# Pickup e Delivery com Janelas de Tempo: um Programa Inteiro

Arthur Henrique Sousa Cruz

Departamento de Ciência da Computação Universidade Federal de Lavras

Programação Linear e Inteira



### Sumário

- Introdução
- 2 Programa Inteiro
- Feasibility Pump
- Testes e Resultados
- Conclusão
- 6 Referências



- Introdução
- Programa Inteiro
- Feasibility Pump
- 4 Testes e Resultados
- Conclusão
- 6 Referências



### Introdução

#### Pickup and Delivery com Janelas de Tempo

- Variação do Problema de Roteamento de Veículos
- Pedidos: pickups e deliveries
- Janelas de Tempo
- Tempo de Serviço



### Introdução

### Pickup and Delivery com Janelas de Tempo

- NP-difícil
- Modelo adaptado de Ropke and Pisinger (2006)
- Feasibility Pump Fischetti et al. (2005)



### Introdução

#### Considerações

• 
$$a_i >= 0$$
 e  $b_i >= 0$ 

- $c_{ii} >= 0$
- $t_{ij} >= 0$
- $s_i >= 0$
- $t_{ij} + s_i > 0$
- $t_{ij} + t_{jk} >= t_{ik}$



- Introdução
- 2 Programa Inteiro
- Feasibility Pump
- 4 Testes e Resultados
- Conclusão
- 6 Referências



#### Variáveis

- $x_{ijk} \in \{0,1\}$ : igual a 1 se a aresta  $(i,j) \in A$  está na rota do veículo k
- $z_i \in \{0,1\}$ : igual a 1 se o pedido referente ao *pickup i* não é atendido
- $S_{ik} \in \mathbb{N}$ : indica quando o veículo k iniciou o serviço no vértice i
- $L_{ik} \in \mathbb{N}$ : upper bound para a carga do veículo k após o servir no vértice i



#### Função Objetivo

$$\min \ \alpha \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A} d_{ij} x_{ijk} + \beta \sum_{k \in K} S_{\sigma k} - a_{\tau} + \gamma \sum_{i \in P} z_i$$
 (1)



### Restrição Pedidos Realizados

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in N} x_{ijk} + z_i = 1, \ \forall i \in P$$
 (2)



### $\mathsf{Delivery} \leftrightarrow \mathsf{Pickup}$

$$\sum_{j\in V} x_{ijk} - \sum_{j\in V} x_{jmk} = 0, \ \forall k\in K, \ \forall i\in P, \ m = par(i)$$
(3)



#### Terminal Inicial, Terminal Final e Continuidade

$$\sum_{i \in P \cup \{\sigma\}} \mathsf{x}_{\tau j k} = 1, \ \forall k \in \mathsf{K} \tag{4}$$

$$\sum_{i \in D \cup \{\tau\}} x_{i\sigma k} = 1, \ \forall k \in K$$
 (5)

$$\sum_{i \in V} x_{ijk} - \sum_{i \in V} x_{jik} = 0, \ \forall k \in K, \ \forall j \in N$$
 (6)



#### Tempo de início de serviço e Subciclos

$$S_{ik} + s_i + t_{ij} \le (1 - x_{ijk})M + S_{jk}, \ \forall k \in K, \ \forall (i,j) \in A$$

$$a_i <= S_{ik} <= b_i, \ \forall k \in K, \ \forall i \in V$$
 (8)



### Pickups antes de Deliveries

$$S_{ik} <= S_{jk}, \ \forall k \in K, \ \forall i \in P, \ j = par(i)$$
 (9)



#### Upper Bound da capacidade

$$L_{ik} + I_i \le (1 - x_{ijk})M + L_{jk}, \ \forall k \in K, \ \forall (i, j) \in A$$

$$\tag{10}$$

$$L_{ik} <= C, \forall k \in K, \forall i \in V$$
 (11)

$$L_{\tau k} = L_{\sigma k} = 0, \ \forall k \in K \tag{12}$$



### Domínio das variáveis

$$x_{ijk} \in \{0,1\}, \ \forall k \in K, \ \forall (i,j) \in A$$

$$z_i \in \{0,1\}, \ \forall i \in P \tag{14}$$

$$S_{ik} >= 0, \ \forall k \in K, \ \forall i \in V$$
 (15)

$$L_{ik} >= 0, \forall k \in K, \forall i \in V$$
 (16)



- Introdução
- Programa Inteiro
- Feasibility Pump
- Testes e Resultados
- Conclusão
- 6 Referências



### Feasibility Pump

#### Algorithm 1 FP para o PDTJ

```
1: B^* = resolve\_relaxacao\_linear()
 2: \overline{B} = \operatorname{arredonda}(B^*)
 3: while eh\_otimo(B^*) e nao\_factivel e nao\_estourou\_tempo() do
       B^* = resolve\_nova\_relaxacao(\overline{B})
       if arredonda(B^*) \neq \overline{B} then
        \overline{B} = arredonda(B^*)
        if B^* == \overline{B} then
         nao factivel = Falso
         end if
 9:
10:
       else
          pertubacao(\overline{B})
11:
       end if
13. end while
14: if nao_factivel then
       return Ø
15:
16: end if
17: return \overline{B}
```



# Feasibility Pump

#### Nova Função Objetivo

$$\sum_{b \in \overline{B}_{bin}|x=0} b + \sum_{b \in \overline{B}_{bin}|b=1} 1 - b + \delta \sum_{b \in \overline{B}_S} b - \rho \sum_{b \in \overline{B}_L} b$$
 (17)



# Feasibility Pump

### Soluções Triviais

$$x_{\tau\sigma k}=0$$

$$x_{\sigma\tau k} = 0 \tag{19}$$



(18)

- Introdução
- Programa Inteiro
- Feasibility Pump
- 4 Testes e Resultados
- Conclusão
- 6 Referências



#### Testes e Resultados

### Implementação e Instâncias

- Python3 + Gurobi
- 8 instâncias de Sartori and Buriol (2020)
- 50 pedidos cada



#### Testes e Resultados

### Implementação e Instâncias

- Terminal Inicial duplicado
- 5 veículos
- 25 minutos de execução



#### Testes e Resultados

#### Resultaods

- Nenhuma solução factível
- Provável Motivo: As alterações no método



- Introdução
- Programa Inteiro
- Feasibility Pump
- 4 Testes e Resultados
- 6 Conclusão
- 6 Referências



# Conclusão e Propostas de Melhorias

### Propôs-se para o PDJT

- Um Programa Inteiro
- Uma heurísitca baseada no Feasibility Pump



# Conclusão e Propostas de Melhorias

### Resultados dos Experimentos

- Nenhuma solução factível
- Motivo: Variações aplicadas à heurística



# Conclusão e Propostas de Melhorias

#### Melhorias

- Implementação do método clássico
- Análise das restrições para soluções triviais



- Introdução
- Programa Inteiro
- Feasibility Pump
- Testes e Resultados
- Conclusão
- 6 Referências



#### Referências I

- Matteo Fischetti, Fred Glover, and Andrea Lodi. The feasibility pump. *Mathematical Programming*, 104(1):91–104, 2005.
- Stefan Ropke and David Pisinger. An adaptive large neighborhood search heuristic for the pickup and delivery problem with time windows. *Transportation science*, 40(4):455–472, 2006.
- Carlo S Sartori and Luciana S Buriol. A study on the pickup and delivery problem with time windows: Matheuristics and new instances. *Computers & Operations Research*, page 105065, 2020.



# Pickup e Delivery com Janelas de Tempo: um Programa Inteiro

Arthur Henrique Sousa Cruz

Departamento de Ciência da Computação Universidade Federal de Lavras

Programação Linear e Inteira

