

MATLAB03 符号运算

目录

MATLAB03 符号运算	1
MATLAB 符号运算	1
符号对象和操作	1
符号微积分	4
符号方程的求解	7
符号绘图函数	7

MATLAB 符号运算

符号对象和操作

Matlab 自产生起就在数值计算上功能卓著，但由于在数学、物理等各种科研和工程应用中经常会遇到符号运算的问题。为此，公司于 1993 年购买了 Maple 软件的使用权，并在此基础上开发了符号计算工具箱（Symbolic Math Toolbox）。发展到现在，Matlab 不再把 Maple 作为符号计算的引擎，而是用 MuPAD 取代 Maple 作为符号计算的内核。

Matlab 中的运算分为数值运算和符号运算。数值运算中必须先对变量赋值，然后才能参与运算。符号运算无须事先对独立变量赋值，运算结果以标准的符号形式表达，可得到问题的解析解。

在符号运算中，解算数学表达式、方程时，不是在离散化的数值点上进行，而是凭借一系列恒等式和数学定理，通过推理和演绎，获得解析结果。

符号对象（sym 类型）是符号工具箱（Symbolic Math Toolbox）中定义的一种数据类型，用来表示符号变量、符号表达式和符号矩阵，是进行符号运算的基本构成单元。

```
sc = sym(6)
```

```
sc =
6
```

```
clear
a = sin(3/10)
```

```
a = 0.2955
```

```
sa = sin(sym(3/10))
```

```
sa =  
sin(3/10)
```

```
Ca = class(a)
```

```
Ca = 'double'
```

```
Csa = class(sa)
```

```
Csa = 'sym'
```

```
vpa(sa-a) % 符号的准确性
```

```
ans =  
0.00000000000000028921722941710619648641751349633
```

```
syms para % para = sym('para')  
syms para complex % para = sym('para', 'complex')  
syms a positive  
syms a b c positive
```

符号变量的参数属性：

- complex, 复数, 缺省值
- positive, 正实数域变量
- real, 正实数域变量

当对符号表达式进行求解、绘图等操作时, 若不作专门假定, 则 x 总被默认为“待解符号变量”或称“自由符号变量”而其他的基本符号变量被作为“符号参数”处理。

Matlab 将按照与小写字母 x 的 ASCII 码距离自动识别自由符号变量。函数 symvar 可确定符号表达式中的所有自由符号变量。

- symvar(expression) 列出表达式中的所有基本符号变量。
- symvar(expression,1) 列出表达式中距离 x 最近的自由变量。

```
syms v w x y z  
symvar(v*w*x*y*z)
```

```
ans =  
( v w x y z )
```

```
symvar(v*w*x*y*z, 1)
```

```
ans =
```

```
x
```

```
symvar(v*w*x*y*z,2) % 差绝对值相同时， ASCII码值大的字母优先。
```

```
ans =
```

```
( x y )
```

```
symvar(v*w*x*y*z,3)
```

```
ans =
```

```
( w x y )
```

```
symvar(v*w*x*y*z,4)
```

```
ans =
```

```
( w x y z )
```

```
symvar(v*w*x*y*z,5)
```

```
ans =
```

```
( v w x y z )
```

```
solve(sin(w)-z)
```

```
ans =
```

```
( asin(z) )
```

```
solve(sin(w)-z,z)
```

```
ans =
```

```
sin(w)
```

符号数字向双精度转换，使用 double() 函数。

变精度：

```
digits
```

```
Digits = 32
```

```
digits(16)
x=sym(pi)
```

```
x =
```

```
π
```

```
vpa(x)
```

```
ans =
```

```
3.141592653589793
```

```
vpa(x,8)
```

```
ans =
```

```
3.1415927
```

符号表达式的操作：

- collect(S) 合并同类项
- [N,D]=numden(A) 获取分子和分母
- expand(S) 展开指定项
- simplify(S) 简化表达式，消除冗余项
- factor(X) 因式或因子分解
- horner(P) 转换为嵌套形
- subs(expression, {a,b,c,...}, {a_new,b_new,c_new})) 置换

符号微积分

符号极限：

- limit(f,x,a) 返回极限 $\lim(x \rightarrow a)f$ 的值
- limit(f,a) 返回默认变量趋于 a 时函数 f 的极限值
- limit(f) 返回默认变量趋于 0 时函数 f 的极限值
- limit(f,x,a,'right') 返回右极限的值
- limit(f,x,a,'left') 返回左极限的值
- limit(f,x,inf) 返回极限 $\lim(x \rightarrow +\infty)f$ 的值
- limit(f,x,-inf) 返回极限 $\lim(x \rightarrow -\infty)f$ 的值

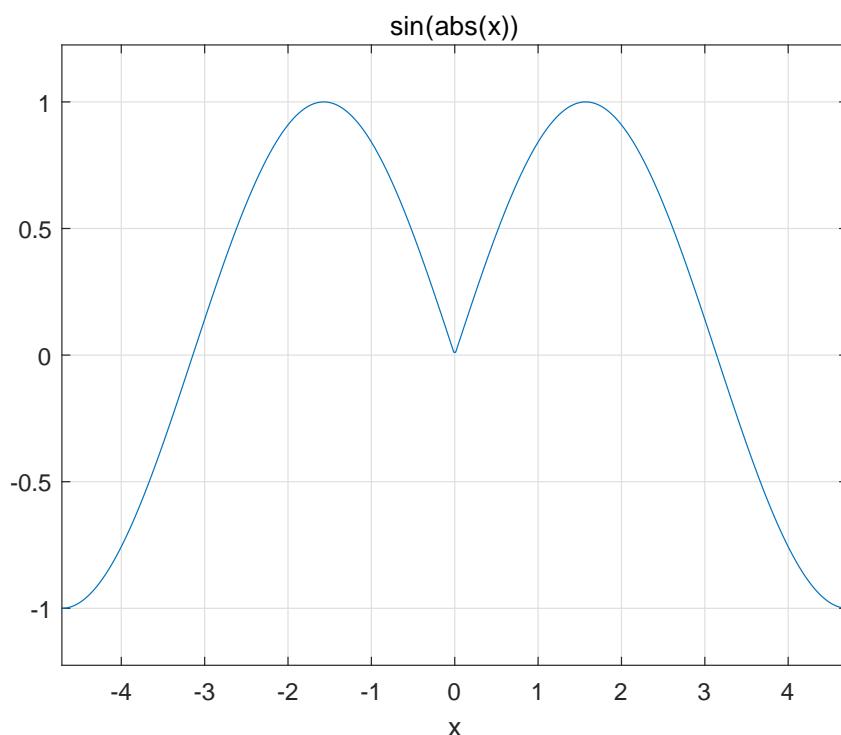
符号微分：

- diff(f) 返回符号表达式 f 对默认自变量的一阶导数
- diff(f,v) 返回符号表达式 f 对指定变量 v 的一阶导数
- diff(f,n) 返回符号表达式 f 对默认自变量的 n 阶导数

- `diff(f,v,n)` 返回符号表达式 f 对指定变量 v 的 n 阶导

例：讨论函数 $f(x)=\sin|x|$ 的可导性，并绘制函数及其导函数的图形

```
clear all
close all
syms x
ezplot ('sin (abs(x))' , [ - 3/2*pi , 3/2*pi ])
grid on
```



```
syms h
fr = sin (x) ;
f1 = sin ( - x) ;
dfr = limit (( subs ( fr , x , x + h ) - fr ) / h , h , 0)
```

```
dfr =
cos (x)
```

```
dfl = limit (( subs ( f1 , x , x + h ) - f1 ) / h , h , 0)
```

```
dfl =
- cos (x)
```

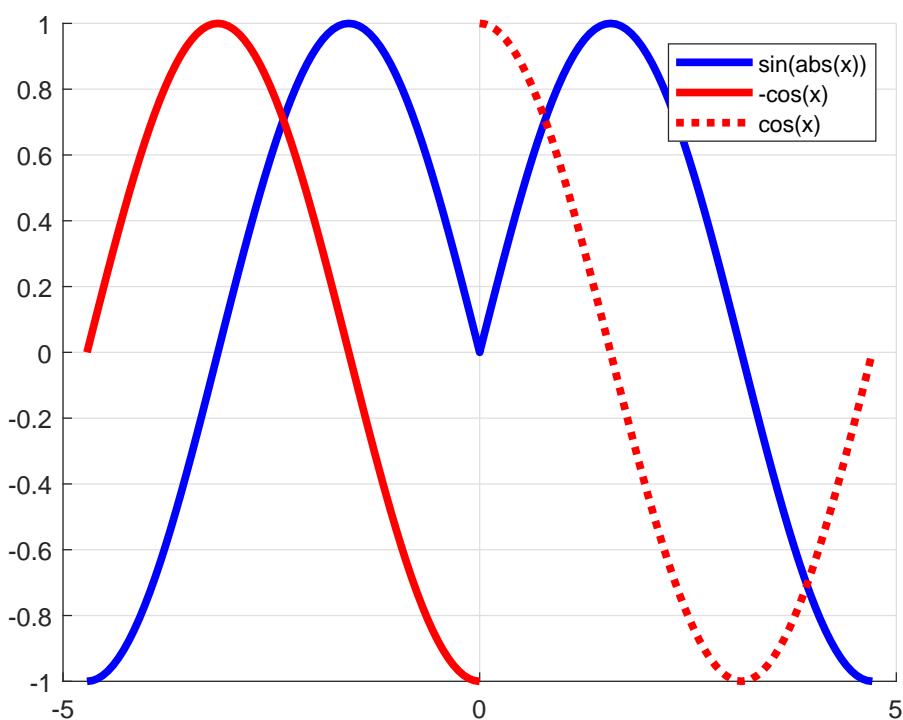
```
dfr_0 = limit ((subs(fr,x,h)-subs(fr,x,0))/h,h,0,'right')
```

```
dfr_0 =  
1
```

```
dfl_0 = limit ((subs(f1,x,h)-subs(f1,x,0))/h,h,0,'left')
```

```
dfl_0 =  
-1
```

```
clf  
x1 = -3/2*pi:pi/50:0;  
xr = 0:pi/50:3/2*pi;  
xlr = [x1,xr];  
f = sin(abs(x));  
hold on  
plot(xlr,subs(f,x,xlr),'-b','linewidth',3)  
plot(xl,subs(dfl,x,x1),'-r','linewidth',3)  
plot(xr,subs(dfr,x,xr),':r','linewidth',3)  
legend(char(f),char(dfl),char(dfr))  
grid on  
hold off
```



符号积分:

- `int(f)` 返回 f 的不定积分值, 积分变量为默认自变量
- `int(f,v)` 返回 f 的不定积分值, 积分变量为 v
- `int(f,a,b)` 返回 f 在区间 $[a,b]$ 上的定积分值, 积分变量为默认自变量
- `int(f,v,a,b)` 返回 f 在区间 $[a,b]$ 上的定积分值, 积分变量为 v
- matlab 可以对矩阵进行积分

级数求和:

- `symsum(f)` 返回 f 对默认自变量 var 的不定和 (从 0 至 $var-1$)
- `symsum(f,v)` 返回 f 对自变量 v 的不定和 (从 0 至 $v-1$)
- `symsum(f,a,b)` 返回 f 对默认自变量 var 的有限和 (从 a 至 b)
- `symsum(f,v,a,b)` 返回 f 对自变量 v 的有限和 (从 a 至 b)

符号方程的求解

代数方程:

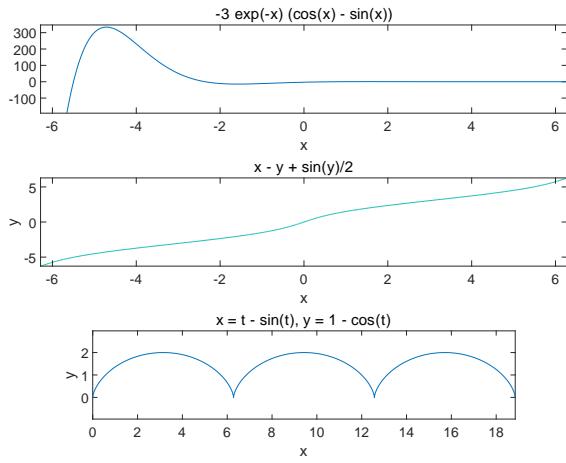
- `x=solve(f)` 求代数方程 $f=0$ 对默认自变量的解向量 x
- `x=solve(f,v)` 求代数方程 $f=0$ 对自变量为 v 的解向量 x
- `x=solve(f1,f2,⋯, fn,v1,v2,⋯,vn)` 求代数方程组 $f1=0, f2=0, \dots, fn=0$ 的解, 求解变量分别为 $v1, v2, \dots, vn$

符号绘图函数

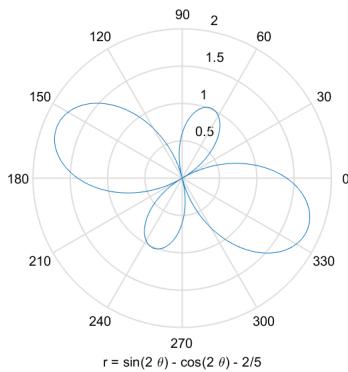
符号绘图函数:

- `ezplot(f)` 绘制默认区间 $[-2,2]$ 上符号函数 f 的图形
- `ezplot(f,[a,b])` 绘制指定区间 $[a,b]$ 上符号函数 f 的图形
- `ezplot(f,[xmin,xmax, ymin,ymax])` 绘制区间 $xmin \leq x \leq xmax, ymin \leq y \leq ymax$ 上由方程 $f(x,y)=0$ 确定的隐函数的图形, x 和 y 的默认区间都为 $[-2,2]$
- `ezplot(x,y[,])` 绘制区间 t 上参数方程 $x=x(t), y=y(t)$ 确定的函数的图形, $[,]$ 省略时为 $[0,2]$
- `ezpolar(r,[a,b])` 绘制极坐标系下符号函数 $r=r(\theta)$ 在区间 $a \leq \theta \leq b$ 上的图形, 区间 $[a,b]$ 默认为 $[0,2\pi]$

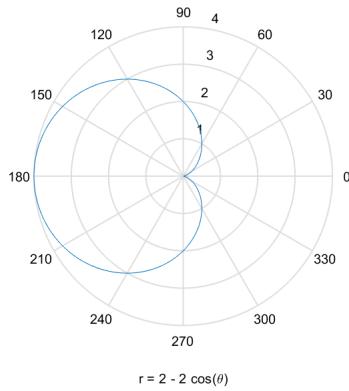
```
clear
syms x y t
f1 = 3*exp(-x)*(sin(x)-cos(x));
subplot(311)
ezplot(f1)
subplot(312)
ezplot(x-y+sin(y)/2)
subplot(313)
ezplot(t-sin(t),1-cos(t),[0,6*pi])
```



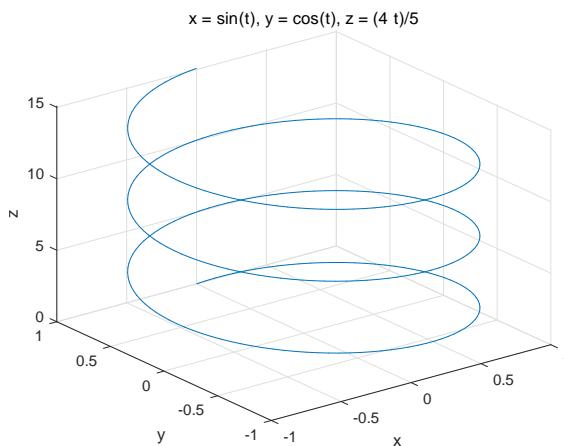
```
clear
close all
syms theta
figure (1)
ezpolar (sin (2*theta) - cos (2*theta) - 0.4)
```



```
figure (2)
ezpolar (2*(1 - cos(theta)))
```



```
clear
syms t
ezplot3(sin(t), cos(t), 0.8*t, [0, 6*pi])
```

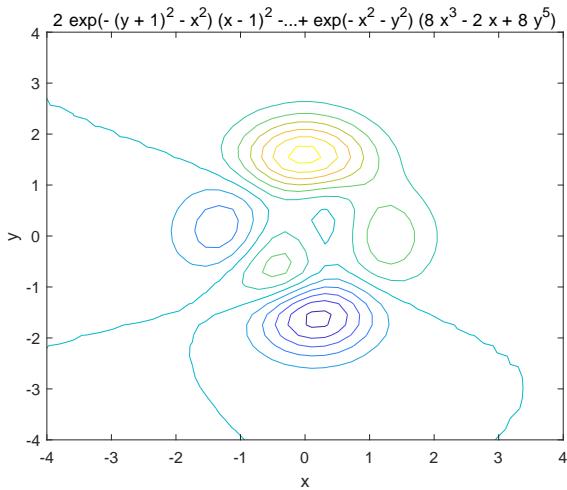


```
clear
syms x y
f = 2*(1-x)^2*exp(-x^2-(y+1)^2)-8*(-x^3+x/4-y^5)*exp(-x^2-y^2)-
1/2*exp(-(1+x)^2-y^2);
```

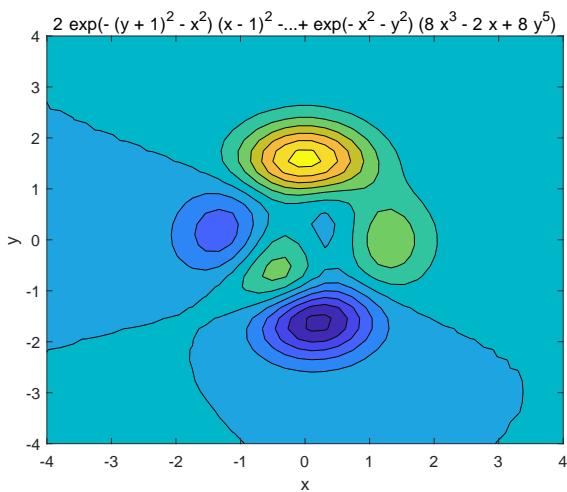
```
f =

$$2e^{-(y+1)^2-x^2}(x-1)^2 - \frac{e^{-(x+1)^2-y^2}}{2} + e^{-x^2-y^2}(8x^3 - 2x + 8y^5)$$

ezcontour(f, [-4, 4], 40)
```



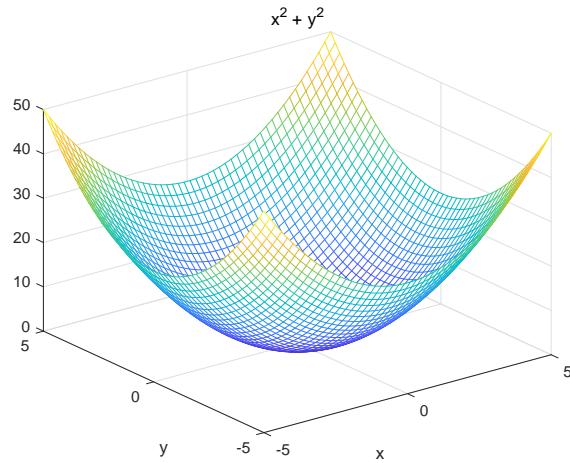
```
ezcontourf(f, [-4,4], 40)
```



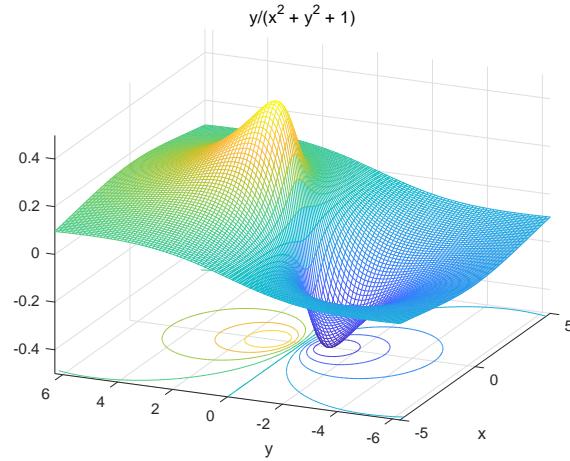
```
clear
syms x y
z = x ^ 2 + y ^ 2;
```

$$z = x^2 + y^2$$

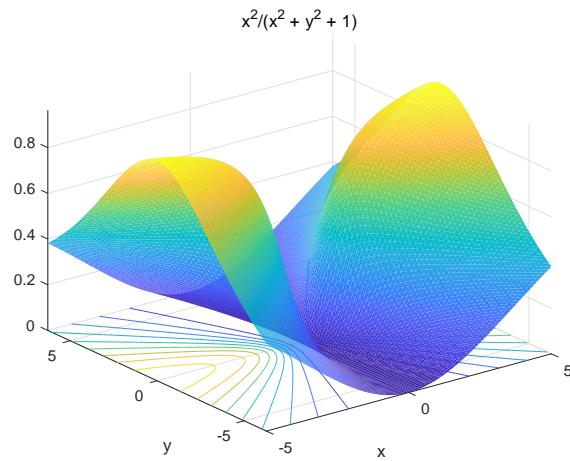
```
ezmesh(z, [-5,5], 50)
```



```
clear
syms x y
f = y/(1+x^2+y^2);
ezmeshc(f, [-5,5,-2*pi,2*pi],100)
view(-66.5,26)
```



```
clear
close all
syms x y
f = x^2/(1+x^2+y^2);
ezsurf(f, [-5,5,-2*pi,2*pi],100)
shading interp
```



```

clear
close all
syms s t
x = cos(s)*cos(t);
y = cos(s)*sin(t);
z = sin(s);
ezsurf(x,y,z,[0 ,pi/2 , 0,3*pi/2])
view(30,50)
shading flat

```

