

**0ª Lista de Exercícios de SMA300 - Geometria Analítica (Revisão)**

Fevereiro de 2014

1. Considere o seguinte sistema linear:  $\begin{cases} ax + by = k \\ cx + dy = l \\ ex + fy = m \end{cases}$ . Discutir a posição relativa das retas  $ax + by = k$ ,

$cx + dy = l$ ,  $ex + fy = m$ , quando:

- a) O sistema acima não admite solução.
  - b) O sistema admite uma única solução.
  - c) O sistema admite infinitas soluções.
2. Escreva os sistemas abaixo na forma matricial, isto é,  $A \cdot x = b$ .

$$a) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1 \\ x_2 + x_3 = 10 \\ x_1 - 3x_3 = -1 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_3 + x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 + x_3 - 4x_4 = 2 \end{cases} \quad c) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ x_2 + x_3 = 1 \\ 4x_1 - 3x_2 = 8 \end{cases}$$

3. Mostre que:

- a) Se  $A$  e  $B$  são matrizes simétricas  $m \times n$ , então  $A + B$  também é uma matriz simétrica.
- b) Se  $A$  e  $B$  são matrizes anti-simétricas  $m \times n$ , então  $A + B$  também é uma matriz anti-simétrica.
- c) Se  $A$  é matriz simétrica  $m \times n$  e  $\alpha \in \mathbb{R}$ , então  $\alpha \cdot A$  também é uma matriz simétrica.
- d) Se  $A$  é matriz anti-simétrica  $m \times n$  e  $\alpha \in \mathbb{R}$ , então  $\alpha \cdot A$  também é uma matriz anti-simétrica.
- e) Se  $A$  e  $B$  são matrizes simétricas  $m \times n$  e  $A \cdot B = B \cdot A$ , então  $A \cdot B$  também é uma matriz simétrica.
- f) Se  $A$  é uma matriz  $n \times n$  inversível, então a matriz  $x = O$  (matriz coluna  $n \times 1$ , identicamente nula) é a única solução da equação matricial  $A \cdot x = O$ .
- g) Se  $A$  é uma matriz  $n \times n$  inversível, então a equação matricial  $A \cdot x = b$  tem uma única solução.

4. Resolva os sistemas lineares abaixo utilizando inversão de matrizes, se for possível.

$$a) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 + 8x_3 = 0 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ 4x_1 + x_2 + 8x_3 = 2 \\ 2x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases} \quad c) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ x_2 + x_3 = 1 \\ 4x_1 - 3x_2 = 8 \end{cases}$$

5. A diferença entre dois números reais é 14 e o triplo do menor deles é o quádruplo do maior. Determine os dois números reais.
6. Há um ano atrás, um homem era 5 vezes mais velho do que seu filho é hoje. Daqui a 7 anos, ele será 6 vezes mais velho do que seu filho é hoje. Determine as idades do homem e do seu filho.
7. Um tratador de animais de um zoológico precisa dar 42 mg de vitamina A e 65 mg de vitamina D, por dia, a um determinado animal. Ele possui dois suplementos alimentares disponíveis: o primeiro contém 10% de vitamina A e 25% de vitamina D, enquanto que o outro contém 20% de vitamina A e 25% de vitamina D. Quanto de cada suplemento deve ser dado ao animal diariamente.
8. Em cada um dos sistemas abaixo encontre condições sobre os números reais  $a$ ,  $b$  e  $c$ , de modo que o mesmo correspondente tenha respectivamente uma única solução, infinitas soluções, e nenhuma solução:

$$a) \begin{cases} x - by = -1 \\ x + ay = 3 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x + by = -1 \\ ax + 2y = 5 \end{cases} \quad c) \begin{cases} 2x + y - z = a \\ 2y + 3z = b \\ x - z = c \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x + ay = 0 \\ y + bz = 0 \\ cx + z = 0 \end{cases} \quad e) \begin{cases} x + 2y - 4z = 4 \\ 3x - y + 13z = 2 \\ 4x + y + a^2z = a + 3 \end{cases} \quad f) \begin{cases} x + ay - z = 1 \\ -x + (a - 2)y + z = -1 \\ 2x + 2y + (a - 2)z = 1 \end{cases}$$

9. As entradas para um parque de diversões custam R\$ 7,00 para adultos, R\$ 2,00 para jovens e R\$ 0,50 para crianças. Se 150 pessoas entrarem no parque e a arrecadação final for R\$ 100,00, determinar o número de adultos, de jovens e de crianças que entraram (Sugestão: os números procurados deverão ser inteiros não negativos).