

中国季度 GDP 的时间序列建模与预测分析

——基于 SARIMA 模型的实证研究

汪钰涵

2022012241

2025 年 6 月 17 日

摘要

本文选取中国 2000 年第一季度至 2024 年第四季度的季度 GDP 数据，应用季节性自回归滑动平均整合模型（SARIMA）进行建模与预测。通过对数据的对数变换与差分平稳化处理，结合 ACF 与 PACF 图识别模型结构，最终确定 SARIMA 模型的参数。模型拟合效果良好，残差近似白噪声。以 2000-2022 年的数据拟合模型，对 2023-2024 年的 8 个季度 GDP 进行预测，预测值呈现季节性波动与长期增长趋势。

1 数据

1.1 数据介绍

国民生产总值（GDP）是衡量一个国家经济总体运行状况的重要指标。中国季度 GDP 数据反映了宏观经济周期、季节性效应以及长期趋势，对于经济预测与政策制定具有重要意义。

本文基于 2000Q1 至 2024Q4 季度 GDP 数据，构建 SARIMA 模型，对未来发展趋势进行建模与预测。数据来自国家统计局官网 (<https://data.stats.gov.cn/easyquery.htm?cn=B01>)，覆盖 2000 年第一季度至 2024 年第四季度，共 100 个季度。

1.2 数据展示

将所选用数据绘制成折线图如下：

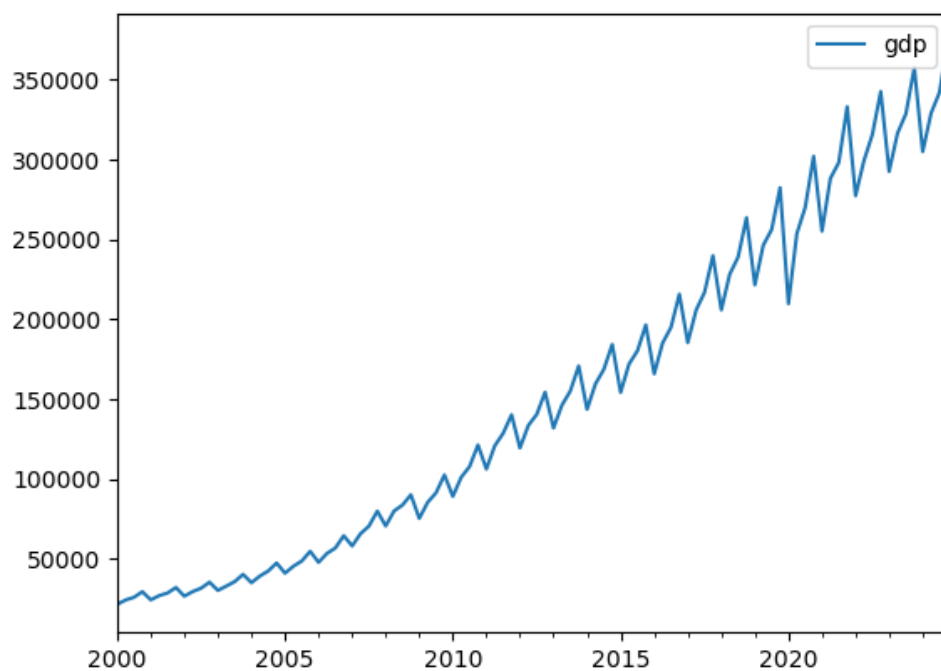


图 1: Caption

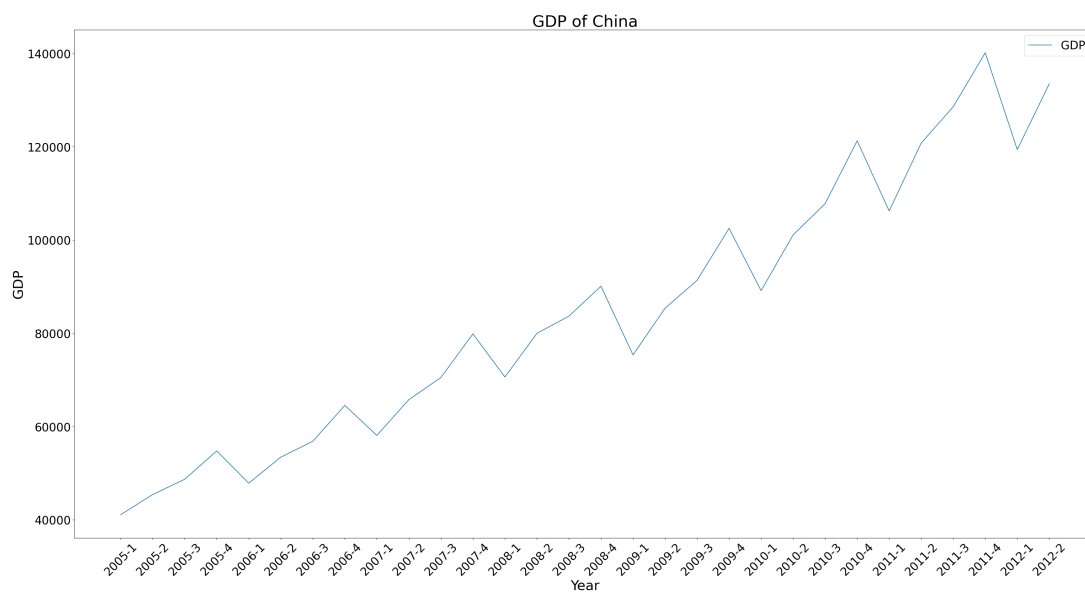


图 2: Caption

图一是全部时间的 GDP 季度变化图，可以发现 GDP 呈现波动上升，截取一部分图像，可以更清晰的发现：在每年的第一季度，GDP 都会相较于上一年的第四季度有所回落。

2 分析过程

由折线图可以发现改时间序列具有较明显的季节趋势，所以我们先对数据进行季节分解，图像如下。

2.1 因素分解

2.1.1 加法模型

$$y(t) = trend(t) + sensonal(t) + residual(t)$$

得到分解图如下：

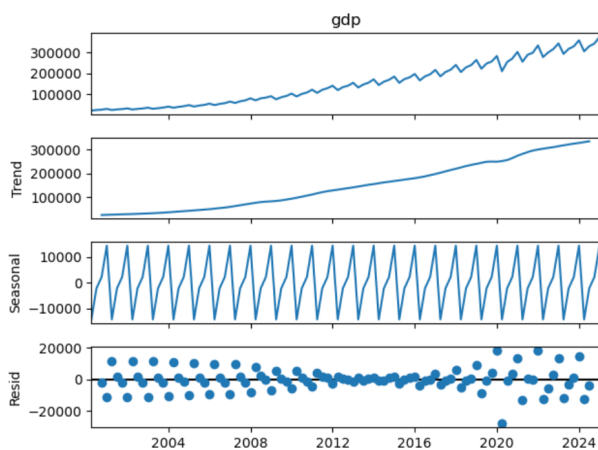


图 3: Caption

下面要检查残差项 (residual), 分别绘制残差的 Q-Q 图, ACF, 分布直方图, 并进行 ADF 检验, ADF 的 p 值 $= 6.32 \times 10^{-9} < 0.05$ 。得到

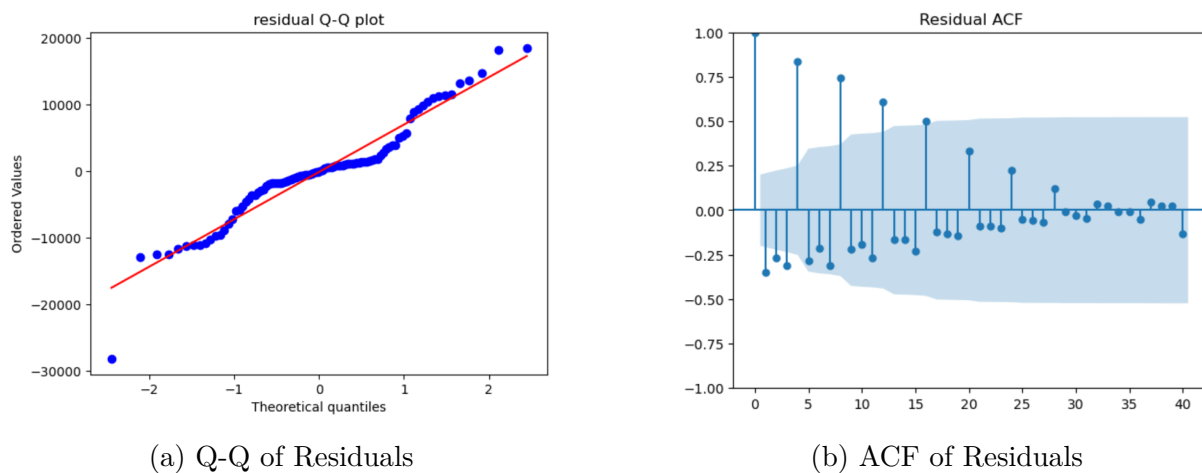


图 4

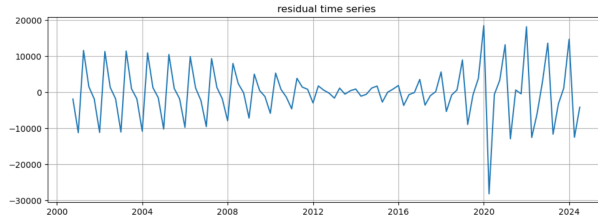


图 5: Caption

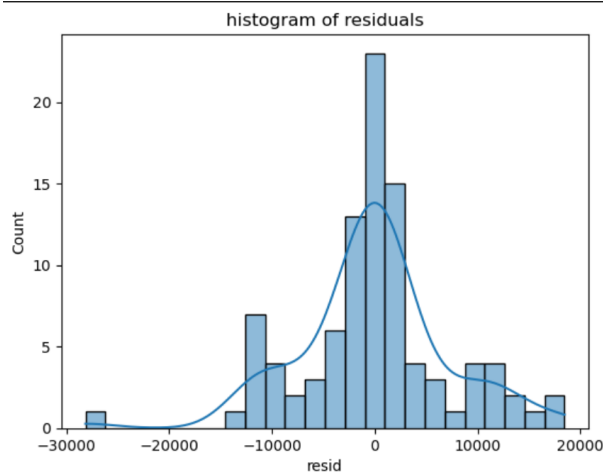


图 6: Caption

有图像可以发现，加法模型的残差满足平稳性，但是并不满足白噪声（由 ACF 图像可以看出），说明加法模型并不能很好的提取时间序列中的信息，导致还有信息遗留在残差里面。

2.1.2 乘法模型

$$y(t) = trend(t) \times seasonal(t) \times residual(t)$$

惩罚模型具有“季节性或残差随趋势成比例放大或缩小”的特点，从图一中可以发现，每年一季度的回撤程度逐年增加，这符合使用乘法模型的条件假设。

使用乘法模型的分解图如下：

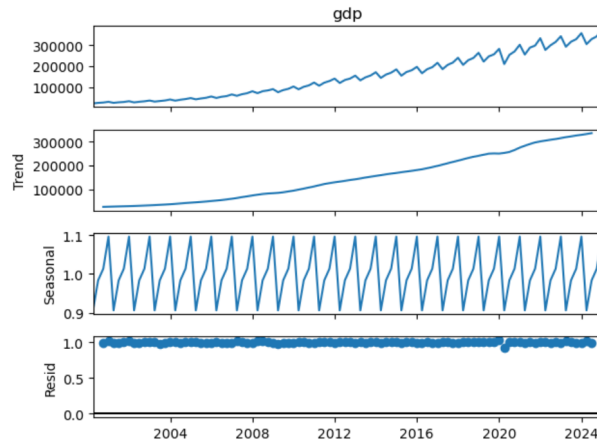


图 7: Caption

下面要检查残差项 (residual), 分别绘制残差的 Q-Q 图, ACF, 分布直方图, 并进行 ADF 检验。ADF 的 p 值 $= 8.34 \times 10^{-16}$ 得到

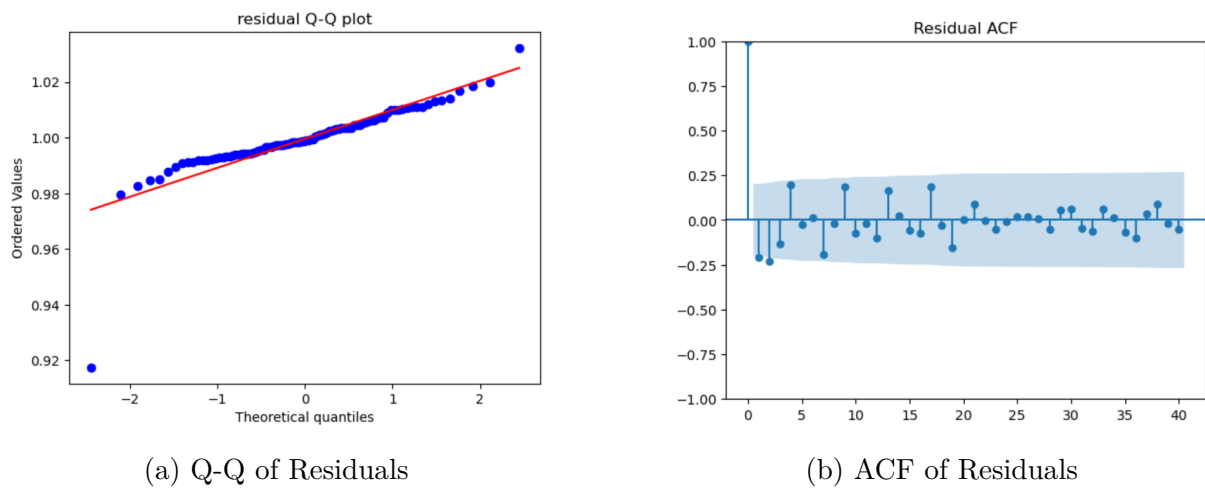


图 8

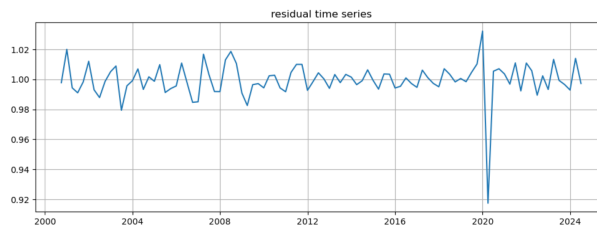


图 9: Caption

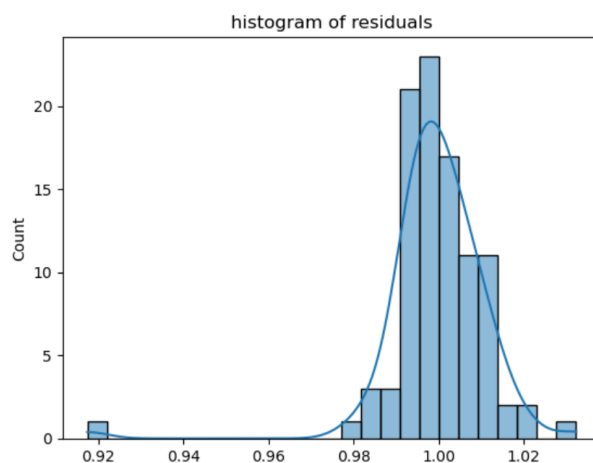


图 10: Caption

发现乘法模型的残差具有平稳性且符合白噪声。所以我们采用乘法模型，需要对 GDP 数据取对数，在对数数据上拟合，然后再复原。

2.2 确定系数

将对数 GDP 作一阶差分和季节性差分之后，绘制 ACF 和 PACF 图像如下：

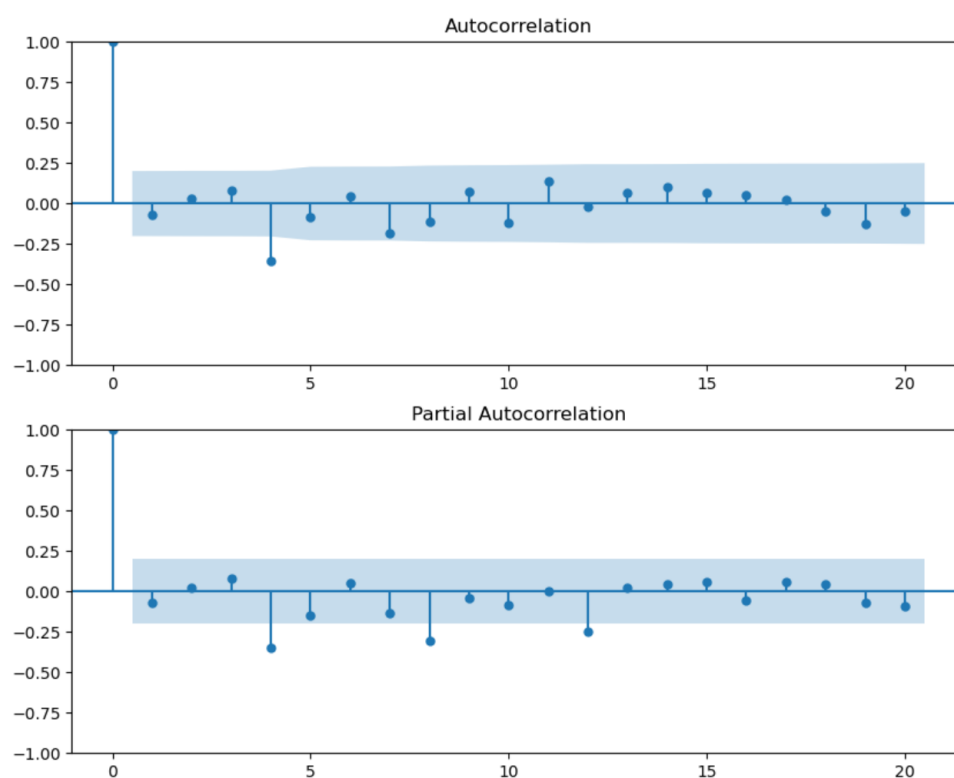


图 11: Caption

图像类型	观察结果	分析
ACF	在 lag=4 截尾	季节性 MA(1) (Q=1)
PACF	在 lag=4 的倍数处截尾	季节性 AR 成分明显, 候选 P=1,2,3

表 1: ACF 与 PACF 图的结构性识别结果

对于非季节部分, 因为: ACF 除了 lag=4 以外几乎为 0, PACF 除了季节性位置以外几乎为 0, 所以初步判断 $p=q=0$.

为了进一步确定系数, 采用网格搜索, $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$ 模型中, p, q 分别取 $[0, 1, 2]$, $d=1$, P 取 $[1, 2, 3]$, $Q=1, D=1, s=4$.

q=0, p=0, P=0 AIC=-438.73, BIC=-433.62	q=1, p=1, P=3 AIC=-432.56, BIC=-414.69
q=0, p=0, P=1 AIC=-440.16, BIC=-432.50	q=1, p=2, P=0 AIC=-434.59, BIC=-421.82
q=0, p=0, P=2 AIC=-438.24, BIC=-428.03	q=1, p=2, P=1 AIC=-435.31, BIC=-419.99
q=0, p=0, P=3 AIC=-436.27, BIC=-423.50	q=1, p=2, P=2 AIC=-433.38, BIC=-415.50
q=0, p=1, P=0 AIC=-437.85, BIC=-430.19	q=1, p=2, P=3 AIC=-431.30, BIC=-410.87
q=0, p=1, P=1 AIC=-438.59, BIC=-428.37	q=2, p=0, P=0 AIC=-436.39, BIC=-426.17
q=0, p=1, P=2 AIC=-436.71, BIC=-423.94	q=2, p=0, P=1 AIC=-437.35, BIC=-424.58
q=0, p=1, P=3 AIC=-434.71, BIC=-419.39	q=2, p=0, P=2 AIC=-435.43, BIC=-420.11
q=0, p=2, P=0 AIC=-436.60, BIC=-426.39	q=2, p=0, P=3 AIC=-433.41, BIC=-415.54
q=0, p=2, P=1 AIC=-437.30, BIC=-424.53	q=2, p=1, P=0 AIC=-434.38, BIC=-421.61
q=0, p=2, P=2 AIC=-435.37, BIC=-420.05	q=2, p=1, P=1 AIC=-435.37, BIC=-420.05
q=0, p=2, P=3 AIC=-433.14, BIC=-415.26	q=2, p=1, P=2 AIC=-433.46, BIC=-415.58
q=1, p=0, P=0 AIC=-437.67, BIC=-430.01	q=2, p=1, P=3 AIC=-431.45, BIC=-411.02
q=1, p=0, P=1 AIC=-438.52, BIC=-428.30	q=2, p=2, P=0 AIC=-433.50, BIC=-418.18
q=1, p=0, P=2 AIC=-436.63, BIC=-423.86	q=2, p=2, P=1 AIC=-433.43, BIC=-415.55
q=1, p=0, P=3 AIC=-434.64, BIC=-419.32	q=2, p=2, P=2 AIC=-431.44, BIC=-411.01
q=1, p=1, P=0 AIC=-437.17, BIC=-426.96	q=2, p=2, P=3 AIC=-428.88, BIC=-405.89
q=1, p=1, P=1 AIC=-437.07, BIC=-424.30	
q=1, p=1, P=2 AIC=-434.76, BIC=-419.44	

(a) AIC and BIC

(b) AIC and BIC

图 12

根据 AIC 最小原则, 确定模型为 $SARMA(0, 1, 0)(1, 1, 1)_4$

3 模型拟合效果

取 2000-2022 年的数据拟合模型, 用 2023-2024 的数据检验模型的预测效果。

3.1 拟合

3.1.1 拟合效果展示

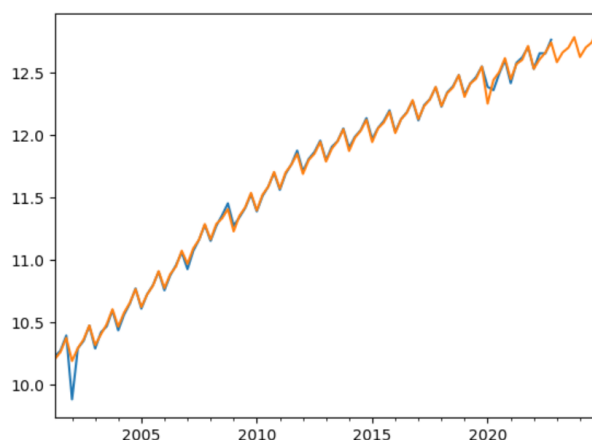


图 13: log GDP 拟合效果

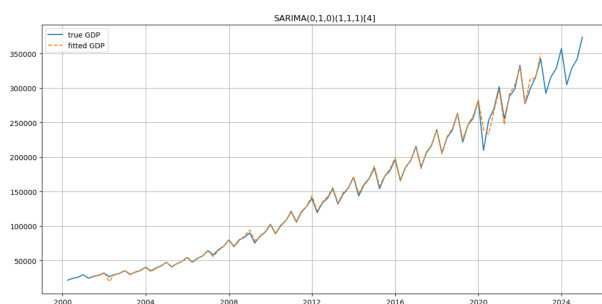


图 14: GDP 拟合效果

3.1.2 残差检验

分别采用了 ADF, Ljung-Box 检验, 计算 ACF 和 PACF 值来验证残差的性质。

ADF(检验残差序列平稳性): 假设残差序列是非平稳的, 如果 p 值小于 0.01, 则拒绝原假设, 说明序列平稳。ADF 值越小 (越负) 越倾向于拒绝单位根, 说明趋于平稳。经过计算:

ADF 统计量	-9.690
p 值	1.14×10^{-16}
滞后阶数	0
样本数	86
1% 临界值	-3.509
5% 临界值	-2.896
10% 临界值	-2.585

表 2: ADF 单位根检验结果

对差分后的时间序列进行 ADF 单位根检验，其统计量为 -9.69 ，对应的 p 值为 1.14×10^{-16} ，远小于常用显著性水平 0.01 。因此可以拒绝单位根原假设，说明该差分序列是平稳序。

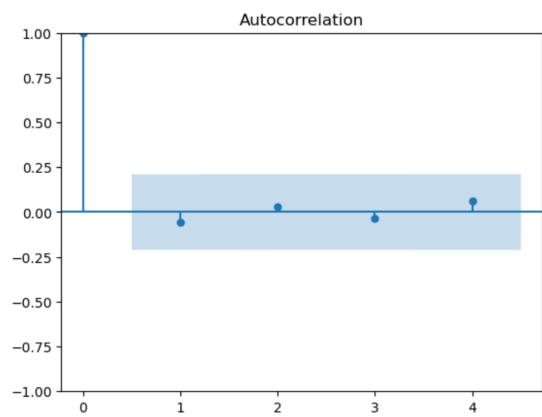
Ljung-Box 检验（为检验模型残差是否为白噪声）：假设残差是白噪声的，如果检验的 P 值大于 0.05 ，则不能拒绝原假设，说明序列是白噪声。

滞后阶数	Ljung-Box 统计量	p 值
1	0.279	0.598
2	0.358	0.836
3	0.475	0.924
4	0.856	0.931

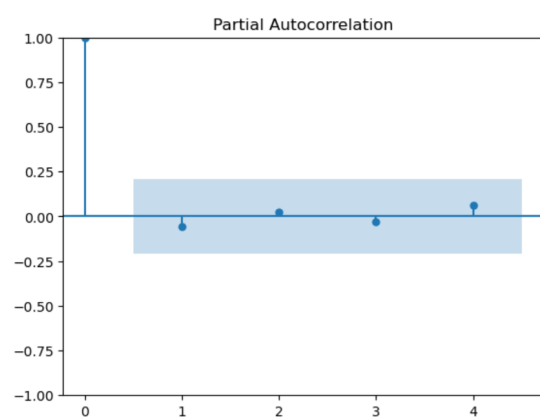
表 3: Ljung-Box 白噪声检验结果（残差）

从结果可以看出，各滞后阶下 p 值均大于显著性水平 0.05 ，说明残差序列中不存在显著的自相关性，可视为白噪声，模型拟合良好。

ACF 和 PACF 图像：说明残差序列不存在显著的自相关性，可认为是白噪声：



(a) ACF of Residuals



(b) PACF of Residuals

图 15

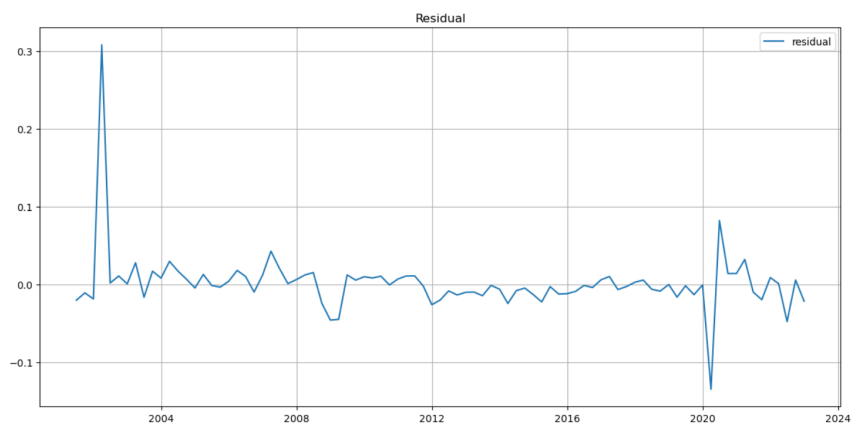


图 16: Residuals

3.2 预测

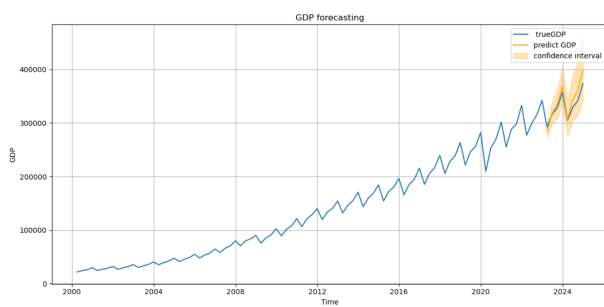


图 17: 模型对 GDP 的预测效果

4 结论与讨论

本文基于 2000 年第一季度至 2024 年第四季度的中国季度 GDP 数据，采用对数变换以稳定残差，并通过一阶差分与季节性差分（周期为 4）将数据平稳化。在差分后序列的 ACF 与 PACF 图中观察到显著的季节性结构，特别是在滞后为 4 的倍数位置表现出较强的相关性。结合图形特征与信息准则（AIC、BIC）比较，最终确定 SARIMA(0,1,0)(1,1,1)[4] 作为本次建模的最优方案。

模型拟合结果显示，SARIMA 模型能够较好地捕捉季度 GDP 的长期趋势与季节性波动。残差分析表明，残差序列近似于白噪声，符合模型假设，说明模型拟合充分。基于该模型对未来 8 个季度（两年）的 GDP 进行预测，结果显示 GDP 总体将保持稳定增长态势，季节性波动依然存在，每年第一季度略有回落。

需要指出的是，本研究使用的是单变量时间序列建模，未引入其他可能影响 GDP 的外部变量，如汇率、利率、投资率等，模型仅基于历史数据延伸，预测结果可能在重大政策变化或突发事件背景下存在偏差。**例如，2020 年一季度的 GDP 因为新冠疫情的原因有异常回落，导致模型的拟合效果变差。**

总体而言，本研究基于 SARIMA 模型对中国季度 GDP 数据进行了系统建模与趋势预测，验证了经典时间序列模型在宏观经济建模中的有效性，为短期经济预测提供了量化参考。