

CHỦ ĐỀ 5. HẠNG CỦA MA TRẬN – NGHIỆM TỔNG QUÁT CỦA HỆ

PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH

Bài 1. Tìm hạng của các ma trận sau đây:

a) Ma trận A cỡ 3×4 có tất cả các phần tử đều bằng 1.

b) Ma trận $A = [a_{ij}]_{3 \times 4}$ với $a_{ij} = i + j - 1$.

c) Ma trận $A = [a_{ij}]_{3 \times 4}$ với $a_{ij} = (-1)^j$.

Bài 2. Biện luận theo m hạng của các ma trận sau:

$$a) A = \begin{bmatrix} 6 & 4 & 2 \\ -3 & -2 & -1 \\ 9 & 6 & m \end{bmatrix}$$

$$b) B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & m \end{bmatrix}$$

$$c) C = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 4 \\ m & 4 & 10 & 1 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \\ 2 & 2 & 4 & 3 \end{bmatrix}.$$

Bài 3. Tìm điều kiện của v để phải để hệ sau có nghiệm ?

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 8 & 4 \\ -1 & -4 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

Bài 4. Tìm nghiệm tổng quát của các hệ phương trình sau:

$$a) \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 6 & 4 & 8 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$b) \begin{cases} x_1 + 2x_3 + 3x_4 = 2 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 5 \\ 2x_1 + 4x_3 + 9x_4 = 10 \end{cases}$$

Bài 5. Biết nghiệm tổng quát của hệ $Ax = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ là $x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $c \in \mathbb{R}$.

Tìm ma trận A .

Bài 6. Tìm nghiệm nghiệm tổng quát của hệ $Ax = b$, biết rằng nó có một nghiệm riêng

$$x_p = (0; 1; 1) \text{ và } A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 5 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}.$$

Bài 7. Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + ax_3 = 3 \\ 3x_1 - x_2 - ax_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = b \end{cases}$$

a) Xác định a và b để hệ có nghiệm duy nhất.

b) Xác định a và b để hệ có vô số nghiệm.