăm cây số đi các tỉnh hoặc nhân ngày nghỉ phép lên các thư viện ở các thành phố lớn như Bắc Kinh, Thượng Hải để mượn sách.

Trong quá trình thu thập tư liệu, ông rất cẩn thận, đọc kỹ toàn bộ tư liệu lưu trữ để tìm những tài liệu có mối liên quan giữa số học Ấn Độ và Trung Quốc.

Có một lần, một người bạn của ông nhìn thấy trên bàn làm việc có quyển “Kim Bình Mai” rất lấy làm ngạc nhiên, thì ra trong sách đó có tư liệu lịch sử về bàn tính: “Con rết của Tây Môn Khánh tức giận lấy bàn tính vứt đi”. Vì quyển sách này xuất bản năm Minh Gia Tĩnh, mà cho rằng bàn tính được phát minh năm 1592 là không đúng, thực ra thì bàn tính đã có trước năm 1592. Trong triển lãm về sách mới thấy Lý Nghiêm dày công khảo sát chứng minh thành tựu nghiên cứu lịch sử toán học cổ đại của ông thật sâu sắc.

Luận văn đầu tiên của ông là “Trung Quốc số học sử dư lục” và “Trung Quốc số học sử nguyên lưu khảo lược” (1919). Ông đã viết hơn một trăm luận văn, trước giải phóng đã viết 4 tập “Trung toán sử luận nghiệp”, sau giải



phóng có bổ sung và sửa đổi lại thành 5 tập. Ngoài ra ông còn viết “Trung Quốc toán học sử” (đã dịch sang tiếng Nhật). Luận văn “Trung toán gia đích nội sấp kế toán” cho biết thành tựu của Trung Quốc về mặt tính toán sớm hơn của phương Tây cả nghìn năm. Năm 1959, ông còn đi Moskva dự đại hội toàn Liên Xô, báo cáo tình hình nghiên cứu lịch sử khoa học Trung Quốc.

Lý Nghiêm đã thu thập được rất nhiều sách toán cổ đại và đã biên tập thành “Mục lục sách toán học Trung Quốc do Lý Nghiêm cất giữ” đã đăng trên tạp chí “Khoa học” Trung Quốc. Năm 1956, những sách quý, hiếm thấy đó được triển lãm ở trường Đại học Sư phạm Bắc Kinh thu hút sự chú ý của giới khoa học. Sau khi ông qua đời, những sách đó được người nhà của ông tặng lại cho Viện Khoa học Trung Quốc.

Về lĩnh vực số học, Lý Nghiêm cũng rất quan tâm, năm 1936 đã xuất bản quyển “Vi tích phân học sơ bộ”, năm 1947 lại ra mắt quyển “Cận đại hình học sơ biên”. Trong lĩnh vực chuyên môn nghề nghiệp của ông, các báo cáo khoa học nổi tiếng cũng không ít như: “Thiết đạo định tuyến pháp” (1938), “Thiết đạo khúc tuyến biểu” (1940), “Toại đạo định tuyến pháp” (1942), “Thiết lộ tuyến tuyến pháp” (1948), “Tây Bắc giao thông điều tra báo cáo” (1952), v.v...

Những trước tác đó đã cung cấp nhiều chứng cứ khoa học quý báu đối với nghiên cứu số học và ngành đường sắt Trung Quốc.



## NHÀ NGHIÊN CỨU LỊCH SỬ TOÁN HỌC CỔ TIỀN BẢO TÔNG

94

Nhà nghiên cứu lịch sử toán học Trung Quốc nổi tiếng là Tiền Bảo Tông (1892 - 1974). Ông là người huyện Gia Hưng, tỉnh Triết Giang. Năm lên 6 tuổi ông đã được học lớp phổ cập tri thức. Năm 1908 ông thi vào trường nội trú Triết Giang và vào tháng 10 năm đó ông đi du học ở Mỹ - học về xây dựng công trình thổ mộc. Năm 1912 ông về nước dạy ở các trường đại học Nam Khai và đại học Trung ương. Năm 1927 - 1928 ông tham gia giảng dạy ở đại học Trung Sơn tức là đại học Triết Giang ngày nay và làm chủ nhiệm khoa toán, sau đó ông được phong giáo sư ở đại học Triết Giang. Năm 1956 được điều sang làm công tác nghiên cứu ở Viện Nghiên cứu Lịch sử Khoa học Tự nhiên - Viện Khoa học Trung Quốc.

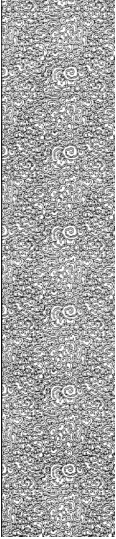
Tiền Bảo Tông làm việc ở khoa số học trường đại học so với Lý Nghiêm làm việc ở ngành đường sắt thì điều kiện làm việc tốt hơn. Việc nghiên cứu lịch sử toán học



Trung Quốc cũng mang tính chất nghiệp dư, chủ yếu là ông vẫn giảng dạy số học là chính. Ông dạy học rất nghiêm túc, yêu cầu đối với học sinh rất nghiêm khắc. Ông Tô Bộ Thanh khi nói về Tiền Bảo Tông dạy toán ở đại học Triết Giang đã có nhận xét: ông dạy phương pháp khai căn của phương trình đại số bằng cách không giả thiết hệ số làm số nguyên để dễ tính mà là xuất phát từ yêu cầu thực tế, cho số lẻ là hệ số, sau đó dùng phương pháp thay thế nhiều lần để tìm căn gần đúng. Cách tính như thế đương nhiên là rất phức tạp, những người mới học rất không hài lòng nhưng đó lại là đặc điểm dạy học nghiêm khắc của ông.

Những trước tác quan trọng của ông gồm có “Cổ toán khảo nguyên” (1930), “Trung Quốc toán học sử” (tập 1, 1932), “Trung Quốc số học sử thoại” (1957).v.v... Năm 1964 ông chủ biên quyển “Trung Quốc số học sử”. Năm 1972 ông bị bệnh và mất năm 1974 tại Tô Châu, hài cốt ông được lưu tại Công mộ Cách mạng Bát Bảo Sơn. Con ông là Tiền Khắc Nhân kế thừa sự nghiệp cha chuyên nghiên cứu về lịch sử số học, hiện nay là giáo sư trường Đại học Tô Châu.

Tiền Bảo Tông cũng là người đặt nền móng dùng số học hiện đại để nghiên cứu toán học truyền thống của Trung Quốc. Một nhà sử học nổi tiếng của Anh đã nói: “Những trước tác của Tiền Bảo Tông không nhiều như

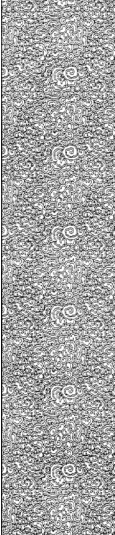


Lý Nghiêm, nhưng rất có chất lượng, trong các nghiên cứu, ông rất chú ý đến số pi của Tổ Trọng Chi, khiến cho mọi người rất khâm phục”. Năm 1984 kỷ niệm 10 năm ông mất, Viện Nghiên cứu Lịch sử Khoa học Tự nhiên - Viện khoa học Trung Quốc đã xuất bản “Tiền Bảo Tông khoa học sử luận văn tuyển tập”, được Hoa La Canh và Tô Bộ Thanh viết lời tựa.

# CHÚC CHI SƠN KHÔN NGOAN TRỊ TÊN BÁN VẢI

Chúc Chi Sơn là một trong những văn nhân nổi tiếng thời nhà Minh. Ông quê ở Tô Châu, là con người rất cương trực, không ưa những việc bất công. Cho đến nay ở vùng Giang Tô, Triết Giang, vẫn còn lưu lại những truyền thuyết rất thú vị về Chúc Chi Sơn.

Tương truyền có một lần, Chúc Chi Sơn cùng người đầy tớ là Chúc Đồng đến Huyện Diệu Quan để cùng với đạo sĩ đánh cờ. Trên đường đi thấy một người đàn ông mặc chiếc áo rách tả tơi đang than khóc, ông liền đi nhanh lên trước hỏi thăm. Biết được người đàn ông đó tên là Chu Nhị, cha ông ta vừa mới mất, vì nhà quá nghèo cho nên lúc còn sống chưa bao giờ mặc được chiếc áo mới. Nay, người đã chết rồi, Chu Nhị muốn tỏ lòng hiếu thảo với cha đi mua vải may cho cha chiếc áo mới, để ông được mặc áo mới xuống suối vàng.



Thợ may trong làng bảo ông rằng: “May 1 chiếc áo cần mua 7 thước vải màu đen khổ rộng 3 thước”. Sáng sớm hôm trước Chu Nhị dậy sớm chạy đi mượn khắp nơi được mấy hào bạc lẻ, vội đi lên phố cách nhà độ 30 lý đến cửa hàng vải “Chân Thịnh” để mua. Vừa hỏi giá bao nhiêu tiền một thước, chủ hiệu trả lời: một thước 30 văn tiền, 7 thước là hết 210 văn tiền. Đang lúc cắt vải, ông chủ hàng vải bảo: “Chỉ có vải đen khổ 2 thước; nguyên là định cắt 7 thước, nhưng bây giờ cắt 8 thước; 7 thước vải khổ 3 thước cộng chiều dài và chiều ngang lại là 10 thước, bây giờ 8 thước vải khổ 2 thước cộng lại cũng vẫn là 10 thước, cho nên vẫn chỉ thu 210 văn tiền. Chu Nhị nghe xong thấy cũng có lý, vì vậy đã mua 8 thước vải khổ 2 thước rồi ra về.

Về đến nhà, thợ may đo vải và nói với Chu Nhị rằng: “Ông mua thiếu một đoạn”. Chu Nhị tức tốc chạy đến cửa hàng vải nói lại sự việc với chủ hàng vải, không ngờ bị họ đánh một trận đau như tử. Chu Nhị uất ức không chịu được đã ra đường khóc than. Chút Chi Sơn sau khi biết đầu đuôi sự việc rất phần nộ, bảo Chu Nhị đưa vải ra xem và đưa cho Chu Nhị hai tiền bạc: “Người cầm số tiền này đi đến cửa hàng khác mua vải đem về lo hậu sự cho cha người. Ta cầm tấm vải này về nhà, thay người nghĩ cách”.

Chút Chi Sơn về nhà ngồi nghĩ lại sự việc mua vải, ông nói với Chút Đồng: “Đem cái kéo, thước và tờ giấy ra đây cho ta”, Chút Đồng liền làm theo. Chút Chi Sơn cầm kéo cắt giấy đo đo, ghép ghép tính tính chợt mới hiểu được câu chuyện.

Thì ra, 7 thước vải rộng 3 thước và 8 thước vải rộng 2 thước, cộng chiều dài và chiều ngang lại với nhau đều là 10 thước, nhưng diện tích tấm vải trước là 21 thước vuông, còn diện tích tấm sau chỉ có 16 thước vuông. (Nếu lấy tấm vải rộng 5 thước dài 5 thước thì diện tích của nó là 25 thước vuông, tấm vải đó có diện tích lớn nhất).

Qua ngày hôm sau Chúc Chi Sơn cùng Chúc Đồng và Chu Nhị đi đến cửa hàng vải. Chúc Chi Sơn đến trước mặt ông chủ hàng vải nói: “Ông Thịnh, tôi muốn mua một ít vải ở cửa hàng ông”.

Chủ hàng vải nghe nói phần khởi liền đáp: “Ông Chúc cần mua vải, mặc dầu mới mở hàng, cửa hàng tôi vải gì cũng có”.

Chúc Chi Sơn: “Không biết vải ở cửa hàng ông bao nhiêu tiền một thước?”

Chủ hàng vải: “30 văn một thước, vải rộng 3 thước”.

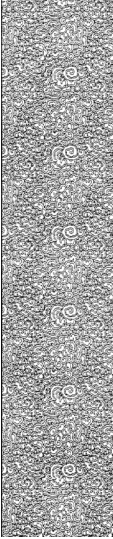
Chúc Chi Sơn: “Thế mua 7 thước bao nhiêu tiền?”

“Tất cả là 210 văn tiền”, ông chủ vải đáp.

Chúc Chi Sơn: “Tôi muốn mua 4 thước vải đen khổ 6 thước, cộng chiều dài và chiều ngang của hai tấm vải đó đều bằng 10, vậy hết bao nhiêu tiền?”

Ông chủ hàng vải định mở mồm nói, thì Chu Nhị liền đứng lên nói luôn “vẫn 210 văn tiền”.

Chúc Chi Sơn: “Được, tôi cần 100 tấm vải như vừa nói lúc nãy”.



Chủ hàng vải nghe nói hoảng hốt, kêu lên: “Ông Chúc, cái đó... cái đó... không được... không được...”

Chúc Chi Sơn: “Cái gì, không được? Thế thì ta gọi sai dịch nha môn đến niêm phong cửa hàng lại”. Tiếp đó ông lấy kéo, thước, giấy từ trong túi của Chúc Chi Đồng ra, cắt, đo, ghép lại cho bà con xung quanh xem và nói rõ hậu quả mà trước đây Chu Nhị mua vải của ông ta đã bị lừa, mọi người xúm nhau xỉ vả lão bán vải là tên gian thương. Lão bán vải vô cùng lúng túng, chỉ còn cách đem 210 văn tiền trả lại cho Chu Nhị.

Nghe qua câu chuyện này, chúng ta hiểu được chu vi là trị số cố định của hình chữ nhật, còn diện tích thì thay đổi theo chiều dài và chiều ngang của nó. Lấy chu vi của một hình chữ nhật là 20 đơn vị dài làm ví dụ:

<i>Chiều dài</i>	1	2	3	4	5	6	7
<i>Chiều ngang</i>	9	8	7	6	5	4	3
<i>Diện tích</i>	9	16	21	24	25	24	21

Từ bảng trên có thể nhìn thấy, hình chữ nhật có chu vi cố định, chênh lệch giữa chiều dài và chiều ngang càng ít thì diện tích càng lớn; và ngược lại chênh lệch giữa chiều dài và chiều ngang càng lớn, diện tích càng nhỏ. Khi chiều dài bằng chiều ngang tức là hình vuông, thì diện tích lớn nhất.

# NHÀ LUYỆN KIM ĐẾM TÁO

Trong “Bắc sử” có ghi lại câu chuyện về đếm táo của nhà luyện kim Kỳ Vô Hoài Văn; và đến thời nhà Thanh, nhà số học Minh An Đồ đã cải biên câu chuyện đó thành một câu chuyện rất thú vị, sinh động rồi đưa nó vào trong sách “Toán kinh chú giải” được lưu truyền cho đến nay.

Câu chuyện kể lại rằng: có một hôm Kỳ Vô Hoài Văn mời một vị khách Hung Nô đến vườn nhà ông ngồi uống rượu dưới gốc táo. Khi nâng cốc chúc tụng nhau, vị khách thấy trên cây táo có những quả chín hồng nên đã nói đùa với Kỳ Vô Hoài Văn: “Tiên sinh, ngài có thể đếm được những quả táo chín trên cây kia không?”. Nghe vậy, để uống rượu được vui vẻ, ông bèn sai người ở ra đếm táo.

Người đầy tớ nói: “Tiên sinh, hay quá, hôm trước khi quét con đã đếm kỹ rồi, số lượng quả chín đỏ nhiều gấp 4 lần quả chưa chín, sáng nay con lại đếm một lần nữa, thấy có thêm 10 quả chín đỏ nữa, bây giờ số táo chín đỏ gấp 6 lần số táo chưa chín”.





Vị khách nghe nói liền hỏi “Thế thì, không biết tiên sinh có thể tính được không? Bây giờ trên cây có bao nhiêu quả táo biến thành đở”.

Kỳ Vô Hoài Văn suy nghĩ một lát rồi nói ra đáp số. Và bảo người đầy tớ hái hết những quả đở xuống đếm thử. Đếm xong thấy còn thiếu 1 quả, vì thế ông bảo người đầy tớ rung cây táo, quả nhiên còn một quả táo chín rơi xuống.

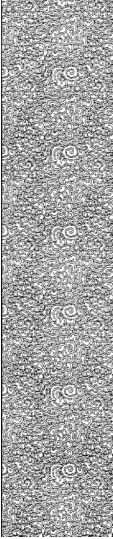
Vậy Kỳ Vô Hoài Văn đã dùng cách gì để đếm táo?

Dựa vào phân tích có thể biết: ngày hôm trước số táo chín gấp 4 lần số táo chưa chín, hôm nay lại có thêm 10 quả chín nữa vì thế bội số đã thay đổi từ 4 tăng lên thành 6 lần, chênh lệch của bội số là:  $6 - 4 = 2$ . Nếu giả sử số táo chín hôm nay vẫn chỉ gấp 4 lần số táo chưa chín, thì số táo đã chín hôm trước phải giảm đi  $10 \times 4 = 40$  quả. Nhưng thực tế số táo chín không giảm mà còn tăng thêm 10 quả, cho nên số táo chưa chín phải giảm đi:

$$40 + 10 = 50 \text{ quả.}$$

Như vậy, đề toán cũ lại trở thành “đã biết chênh lệch giữa hai bội số là 50, chênh lệch của số lần bội số là 2; tìm số của một bội số”. Tức là  $50 : (6 - 4) = 25$  quả. Và số táo đã chín hôm nay là:  $25 \times 6 = 150$  quả.

Có lẽ nhà số học Minh An Đồ muốn đề toán ứng dụng giản đơn nên đã đưa ra lời giải, nhưng vì trong “Toán kinh chú giải” không có ghi lại, cho nên không thể khảo chứng được. Song chúng ta cũng có thể dựa vào tình tiết

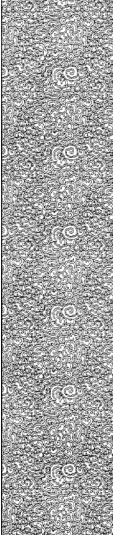


của câu chuyện thì có thể thấy bài toán này là loại toán ứng dụng phức tạp. Vì quan hệ về số lượng trong loại toán này rất đa dạng, thay đổi luôn, không có phương pháp cố định. Khi giải chỉ cần dựa vào vấn đề, phân tích cụ thể, linh hoạt, như thế sẽ có thể giải dễ dàng.

# MỤC LỤC

105

Câu chuyện về ghi số bằng gút dây thời Cổ đại.....	5
Định lý số dư của Trung Quốc .....	9
Nguồn gốc của một khắc (15 phút) .....	12
Câu chuyện về Đại Vũ với Phục Hy .....	16
Ba anh em chia bò .....	19
Hàn Tín điểm binh .....	22
Hàn Tín chia dầu.....	27
Khang Hy khéo tính giá bò và ngựa .....	30
Trịnh Bản Kiều mua chum .....	34
Bài thơ lý thú về chữ số .....	38
Lưu Huy chú giải “Cửu chương toán thuật” .....	41
Bí ẩn của số pi .....	44
Toán thuật của Tăng nhân Nhất Hành .....	48



Thần toán Dương Huy.....	51
Câu đố về số đèn trên đỉnh tháp.....	54
Nhà số học thời nhà Minh - Trình Đại Vị.....	58
Trời cao bao nhiêu?.....	61
Bát quái kỳ diệu .....	65
Tô Vũ chần dè .....	69
Đường Tăng lấy kinh .....	72
Có bao nhiêu cáo và bao nhiêu chim trĩ?.....	75
Chuyện về nhà toán học Hoa La Canh .....	77
Hai chú chuột đục tường .....	81
Câu chuyện về phân số và số thập phân .....	83
Hoàng đế Khang Hy học số học.....	86
Người đặt nền móng lịch sử số học	
Trung Quốc - Lý Nghiêm .....	90
Nhà nghiên cứu lịch sử toán học cổ Tiền Bảo Tông	94
Chúc Chi Sơn khôn ngoan trị tên bán vải .....	97
Nhà luyện kim đếm táo.....	101

# Những câu chuyện Trung Hoa xưa SỐ HỌC

Tác giả: **TRÌNH NGỌC HOA**

**CÚC HOA** (biên dịch)

*Chịu trách nhiệm xuất bản:*

**TS. QUÁCH THU NGUYỆT**

*Biên tập:*

**THANH LIÊM**

*Vẽ bìa:*

**BÙI NAM**

*Sửa bản in:*

**NGUYỄN TRUNG**

*Kỹ thuật vi tính:*

**THU TƯỚC**

## **NHÀ XUẤT BẢN TRẺ**

161B Lý Chính Thắng - Quận 3 - TP Hồ Chí Minh

ĐT: 9.316289 - 9.317849 - 9.316211 - 9350973

E-mail: [nxbtre@hcm.vnn.vn](mailto:nxbtre@hcm.vnn.vn)

## **CHI NHÁNH NXB TRẺ tại HÀ NỘI**

Số 20 ngõ 91 Nguyễn Chí Thanh - Q. Đống Đa - Hà Nội

ĐT: (04) 7734544 - Fax: (04) 7734544

E-mail: [vanphongnxbtre@hn.vnn.vn](mailto:vanphongnxbtre@hn.vnn.vn)