



## Lista 7. Sistemas de Coordenadas, Retas e Planos no Espaço

MTM5512 - Geometria Analítica



Para os Exercícios de 1 a 13,  $\Sigma = (O, \mathcal{E})$  é um sistema de coordenadas ortogonal no espaço, fixado.

### Exercício 1 .....

Em cada um dos casos abaixo, verifique se os pontos  $A, B$  e  $C$  são colineares.

(a)  $A = (1, -1, 2)_\Sigma$ ,  $B = (0, 1, 1)_\Sigma$ ,  $C = (2, -3, 3)_\Sigma$ .

(b)  $A = (1, 1, -2)_\Sigma$ ,  $B = (-1, 0, -4)_\Sigma$ ,  $C = (5, 3, 2)_\Sigma$ .

(c)  $A = (3, 0, 1)_\Sigma$ ,  $B = (2, 1, 0)_\Sigma$ ,  $C = (4, 5, 2)_\Sigma$ .

### Exercício 2 .....

Determine, se possível, valores reais para  $m, n \in \mathbb{R}$  de modo que os pontos  $A = (3, m, 5)_\Sigma$ ,  $B = (n, 4, 4)_\Sigma$  e  $C = (n, 0, n)_\Sigma$  sejam colineares.

### Exercício 3 .....

Verifique se os pontos  $A = (2, 6, -5)_\Sigma$ ,  $B = (5, 5, 0)_\Sigma$ ,  $C = (6, 9, 7)_\Sigma$  e  $D = (3, 10, 2)_\Sigma$  são vértices de um paralelogramo.

### Exercício 4 .....

Dados os pontos  $A = (1, 2, 5)_\Sigma$  e  $B = (0, 1, 0)_\Sigma$ , determine as coordenadas do ponto  $P$  no sistema  $\Sigma$ , onde  $P$  pertence à reta que passa por  $A$  e  $B$ , de modo que  $\|\vec{PB}\| = 3\|\vec{PA}\|$ .

### Exercício 5 .....

Escreva as equações paramétricas da reta que passa pelo ponto  $A = (2, 0, -3)_\Sigma$  e:

(a) é paralela à reta que passa pelos pontos  $B = (1, 0, 4)_\Sigma$  e  $C = (2, 1, 3)_\Sigma$ .

(b) é paralela à reta  $s: \frac{1-x}{5} = \frac{3y}{4} = \frac{z+3}{6}$ .

(c) é paralela à reta  $s: \begin{cases} x = 1 - 2\lambda \\ y = 4 + \lambda \\ z = -1 - \lambda \end{cases}$ , para  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

### Exercício 6 .....

Dados o ponto  $A = (0, 2, 1)_\Sigma$  e a reta  $r: (x, y, z)_\Sigma = (0, 2, -1)_\Sigma + \lambda(1, -1, 2)_\Sigma$ , para  $\lambda \in \mathbb{R}$ , encontre os pontos da reta  $r$  que distam  $\sqrt{3}$  do ponto  $A$ . Responda também: a distância do ponto  $A$  à reta  $r$  é maior, menor ou igual a  $\sqrt{3}$ ? Por quê?

### Exercício 7 .....

Faça um esboço dos planos cujas equações gerais são dadas por

(a)  $x = 2$

(b)  $y + 1 = 0$

(c)  $z + 4 = 0$

(d)  $x - z = 0$

### Exercício 8 .....

Mostre que os pontos  $P = (-1, 0, 0)_\Sigma$ ,  $Q = (2, -1, -1)_\Sigma$ ,  $R = (0, 3, 1)_\Sigma$  e  $S = (4, 5, 1)_\Sigma$  são vértices de um quadrilátero (porquê?). Escreva as equações das retas que contêm cada um dos seus lados.

### Exercício 9 .....

Determine a equação geral do plano, determinado pelo ponto  $P = (2, 1, -1)_\Sigma$  e pela reta  $r$ , de modo que qualquer ponto desta reta é da forma  $(2t, 1 + t, -1 - t)_\Sigma$  para  $t \in \mathbb{R}$ .

**Exercício 10** .....

Encontre a equação geral do plano que contém as retas dadas por

$$r: \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2} = z \quad \text{e} \quad s: \frac{x-2}{5} = y-1 = \frac{z}{3}.$$

**Exercício 11** .....

Prove que a reta  $r: X = (-4, 2, 4)_{\Sigma} + \lambda(1, -3, 5)_{\mathcal{E}}$ , para  $\lambda \in \mathbb{R}$  está contida no plano  $\pi: x + 2y + z = 4$ .

**Exercício 12** .....

Seendo  $\vec{n} = (2, 1, -1)_{\mathcal{E}}$  um vetor normal ao plano  $\pi$  que passa pelo ponto  $(1, 2, 2)_{\Sigma}$ , encontre as equações paramétricas de  $\pi$ .

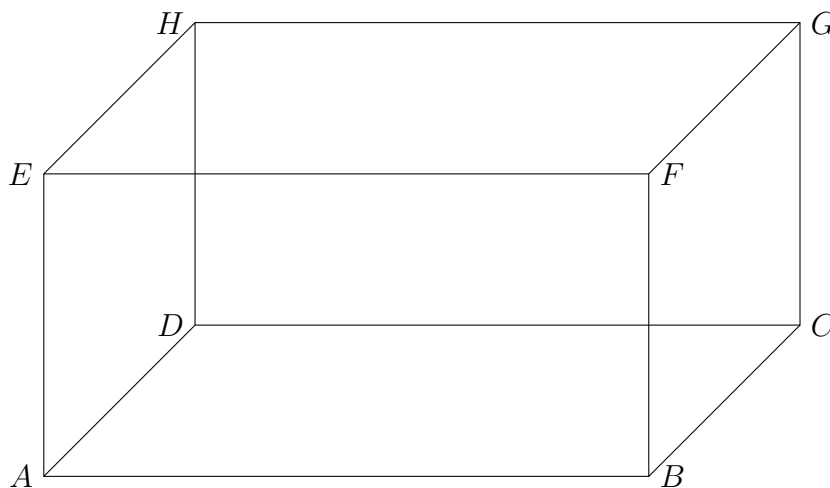
**Exercício 13** .....

Encontre a equação geral do plano que contém a reta  $r: X = (0, 0, 2)_{\Sigma} + \lambda(1, -1, 1)_{\mathcal{E}}$ , para  $\lambda \in \mathbb{R}$ , e é perpendicular ao plano  $\alpha: x - 2y + z - 1 = 0$ .

**Exercício 14** .....

Considere um paralelepípedo retângulo ABCDEFGH como na figura abaixo, com lados de comprimento  $AB = 4$ ,  $BC = 3$  e  $AE = 2$ . Determine um sistema de coordenadas  $\Sigma_1 = (O_1, \mathcal{E}_1)$  conveniente e encontre:

- (a) Uma equação vetorial da reta que passa por  $A$  e  $F$ .
- (b) Uma equação vetorial da reta que passa por  $A$  e  $C$ .
- (c) Uma equação paramétrica da reta que passa por  $A$  e  $G$ .
- (d) A equação geral do plano que contém a face ABCD.
- (e) A equação geral do plano que contém a face BCGF.

**Exercício 15** .....

Seja  $\Gamma = (O, \mathcal{F})$  um sistema de coordenadas ortogonal no plano. Sendo  $A = (2, -1)_{\Gamma}$ ,  $B = (5, 4)_{\Gamma}$  e  $C = (-7, 8)_{\Gamma}$ , encontre a equação da reta que bissecta o ângulo  $\hat{BAC}$ .