

Aufgabe 1:

Gegeben sei die Datenmatrix

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 5 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

- (a) Berechnen Sie den Mittelwertsvektor von \mathbf{X} .
- (b) Schätzen Sie die Kovarianzmatrix.
 - (i) unter Verwendung des Mittelwertsvektors (per Hand).
 - (ii) unter Verwendung der Zentrierungsmatrix \mathbf{H} (per Hand).
 - (iii) in R.

Aufgabe 2:

Schreiben Sie eine Funktion in R zur Simulation von Wishart-verteilten Zufallsvariablen mit Σ und m . Erzeugen Sie damit $n = 100$ Wishart-verteilte Zufallsmatrizen mit

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \text{ und } m = 10.$$

Aufgabe 3:

Im Datensatz `decathlon` im R-Paket `FactoMineR` befinden sich die Leistungsdaten von 41 Zehnkämpfern. Für diese Aufgabe sollen die Zeiten des 100-Meter-Laufs (M100) und des 400-Meter-Laufs (M400) betrachtet werden. Berechnen Sie alle notwendigen Informationen für diese Aufgabe aus diesen Daten mit R.

- a) Testen Sie zum Signifikanzniveau von 5% unter der Annahme

$$\begin{pmatrix} M100 \\ M400 \end{pmatrix} \sim N_2(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}_0)$$

die Hypothese $H_0 : \boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}_0$ mit

$$\boldsymbol{\mu}_0 = \begin{pmatrix} 11 \\ 50 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \boldsymbol{\Sigma}_0 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

- b) Testen Sie zum gleichen Signifikanzniveau die Hypothese $H_0 : \boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}_0$ bei unbekannter Kovarianzmatrix.
- c) Teilen Sie nun den Datensatz in zwei Gruppen **Competition 1** und **2**. Testen Sie, ob sich die Zeiten des 100-Meter Laufs (M100) und 400-Meter Laufs (M400) in beiden Gruppen

zum Signifikanzniveau von 5% unterscheiden. Es wird angenommen, dass die Kovarianzmatrizen in beiden Gruppen identisch sind:

$$\text{Competition 1} \sim N_2(\mu_1, \boldsymbol{\Sigma}) \quad , \quad \text{Competition 2} \sim N_2(\mu_2, \boldsymbol{\Sigma}).$$