

Các con số trước đây gồm có các ký hiệu như I tức là 1, II tức là 2, III tức là 3, v.v. Mỗi ký hiệu biểu diễn giá trị như nhau không phân biệt vị trí của nó trong số. (Sau này chúng ta sẽ hiểu ý nghĩa của “vị trí trong số”). Phương pháp này được gọi là hệ thống sử dụng phương pháp cộng. Thời gian trôi qua, hệ thống số dựa vào vị trí đã được phát triển. Trong hệ thống đó có ít các ký hiệu và chúng biểu diễn các giá trị khác nhau phụ thuộc vào vị trí chúng chiếm giữ. Hiện nay, chúng ta biết rằng các con số có thể biểu diễn bằng cách sắp xếp ký hiệu vào các vị trí khác nhau. Đầu tiên chúng ta sẽ xem xét hệ thống số thập phân vì chúng ta đã quen thuộc với nó.

Hệ thập phân

Trong hệ thập phân các vị trí kế tiếp nhau tính từ bên trái của dấu thập phân lần lượt biểu diễn hàng đơn vị, hàng chục, hàng trăm và hàng nghìn, v.v. Ví dụ nếu chúng ta xét số 365, con số 5 biểu diễn số hàng đơn vị, 6 biểu diễn số hàng chục và 3 biểu diễn số hàng trăm.

$$(3 \times 100) + (6 \times 10) + (5 \times 1) = 365$$

Do vậy khi chúng ta dịch chuyển một vị trí về phía bên trái, giá trị của chữ số tăng lên gấp 10 lần. Chúng ta nhận thấy vị trí của con số ảnh hưởng tới giá trị của nó. Do đó những loại hệ thống số này còn gọi là hệ thống số dựa vào vị trí. Nói cách khác số các ký hiệu được dùng để biểu diễn các con số trong hệ thống gọi là cơ số của hệ thống số đó. Ngắn gọn hơn, chúng ta có thể nói rằng giá trị của từng chữ số trong hệ thống số được xác định bởi:

- ❖ Bản thân chữ số đó
- ❖ Vị trí của chữ số đó trong số
- ❖ Cơ số của hệ thống

Hệ nhị phân

Bây giờ chúng ta đến với hệ thống số khác – Hệ nhị phân. Hệ nhị phân có cơ số là 2, các ký hiệu sử dụng cho hệ thống này là 0 và 1. Trong hệ thống số này, khi chúng ta di chuyển sang trái giá trị của chữ số đó sẽ tăng gấp đôi số trước đó. Do vậy giá trị của các vị trí là

$$64 \quad \leftarrow \quad 32 \quad \leftarrow \quad 16 \quad \leftarrow \quad 8 \quad \leftarrow \quad 4 \quad \leftarrow \quad 2 \quad \leftarrow \quad 1$$

Hệ bát phân

Hệ thống số dựa vào vị trí thường được sử dụng là hệ bát phân. Hệ bát phân có cơ số là 8 (octal). Giá trị tăng từ phải qua trái là 1, 8, 64, 512, 4096. Giá trị thập phân của một số bát phân 1204 có thể được tính như sau :

$$\begin{aligned} & (1 \times 512) + (2 \times 64) + (0 \times 8) + (4 \times 1) \\ &= 512 + 128 + 0 + 4 \\ &= 644 \end{aligned}$$

Để chuyển một số từ nhị phân sang bát phân và ngược lại, bạn cần nhớ bảng dưới đây:

Nhị phân	Bát phân
0	0
1	1
10	2
11	3
100	4
101	5

110	6
111	7

Hệ thập lục phân

Một hệ thống số thường được dùng khác, đó là hệ thập lục phân. **Hệ thập lục phân** (đôi khi gọi là hệ héc-xa) có cơ số là 16, do đó giá trị tăng từ phải qua trái là 1, 16, 256, 4096, 65536, ... Chúng ta cần nhớ bảng sau để thực hiện việc chuyển đổi từ hệ số khác sang hệ thập lục phân và ngược lại:

Thập lục phân	Thập phân
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
A	10
B	11
C	12
D	13
E	14
F	15

Bạn cần lưu ý, hệ thập lục phân sử dụng 16 ký hiệu để biểu diễn, do đó ngoài các ký số từ 0 đến 9 hệ thập lục phân sử dụng thêm 6 chữ cái A, B, C, D, E, F. Như vậy, giá trị thập phân của số thập lục phân A0119 được tính như sau:

$$\begin{aligned}
 & (10 * 65,536) + (0 * 4,096) + (1 * 256) + (1 * 16) + (9 * 1) \\
 & = 655,360 + 0 + 256 + 16 + 9 \\
 & = 655,641
 \end{aligned}$$

Chuyển đổi số giữa các hệ thống số

Chuyển từ nhị phân sang thập phân

$$\begin{aligned}
 & \text{Số thập phân tương ứng với 110100 là} \\
 & (32 * 1) + (16 * 1) + (8 * 0) + (4 * 1) + (2 * 0) + (1 * 0) \\
 & = 32 + 16 + 0 + 4 + 0 + 0 \\
 & = 52
 \end{aligned}$$

Đây là cách chúng ta chuyển đổi số nhị phân sang số thập phân tương ứng. Bây giờ hãy xem cách chúng ta chuyển đổi từ số thập phân sang số nhị phân.

Chuyển từ thập phân sang nhị phân

Việc chuyển đổi từ hệ thập phân sang bất kỳ hệ thống số nào, các bước thực hiện như sau :

1. Chia số thập phân cho cơ số của hệ thống số cần chuyển
2. Lưu ý đặt số dư trong một cột và chia tiếp thương số cho cơ số. Lặp lại quá trình này cho tới khi thương số bằng 0.
3. Đọc các số dư theo chiều từ dưới lên sẽ cho được số cần tìm. Giờ hãy áp dụng để chuyển số thập phân 52 thành số nhị phân:

Số dư

```

2 | 52
2 | 26 | 0
2 | 13 | 0
2 | 06 | 1
2 | 03 | 0
2 | 01 | 1
2 | 00 | 1

```

Kết quả số nhị phân tương đương của số thập phân 52 là 110100. Tất cả dữ liệu được lưu và xử lý trong máy tính là ở dạng nhị phân. Những ký hiệu 0 và 1, được gọi là các bit – từ viết tắt của chữ số nhị phân. Chúng ta nhận thấy 2 bit cho ta 4 tổ hợp, ví dụ 00, 01, 10, 11.

Chuyển từ hệ nhị phân sang hệ bát phân

Số nhị phân được chia thành nhóm 3 chữ số theo quan điểm bát phân - từ bên phải trong trường hợp có phân số và từ trái trong trường hợp số nguyên. Mỗi nhóm được thay thế với giá trị bát phân tương ứng

Ví dụ :

```

Số nhị phân   1010101010100
               101   010   101   010   100
               5     2     5     2     4

```

52524 là số bát phân tương đương với số nhị phân cho ở trên.

Chuyển từ hệ bát phân sang hệ nhị phân

Mỗi chữ số bát phân được thay tương ứng với ba chữ số nhị phân

Ví dụ :

```

        6       5
      110  101

```

Số nhị phân tương đương với số bát phân 65 là 110101

Chuyển từ hệ nhị phân sang hệ thập lục phân

Mỗi chữ số thập lục phân được thay thế bằng 4 chữ số nhị phân.

Số nhị phân	Thập lục phân
0	0
1	1
10	2
11	3
100	4
101	5
110	6
111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B

1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

Để chuyển một số nhị phân thành số thập lục phân, chúng ta chia số đó từ phải sang trái thành các nhóm 4 chữ số. Mỗi nhóm 4 này được chuyển đổi thành số thập lục phân tương ứng như bảng trên. Chúng ta có thể thêm các số 0 vào bên trái của số nếu cần thiết.

Ví dụ : Số nhị phân 10101011000010

0010 1010 1100 0010

2 A C 2

Như vậy từ số nhị phân 10101011000010 khi chuyển sang thập lục phân ta được số 2AC2.

Chuyển từ hệ thập lục phân sang hệ nhị phân

Chuyển đổi từ hệ thập lục phân sang hệ nhị phân bằng cách viết ra số nhị phân tương đương với chữ số thập lục phân được liệt kê trong bảng trên.

Ví dụ : số thập lục phân 1901A0412C

0001 1001 0000 0001 1010 0000 0100 0001 0010 1100

Theo cách trên số nhị phân của 1901A0412C có thể viết như sau

1100100000001101000000100000100101100

Các số không ở đầu có thể bỏ qua. Điều này là do các số 0 ở vị trí đó không có giá trị. Trong thực tế máy tính dùng hệ thập lục phân để đánh địa chỉ cho các vùng lưu trữ dữ liệu.

Phép toán nhị phân

Phép cộng

Bây giờ chúng ta sẽ xem cách thức thực hiện phép toán trong hệ nhị phân. Đầu tiên, chúng ta sẽ xét phép cộng nhị phân. Bạn cần nhớ các quy tắc cộng nhị phân dưới đây:

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1 + 0 = 1$$

1 + 1 = 0 nhớ 1 sang cột tiếp theo bên trái

1 + 1 + 1 = 1 nhớ 1 sang cột tiếp theo

Xét ví dụ dưới đây :

$$\begin{array}{r} \text{có nhớ} \quad 1111 \\ 11011 \\ + \quad 111 \\ \hline 100010 \end{array}$$

Phép trừ

Có một số phương pháp thực hiện phép trừ, nhưng chúng ta sẽ xem xét phương pháp trừ bù. Đây là phương pháp trừ hiệu quả hơn trong các mạch điện tử. Chúng ta sẽ thực hiện phép trừ theo 3 bước dưới đây :

1. Tìm phần bù của số trừ
2. Đối với phần bù ở bước 1, chúng ta cộng số bị trừ với số đó.
3. Nếu có nhớ 1, cộng số nhớ vào kết quả của phép cộng
nếu không có nhớ

tìm phần bù của tổng và gắn thêm số âm

Cách thức nào để chúng ta tìm phần bù của một số nhị phân? Chúng ta thực hiện bằng cách đảo tất cả các bit.

Ví dụ : **Số nhị phân** **Phần bù**

10001101	01110010
00101010	11010101

Xét ví dụ phép trừ dưới đây :

Ví dụ 1

1010101 – 1001100
(tương đương với 85 – 76 ở hệ thập phân)

BƯỚC 1. Tìm phần bù của 1001100 là

0110011

BƯỚC 2. Cộng phần bù với số bị trừ
có nhớ

1010101
+0110011

BƯỚC 3. 0001000

+ _____ 1 (do có nhớ 1)
0001001

Vậy kết quả của phép trừ này là: 0001001 (số 9 ở hệ thập phân)

Ví dụ 2

101100 - 11100101
(tương đương với 44 – 229 ở hệ thập phân)

BƯỚC 1.

Phần bù của 11100101 là 00011010

BƯỚC 2.

Tính tổng

00101100
+00011010

01000110

BƯỚC 3. Do không có nhớ chúng ta

a. tìm phần bù của kết quả

10111001

b. gắn dấu âm cho kết quả

-10111001 (số -185 ở hệ thập phân)

Phép nhân

Phép nhân trong nhị phân tuân theo quy tắc nhân trong hệ thập phân. Bảng dưới đây cần nhớ :

0 x 0 = 0

0 x 1 = 0

1 x 0 = 0

1 x 1 = 1

Ví dụ :

10101 * 11001 (tương đương với 21 * 25 ở hệ thập phân)

được thực hiện như sau:

10101
x 11001

10101
00000
00000
10101
10101

1000001101 (số 525 ở hệ thập phân)

Phép chia

Bảng phép chia dưới đây :

$$0/1 = 0$$

$$1/1 = 1$$

Các bước thực hiện phép chia

1. Bắt đầu từ bên trái của số bị chia.
2. Thực hiện phép trừ với số bị trừ lấy từ số bị chia, và số trừ là số chia.
 - a. nếu phép trừ có thể thực hiện
đặt 1 vào thương số và
tiến hành trừ số chia.
nếu phép trừ không thực hiện được
đặt 0 vào thương số.
 - b. Lấy tiếp chữ số tiếp theo từ số bị chia đặt vào bên phải số dư.
3. Thực hiện lại bước 2 cho tới khi không còn chữ số lấy từ số bị chia.

Ví dụ :

$$100001 / 110 \text{ (số 33/6 trong hệ thập phân)}$$

Sau đó,

$$0101 \text{ (thương số - số 5 trong hệ thập phân)}$$

(Số chia) 110 100001	(Số bị chia)
<u>110</u>	--- Bước 1
1000	--- Bước 2b
<u>110</u>	--- Bước 2a
100	--- Bước 2b
<u>110</u>	--- Bước 2a
1001	--- Bước 2b
<u>110</u>	--- Bước 2a
11	(Số dư - số 3 trong hệ thập phân)

Vậy kết quả: $100001/110 = 101$ và dư 11