

Thùy Linh

Bài 10

$$a) A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} \quad P_A = \begin{bmatrix} 7 & -4 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot P_A = \frac{1}{1} \cdot \begin{bmatrix} 7 & -4 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -4 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$b) B = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & 1 \end{bmatrix} \quad \det(B) = -3 \quad P_B = \begin{bmatrix} 2 & 21 & 11 \\ -1 & 8 & -7 \\ -1 & -12 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B^{-1} = \frac{1}{\det(B)} \cdot P_B = \frac{-1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 21 & 11 \\ -1 & 8 & -7 \\ -1 & -12 & -1 \end{bmatrix}$$

c) Ma trận tam giác vuông dưới  $\rightarrow \det(C)=1$

$$C^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 \\ 0 & 1 & a & a^2 \\ 0 & 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Bài 11

Ma trận khả nghịch khi  $\det(A)$  khác 0

$$\det(A) = (a+1)(a-1)$$

$\rightarrow a$  khác 1 hoặc -1

Bài 12

$$a_k A^k + a_{k-1} A^{k-1} + \dots + a_1 A + a_0 E = 0$$

$$a_k A^k + a_{k-1} A^{k-1} + \dots + a_1 A = -a_0 E$$

$$A(a^k A^{k-1} + a_{k-1} A^{k-2} + \dots + a_1 A) = -a_0 E$$

$$A \left( -\frac{a^k}{a_0} \cdot A^{(k-1)} - \frac{a^{(k-1)}}{a_0} \cdot A^{(k-2)} - \dots - \frac{a_1}{a_0} \right) = E$$

$$\rightarrow A \text{ khả nghịch và } A^{-1} = -\frac{a^k}{a_0} \cdot A^{(k-1)} - \frac{a^{(k-1)}}{a_0} \cdot A^{(k-2)} \dots - \frac{a_1}{a_0}$$

Bài 13

$$\begin{aligned} \text{a) } F &= \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (A^2 + 5E)X &= B^T (3A - A^2) \quad \text{Đặt } C = A^2 + 5E = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \\ C^{-1}CX &= C^{-1}B^T \cdot (-F) \quad (\text{phần a}) \\ X &= \frac{1}{\det(C)} \cdot P_C B^T \cdot (-F) \\ &= \frac{1}{5} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Bài 14

$$AX + B = C^T$$

$$\det(A) = 28 \text{ khác } 0$$

$$\rightarrow X = A^{-1} \cdot (C^T - B)$$

$$X = \frac{1}{\det(A)} P_A (C^T - B) = \frac{1}{28} \begin{bmatrix} -7 & -3 & 5 \\ 14 & -2 & 6 \\ -7 & 7 & -7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 9 & 12 \\ 10 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/14 & -11/7 \\ 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$