

### Bài 1

$$AB = \begin{bmatrix} 10 & -4 & 9 \\ 1 & 3 & -2 \\ -8 & 5 & -8 \end{bmatrix}$$

$$AC = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -1 & -1 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A+B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & -1 \\ 1 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(AB)C = \begin{bmatrix} -15 & 9 \\ 3 & -2 \\ 10 & -11 \end{bmatrix}$$

$$A(BC) = \begin{bmatrix} -9 & 9 \\ 3 & -3 \\ 10 & -8 \end{bmatrix}$$

$$(A^T=3B)C = \begin{bmatrix} 12 & 3 \\ 32 & 3 \\ 6 & 10 \end{bmatrix}$$

### Bài 2:

$$f(A) = 3AA - 2A + 5I_3$$

$$3AA = \begin{bmatrix} 18 & -27 & 30 \\ -9 & 27 & 15 \\ 6 & -3 & -15 \end{bmatrix}$$

$$f(A) = \begin{bmatrix} 21 & -23 & 36 \\ -13 & 40 & 17 \\ 0 & 7 & -4 \end{bmatrix}$$

### Bài 3:

$$a) X^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ c & 0 \end{bmatrix} \text{ giả sử } X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} X^2 &= \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} a^2 + bc & ab + bd \\ ac + dc & bc + d^2 \end{bmatrix} \\ &\Rightarrow \begin{cases} a^2 + bc = 0 \\ b(a + d) = 0 \\ c(a + d) = 0 \\ bc + d^2 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Ma trận X cần tìm  $X = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ c & 0 \end{bmatrix}$  hoặc  $X = \begin{bmatrix} a & b \\ a^2/b & -a \end{bmatrix}$  với a, b, c là các số thực tùy ý và b khác 0

$$b) \quad \text{Tương tự câu a ma trận X cần tìm } X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ c & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ c & 1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a & b \\ 1 - a^2/b & -a \end{bmatrix}$$

Bài 4:

a)

$$f(A) = A^2 - (a+d)A + (ad-bc)I_2$$

$$\begin{aligned} &= \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} - (a+d) \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + (ad-bc) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} a^2 + bc - a^2 - ad + ad - bc & ab + bd - ab - bd + 0 \\ ac + cd - ac - cd + 0 & bc + d^2 - ad - d^2 + ad - bc \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Vậy A thỏa mãn phương trình  $f(A)=0$

Bài 5: b)

$$\begin{aligned} &\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ac \\ 1 & c & ab \end{vmatrix} \begin{matrix} h1 \times a \\ h2 \times b \\ h3 \times c \end{matrix} = abc \begin{vmatrix} a & a^2 & abc \\ b & b^2 & abc \\ c & c^2 & abc \end{vmatrix} \\ &abc \begin{vmatrix} a & a^2 & abc \\ b & b^2 & abc \\ c & c^2 & abc \end{vmatrix} d3 \times 1/abc = \begin{vmatrix} a & a^2 & 1 \\ b & b^2 & 1 \\ c & c^2 & 1 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix} a & a^2 & 1 \\ b & b^2 & 1 \\ c & c^2 & 1 \end{vmatrix} \xrightarrow{d3 \leftrightarrow d2} - \begin{vmatrix} a & 1 & a^2 \\ b & 1 & b^2 \\ c & 1 & c^2 \end{vmatrix}$$

$$- \begin{vmatrix} a & 1 & a^2 \\ b & 1 & b^2 \\ c & 1 & c^2 \end{vmatrix} \xrightarrow{d3 \leftrightarrow d2} \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix}$$

Bài 6

$$\text{a) } A = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & -1 & 4 \\ 5 & 1 & -1 & 7 \\ 7 & 7 & 9 & 1 \end{vmatrix} = 425$$