

### CHỦ ĐỀ 3. ĐỊNH THỨC

Bài 1. Cho  $A = [a_{ij}]_{4 \times 4}$  và  $\det A = \frac{1}{2}$ . Tính  $\det(2A)$ ;  $\det(-A)$ ;  $\det(A^2)$ ;  $\det(A^{-1})$ .

Bài 2. Sử dụng công thức phần phụ đại số, tính định thức của ma trận sau:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & a & 1 \\ 0 & -3 & 0 & 5 \\ 3 & 0 & 2 & 6 \\ b & 4 & 0 & -4 \end{bmatrix}$$

Bài 3. Chứng minh rằng:  $\det \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{bmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$

Bài 4. Tính nhanh định thức của các ma trận sau:

$$a) A = \begin{bmatrix} 101 & 201 & 301 \\ 102 & 202 & 302 \\ 103 & 203 & 303 \end{bmatrix} \quad b) B = \begin{bmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{bmatrix}$$

Bài 5. Biết  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 5$ . Tính các định thức sau:

$$a) \begin{vmatrix} a & b & c \\ 2d & 2e & 2f \\ g & h & i \end{vmatrix} \quad b) \begin{vmatrix} 2a+d & 2b+e & 2c+f \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \quad c) \begin{vmatrix} g & h & i \\ 2d & 2e & 2f \\ a & b & c \end{vmatrix}$$

Bài 6. Tính định thức của ma trận sau bằng cách đưa về ma trận tam giác:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 6 & 6 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

Bài 7. Tính định thức của ma trận sau:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Bài 8. Sử dụng công thức phần phụ đại số, tìm ma trận nghịch đảo của:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Bài 9. Tìm điều kiện của  $m$  để ma trận sau khả nghịch:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 3 & 9 & 27 \\ 1 & 4 & 16 & 64 \\ 1 & m & m^2 & m^3 \end{bmatrix}$$

Bài 10. Giải hệ phương trình sau bằng quy tắc Cramer:

$$\begin{cases} x + 2y + 4z = 10 \\ 5x + y + 2z = 5 \\ 3x - y + z = 1 \end{cases}$$

Bài 11. Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} mx + y + z = 1 \\ x + my + z = 1 \\ x + y + mz = 1 \end{cases}$$

- Tìm  $m$  để hệ phương trình có duy nhất một nghiệm.
- Tìm nghiệm đó bằng quy tắc Cramer: