

## Chương 5: Thiết kế bộ lọc số FIR

TS. Trần Văn Hưng  
Bộ môn: Kỹ thuật điện tử (P502-A6)  
Email: hungtv\_ktdt@utc.edu.vn

### Nội dung

- 5.1 Giới thiệu thiết kế
- 5.2 Các đặc tính của bộ lọc số FIR
- 5.3 Thiết kế bộ lọc FIR bằng pp cửa sổ
- 5.4 Thiết kế bộ lọc FIR bằng pp lấy mẫu tần số
- 5.5 Thiết kế bộ lọc FIR bằng pp gợn sóng đều
- 5.6 Thiết kế và mô phỏng các bộ lọc số FIR

# Nội dung

## 1.1 Các đặc tính của bộ lọc

1.2 Thiết kế bộ lọc số FIR

1.3 Thiết kế bộ lọc số IIR

## Khái niệm lọc số và bộ lọc số

### ❖ Khái niệm lọc số và bộ lọc số

➤ **Lọc số**: các thao tác của xử lý dùng để biến dạng sự phân bố tần số của các thành phần của một tín hiệu theo các chỉ tiêu đã cho nhờ một hệ thống số

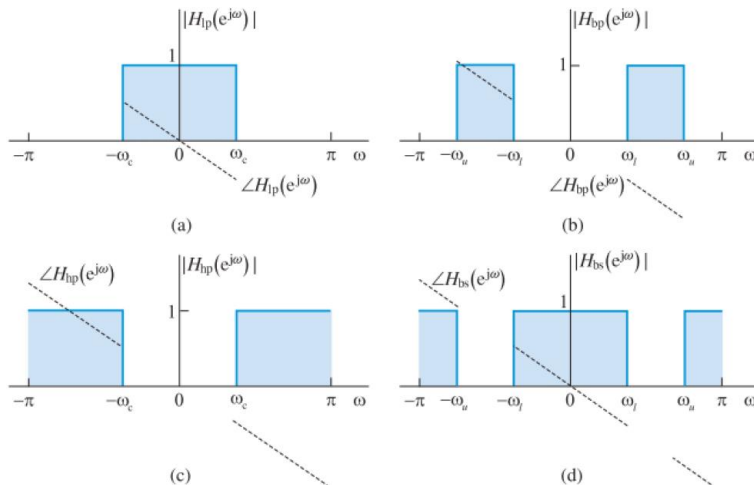
➤ **Bộ lọc số**: là một hệ thống làm biến dạng sự phân bố tần số của các thành phần của một tín hiệu theo các chỉ tiêu cho trước.

### ❖ Các giai đoạn của quá trình tổng hợp lọc số:

1. Xác định  $h(n)$  sao cho thỏa mãn các chỉ tiêu kỹ thuật đề ra
2. Lượng tử hóa các thông số bộ lọc
3. Kiểm tra, chạy thử trên máy tính

## 1.1 Các đặc tính của bộ lọc

### ❖ Nhắc lại các bộ lọc lý tưởng:



## 1.1 Các đặc tính của bộ lọc

### ➤ Bộ lọc thông thấp:

- Đáp ứng tần số:

$$H_{lp}(e^{j\omega}) = \begin{cases} e^{-j\alpha\omega} & -\omega_c \leq \omega \leq \omega_c \\ 0 & \omega \text{ còn lại} \end{cases} \quad (-\pi \leq \omega \leq \pi)$$

- Đáp ứng xung:

$$h_{lp}(n) = \frac{\omega_c}{\pi} \frac{\sin \omega_c(n - \alpha)}{\omega_c(n - \alpha)}$$

### ➤ Bộ lọc thông cao:

$$H_{hp}(e^{j\omega}) = \begin{cases} e^{-j\alpha\omega} & \begin{cases} -\pi \leq \omega \leq -\omega_c \\ \omega_c \leq \omega \leq \pi \end{cases} \\ 0 & \omega \text{ còn lại} \end{cases} \quad (-\pi \leq \omega \leq \pi)$$

$$h_{hp}(n) = \delta(n - \alpha) - \frac{\omega_c}{\pi} \frac{\sin \omega_c(n - \alpha)}{\omega_c(n - \alpha)}$$

## 1.1 Các đặc tính của bộ lọc

### ➤ Bộ lọc thông dải:

$$H_{bp}(e^{j\omega}) = \begin{cases} e^{-j\alpha\omega} & \begin{cases} -\omega_{c2} \leq \omega \leq -\omega_{c1} \\ \omega_{c1} \leq \omega \leq \omega_{c2} \end{cases} \\ 0 & \omega \text{ còn lại} \end{cases} \quad (-\pi \leq \omega \leq \pi)$$

$$h_{bp}(n) = \frac{\omega_{c2}}{\pi} \frac{\sin \omega_{c2}(n - \alpha)}{\omega_{c2}(n - \alpha)} - \frac{\omega_{c1}}{\pi} \frac{\sin \omega_{c1}(n - \alpha)}{\omega_{c1}(n - \alpha)}$$

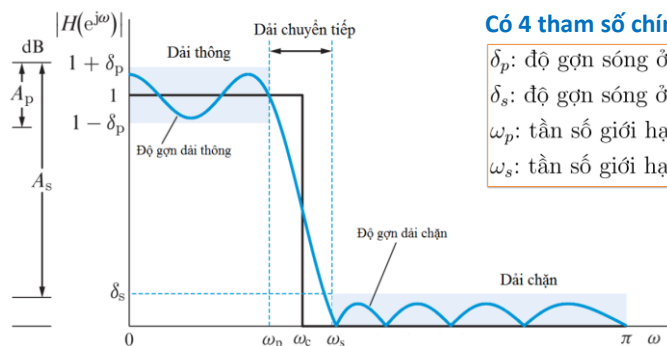
### ➤ Bộ lọc chắn dải:

$$H_{bs}(e^{j\omega}) = \begin{cases} e^{-j\alpha\omega} & \begin{cases} -\pi \leq \omega \leq -\omega_{c2} \\ -\omega_{c1} \leq \omega \leq \omega_{c1} \\ \omega_{c2} \leq \omega \leq \pi \end{cases} \\ 0 & \omega \text{ còn lại} \end{cases} \quad (-\pi \leq \omega \leq \pi)$$

$$h_{bs}(n) = \delta(n - \alpha) - \frac{\omega_{c2}}{\pi} \frac{\sin \omega_{c2}(n - \alpha)}{\omega_{c2}(n - \alpha)} + \frac{\omega_{c1}}{\pi} \frac{\sin \omega_{c1}(n - \alpha)}{\omega_{c1}(n - \alpha)}$$

## 1.1 Các đặc tính của bộ lọc

### ❖ Các tham số của bộ lọc thực tế:



#### Có 4 tham số chính:

- $\delta_p$ : độ gợn sóng ở dải thông
- $\delta_s$ : độ gợn sóng ở dải chặn
- $\omega_p$ : tần số giới hạn (biên tần) dải thông
- $\omega_s$ : tần số giới hạn (biên tần) dải chặn

$$\Delta\omega = |\omega_p - \omega_s|$$

Dải thông:  $1 - \delta_p \leq |H(e^{j\omega})| \leq 1 + \delta_p; \quad |\omega| \leq \omega_p$

Dải chặn:  $|H(e^{j\omega})| \leq \delta_s; \quad \omega_s \leq |\omega| \leq \pi$

✓ Độ gợn sóng ở dải thông theo dB:

$$R_p = -20 \log_{10} \frac{1 - \delta_p}{1 + \delta_p}$$

✓ Độ suy giảm dải chặn theo dB:

$$A_s = -20 \log_{10} \frac{\delta_s}{1 + \delta_p} \approx -20 \log_{10} \delta_s$$

## 1.1 Các đặc tính của bộ lọc

### ❖ Các tham số của bộ lọc thực tế:

Các giá trị  $\delta_p$  và  $\delta_s$  cũng được tính theo

$$\delta_p = \frac{10^{R_p/20} - 1}{10^{R_p/20} + 1} \quad (\delta_p \ll 1)$$

$$\delta_s = (1 + \delta_p)10^{A_s/20} \approx 10^{-A_s/20}$$

### ❖ Chú ý:

- Đối với các bộ lọc số **thông cao**, **thông dải** và **chặn dải** có các tham số kỹ thuật tương ứng;
- Để thực hiện bộ lọc dễ dàng hơn và với giá thành rẻ hơn thì số phần tử của bộ lọc phải là ít nhất, và để giảm thời gian tính toán trong quá trình lọc thì một bộ lọc tốt nhất sẽ là bộ lọc có bậc nhỏ nhất.
- $R_p$  và  $A_s$  là số dương, bộ lọc được thiết kế tốt, thường  $R_p \approx 0$  và  $A_s \gg 1$
- Biên tần dải thông và biên tần dải chặn đều cho bằng đơn vị Hz

$$\omega_p = 2\pi \frac{F_{pass}}{F_s}; \omega_s = 2\pi \frac{F_{stop}}{F_s}$$

## Nội dung

1.1 Các đặc tính của bộ lọc

**1.2 Thiết kế bộ lọc số FIR**

1.3 Thiết kế bộ lọc số IIR

## Bộ lọc số FIR

### ❖ Bộ lọc số FIR - (Finite Impulse Response Filter)

#### ▪ Hàm truyền đạt:

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)Z^{-n} = h(0) + h(1)Z^{-1} + \dots + h(N-1)Z^{N-1}$$

$$L[h(n)] = [0, N-1] = N$$

#### ▪ Đáp ứng tần số:

$$\begin{aligned} H(e^{j\omega}) &= \sum_{n=0}^{N-1} h(n)e^{-j\omega n} \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} h(n) \cos \omega n + j(-1) \sum_{n=0}^{N-1} h(n) \sin \omega n \end{aligned}$$

$$\text{Hoặc là: } H(e^{j\omega}) = |H(e^{j\omega})|e^{j\varphi(\omega)} \quad \varphi(\omega) = \arg[H(e^{j\omega})]$$

## Bộ lọc số FIR

❖ Với bộ lọc FIR pha tuyến tính, có nghĩa đáp ứng pha - tần số là một hàm số bậc nhất theo tần số, tương đương với thực hiện việc trễ hàm đáp ứng xung ở miền thời gian. Khi một hệ thống có pha tuyến tính, trễ nhóm (group delay) là một hằng số, có ưu điểm là các thành phần tần số khác nhau của tín hiệu tại đầu vào có cùng thời gian trễ như nhau sau khi cho qua hệ thống tại đầu ra.

❖ Hàm đáp ứng pha - tần số của bộ lọc FIR có dạng như sau:

$$\theta(\omega) = \beta - \alpha\omega$$

$$\alpha = -\frac{d\theta(\omega)}{d\omega}$$

Với  $\alpha$  và  $\beta$  là các hằng số, và  $\alpha$  được gọi là thời gian truyền lan của tín hiệu qua bộ lọc:

$$H(e^{j\omega}) = A(e^{j\omega})e^{j\theta(\omega)}$$

**Trường hợp 1:**  $\beta = 0 \rightarrow \theta(\omega) = -\alpha\omega$ , với  $-\pi \leq \omega \leq \pi$

**Trường hợp 2:**  $\beta \neq 0 \rightarrow \theta(\omega) = \beta - \alpha\omega$ , với  $-\pi \leq \omega \leq \pi$

## Bộ lọc số FIR

**Trường hợp 1:**  $\beta = 0 \rightarrow \theta(\omega) = -\alpha\omega$ , với  $-\pi \leq \omega \leq \pi$

$$\begin{aligned} H(e^{j\omega}) &= \sum_{n=0}^{N-1} h(n)e^{-j\omega n} = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)(\cos \omega n - j \sin \omega n) \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} h(n) \cos \omega n - j \sum_{n=0}^{N-1} h(n) \sin \omega n \end{aligned}$$

Ngoài ra, đáp ứng tần số có thể được tính:

$$\begin{aligned} H(e^{j\omega}) &= A(e^{j\omega}) \cdot e^{j\theta(\omega)} = A(e^{j\omega}) \cdot e^{-j\alpha\omega} \\ &= A(e^{j\omega}) \cos \alpha\omega - j A(e^{j\omega}) \sin \alpha\omega \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} A(e^{j\omega}) \cos \alpha\omega &= \sum_{n=0}^{N-1} h(n) \cos \omega n \\ A(e^{j\omega}) \sin \alpha\omega &= \sum_{n=0}^{N-1} h(n) \sin \omega n \end{aligned}$$

$$\tan \alpha\omega = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} h(n) \sin \omega n}{\sum_{n=0}^{N-1} h(n) \cos \omega n}$$

## Bộ lọc số FIR



$$\alpha = \frac{N-1}{2}$$

$$h(n) = h(N-1-n); 0 \leq n \leq N-1$$

Khi đó:

- Giá trị  $\alpha = (N-1)/2$  được gọi là tâm đối xứng
- Khi  $\theta(\omega) = -\alpha\omega$  và N lẻ, ta có bộ lọc số FIR loại 1
- Khi  $\theta(\omega) = -\alpha\omega$  và N chẵn, ta có bộ lọc số FIR loại 2

**Trường hợp 2:**  $\beta \neq 0 \rightarrow \theta(\omega) = \beta - \alpha\omega$ , với  $-\pi \leq \omega \leq \pi$

$$\alpha = \frac{N-1}{2} \quad \beta = \pm \frac{\pi}{2}$$

$$h(n) = -h(N-1-n); 0 \leq n \leq N-1$$

Khi đó:

- Giá trị  $\alpha = (N-1)/2$  được gọi là tâm phản đối xứng
- Khi  $\theta(\omega) = \beta - \alpha\omega$  và N lẻ, ta có bộ lọc số FIR loại 3
- Khi  $\theta(\omega) = \beta - \alpha\omega$  và N chẵn, ta có bộ lọc số FIR loại 4

## Bộ lọc số FIR

**Ví dụ:** Vẽ đồ thị  $h(n)$  của lọc số FIR có pha tuyến tính:  $\theta(\omega) = -\alpha\omega$

a)  $N=7$ ;  $h(0)=1$ ;  $h(1)=2$ ;  $h(2)=3$ ;  $h(3)=4$

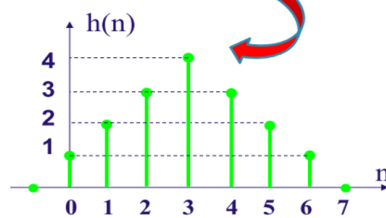
b)  $N=6$ ;  $h(0)=1$ ;  $h(1)=2$ ;  $h(2)=3$

**Tâm đối xứng:**  $\alpha = \frac{N-1}{2} = 3$

$$h(n) = h(6-n)$$

$$h(0)=h(6)=1; h(1)=h(5)=2$$

$$h(2)=h(4)=3$$

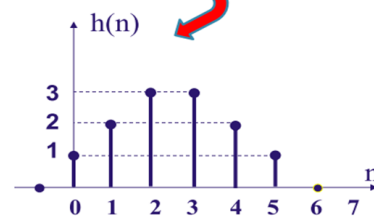


**Tâm đối xứng:**  $\alpha = \frac{N-1}{2} = 2,5$

$$h(n) = h(5-n)$$

$$h(0)=h(5)=1; h(1)=h(4)=2;$$

$$h(2)=h(3)=3$$



Hãy vẽ sơ đồ dạng trực tiếp, dạng pha tuyến tính của các bộ lọc FIR này ?

## 1.2 Thiết kế bộ lọc số FIR

- ❖ Phương pháp cửa sổ
- ❖ Phương pháp lấy mẫu trên miền tần số
- ❖ Phương pháp thiết kế gợn sóng đều tối ưu



## Phương pháp cửa sổ

### ❖ Các bước chính của pp cửa sổ thiết kế bộ lọc FIR:

- B1: Chuẩn hóa các đặc tả bởi  $F_s$  nếu cần, xác định  $\delta_p, \delta_s, \omega_p, \omega_s$
- B2: Chọn cửa sổ để thỏa các đặc tả gợn sóng và suy giảm:  $w(n)$
- B3: Tính đáp ứng xung của bộ lọc số lý tưởng:  $h_d(n)$
- B4: Tính đáp ứng xung của bộ lọc thiết kế:  $h(n) = w(n) \cdot h_d(n)$

$$L[w(n)] = N$$

$$L[h_d(n)] = \infty \text{ nên } L[h(n)] = N$$

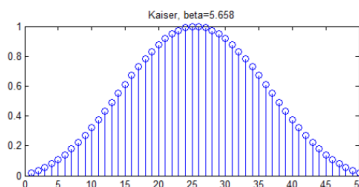
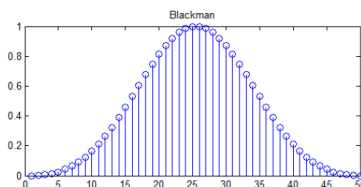
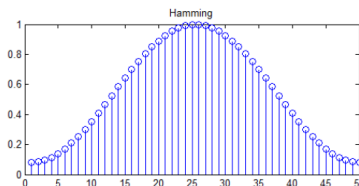
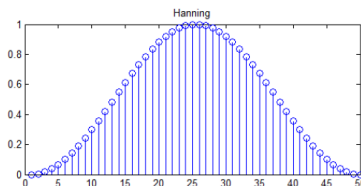
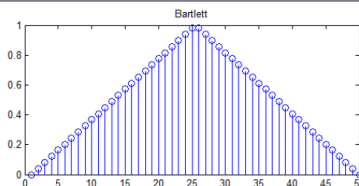
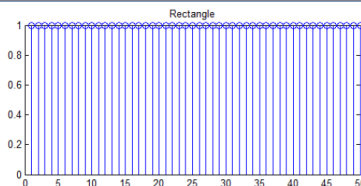
- B5: Thử lại xem có thỏa mãn các chỉ tiêu kỹ thuật không.

Việc thử lại trong miền tần số được thực hiện bằng tích chập trong miền tần số:

$$H(e^{j\omega}) = W(e^{j\omega}) * H_d(e^{j\omega}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} W(e^{j\omega'}) \cdot H_d(e^{j(\omega-\omega')}) d(\omega')$$

## Các loại cửa sổ thông dụng

N=50



## Các loại cửa sổ thông dụng

### ❖ Cửa sổ chữ nhật:

$$w_R(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq M \\ 0 & n \text{ còn lại} \end{cases}$$

### ❖ Cửa sổ Hanning:

$$w_{Han}(n) = \begin{cases} 0.5 - 0.5 \cos \frac{2\pi}{N}n & 0 \leq n \leq N \\ 0 & n \text{ còn lại} \end{cases}$$

### ❖ Cửa sổ tam giác:

$$w_T(n) = \begin{cases} \frac{2n}{N} & 0 \leq n \leq \frac{N}{2} \\ 2 - \frac{2n}{N} & \frac{N}{2} < n \leq N \\ 0 & n \text{ còn lại} \end{cases}$$

### ❖ Cửa sổ Hamming:

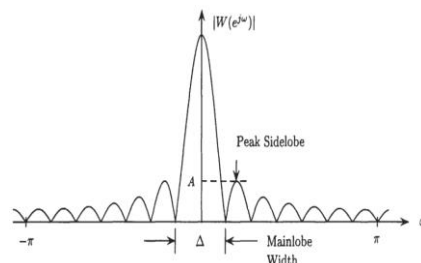
$$w_{Ham}(n) = \begin{cases} 0.54 - 0.46 \cos \frac{2\pi}{N}n & 0 \leq n \leq N \\ 0 & n \text{ còn lại} \end{cases}$$

### ❖ Cửa sổ Blackman:

$$w_B(n)_N = \begin{cases} 0.42 - 0.5 \cos(\frac{2\pi n}{N}) + 0.08 \cos(\frac{4\pi n}{N}) & 0 \leq n \leq N \\ 0 & n \text{ còn lại} \end{cases}$$

## Ảnh hưởng của cửa sổ lên đáp ứng tần số

- ❖ Hai thông số cơ bản của hàm cửa sổ là **biên độ đỉnh bước cạnh** (Peak Sidelobe) **A** và **độ rộng bước chính** (Mainlobe Width) **Δ**.
- ❖ Hai thông số này càng nhỏ càng tốt. Tuy nhiên khi các cửa sổ có độ dài hữu hạn thì các thông số này không cực tiểu.



Đặc tính của hàm cửa sổ phổ

### Có hai tham số đánh giá cửa sổ là:

- Bề rộng đỉnh trung tâm  $\Delta\omega$ .
- Tỷ số biên độ đỉnh thứ cấp thứ nhất trên biên độ đỉnh trung tâm. Tỷ số này được đánh giá theo dB như sau:

$$\lambda = 20 \log_{10} \left| \frac{W(e^{j\omega_1})}{W(e^{j0})} \right|$$

## Ảnh hưởng của cửa sổ lên đáp ứng tần số

- ❖ **Độ rộng của búp chính (Main lobe)** của cửa sổ tỷ lệ thuận với độ rộng vùng chuyển tiếp giữa dải thông và dải chắn. Do vậy nếu bậc bộ lọc càng lớn thì vùng chuyển tiếp giữa dải thông và dải chắn càng nhỏ.
- ❖ **Búp phụ (Side lobe)** ảnh hưởng đến độ nhấp nhô (Ripples) ở cả dải thông và dải chắn, các búp phụ càng nhấp nhô thì dải thông, dải chắn càng nhấp nhô.
- ❖ **Chọn cửa sổ như thế nào sẽ ảnh hưởng đến chất lượng của bộ lọc.** Với mong muốn bộ lọc có đáp ứng xấp xỉ tốt nhất với đáp ứng của bộ lọc lý tưởng, chúng ta phải chọn cửa sổ với hình dạng và chiều dài  $N$  sao cho độ rộng búp chính rất nhỏ và biên độ búp phụ rất nhỏ và bằng phẳng.

## Ảnh hưởng của cửa sổ lên đáp ứng tần số

- ❖ Khi chiều dài  $N$  tăng thì độ rộng búp sóng chính giảm, dẫn tới độ rộng dải chuyển tiếp giảm. Ta có công thức liên hệ sau:

$$N \cdot \Delta\omega = c$$

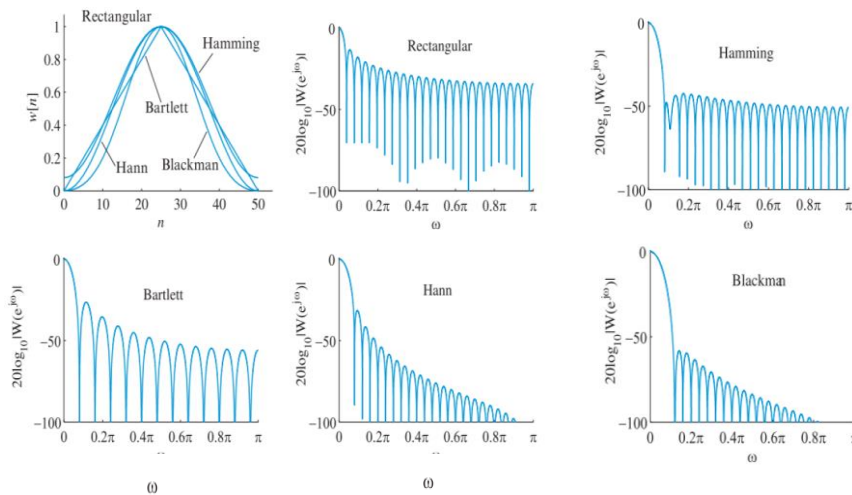
$\Delta\omega$ : Độ rộng dải chuyển tiếp

$c$ : Hằng số phụ thuộc vào loại cửa sổ

**Các tham số của cửa sổ phổ thông dụng:**

STT	Loại cửa sổ	$\lambda[dB]$	$\Delta\omega_m$	$\Delta\omega$	$\delta_p \approx \delta_s$	$R_p[dB]$	$A_s[dB]$
1	Chữ nhật	-13	$4\pi/N$	$1.8\pi/N$	0.09	0.75	21
2	Tam giác	-25	$8\pi/N$	$6.1\pi/N$	0.05	0.45	26
3	Hanning	-31	$8\pi/N$	$6.2\pi/N$	0.0063	0.055	44
4	Hamming	-41	$8\pi/N$	$6.6\pi/N$	0.0022	0.019	53
5	Blackman	-57	$12\pi/N$	$11\pi/N$	0.0002	0.0017	74

## Ảnh hưởng của cửa sổ lên đáp ứng tần số



## Cửa sổ Kaiser:

❖ Định nghĩa cửa sổ Kaiser trong miền  $n$ :

$$w(n) = \begin{cases} \frac{I_0[\beta \sqrt{1 - [(n - \alpha)/\alpha]^2}]}{I_0[\beta]} & 0 \leq n \leq N \\ 0 & n \text{ còn lại} \end{cases}$$

$\alpha = N/2$  và  $I_0(x)$  là hàm Bessel biến dạng loại một, bậc 0

$$I_0(x) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{k!} \left( \frac{x}{2} \right)^k \right]^2$$

$$\beta = \begin{cases} 0.1102(A_s - 8.7) & A_s > 50dB \\ 0.5842(A_s - 21)^{0.4} + 0.07886(A_s - 21) & 21dB \leq A_s \leq 50dB \\ 0 & A_s < 21dB \end{cases}$$

**Bậc N của bộ lọc:**

+ Khi  $A_s \geq 21dB$ :

$$N = \frac{A_s - 7.95}{2.287\Delta\omega}$$

+ Khi  $A_s < 21dB$ :

$$N = \frac{1.8\pi}{\Delta\omega}$$

Các bước thiết kế bộ lọc FIR sử dụng cửa sổ Kaiser được thực hiện theo các bước chung như đã nêu ở trên.

## Các ví dụ thiết kế bộ lọc FIR bằng PP cửa sổ:

**❖ Ví dụ 1:** Hãy tổng hợp bộ lọc số thông thấp FIR có pha tuyến tính  $\theta(\omega) = -\alpha\omega$  sử dụng cửa sổ chữ nhật chiều dài  $N=9$  với các chỉ tiêu kỹ thuật:  $\delta_p = \delta_{10}$ ,  $\delta_s = \delta_{20}$ ,  $\omega_p = \omega_{p0}$ ,  $\omega_s = \omega_{s0}$ ,  $\omega_c = \pi/2$ . Vẽ sơ đồ bộ lọc.

### Bài giải:

**Bước 1:** Xác định các đặc tả của bộ lọc:

- Loại bộ lọc: thông thấp
- Tần số cắt:  $\omega_c = \pi/2$
- Tâm đối xứng tại:  $\alpha = (N-1)/2 = 4$

**Bước 2:** Chọn hàm cửa sổ

Chọn cửa sổ chữ nhật  $w_R(n)$  có chiều dài  $N=9$ .

$$w_R(n) = \text{rect}(n)_9 = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq 8 \\ 0 & n \text{ còn lại} \end{cases}$$

**Bước 3:** Đáp ứng xung của bộ lọc lý tưởng  $h_d(n)$

$$h_d(n) = h_{lp}(n-\alpha) = \frac{\omega_c \sin \omega_c(n-\alpha)}{\pi \omega_c(n-\alpha)}$$

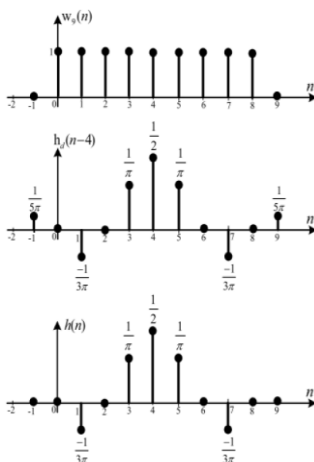
$$\alpha = 4 \text{ và } \omega_c = \pi/2$$

$$h_d(n) = \frac{1}{2} \frac{\sin(\frac{\pi}{2}(n-4))}{(n-4)}$$

**Bước 4:** Xác định đáp ứng xung của bộ lọc thiết kế:

$$h(n) = w_R(n) \cdot h_d(n)$$

## Các ví dụ thiết kế bộ lọc FIR bằng PP cửa sổ:



**Bước 5:** Thử lại xem các hệ số của  $h(n)$  có thỏa mãn

Giả sử với  $N=9$ , các chỉ tiêu kỹ thuật đã thỏa mãn, ta có:

$$h(n) = -\frac{1}{3\pi}\delta(n-1) + \frac{1}{\pi}\delta(n-3) + \frac{1}{2}\delta(n-4) + \frac{1}{\pi}\delta(n-5) - \frac{1}{3\pi}\delta(n-7)$$

Từ đây viết được phương trình sai phân mô tả hệ thống:

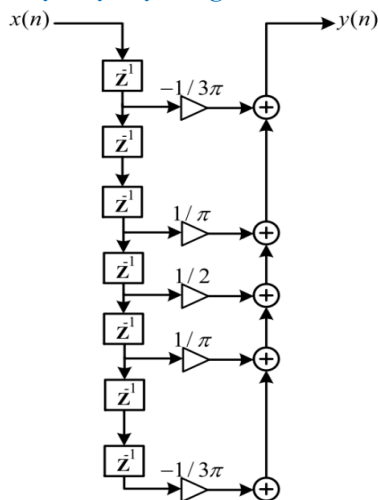
$$y(n) = -\frac{1}{3\pi}x(n-1) + \frac{1}{\pi}x(n-3) + \frac{1}{2}x(n-4) + \frac{1}{\pi}x(n-5) - \frac{1}{3\pi}x(n-7)$$

$$\begin{aligned} h(0) &= 0 = h(8) & h(2) &= 0 = h(6) \\ h(1) &= -1/3\pi = h(7) & h(3) &= 1/\pi = h(5) \\ & & h(4) &= 1/2 \end{aligned}$$

## Các ví dụ thiết kế bộ lọc FIR bằng PP cửa sổ:

$$y(n) = -\frac{1}{3\pi}x(n-1) + \frac{1}{\pi}x(n-3) + \frac{1}{2}x(n-4) + \frac{1}{\pi}x(n-5) - \frac{1}{3\pi}x(n-7)$$

Sơ đồ thực hiện hệ thống:



Vẽ sơ đồ dạng trực tiếp,  
chuyển vị, pha tuyến tính:

## Các ví dụ thiết kế bộ lọc FIR bằng PP cửa sổ:

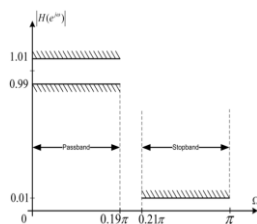
❖ **Ví dụ 2:** Thiết kế bộ lọc số thông thấp FIR dùng phương pháp cửa sổ, thỏa mãn yêu cầu sau:

$$\begin{cases} 0.99 \leq |H(e^{j\omega})| \leq 1.01; & 0 \leq \omega \leq 0.19\pi \\ |H(e^{j\omega})| \leq 0.01; & 0.21\pi \leq \omega \leq \pi \end{cases}$$

### Bài giải:

**Bước 1:** Xác định các đặc tả của bộ lọc:

- Loại bộ lọc: thông thấp
- Độ gợn sóng dải thông và dải chặn:  $\delta_p = 0.01$  và  $\delta_s = 0.01$ .



$$\omega_p = 0.19\pi$$

$$\omega_s = 0.21\pi$$

$$\omega_c = \frac{\omega_p + \omega_s}{2} = 0.2\pi$$

**Bước 2:** Chọn hàm cửa sổ

- Độ suy giảm dải chặn:

$$A_s = -20\log_{10}\delta_s = -20\log_{10}0.01 = 40\text{dB}$$

chọn cửa sổ Hanning có các tham số như sau:

$$\Delta\omega = \frac{6.2\pi}{N}$$

$$\Delta\omega = \omega_s - \omega_p = 0.21\pi - 0.19\pi = 0.02\pi$$

$$N = \frac{6.2\pi}{\Delta\omega} = \frac{6.2\pi}{0.02\pi} = 310 \quad \alpha = \frac{N-1}{2} \approx 155$$

## Các ví dụ thiết kế bộ lọc FIR bằng PP cửa sổ:

**Bước 3:** Tính đáp ứng xung của bộ lọc lý tưởng  $h_d(n)$

Đáp ứng xung lý tưởng:

$$h_d(n) = h_{lp}(n - \alpha) = \frac{\sin \omega_c(n - \alpha)}{\pi(n - \alpha)} = \frac{\sin 0.2\pi(n - 155)}{\pi(n - 155)}$$

**Bước 4:** Xác định đáp ứng xung của bộ lọc thiết kế:

$$h(n) = h_d(n)w_{Han}(n)$$

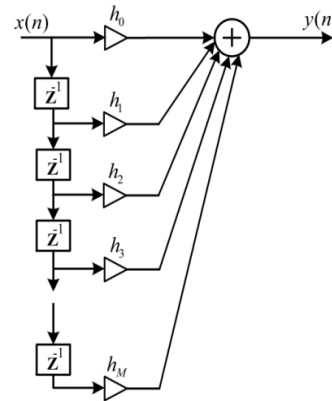
$$w_{Han}(n)_N = \begin{cases} 0.5 - 0.5 \cos \frac{2\pi n}{N}, & 0 \leq n \leq N \\ 0 & \text{ncnli} \end{cases}$$

Như vậy đáp ứng xung của bộ lọc cần thiết kế là:

$$h(n) = \frac{\sin 0.2\pi(n-155)}{\pi(n-155)} \left[ 0.5 - 0.5 \cos \frac{2\pi n}{310} \right]$$

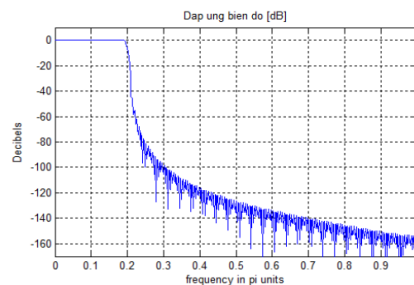
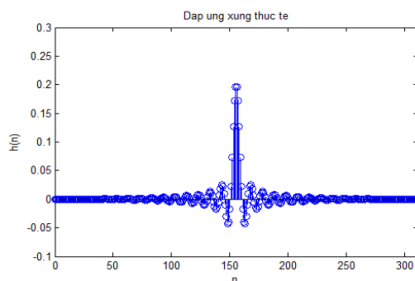
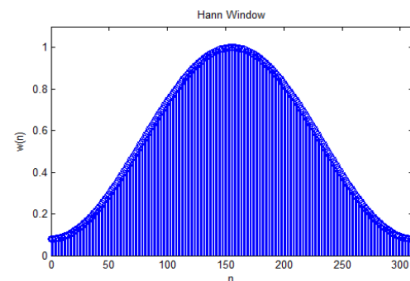
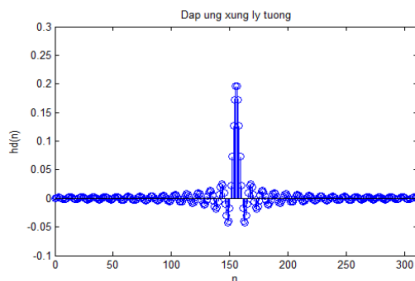
$$\text{Với: } 0 \leq n \leq 310$$

**Bước 5:** Giả sử các chỉ tiêu đã thỏa mãn



Sơ đồ khối thực hiện hệ thống

## Các ví dụ thiết kế bộ lọc FIR bằng PP cửa sổ:



## Các ví dụ thiết kế bộ lọc FIR bằng PP cửa sổ:

### ❖ Ví dụ 3:

Cho tín hiệu âm thanh có phổ tần số nằm trong khoảng  $[0, 20 \text{ KHz}]$ . Tín hiệu được lấy mẫu ở tốc độ  $F_s = 40 \text{ KHz}$ . Hãy thiết kế bộ lọc số FIR dùng phương pháp cửa sổ để loại bỏ các thành phần tần số lớn hơn  $10 \text{ KHz}$  với mức suy hao không nhỏ hơn  $50 \text{ dB}$ . Giả sử độ rộng dải chuyển tiếp là  $400 \text{ Hz}$ .

### Bài giải:

**Bước 1:** Xác định các đặc tả của bộ lọc

- Loại bộ lọc: bộ lọc thông thấp
- Tần số giới hạn dải chặn  $\omega_s$ :

$$\omega_s = \frac{2\pi f_s}{F_s} = \frac{2\pi \times 10 \text{ KHz}}{40 \text{ KHz}} = 0.5\pi$$

- Bề rộng dải chuyển tiếp  $\Delta\omega$ :

$$\Delta\omega = \frac{2\pi\Delta f}{F_s} = \frac{2\pi \times 400 \text{ Hz}}{40 \text{ KHz}} = 0.02\pi$$

- Tần số giới hạn dải thông  $\omega_p$ :

$$\omega_p = \omega_s - \Delta\omega = 0.5\pi - 0.02\pi = 0.48\pi$$

- Tần số cắt:

$$\omega_c = \frac{\omega_p + \omega_s}{2} = 0.49\pi$$

## Các ví dụ thiết kế bộ lọc FIR bằng PP cửa sổ:

**Bước 2:** Chọn hàm cửa sổ

- Độ suy giảm dải chặn đã cho:  $A_s = 50 \text{ dB}$   $\longrightarrow$  chọn cửa sổ Hamming

$$\Delta\omega = \frac{6.6\pi}{N}$$

$$\text{Bậc của bộ lọc: } N = \frac{6.6\pi}{\Delta\omega} = \frac{6.6\pi}{0.02\pi} = 330$$

$$\alpha = \frac{N-1}{2} \approx 165$$

**Bước 3:** Tính đáp ứng xung của bộ lọc lý tưởng  $h_d(n)$ :

$$h_d(n) = h_{lp}(n - \alpha) = \frac{\sin \omega_c(n - \alpha)}{\pi(n - \alpha)} = \frac{\sin 0.49\pi(n - 165)}{\pi(n - 165)}$$



## Các ví dụ thiết kế bộ lọc FIR bằng PP cửa sổ:

**Bước 4:** Xác định đáp ứng xung của bộ lọc thực tế

$$h(n) = h_d(n)w_{Ham}(n)$$

$$w_{Ham}(n)_N = \begin{cases} 0.54 - 0.46 \cos \frac{2\pi}{330}n & 0 \leq n \leq 330 \\ 0 & \text{ncnli} \end{cases}$$



$$h(n) = \frac{\sin 0.49\pi(n-165)}{\pi(n-165)} \left[ 0.54 - 0.46 \cos \frac{2\pi}{330}n \right]$$

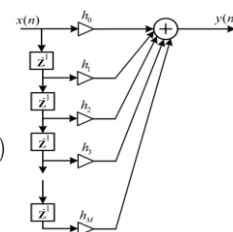
$$0 \leq n \leq 330$$

**Bước 5:** Thực hiện bộ lọc

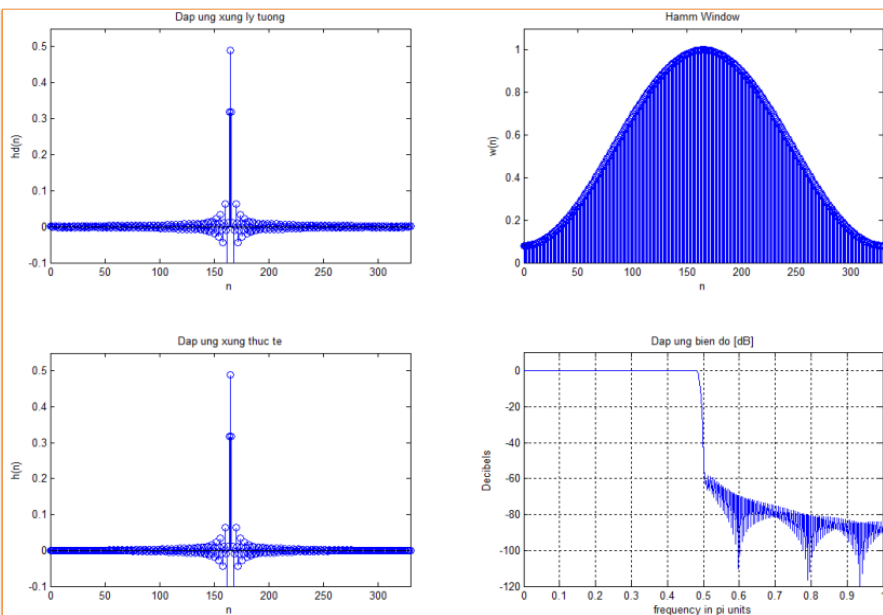
Phương trình mô tả hệ thống:

$$y(n) = h_0x(n) + h_1x(n-1) + h_2x(n-2) + \dots + h_{330}x(n-330)$$

Sơ đồ khối thực hiện hệ thống



## Các ví dụ thiết kế bộ lọc FIR bằng PP cửa sổ:



## Các ví dụ thiết kế bộ lọc FIR bằng PP cửa sổ:

❖ **Ví dụ 4:** Thiết kế bộ lọc số thông thấp FIR có tần số cắt  $\omega_c = \pi/4$ ;  $\Delta\omega = 0.02\pi$  và  $\delta_s = 0.01$  dùng cửa sổ Kaiser.

### Bài giải:

**Bước 1:** Xác định các đặc tả của bộ lọc:

- Loại bộ lọc: thông thấp
- Tần số cắt:  $\omega_c = \pi/4$
- Độ rộng dải chuyển tiếp:  $\Delta\omega = 0.02\pi$
- Độ gợn sóng dải chặn:  $\delta_s = 0.01$

- Bậc của bộ lọc N

$$N = \frac{A_s - 7.95}{2.287\Delta\omega} = \frac{40 - 7.95}{2.287 \times 0.02\pi} = 224$$

$$\Rightarrow \alpha = N/2 = 112$$

**Bước 2:** Chọn hàm cửa sổ

Theo yêu cầu đề bài sử dụng cửa sổ Kaiser.

- Độ suy hao dải chặn:

$$A_s = -20 \log_{10} \delta_s = -20 \log_{10} 0.01 = 40dB$$

- Xác định thông số  $\beta$

$$\beta = 0.5842(A_s - 21)^{0.4} + 0.07886(A_s - 21) = 3.4$$

## Các ví dụ thiết kế bộ lọc FIR bằng PP cửa sổ:

**Bước 3:** Đáp ứng xung của bộ lọc lý tưởng  $h_d(n)$

$$h_d(n) = h_{lp}(n - \alpha) = \frac{\sin \omega_c(n - \alpha)}{\pi(n - \alpha)} \Rightarrow h_d(n) = \frac{\sin 0.25\pi(n - 112)}{\pi(n - 112)}$$

**Bước 4:** Xác định đáp ứng xung của bộ lọc thực tế

$$h(n) = h_d(n)w_{kaiser}(n)$$

$$\text{Với hàm cửa sổ là: } w(n) = \frac{I_0[\beta\sqrt{1 - [(n - \alpha)/\alpha]^2}]}{I_0[\beta]}$$

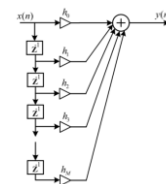
Đáp ứng xung là:

$$h(n) = \frac{\sin 0.25\pi(n - 112)}{\pi(n - 112)} \cdot \frac{I_0[3.4\sqrt{1 - [(n - 112)/112]^2}]}{I_0[3.4]} \quad 0 \leq n \leq 224$$

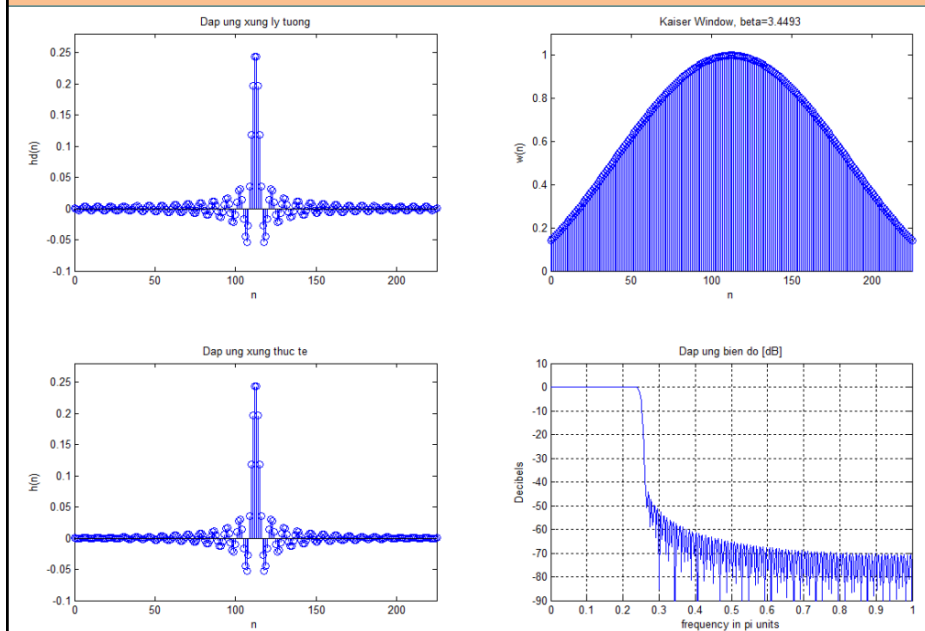
**Bước 5:** Thực hiện bộ lọc

Phương trình mô tả hệ thống:

$$y(n) = h_0x(n) + h_1x(n-1) + h_2x(n-2) + \dots + h_{224}x(n-224)$$



## Các ví dụ thiết kế bộ lọc FIR bằng PP cửa sổ:



## Các ví dụ thiết kế bộ lọc FIR bằng PP cửa sổ:

Dạng 1: Bài tập.

- ① Thiết kế bộ lọc số thông cao pha tuyến  $N=9$ ;  $\omega_c = \pi/4$  duy của số tam giác (lờn các của số lẻ). Vẽ sơ đồ bộ lọc.
- ② Thiết kế bộ lọc số thông dải (hạng chẵn lẻ) với  $N=9$ ;  $\omega_{c1} = \frac{\pi}{6}$ ;  $\omega_{c2} = \frac{\pi}{3}$  duy của số chẵn lẻ (lờn lẻ với các của số lẻ). Vẽ sơ đồ bộ lọc.

## Các ví dụ thiết kế bộ lọc FIR bằng PP cửa sổ:

Day 2:

③ Thiết kế bộ lọc thông cao phụ hệ kế cơ cấu th số

$$0.98 \leq |H(e^{j\omega})| \leq 1.02 \quad 0.32\pi \leq \omega \leq \pi$$

$$|H(e^{j\omega})| \leq 0.002 \quad 0 \leq \omega \leq 0.3\pi$$

④ Thiết kế bộ lọc thông thấp (or chải thấp) với các  $\omega_s$

$$0.998 \leq |H(e^{j\omega})| \leq 1.002 \quad 0.26\pi \leq \omega \leq 0.26\pi$$

$$|H(e^{j\omega})| \leq 0.002 \quad \begin{cases} 0 \leq \omega \leq 0.24\pi \\ 0.38\pi \leq \omega \leq \pi \end{cases}$$

## 1.2 Thiết kế bộ lọc số FIR

- ❖ Phương pháp cửa sổ
- ❖ **Phương pháp lấy mẫu trên miền tần số**
- ❖ Phương pháp thiết kế gợn sóng đều tối ưu

## PP lấy mẫu tần số thiết kế bộ lọc FIR

### ❖ Từ biến đổi DFT

$$h(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H(k) W_N^{-kn} \quad \text{Với } n = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

$$W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}} = \cos \frac{2\pi}{N} - j \sin \frac{2\pi}{N}$$

### ❖ Với bộ lọc FIR pha tuyến tính, chiều dài $N=2M+1$ . Ta có:

$$h(n) = \frac{1}{2M+1} \left[ H_0 + 2 \sum_{k=1}^M H_k \cos \frac{2\pi k(n-M)}{2M+1} \right]$$

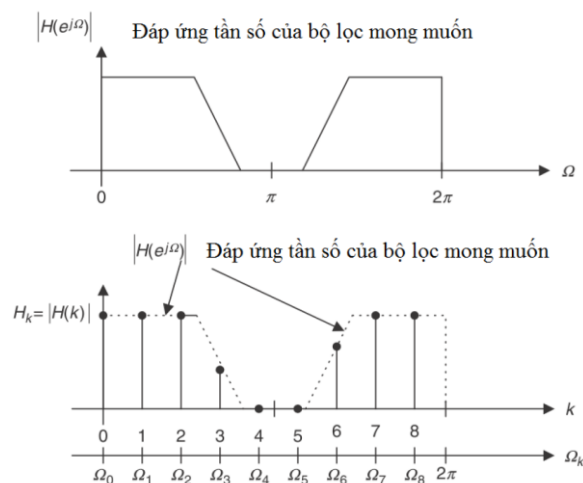
Với  $n=0, 1, \dots, 2M$  và  $k=0, 1, \dots, 2M$

Tần số lấy mẫu của bộ lọc tại:

$$\Omega_k = \frac{2\pi k}{2M+1}$$

## PP lấy mẫu tần số thiết kế bộ lọc FIR

### ❖ Mô tả nguyên lý thiết kế bộ lọc FIR bằng phương pháp lấy mẫu tần số:



## PP lấy mẫu tần số thiết kế bộ lọc FIR

### ❖ Các bước thực hiện:

- **Bước 1:** Cho chiều dài bộ lọc là  $2M+1$ , xác định tần số lấy mẫu  $\Omega_k$  trong khoảng  $[0, \pi]$  và  $H_k$  tương ứng:

$$\Omega_k = \frac{2\pi k}{2M+1} \quad K=0, 1, 2, \dots, M$$

Giá trị  $H_k$  chọn =1 trong dải thông và lấy = 0 trong dải chắn

- **Bước 2:** Tính các hệ số bộ lọc theo công thức:

$$h(n) = \frac{1}{2M+1} \left[ H_0 + 2 \sum_{k=1}^M H_k \cos \frac{2\pi k(n-M)}{2M+1} \right] \quad n=0, 1, \dots, M$$

- **Bước 3:** Sử dụng tính chất đối xứng để xác định các hệ số còn lại:

$$h(n) = h(2M-n) \text{ với } n = M+1, \dots, 2M$$

## PP lấy mẫu tần số thiết kế bộ lọc FIR

- ❖ **Ví dụ 5:** Thiết kế bộ lọc thông thấp FIR pha tuyến tính có độ dài  $N=7$  bằng phương pháp lấy mẫu tần số, tần số cắt là  $\omega_c = 0.3\pi$ .

### Bài giải:

#### Bước 1:

Với chiều dài  $N=2M+1=7$ , vậy  $M=3$ .

Tần số lấy mẫu được tính:

$$\Omega_k = \frac{2\pi k}{2M+1} = \frac{2\pi}{7}k; k = 0, 1, 2, 3$$

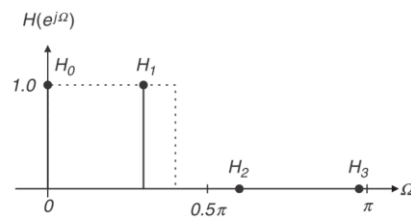
Giá trị  $H_k$  được chọn như sau:

$$k=0 \rightarrow \Omega_0=0, H_0=1$$

$$k=1 \rightarrow \Omega_1=2\pi/7, H_0=1$$

$$k=2 \rightarrow \Omega_2=4\pi/7, H_0=0$$

$$k=3 \rightarrow \Omega_3=6\pi/7, H_0=0$$



## PP lấy mẫu tần số thiết kế bộ lọc FIR

**Bước 2: Tính các hệ số bộ lọc**

$$h(n) = \frac{1}{7} \left[ 1 + 2 \sum_{k=1}^3 H_k \cos \frac{2\pi(n-3)}{7} k \right]$$

$$= \frac{1}{7} \left[ 1 + 2 \cos \frac{2\pi(n-3)}{7} \right] \quad \text{với } n=0, 1, \dots, 3$$

Tính được các hệ số:  $h(0) = \frac{1}{7} [1 + 2 \cos(-6\pi/7)] = -0.11456$

$$h(1) = \frac{1}{7} [1 + 2 \cos(-4\pi/7)] = 0.07928$$

$$h(2) = \frac{1}{7} [1 + 2 \cos(-2\pi/7)] = 0.32100$$

$$h(3) = \frac{1}{7} [1 + 2 \cos(-0\pi/7)] = 0.42857$$

**Bước 3: Sử dụng tính chất đối xứng:**  $h(4) = h(2) = 0.32100$

$$h(5) = h(1) = 0.07928$$

$$h(6) = h(0) = -0.11456$$

*Từ đây viết được phương trình và xây dựng sơ đồ thực hiện của bộ lọc.*

## PP lấy mẫu tần số thiết kế bộ lọc FIR

❖ **Ví dụ 6:** Thiết kế bộ lọc FIR thông thấp pha tuyến tính với số lượng hệ số của bộ lọc là 25 sử dụng phương pháp lấy mẫu tần số. Với tần số cắt  $f_c = 2000\text{Hz}$  và tần số lấy mẫu là  $F_s = 8000\text{Hz}$ .

**Bài giải:**

**Bước 1:**

Tần số cắt chuẩn hóa cho bộ lọc thông thấp là:

$$\omega_c = \frac{2\pi f_c}{F_s} = \frac{2\pi \times 2000\text{Hz}}{8000\text{Hz}} = 0.5\pi(\text{radians})$$

Theo giả thiết có:  $N = 25 \rightarrow 2M + 1 = 25 \rightarrow M = 12$

Do đó các giá trị  $H_k$  được lựa chọn như sau:

$$H_k = [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0]$$

**Bước 2 + 3: Tính các hệ số bộ lọc**

$$h(n) = \frac{1}{2M+1} \left[ H_0 + 2 \sum_{k=1}^M H_k \cos \frac{2\pi k(n-M)}{2M+1} \right] = \frac{1}{25} \left[ 1 + 2 \sum_{k=1}^{12} H_k \cos \frac{2\pi k(n-12)}{25} \right]$$

## PP lấy mẫu tần số thiết kế bộ lọc FIR

Thay lần lượt các giá trị của  $n$  và  $k$  vào ta tính được:

$$\begin{aligned}
 b_0 &= b_{24} = 0.027436 & b_7 &= b_{17} = 0.064721 \\
 b_1 &= b_{23} = -0.031376 & b_8 &= b_{16} = 0.020649 \\
 b_2 &= b_{22} = -0.024721 & b_9 &= b_{15} = -0.106734 \\
 b_3 &= b_{21} = -0.024721 & b_{10} &= b_{14} = -0.020159 \\
 b_4 &= b_{20} = 0.022823 & b_{11} &= b_{13} = -0.318519 \\
 b_5 &= b_{19} = -0.046973 & b_{12} &= 0.520000 \\
 b_6 &= b_{18} = -0.021511 & &
 \end{aligned}$$

Nếu trong Bước 1 ta chọn các giá trị  $H_k$ , hệ số được tính:

$$H_k = [1, 1, 1, 1, 1, 1, 0.5, 0.5, 0, 0, 0, 0, 0]$$

$$\begin{aligned}
 b_0 &= b_{24} = 0.001939 & b_4 &= b_{20} = 0.025335 & b_8 &= b_{16} = 0.049808 \\
 b_1 &= b_{23} = 0.003676 & b_5 &= b_{19} = -0.008229 & b_9 &= b_{15} = -0.085301 \\
 b_2 &= b_{22} = -0.012361 & b_6 &= b_{18} = -0.038542 & b_{10} &= b_{14} = -0.057350 \\
 b_3 &= b_{21} = -0.002359 & b_7 &= b_{17} = 0.032361 & b_{11} &= b_{13} = 0.311024 \\
 & & & & b_{12} &= 0.560000
 \end{aligned}$$

## PP lấy mẫu tần số thiết kế bộ lọc FIR

❖ **Bài tập:** Thiết kế bộ lọc thông dải FIR pha tuyến tính có độ dài là 25 bằng phương pháp lấy mẫu tần số. Cho tần số cắt trên là 3000Hz và tần số cắt dưới là 1000Hz, tần số lấy mẫu  $f_s = 8000\text{Hz}$ .



## 1.2 Thiết kế bộ lọc số FIR

- ❖ Phương pháp cửa sổ
- ❖ Phương pháp lấy mẫu trên miền tần số
- ❖ **Phương pháp thiết kế gợn sóng đều tối ưu (TL)**