CHỦ ĐỀ 9. PHÉP BIẾN ĐỔI TUYẾN TÍNH – MA TRẬN CHUYỂN CƠ SỞ

Bài 1. Cho ánh xạ $T:\ \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ xác định bởi: $\mathrm{T}(x;y;z)=(x-y+z;2x+y)$.

a) Chứng minh T là một phép biến đổi tuyến tính.

b) Tìm ma trận chính tắc của phép biến đổi tuyến tính T.

Bài 2. Cho ánh xạ $T:\ \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ xác định bởi: $\mathrm{T}(v)=xu_1+yu_2+(x+y)u_3$,

với $v=(x;y)$, $u_1=(1;0;0)$, $u_2=(1;1;0)$, $u_3=(1;1;1)$.

a) Chứng minh T là một biến đổi tuyến tính.

b) Tìm ma trận chính tắc của phép biến đổi tuyến tính T.

Bài 3. Cho $T:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ là phép biến đổi tuyến tính thỏa mãn:

$$T(1;1)=(2;2),\ T(2;0)=(0;0).$$

a) Tìm ma trận chính tắc của T. *b*) Tìm $T(3;1)$.

Bài 4. Cho $\{e_1,e_2,e_3\}$ là cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$ và $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ là phép biến đổi tuyến tính thoả mãn: $f(e_1+e_2+e_3)=(3;3;3)$, $f(e_1+2e_2)=(4;1;4)$, $f(e_3)=(1;2;0)$.

a) Tìm ma trận chính tắc của f. b) Với $v=(1;2;3)$, tìm $f(v)$.

Bài 5. Cho $\{e_1,\ e_2\}$ là cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^2$ và $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ là một phép biến đổi tuyến tính thoả mãn: $f(e_1+e_2)=\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}, f(2e_1+e_2)=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$.

a) Tìm ma trận chính tắc của f.

b) Tìm $f(3;4)$.

c) Tìm vectơ $u\in\mathbb{R}^2$ sao cho $f(u)=\begin{bmatrix}2\\-1\end{bmatrix}$.

Bài 6. Cho 2 cơ sở $E=\{u_1=(1;2);u_2=(2;3)\}$ và $F=\{v_1=(1;1);v_2=(2;1)\}$ của $\mathbb{R}^2$.

a) Tìm ma trận chuyển cơ sở từ E sang F và từ F sang E.

b) Biết tọa độ của v trong cơ sở F là $(1;-1)$, tìm tọa độ của v trong cơ sở E.

Bài 7. Trong $\mathbb{R}^2$, cho 2 cơ sở : $E=\left\{u_1=\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix},\ u_2=\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix}\right\}$, $F=\left\{v_1=\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix},\ v_2=\begin{bmatrix}-3\\4\end{bmatrix}\right\}$.

Biết $w=3u_1-5u_2$. Tìm tọa độ của w trong cơ sở F.