

Aufgabe 1: Hierarchisches Clustering in R

Lösen Sie folgende Aufgaben in R. Verwenden Sie dabei den Datensatz `mtcars`.

- a) Warum ist es sinnvoll, die Variablen zu standardisieren (zentrieren und skalieren), oder zu normalisieren (Maximum abziehen und durch Spannweite/Range teilen) bevor man die euklidische Distanzmatrix berechnet?
- b) Laden Sie das Paket `cluster` und machen Sie sich mit den Funktionen `agnes()` und `diana()` vertraut.
- c) Berechnen Sie die euklidische Distanzmatrix für die standardisierten und nicht standardisierten Variablen.
- d) Führen Sie ein agglomeratives Clustering mit `agnes()` durch. Verwenden Sie hierbei die Manhattan-Metrik und die euklidische Metrik für das Complete Linkage-Verfahren und vergleichen Sie die Dendrogramme für beide Metriken.
- e) Führen Sie ein divisives Clustering mit `diana()` durch. Verwenden Sie hierbei die Manhattan-Metrik und die euklidische Metrik und vergleichen Sie beide Dendrogramme.

Aufgabe 2: k-means Clustering

Die folgende Tabelle enthält die Anzahl der Mitarbeiter und den Umsatz (in 10 000 Euro) für fünf verschiedene Unternehmen.

Unternehmen	Mitarbeiter	Umsatz (in 10 000 Euro)
U_1	2	10
U_2	2	5
U_3	8	4
U_4	5	8
U_5	7	5

Führen Sie ein k-means Clustering durch, um die fünf Unternehmen in zwei verschiedene Cluster einzuteilen. Als Distanzmaß soll die quadrierte euklidische Distanz verwendet werden. Die beiden Unternehmen U_1 und U_4 sollen dabei die Startpartition für je ein Cluster sein.

Man erhält für Iteration 0 folgende Distanzen:

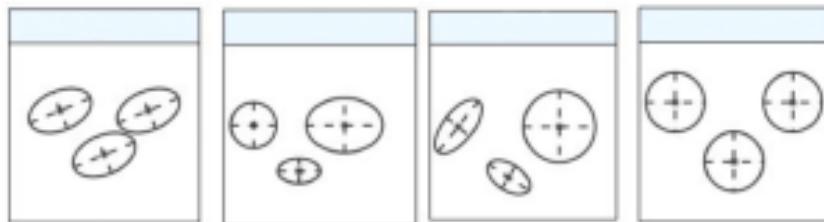
$$x_1^{(0)} = (2, 10)^T, \quad x_2^{(0)} = (5, 8)^T$$

$$\mathbf{D}^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 & 25 & 72 & 13 & 50 \\ 13 & 18 & 25 & 0 & 14 \end{pmatrix} \rightarrow \text{Distanz zu } x_1^{(0)} \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ U_1 \quad U_2 \quad U_3 \quad U_4 \quad U_5$$

- a) Geben Sie $\mathcal{C}^{(0)}$ an und berechnen Sie die neuen Schwerpunkte für jede Klasse.
- b) Führen Sie das k-means Clusterverfahren zu Ende.
- c) Überlegen Sie sich, ob eine andere Startpartition zu einem anderen Ergebnis geführt hätte.

Aufgabe 3: modellbasiertes Clustering

- a) Nennen Sie Unterschiede zwischen modellbasiertem Clustering, hierarchischem Clustering und k-means Clustering.
- b) i) Lesen Sie sich die Hilfe zu der Funktion `mclustModelNames` aus dem Paket `mclust` durch und ordnen Sie den unten stehenden Abbildungen jeweils ein Modell zu.



Ellipses of isodensity for 4 Gaussian models obtained by eigen-decomposition (Scrucca et al., 2016)

- ii) Beschreiben Sie anhand der Kovarianzmatrix, wie Distribution, Volume, Shape und Orientation ausgeprägt sind.
- c) Laden Sie den Datensatz `wine` aus dem `gclus` Paket. Der Datensatz enthält 13 Messungen einer chemischen Analyse von 178 italienischen Weinsorten aus drei verschiedenen Kultursorten (Barolo, Grignolino, Barbera).
 - i) Führen Sie ein modellbasiertes Clustering durch, das automatisch das BIC optimale Modell ausgibt und interpretieren Sie den R Output und die Abbildung.
 - ii) Beschreiben Sie den `summary` Output.
 - iii) Vergleichen Sie die Zuordnung aus dem modellbasierten Clustering mit der wahren Partition.
 - iv) Betrachten und beschreiben Sie den adjustierten Rand Index. Erläutern Sie den Rand Index in eigenen Worten.

Quellen:

Luca Scrucca, Michael Fop, T Brendan Murphy, and Adrian E Raftery. mclust 5: Clustering, classification and density estimation using gaussian finite mixture models. *The R journal*, 8(1):289, 2016.