Bài 1: Chứng minh các tập hợp con của các KGVT quen thuộc sau là các KGVT con của chúng:

a) Tập E = $\{(x1, x2, x3) \in R^\wedge 3 | 2x1 - 5x2 + 3x3 = 0\}$

0 ∈ E, E ≠ ∅ và ∀ u =(x1,x2,x3), v=(x1', x2',x3') ∈ E ta có u + v = (x1,x2,x3) + (x1', x2',x3') ∈ E

Xét 2X1 – 5X2+3X3 = 0

= 2(x1+x1')-5(x2+x2')+3(x3+x3')=(2x1-5x2+3x3) + (2x1'-5x2'+3x3')= 0

u+v ∈ E

αu = α(x1,x2,x3) ∈ E

= $(\alpha x1, \alpha x2, \alpha x3)$ = (X1,X2,X3)

Xét 2X1 – 5X2+3X3 = 0

= 2$\alpha x1$ - 5$\alpha x2$ +3 $\alpha x3$ = $\alpha(2x1 - 5x2 + 3x3)$= 0, ∀α

αu ∈ E

Bài 2: Cho V1, V2 là hai không gian véc tơ con của KGVT V. Chứng minh:

a) V1 ∩ V2 là KGVT con của V

Giả sử x,y ∈ V1 ∩ V2. Khi đó x,y ∈ V1 và x,y ∈ V2.
Vì V1 và V2 là các KGVT con của V nên x+y ∈ V1, và x+y ∈ V2
Vậy x+y ∈ V1 ∩ V2
Vậy ∀ x,y ∈ V1 ∩ V2 : x+y ∈ V1 ∩ V2 => V1 ∩ V2 là KGVT con của V

b) V1+V2 = $\{u1 + u2 | u1 \in V1, u2 \in V2\}$ là KGVT con của V

Giả sử u, v ∈ V1 +V2.
Khi đó u = u1 + u2, v = v1 + v2 với u1,v1 ∈ V1, u2,v2 ∈ V2

V1 là KGTV con của V vậy ∀ u1,v1 ∈ V1 : u1+v1 ∈ V1
V2 là KGTV con của V vậy ∀ u2,v2 ∈ V2 : u2+v2 ∈ V1

Khi đó u + v = (u1 + u2) + (v1+v2) = (u1+v1) + (u2+v2) ∈ V1 + V2
Vậy ∀ u,v ∈ V1 + V2 : u+v ∈ V1 + V2 => V1 + V2 là KGVT con của V

Bài 4: Trong R3 xét xem các hệ véc tơ sau độc lập tuyến tính hay phụ thuộc tuyến tính:

a) v1 = (4;-2;6), v2 =(-6;3;-9)

Xét đẳng thức:

$\alpha1$v1 + $\alpha2$v2 = 0

⇔ $\alpha1$(4;-2;6) + $\alpha2$(-6;3;-9) = (0,0,0)

⇔ (4 $\alpha1$-6 $\alpha2$,-2 $\alpha1$-6 $\alpha2$,6 $\alpha1$-9 $\alpha2$) = (0,0,0)

⇔ $\begin{cases} \alpha1 = 0 \\ \alpha2 = 0 \end{cases}$

Vậy hệ độc lập tuyến tính

b) v1=(2;3,-1), v2=(3;-1;5), v3=(-1;3;-4)

Xét đẳng thức:

$\alpha1$v1 + $\alpha2$v2 + $\alpha3$v3 = 0

⇔ $\alpha1$(2;3;-1) + $\alpha2$(3;-1;5) + $\alpha3$(-1;3;-4) = (0,0,0)

⇔ $\begin{cases} \alpha1 = 5\alpha2/7 \\ \alpha3 = 10\alpha2/7 \end{cases}$

Vậy hệ phụ thuộc tuyến tính