

1. Giải và biện luận nghiệm của hệ sau theo m :

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 + 4x_2 + mx_3 + 4x_4 = 4 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + (m+3)x_4 = 4 \end{cases}$$

2. Giải hệ phương trình sau

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 11 \\ 2x_1 + 4x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 11 \end{cases}$$

3. Giải hệ phương trình bằng phương pháp Cramer

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 0 \\ 5x_1 + 9x_2 = 1 \end{cases}$$

4. Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 7 & 7 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & -2 & 13 & 18 \\ 2 & 2 & 19 & 9 \end{bmatrix}$

Tính $|A|$. A có khả nghịch không? Nếu có, hãy tính $|A^{-1}|$

5. Tính định thức của ma trận A^{-1} với $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & -3 & 10 \\ 1 & 2 & 5 & 9 \end{bmatrix}$

6. Tìm ma trận nghịch đảo của ma trận

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 2 \\ 1 & 4 & 2 \\ 5 & 9 & 0 \end{bmatrix}$$

7. Chứng minh rằng $W = \{(x, y, z) \mid x + 2y - z = 0\}$ là không gian véc tơ con của \mathbb{R}^3 .

8. Không gian $V = \{(x, y, z) \mid x = 2y = -z\}$ có phải là không gian con của \mathbb{R}^3 không? Vì sao?

9. Cho $V = \{\vec{v}(x, y, z); x, y, z \in \mathbb{R} : 2x + 3y = 4z\}$.

Chứng minh rằng V là không gian con của không gian \mathbb{R}^3

10. Xác định k để $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ k \end{bmatrix} \right\}$ là cơ sở của \mathbb{R}^4

11. Giả sử $\{v_1; v_2; v_3\}$ là cơ sở của V

CMR:

$\{v_1; v_1 + v_2; v_1 + v_2 + v_3\}$ là cơ sở của V

$\{-v_2 + v_3; 3v_1 + 2v_2 + v_3; v_1 - v_2 + 2v_3\}$ là cơ sở của V

12.

Tìm nghiệm tổng quát của hệ phương trình

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 - 2x_4 - 2x_5 = 3 \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 - 2x_5 = -1 \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = -1. \end{cases}$$

13.

Tìm ma trận nghịch đảo của ma trận sau bằng phương pháp phần phụ đại số :

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

14.

Biết nghiệm tổng quát của phương trình ma trận $A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$ là $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

Tìm A

15.

Tìm a để giá trị định thức sau bằng -27

$$|A| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & a & a \\ 1 & a & 0 & a \\ 1 & a & a & 0 \end{vmatrix}.$$

16.

Tìm ma trận X biết rằng $AX = B^T$, trong đó:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

16.

Xác định ma trận cấp 3×4 : $A = (a_{ij})$ với $a_{ij} = i + j$. Tìm các cột trụ của ma trận A và mô tả KG $C(A)$

17.

Giải và biện luận hệ phương trình sau bằng phương pháp khử Gauss

$$\begin{cases} x + y + 2z = a \\ 2x + y + z = 2a \\ x + 2y + z = 3a. \end{cases}$$

18.

Tìm ma trận X sao cho $XC + \left(\frac{1}{8}A\right)^{-1} = B$, biết rằng

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \text{ và } C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

19.

Mô tả không gian con $N(A)$, trong đó A là ma trận hệ số của hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y - 2z + 2t = 0 \\ 3x + y - 2z + 4t = 0 \\ 2x - y + 2z + t = 0 \end{cases}$$

20.

Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$. Tìm ma trận B cấp 2×2 khác ma trận không, sao

cho AB, BA là các ma trận không

21.

Tìm m để hệ phương trình sau có nghiệm duy nhất. Tìm nghiệm duy nhất đó.

$$\begin{cases} -x - y + 2z = 0 \\ 2x - y + z = 2 \\ 6x - 2z = 4 \\ 4x + y + mz = m + 5 \end{cases}$$

22.

Tìm hạng của ma trận A và mô tả không gian cột $C(A)$ biết rằng:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 4 & 8 \\ 4 & 8 & 6 & 8 \end{bmatrix}$$