偏微分方程

谭皓文

2021 年 9 月 1 日

目录

导言

偏微分方程又叫数学物理方程，是在常微分方程的基础上的更难的一门学科，其中我们会遇到许多不同的问题，和之前的常微分相比，特点为方法并不通用，并且要求一定的物理知识，如果不同的问题使用错误的方法是做不出来的。因此我们需要大量的练习。

参考书：

- 姜礼尚《数学物理方程》
- 周蜀林《偏微分方程》

学习内容是前五章

Chapter 1

波动方程

1.1 弦振动方程

1.1.1 方程的导出、定解条件

1.1.1.1 弦振动方程

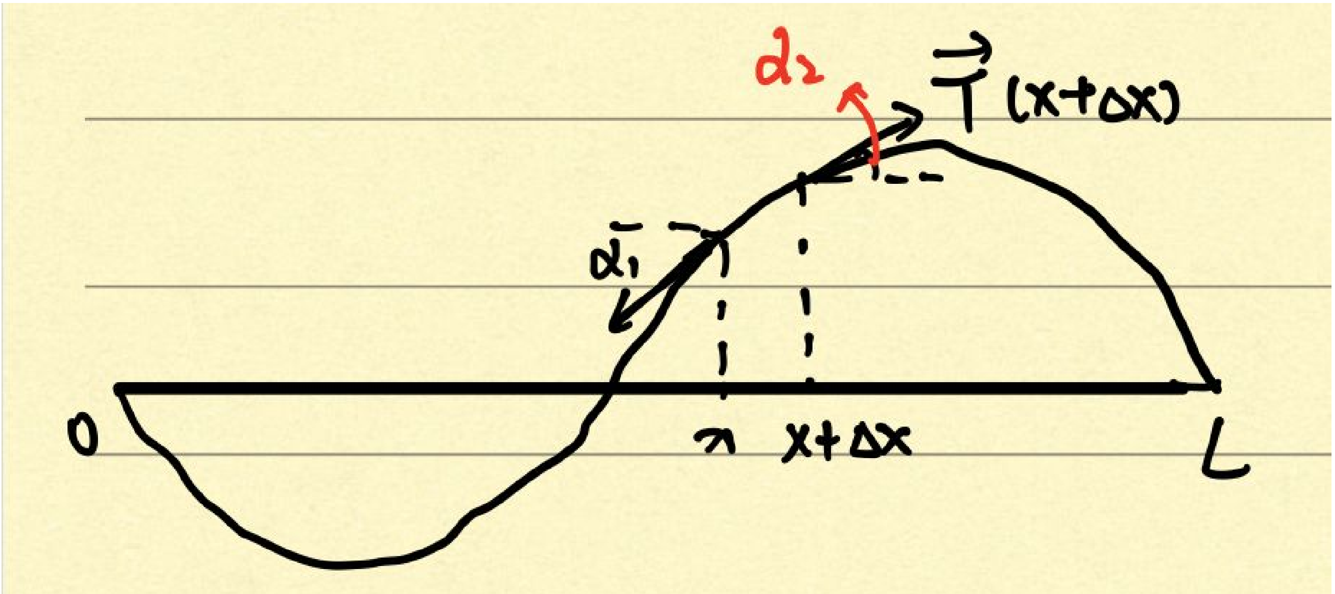
$u(x,t)$ 表示每点 x 在时刻 t 的位移。

其中我们需要做出以下假设以简化问题，因此我们做出如下假设，也叫理想假设 (没有外力):

1. 弦是均匀的，换言之则是线密度为常数，并且，直径//长度 «1, 也就是说，直径比长度远小。这个保证弦可以看作是理想中的一条线。
2. 弦在某一平面是做微小的横振动（运动方向与传播方向垂直）。这个保证了弦没有发生巨大形变。
3. 弦是柔软的，并且张力方向与切线方向一致。也就是说满足胡克定律，张力的大小与形变大小成正比。

我们需要了解的知识点

- 牛顿第二定律：$F = ma, Ft = mv$
- 在 $(x, x+\Delta x)$ 上，弧长 $S = \int_x^{x+\Delta x} \sqrt{1+(\frac{\partial u}{\partial x})^2}dx \approx \int_x^{x+\Delta x} dx = \Delta x$



在如上的力学分析示图中我们可以设在 x 点处的张力 $\vec{T}(x) =$，并且 $T(x) = |\vec{T}(x)|$。

	水平分力	竖直分力
x	$-T(x)cos\alpha_1$	$-T(x)sin\alpha_1$
$x+\Delta x$	$T(x+\Delta x)cos\alpha_2$	$T(x+\Delta x)sin\alpha_2$

Chapter 2

格兰格因果性