





ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

Tópicos Avançados de Avaliação de Desempenho Prof. Paulo Maciel / Prof. Ricardo Massa

> Apresentação de: Ana Carolina Veloso Renata Pedrosa Dantas





Sumário

- 1. O que é Análise de Sensibilidade?
- 2. Importância da Análise de Sensibilidade
- 3. Métodos de Análise de Sensibilidade
- Design of Experiments DOE
- 5. Análise de Sensibilidade para Problemas de Otimização
- 6. Prática





Sumário

- 1. O que é Análise de Sensibilidade?
- 2. Importância da Análise de Sensibilidade
- 3. Métodos de Análise de Sensibilidade
- 4. Design of Experiments DOE
- 5. Análise de Sensibilidade para Problemas de Otimização
- 6. Prática







Análise de sensibilidade (SA) é um método para determinar os fatores mais influentes em um sistema [Frank 1978, Hamby 1994]. O efeito das alterações na distribuição dos dados ou o impacto causado por alterações nos parâmetros são exemplos de temas de estudo para análise de sensibilidade.





- É uma técnica que permite de forma controlada conduzir experimentos e investigações com o uso de um modelo de simulação.
- A Análise de Sensibilidade consiste em estudar o efeito que a variação de um dado de entrada pode ocasionar nos resultados. Quando uma pequena variação num parâmetro altera drasticamente a rentabilidade de um projeto, diz-se que o projeto é muito sensível a este parâmetro [Casarotto e Koppitke, 2000].





- Oda et al. (2001) em seu estudo relata que na prática, a análise de sensibilidade deve ser feita para as variáveis que apresentam maior impacto nos custos, prazos ou outros resultados do projeto, ou seja, aquelas às quais o projeto é mais sensível.
- De acordo com Salles (2004), a Análise de Sensibilidade é o procedimento que verifica qual o impacto sofrido no cronograma de um projeto, por exemplo, quando varia um determinado parâmetro relevante do projeto, o tempo de execução de determinada atividade, por exemplo.
- Pode ser entendida como sendo o estudo da relação entre as variações no resultado de um modelo matemático e as diferentes fontes de variação dos dados de entrada do modelo. [Saltelli et al, 2008].





- Segundo [Hamby 1994], muitos autores consideram que os modelos são sensíveis a parâmetros de entrada em duas maneiras distintas:
- (1) Pela variabilidade, ou incerteza, de um parâmetro de entrada ter uma grande contribuição para a variabilidade de saída total, e
- (2) Pode existir uma elevada correlação entre um resultados de parâmetros de entrada e modelo, de modo que pequenas mudanças no valor de entrada resultará em significativa alterações na saída. Estes dois tipos de sensibilidade paramétrica são tratadas usando diferentes tipos de análise.







Em essência, a análise de sensibilidade responde a pergunta "O que faz a diferença nesta decisão?"

Analisa o impacto que cada um dos parâmetros de um modelo pode causar em uma determinada métrica.





Sumário

- 1. O que é Análise de Sensibilidade?
- 2. Importância da Análise de Sensibilidade
- Métodos de Análise de Sensibilidade
- 4. Design of Experiments DOE
- 5. Análise de Sensibilidade para Problemas de Otimização
- 6. Prática





Análise de Sensibilidade

- Compreender como uma solução depende dos dados de entrada
- Identificar as variáveis de decisão que têm um impacto mais significativo na solução.
- Cada vez mais invocada para comprovação, garantia de qualidade e validação de análise baseada em modelos
- Pode ser usado para avaliar a forma como as estimativas de risco robusta e estratégias de gestão são para modelar premissas e pode auxiliar na identificação de coleta de dados e necessidades de investigação





Sumário

- 1. O que é Análise de Sensibilidade?
- 2. Importância da Análise de Sensibilidade
- 3. Métodos de Análise de Sensibilidade
- 4. Design of Experiments DOE
- 5. Análise de Sensibilidade para Problemas de Otimização
- 6. Prática





Métodos de Análise de Sensibilidade

Matemáticos

Úteis para modelos determinísticos e probabilísticos

Estatísticos

Geralmente utilizados para modelos probabilísticos.

Gráficos

Geralmente complementar a métodos matemáticos e estatísticos.
 Métodos gráficos podem ser utilizados para qualquer tipo de modelo (Frey e Patil, 2002).





Métodos Matemáticos

Avaliam a sensibilidade de uma saída do modelo para uma variação do intervalo de uma entrada. Estes métodos geralmente envolvem o cálculo da saída para alguns valores de uma entrada dentro de dado intervalo.

Métodos matemáticos podem ser usados para identificar as entradas que requerem maior identificação de dados e pesquisa, no caso de modelos determinísticos.





Métodos Matemáticos para Análise de Sensibilidade

- Frey e Patil (2002) discutiram quatro métodos para análise de sensibilidade matemática:
 - Nominal Range Sensitivity Analysis (NRSA);
 - Difference in Log Odd Ratio (ΔLOR)
 - Breakeven Analysis;
 - Differential Sensitivity Analysis (DSA).





- NRSA também é conhecida como análise de sensibilidade local ou análise limite.
- Aplicável para modelos determinísticos.
- Utilizado como uma análise preliminar para identificar os insumos mais importantes para se propagar através de um modelo em uma estrutura probabilística.
- Pode ser usado para dar prioridade às necessidades ao levantamento dados.





NSRA - Descrição

- É utilizada para avaliar o efeito sobre os resultados do modelo da variação de apenas um dos insumos em toda a sua gama de valores plausíveis, enquanto mantém todas as outras entradas pelo valor nominal ou de casobase.
- A diferença no resultado do modelo, devido à mudança da grandeza da variável de entrada é referido como a sensibilidade ou o peso de oscilação do modelo para uma variável de entrada específica.





NSRA - Descrição

- A sensibilidade pode também ser representado como uma variação percentual positivo ou negativo em comparação com a solução nominal.
- A análise de sensibilidade pode ser repetida para qualquer valor de entradas de modelo individuais.

$$Sensitivity = \frac{output_{max\ input} - output_{min\ input}}{output_{nominal\ input}}$$



NSRA - Descrição

- Os resultados NRSA são mais precisos quando aplicados a um modelo linear. Pois, seria possível classificar ordem da importância relativa de cada entrada com base na magnitude da medida de sensibilidade calculada desde que os intervalos atribuídos a cada entrada sejam precisos.
- Para um modelo não-linear, a sensibilidade da saída para uma dada entrada pode depender das interações com outros fatores, que não são considerados. Assim, os resultados da NRSA são potencialmente enganadores para modelos não lineares.
- Em tais casos, NRSA condicional pode ser feita, em que é aplicado NRSA para diferentes combinações de valores de entrada.





NSRA - Vantagens

- NRSA é um método relativamente simples que pode ser facilmente aplicada.
- Ele funciona bem com modelos lineares e quando o analista tem uma boa idéia de faixas plausíveis que podem ser atribuídos a cada entrada selecionada.
- Os resultados desta abordagem pode ser usada para classificar a ordem dos principais insumos somente se não há interações significativas entre as entradas, e se faixas estão devidamente especificados para cada entrada.





NSRA - Desvantagens

- NRSA trata apenas uma pequena porção do espaço potencialmente possível de valores de entrada, porque as interações entre as entradas são difíceis de capturar (Cullen e Frey, 1999).
- Análise de sensibilidade condicional, pode ser usado para contabilizar correlação entre entradas ou interações não lineares em resposta modelo, mas tem suas limitações por causa da explosão de combinações de possíveis casos.
- Efeitos combinados potencialmente importantes sobre a decisão (ou saída), devido a alterações simultâneas em algumas ou todas as entradas juntas não são mostrados pela análise de sensibilidade nominal para que não seja modelos lineares.
- Para modelos não lineares, a NRSA não irá fornecer uma ordem de classificação confiável dos principais insumos.





Differential Sensitivity Analysis (DSA)

Análise de Sensibilidade Diferencial (DSA) é um método de análise de sensibilidade local. É mais aplicável para o cálculo da sensibilidade da saída para pequenos desvios no ponto estimado para uma entrada.





Differential Sensitivity Analysis (DSA)

- Em DSA a sensibilidade local é calculado em um ou mais pontos no espaço dos parâmetros de uma entrada mantendo outras entradas fixas.
- O índice de sensibilidade é calculado com base em um método de diferenças finitas.





Differential Sensitivity Analysis (DSA)

- DSA é realizada em relação a um ponto x no domínio do modelo.
- Pequenas alterações podem ser consideração para avaliar a saída do modelo.

$$Sensitivity = \frac{Output_{x+\Delta x} - Ouput_{x-\Delta x}}{Output_{x}}$$





DSA - Vantagens

- •Conceitualmente é fácil de aplicar e necessita apenas de uma pequena quantidade de tempo de processamento, em comparação com métodos estatísticos, usado para o cálculo da sensibilidade em pontos específicos. Isso é especialmente útil quando um elevado grau de confiança é atribuída a uma estimativa do ponto e, assim, a variação na saída só precisa de ser testado para pequenas variações ao redor do ponto estimado. A sensibilidade assim obtidos podem ajudar a identificar os algarismos significativos necessários para as estimativas pontuais de uma entrada.
- DSA fornece insights sobre a mudança comparativa na produção associada a uma perturbação equivalente de cada entrada.





DSA - Desvantagens

- O DSA não considera o intervalo de valores possíveis que as entradas podem tomar no cálculo dos índices de sensibilidade. Assim, nenhuma inferência pode ser feita em relação a sensibilidade global. DSA é baseado no método de diferenças finitas.
- Para os modelos não lineares, DSA não leva em conta a interação entre as entradas. Por isso, a importância das diferenças de sensibilidade entre as entradas é de difícil determinação tornando a ordenação dos principais insumos potencialmente difícil.





Método Diferencial

- Para um dado de saída Y, de um sistema de equações definido de forma geral como, $Y = f(x_1, x_2, x_3, x_4, ..., x_n)$ onde $x_1, x_2, x_3, x_4, ..., x_n$ são os dados de entrada e possuem distribuições de probabilidade conhecidas.
- Método Diferencial: É baseado no produto das derivadas parciais de primeiro grau das saídas em relação à entrada com seus respectivos desvios. O desvio Y é dado por:

$$u_y^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial Y}{\partial x_i}\right)^2 * u_i^2$$

Onde u_i é o desvio associado a x_i . Se u_i for o desvio padrão então u_i 2 é a variância do respectivo dado de entrada. Os termos do somatório são a variância local, que é a contribuição de cada dado de entrada para a variância global, u_y^2 de Y. A derivada parcial é calculada no ponto do valor médio de x_i ;





Método Diferencial

 Índice de Importância I, que é uma forma de se indicar a sensibilidade através do valor da derivada parcial a dimensionada pelo valor médio de x e y.

$$I_{i=}\left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right) * \frac{\overline{x_i}}{\overline{Y}}$$

 Onde a barra indica o valor médio da variável. Este índice indica a proporção entre os desvios. Por exemplo, se l=0,6, então um desvio de 1% do valor médio de x irá resultar em um desvio de 0,6% no valor médio de Y.

$$I_{i=}\left(\frac{\partial y}{\partial x_i}\right) * \frac{\bar{x_i}}{\bar{Y}}$$





Modes Análise de Sensibilidade

- Análise diferencial (A.S. formal)
- Derivada parcial da métrica Y com relação a cada parâmetro λ_i.

$$S_{\lambda}(Y) = \frac{\partial Y}{\partial \lambda}$$
$$SS_{\lambda}(Y) = \frac{\partial Y}{\partial \lambda} \left(\frac{\lambda}{Y}\right)$$

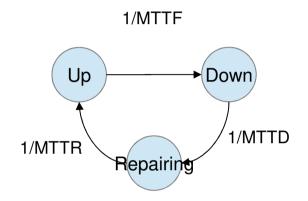
 Existem métodos e ferramentas para análise de sensibilidade de modelos simples CTMC, SPN e QN* (não-hierárquicos).





Modelos Hierárquicos Modelos Hierárquicos





$$A_{Sys} = A_{X} \cdot A_{Y} \cdot A_{Z}$$

$$A_{X} = P(Ativo)$$

$$A_{Y} = \frac{MTTF_{Y}}{MTTF_{Y} + MTTR_{Y}}$$

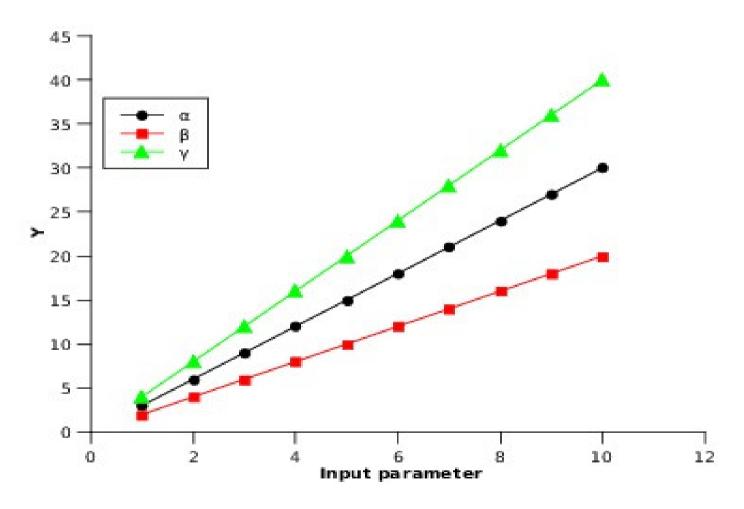
$$\frac{\partial A_{Sys}}{\partial MTTF_{X}} = \left(\frac{\partial A_{X}}{\partial MTTF_{X}} \cdot A_{Y} \cdot A_{Z}\right) + A_{X} \cdot \left(\frac{\partial A_{Y} \cdot A_{Z}}{\partial MTTF_{X}}\right)$$







Análise de Sensibilidade









A.S. através do Mercury

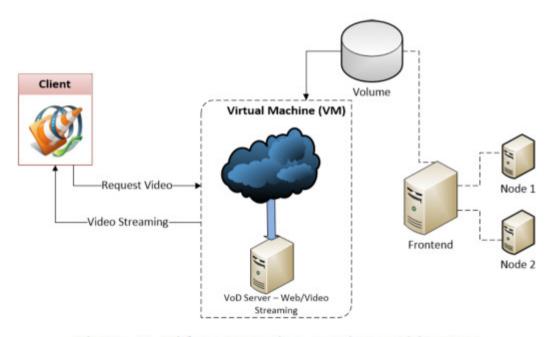


Figure 2: Video streaming service architecture.







A.S. através do Mercury RBD



Figure 4: Non-redundant architecture RBD.



Figure 5: Non-redundant Frontend RBD.

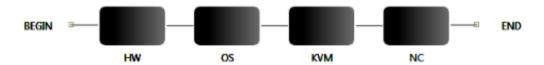


Figure 6: Node RDB.

- Node
 - MTTF MTTR
 HW: 3500 h HW: 5 h
 OS: 5000h OS: 1h
 KVM: 7000h KVM: 4h
 NC: 4500h NC: 3.5h

- MTTFvolume: 2000 h
- MTTRvolume: 2 h
- MTTFservice: 3000h
- MTTRservice: 2.5h
- Frontend
 - MTTF
 - -HW: 3000 h
 - -OS: 2000h
 - -CLC: 4000h
 - -CC: 2500h
 - -SC: 3000h
 - Walrus: 6000h
 - MTTR
 - -HW:5h
 - -OS: 3h
 - -CLC: 4h
 - -CC: 2h
 - -SC: 2h
 - Walrus: 4h





Modes A.S. através do Mercury RBD

-Frontend

• MTTF: 504.20168067223824

• MTTR: 3.176470588235295

Availability: 0.9937235546578331

• Number of 9's: 2.2022862488352897

-Node

• MTTF: 1175.373134328333

• MTTR: 3.5000000000000004

Availability: 0.9970281518816393

Number of 9's: 2.526973389744348

• MTTF: 272.66825362471633

• MTTR: 3.0296472624973023

• Availability: 0.988975146530543

• Number of 9's: 1.9576271739988231







A.S. através do Mercury RBD

- Structural function: (b1)*(b2)*(b3)*(b4)
- Partial derivative of Availability with respect to
- MTTFb1: mttfb2*mttfb3*mttfb4*(mttrb1+mttfb1)^(-1)*(mttrb2+mttfb2)^(-1)*(mttrb3+mttfb3)^(-1)*(mttrb4+mttfb4)^(-1)-mttfb1*mttfb2*mttfb3*mttfb4*(mttrb1+mttfb1)^(-2)*(mttrb2+mttfb2)^(-1)*(mttrb3+mttfb3)^(-1)*(mttrb4+mttfb4)^(-1)
- MTTRb1: -mttfb1*mttfb2*mttfb3*mttfb4*(mttrb1+mttfb1)^(-2)*(mttrb2+mttfb2)^(-1)*(mttrb3+mttfb3)^(-1)*(mttrb4+mttfb4)^(-1)
- MTTFb2: mttfb1*mttfb3*mttfb4*(mttrb1+mttfb1)^(-1)*(mttrb2+mttfb2)^(-1)*(mttrb3+mttfb3)^(-1)*(mttrb4+mttfb4)^(-1)-mttfb1*mttfb2*mttfb3*mttfb4*(mttrb1+mttfb1)^(-1)*(mttrb2+mttfb2)^(-2)*(mttrb3+mttfb3)^(-1)*(mttrb4+mttfb4)^(-1)
- MTTRb2: -mttfb1*mttfb2*mttfb3*mttfb4*(mttrb1+mttfb1)^(-1)*(mttrb2+mttfb2)^(-2)*(mttrb3+mttfb3)^(-1)*(mttrb4+mttfb4)^(-1)
- MTTFb3: mttfb1*mttfb2*mttfb4*(mttrb1+mttfb1)^(-1)*(mttrb2+mttfb2)^(-1)*(mttrb3+mttfb3)^(-1)*(mttrb4+mttfb4)^(-1)-mttfb1*mttfb2*mttfb3*mttfb4*(mttrb1+mttfb1)^(-1)*(mttrb2+mttfb2)^(-1)*(mttrb3+mttfb3)^(-2)*(mttrb4+mttfb4)^(-1)
- MTTRb3: -mttfb1*mttfb2*mttfb3*mttfb4*(mttrb1+mttfb1)^(-1)*(mttrb2+mttfb2)^(-1)*(mttrb3+mttfb3)^(-2)*(mttrb4+mttfb4)^(-1)
- MTTFb4: mttfb1*mttfb2*mttfb3*(mttrb1+mttfb1)^(-1)*(mttrb2+mttfb2)^(-1)*(mttrb3+mttfb3)^(-1)*(mttrb4+mttfb4)^(-1)-mttfb1*mttfb2*mttfb3*mttfb4*(mttrb1+mttfb1)^(-1)*(mttrb2+mttfb2)^(-1)*(mttrb3+mttfb3)^(-1)*(mttrb4+mttfb4)^(-2)
- $\bullet \ \ MTTRb4: -mttfb1*mttfb2*mttfb3*mttfb4*(mttrb1+mttfb1)^{(-1)}*(mttrb2+mttfb2)^{(-1)}*(mttrb3+mttfb3)^{(-1)}*(mttrb4+mttfb4)^{(-2)}$
- Parameter Sensitivity value
- MTTRb1 -0.006260558481566511
- MTTFb1 0.006260558481566441
- MTTRb2 -0.0029689369433243858
- MTTFb2 0.002968936943324291
- MTTRb3 -9.99000999000999E-4
- MTTFb3 9.99000999000599E-4
- MTTRb4 -8.326394671107409E-4

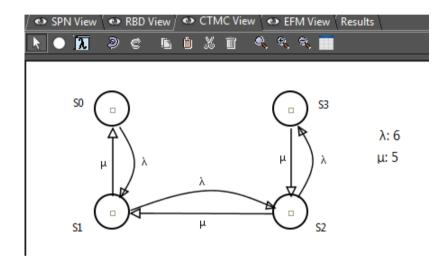
06/10/14^{8.326394671104796E-4}

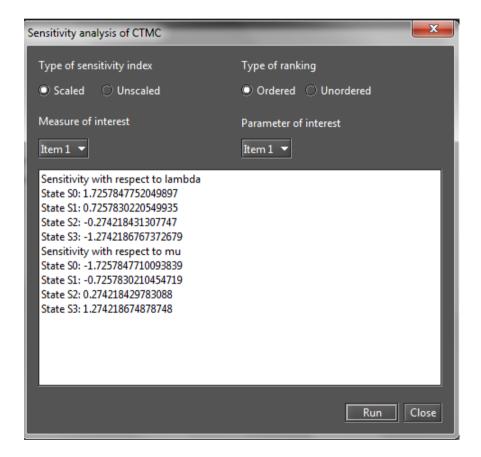






Implementação no Mercury



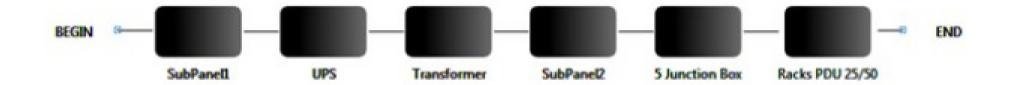










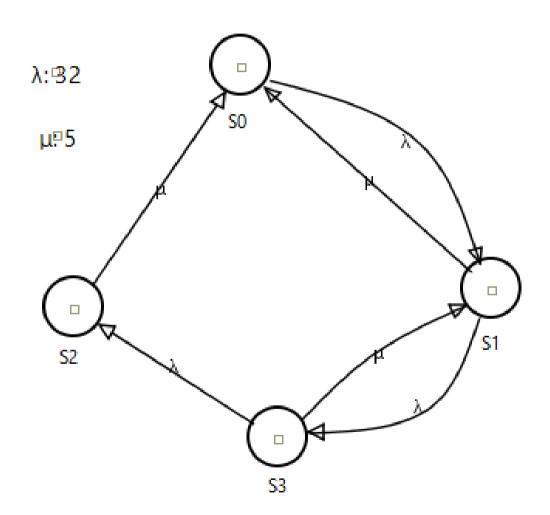


Componente	(MTTF, MTTR)
SubPanel1	(1520000, 8)
UPS	(250000, 8)
Transformer	(763201, 8)
SubPanel2	(1520000, 8)
5 Junction Box	(505000, 4)
Racks PDU 25/50	(4444133, 4)





PRÁTICA 2







Sumário

- 1. O que é Análise de Sensibilidade?
- 2. Importância da Análise de Sensibilidade
- 3. Métodos de Análise de Sensibilidade
- 4. Design of Experiments DOE
- 5. Análise de Sensibilidade para Problemas de Otimização
- 6. Prática





Métodos Estatísticos para Análise de Sensibilidade

Os métodos estatísticos envolvem execução de simulações em que as entradas são atribuídas distribuições de probabilidade e avaliação do efeito da variação das entradas sobre a distribuição de saída (por exemplo, Andersson et al., 2000). Dependendo do método, uma ou mais entradas são variadas de cada vez. Os métodos estatísticos permitem identificar o efeito de interações simultâneas entre múltiplas entradas.





Métodos Estatísticos para Análise de Sensibilidade

- Frey, Mokhtari e Danish (2003) discutem sete métodos estatísticos para a análise de sensibilidade
 - Sample and Rank Correlation Coefficients
 - Regression Analysis
 - Rank Regression
 - Analysis of Variance
 - Classification and Regression Tree
 - Sobol's Indices
 - Fourier Amplitude Sensitivity Test (FAST)



Sample and Rank Correlation Coefficients

O coeficiente de correlação é uma estatística que é calculado a partir de dados de amostra, e é utilizada para estimar o correspondente parâmetro populacional r.

Existem dois tipos de coeficientes de correlação: parametric ou Pearson e non-parametric ou Spearman.



Sample and Rank Correlation Coefficients - Descrição

Os coeficientes de correlação podem variar de -1 a +1.

- -1 representa correlação negativa
- 1 representa correlação positiva
- 0 representa a falta de correlação

$$r = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \times \sigma_Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x}) \times (y_i - y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2 \times \sum_{i=1}^{n} (y_i - \overline{y})^2}}$$



Sample and Rank Correlation Coefficients - Descrição

Existem dois tipos de coeficientes de correlação: parametric ou Pearson e non-parametric ou Spearman.

Pearson é r, também chamada de amostra, linear ou correlação momento produto.

Spearman é não-paramétrico e também é conhecido como grau correlação.



Sample and Rank Correlation Coefficients - Aplicação

Os coeficientes de correlação são largamente utilizados para avaliar a sensibilidade (Cullen e Frey, 1999, Borkman et. Ai., 1993). Pacotes de software comerciais estão disponíveis para calcular os coeficientes de correlação, utilizando abordagem simples. Exemplos deste tipo de software são @RISK© e Crystal Ball© entre muitos outros.



Sample and Rank Correlation Coef. - Vantagem e Desvantagem

VANTAGENS

Pearson capturar relações lineares do modelo.

Coeficientes de correlação Spearman, pode responder a relações não-lineares monótonas.

Fáceis de calcular, uma vez que são facilmente disponíveis em muitos comercial pacotes de software.

DESVANTAGENS

Pode haver um caso em que uma terceira variável pode influenciar as duas variáveis com alta correlação.

Coeficientes de Pearson são imprecisos para modelos não lineares e os coeficientes de Spearman são imprecisas para os modelos não-paramétricos.

Ambos não capturam dependências complexas nem lidam diretamente com interações.





Regression Analysis

A análise de regressão pode ser empregada como uma técnica probabilística da análise de sensibilidade demonstrada por Iman et al . (1985). A análise de regressão serve a três propósitos principais (Neter et al, 1996.; Sen e Srivastava, 1990):

- Descrição da relação entre as variáveis de entrada e saída
- Controle de variáveis de entrada para um dado valor da variável de saída
 - Previsão de uma saída com base em variáveis de entrada

A análise de regressão é utilizado como um método para avaliar a sensibilidade da saída para as entradas do modelo, utilizando os coeficientes de regressão estimados dos insumos quantitativos sobre a base comparativa.





Regression Analysis - Vantagem e Desvantagem

VANTAGENS

Avaliação da sensibilidade de entradas modelo individuais, tendo em conta o impacto simultânea de outro modelo de entradas em o resultado (Cullen e Frey, 1999).

DESVANTAGENS

Possível falta de robustez se os principais dados de regressão não são satisfeitos;

Necessidade de assumir uma forma funcional para o relação entre uma saída e entradas selecionadas;

ambiguidades potenciais na interpretação.

A análise de regressão funciona melhor se cada entrada é estatisticamente independente de qualquer outra entrada (Devore e Peck, 1996)





Rank Regression

Método de regressão onde os valores de entrada e saída são classificados de forma ordenada e associação linear entre a classificação dos valores de entrada e saída correspondente é estimado em termos da classificação do coeficientes de regressão.



Rank Regression - Descrição

O procedimento de regressão em ordem de classificação é semelhante à de regressão linear por passos, exceto que a classificação seja usadas em vez de valores de amostra. Os valores de entrada e de saída são classificados de forma ordenada. Um modelo de regressão, minimizando a soma dos quadrados para a saída, é ajuste aos dados classificados.



Rank Regression - Aplicação

Métodos de amostragem e de classificação de regressão são discutidos em outro lugar, como por Neter et al. (1996), Iman et al. (1985), e Dodge Brikes (1993), e Kendall e Gibbons (1990). Posição regressão pode ser aplicado usando software SAS © e S-PLUS TM.



Rank Regression - Vantagem e Desvantagem

VANTAGENS

Pode capturar qualquer relação paramétrica entre a entrada e a saída

Especialmente útil quando há alta quantidade de variação ou de ruído nos dados (aço, et. ai., 1997).

Pode ser computacionalmente mais eficiente

DESVANTAGENS

Assume um modelo monótono e, portanto, não é aplicável para os modelos com funções não-parametrizadas.

Não pode ser transformado para se obter as sensibilidades em termos dos intervalos de cada originais entrada.

Não-linearidade na resposta não pode ser diretamente inferidas a partir dos resultados de rank regression



Analysis of Variance(ANOVA)

ANOVA é um método de análise de sensibilidade probabilística utilizado para determinar se existe uma associação estatística entre uma saída e uma ou mais entradas (Krishnaiah, 1981).

ANOVA é uma técnica geral que pode ser utilizado para testar a hipótese de que o meio entre dois ou mais grupos são iguais, sob a hipótese de que a média dos resultados para cada um dos grupos é normalmente distribuído com o mesmo variância (Neter et. ai., 1996)



Analysis of Variance(ANOVA) - Vantagem e Desvantagem

VANTAGENS

Podem ser utilizadas para analisar os fatores discretas e contínuas (Montgomery, 1997).

Permite avaliação do "efeito principal" entre os fatores. O principal efeito é o efeito do fator sozinho, a média dos níveis de outros fatores.

Pode ser utilizado para avaliar o "interação efeito" entre fatores. Um efeito de interação é a variação entre as diferenças entre significa para diferentes níveis de um fator mais diferentes níveis de outro fator.

DESVANTAGENS

ANOVA pode tornar-se computacionalmente intensiva, se houver um grande número de entradas. Se isso se torna um problema, uma sugestão por Winter et al. (1991) é tentar reduzir o número de dados analisados usando algum método intensivo menos computacionalmente, como NRSA.



Classification and Regression Tree

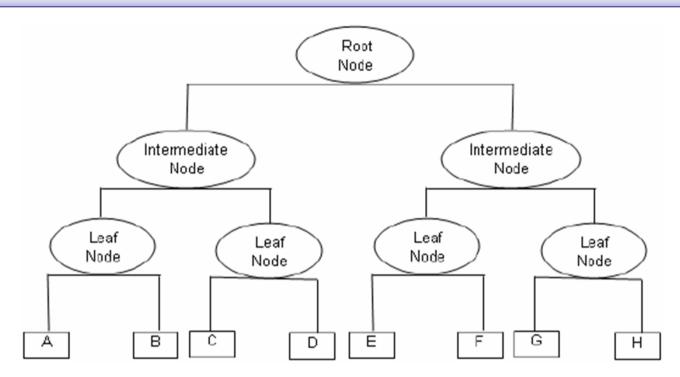
CART ou regressão baseada em árvore hierárquica (HBTR) pode ser pensado como um método para a frente por passos de seleção variável.

O método prossegue iterativamente perguntar e responder as seguintes questões (Breiman et al., 1984):

- Qual variável de todas as variáveis independentes "oferecidos" no modelo deve ser selecionado para produzir a redução na variabilidade da variável dependente?
- Qual o valor da variável selecionada (discreto ou intervalo) resulta na máxima redução na variabilidade da resposta?



Classification and Regression Tree



Um nó é uma variável de entrada com base no qual os dados são divididos. Os nós podem ser um nó raiz, nós intermediários ou nós folha. Um nó de raiz é o nó a partir da qual os dados são primeiramente dividida.

Nós intermédios são os nós com base na qual os dados são divididos sucessivamente.

Nós folha são os nós em que os dados penúltimo foi dividida.



Classification and Regression Tree - Descrição

CART conceptualmente visa dividir um conjunto de dados em subconjuntos, cada um dos quais é mais homogêneo em relação ao conjunto de dados totais.

A fim de explicar o método em termos matemáticos, as definições apresentadas por Washington et al. (1997), são utilizadas. O primeiro passo consiste em definir o desvio a um nó. Um nó representa um conjunto de dados contendo observações L. O desvio, Da, pode ser estimado como segue:

$$D_a = \sum_{l=1}^{L} (y_{l,a} - \overline{y}_a)^2$$

$$= \text{desvio total a um nó, ou a soma dos erros ao quadrado no nó}$$

$$= 1^{\underline{a}} \text{ observação depende da variavel y e do nó a}$$

$$= \text{estimativa média de observações L em um nó}$$



Classification and Regression Tree - Descrição

Para cada uma das variáveis k, o algoritmo busca dividir o domínio de uma variável, Xi, (onde i tem um valor de 1 a k) em dois semi-intervalos em um nó, resultando em dois ramos e correspondente nós b e c, cada M e N, contendo as observações originais L (M + N = L) da variável Xi. A redução da função desvio é, então, definido como segue:

$$\Delta_{(allX)} = D_a - D_b - D_c$$

 $\Delta(allX)$ = a função de redução total do desvio avaliado sobre todo dominio de Xi's

$$D_b = \sum_{m=1}^{M} (y_{m,b} - \overline{y}_b)^2$$

$$D_c = \sum_{n=1}^{N} (y_{n,c} - \overline{y}_c)^2$$

 D_b = desvio total de b

 D_c = desvio total de c

 $y_{m,b}$ = m observação da variável dependente y de b

 $y_{n,c}$ = m observação da variável dependente y de c

 \overline{y}_b = média estimada de observações M de b

 \overline{y}_c = média estimada de observações M de c



Classification and Regression Tree - Descrição

O método busca encontrar Xk e sua separação ótima a um valor específico de Xk, Xk (i), de modo a que a redução seja maximizada no desvio.

O processo de particionamento iterativo é continuado em cada nó até uma das seguintes condições:

- (1) o nó de uma árvore reuniu critérios mínimos de população que é o tamanho mínimo da amostra em que a última divisão é realizada?; ou
 - (2) os critérios mínimos de desvio em um nó foram cumpridos?.



Classification and Regression Tree - Vantagem e Desvantagem

VANTAGEM

CART é mais resistente aos efeitos dos valores extremos desde divisões que ocorrem geralmente em valores não lineares (Roberts et al., 1999).

A árvore de regressão seleciona apenas as variáveis independentes mais importantes e os valores dessas variáveis que resultam na redução máxima desvio.

Além disso, a aplicação de variáveis explicativas discretas e contínuas e também variáveis qualitativas é possível no método CART.

DESVANTAGEM

Às vezes, dificuldades em dar prioridade às variáveis explanatórias com base nos resultados do método CART. A variável de entrada no primeiro ponto de divisão é muitas vezes a variável mais importante, entre outros, mas em galhos mais baixos, nem sempre é possível comparar facilmente variáveis no que diz respeito o sua importância.





Sobol's Indices

São métodos baseados "análise de sensibilidade global", métodos baseados em "Total de Índices de sensibilidade" (TIS), que levam em conta os efeitos de interação.

O TIS de uma entrada é definido como a soma de todos os índices de sensibilidade, envolvendo essa entrada. A TIS inclui tanto o efeito principal, bem como os efeitos de interação.

Por exemplo, se houver três entradas A, B e C, o TIS de A é dada por

S(A)+S(AB)+S(ABC), em que S(x) é o índice de sensibilidade de x.





Sobol's Indices - Aplicação

O uso de índices de Sobol no campo da análise de sensibilidade é novo e há poucas publicações sobre a aplicação de métodos de sensibilidade globais usando índices de Sobol.

Método de análise de sensibilidade do Sobol tem sido utilizada no campo de risco financeiro para identificar as principais fontes de erro entre os diversos fatores envolvidos no problema "delta-hedging". Esforço tem sido feito para reduzir a complexidade computacional associada com o cálculo de índices de Sobol.



Sobol's Indices - Vantagem e Desvantagem

VANTAGEM

Pode lidar com ambos os modelos não-lineares e não-parametrizados, e fornecer uma classificação verdadeiramente quantitativa de insumos e não apenas uma medida qualitativa relativa (Chan et al., 2000). Os tipos de influência de uma entrada que são captura pelo método de Sobol incluir aditivo, não-linear, ou com interações. Além disso, o método de Sobol pode ser facilmente aplicado a variáveis categóricas sem reescalonamento.

DESVANTAGEM

Em geral, são computacionalmente complexo. Além disso, a facilidade de aplicação depende da complexidade do modelo. Por isso, é difícil de aplicar a modelos com grande número de entradas e modelo de estrutura complexa como a modularidade. Não há prontamente disponível software que facilita a aplicação do método de Sobol.



Fourier Amplitude Sensitivity Test (FAST)

O método de Teste de Sensibilidade de amplitude de Fourier (FAST) é um procedimento que pode ser utilizado tanto para a análise da incerteza e sensibilidade.

O método FAST é utilizado para estimar o valor esperado e variância da saída, e a contribuição de entradas individuais para a variância da saída.



Fourier Amplitude Sensitivity Test (FAST) - Descrição

A principal característica do FAST é um método de pesquisa padrão que seleciona pontos no espaço de parâmetros de entrada, e que tem a fama de ser mais rápido do que o método de Monte Carlo.

A função de transformação é utilizada para converter os valores de cada uma das entradas do modelo de valores ao longo de uma curva de pesquisa.



Fourier Amplitude Sensitivity Test (FAST) - Vantagem e Desvantagens

VANTAGEM

O método FAST é superior aos métodos de análise de sensibilidade local, porque pode repartir a variância de saída para a variação nas entradas.

Ele também pode ser usado para a análise de sensibilidade local com pouca modificação (Fontaine et al., 1992). É modelo independente e trabalha para modelos paramétricos e não paramétricos (Saltelli et al., 2000).

O método FAST pode ser usado para determinar a diferença de sensibilidade em termos de quantidade diferente de variância na saída explicada por cada entrada e, assim, pode ser utilizado para classificar as entradas principais de ordem.

DESVANTAGEM

O método FAST sofre de complexidade computacional para um grande número de entradas (Saltelli e Bolado, 1998). O método FAST clássico é bom apenas para os modelos sem interações importantes ou significativas entre insumos (Saltelli e Bolado, 1998)





Sumário

- 1. O que é Análise de Sensibilidade?
- 2. Importância da Análise de Sensibilidade
- 3. Métodos de Análise de Sensibilidade
- 4. Design of Experiments DOE
- 5. Análise de Sensibilidade para Problemas de Otimização
- 6. Prática





- Dão a representação da sensibilidade na forma de gráficos, tabelas ou superfícies. Geralmente, os métodos gráficos são utilizados para dar uma indicação visual de como uma saída é afetada pela variação dos insumos.
- Podem ser usados como método de triagem antes de uma análise mais aprofundada de um modelo ou para representar as dependências complexas entre entradas e saídas.
- Podem ser utilizados para completar os resultados de métodos matemáticos e estatísticos para uma melhor interpretação.





Gráficos de Dispersão (Scatter Plots)

- São utilizados para a avaliação visual da influência de entradas individuais em uma saída.
- Um diagrama de dispersão é um método frequentemente utilizado depois de uma simulação do modelo probabilístico.
- Gráficos de dispersão também são frequentemente utilizados como um primeiro passo em outras análises, como a análise de regressão e métodos de superfície de resposta.





Gráficos de Dispersão (Scatter Plots)

- Cada realização de uma simulação probabilística (por exemplo, a variabilidade e a incerteza de simulação), tal como uma simulação de Monte Carlo, gera um par de um valor de entrada e o valor de saída correspondente.
- Estes pares simulados podem ser plotados como pontos em um gráfico de dispersão.
- Gráficos de dispersão também podem ser plotados em dados empíricos.
- O gráfico de dispersão apresenta um intervalo de valores, tanto para a entrada e saída, e a tendência geral entre eles.
- No entanto, quando os pontos de dados se sobrepõem no gráfico, pode ser difícil ou impossível avaliar a freqüência relativa de ocorrência de combinações específicas de entradas e valores de saída.





Gráficos de Dispersão (Scatter Plots

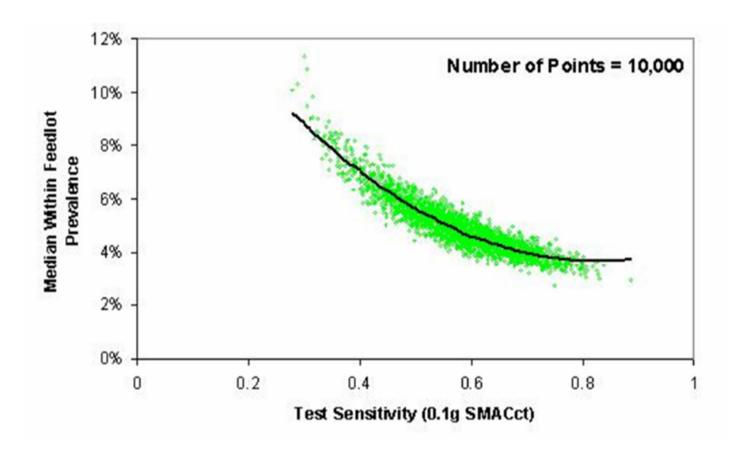


Figure 2-2. Example of a Pattern for a Scatter Plot.





Gráficos de Dispersão (Scatter Plots)

- É utilizado para avaliar possíveis tendências nos dados e para ajudar na seleção de uma forma funcional em um modelo de regressão visando o ajuste dos dados.
- O modelo de regressão é mostrada como uma linha contínua. A comparação do modelo ajustado aos dados é um meio para verificar a adequação do modelo. Acontece que, neste caso, o modelo capta adequadamente as principais tendências nos dados.





Gráficos de Dispersão Vantagens

- Gráficos de dispersão são muitas vezes recomendada como uma primeira etapa para a análise de sensibilidade de uma amostra estatística dos dados, se se trata de uma amostra empírica ou o resultado de uma simulação probabilística.
- Uma das principais vantagens de gráficos de dispersão é que eles permitem a identificação de dependências potencialmente complexas.
- A compreensão da natureza das dependências entre entradas e uma saída pode orientar a seleção de outros métodos de análise de sensibilidade adequada.





Gráficos de Dispersão Desvantagens

- Podem ser tediosos. Para a geração deste se deve avaliar um grande número de entradas e saídas, a menos que algum software seja usado para gerar automaticamente vários gráficos de dispersão.
- Apesar de não ser necessariamente uma desvantagem, a interpretação dos gráficos de dispersão pode ser qualitativa e pode padecer no julgamento.
- Se as sensibilidades de duas entradas diferem significativamente entre si nem sempre pode ser julgada a partir de seus gráficos de dispersão.
- Quando a frequência de ocorrência de diferentes combinações de entradas e saídas diferem em grande parte, a sobreposição de pontos de dados pode afetar a clareza do gráfico.





Conditional Sensitivity Analysis

 Análise de sensibilidade condicional é considerado como um método gráfico uma vez que os resultados são geralmente apresentados na forma de gráficos. A motivação para esta técnica é que o efeito da variação em qualquer uma variável sobre a saída em um modelo não-linear não podem ser adequadamente capturado por métodos matemáticos como NRSA.





Modes Conditional Sensitivity Analysis

- Análise de sensibilidade condicional consiste na aplicação repetida de um método como NRSA. Porque uma limitação fundamental do NRSA quando aplicados a modelos não lineares é que a análise é apenas em relação a uma combinação de valores de entrada, o objetivo da análise da sensibilidade condicional é considerar mais do que uma combinação.
- Por exemplo, se um modelo possui três entradas, em NRSA a análise de sensibilidade é apenas em relação a um valor estimado para cada uma das três entradas.
- Em contraste, a análise pode ser sujeita no que respeita a várias combinações diferentes de valores de pontos entre os três entradas. A resposta é calculada para valores de ponto da variável de entrada selecionada em passos ou pontos gerados aleatoriamente; a idéia é cobrir toda a gama de variação das variáveis selecionadas.
- Um gráfico é traçado a partir desses pontos de dados que mostram a curva de resposta para uma variável específica quando outras variáveis são condicionadas a valores fixos.
- O processo é repetido para os outros valores das outras variáveis de entrada.



Conditional Sensitivity Analysis

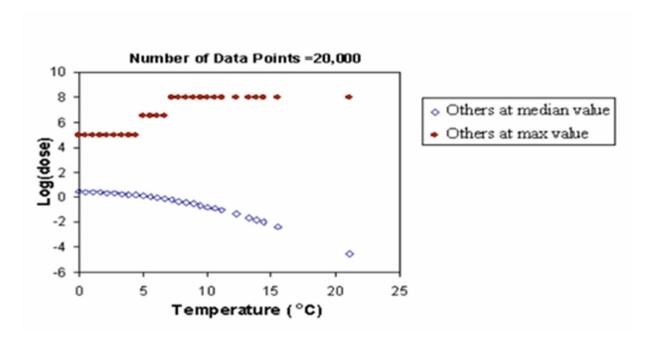


Figure 2-3. Log Dose Response for Temperature in Deli Salad.







Conditional Sensitivity Analysis -**Vantagens**

- Não-linearidade, o ponto de saturação e limites podem ser identificados com base na análise de sensibilidade condicional. Essas idéias estão sob premissas que outras variáveis são fixadas nos valores particulares.
- Os gráficos traçados podem ser usados para calcular NRSA e diferenciais índices de sensibilidade.





Conditional Sensitivity Analysis - Desvantagens

- Nem sempre é possível classificar as entradas com base na natureza da curva de resposta isoladamente. Por exemplo, se duas entradas têm resposta tem resposta não-linear, então ele pode ser difícil dizer qual deles tem maior grau de variação.
- Este método baseia-se em pressupostos que as outras entradas são condicionadas a valores específicos. Portanto, um resultado totalmente aleatório, onde várias entradas de assumir valores aleatórios simultaneamente a partir de sua distribuição não é considerada.
- Este método pode proporcionar uma visão parcial sobre a natureza das interações, bem como a sua probabilidade. Assim, a análise de sensibilidade condicional pode não dar um ranking global.





Sumário

- 1. O que é Análise de Sensibilidade?
- 2. Importância da Análise de Sensibilidade
- 3. Métodos de Análise de Sensibilidade
- 4. Design of Experiments DOE
- 5. Análise de Sensibilidade para Problemas de Otimização
- 6. Prática





Design of Experiments(DOE)

Método focado em experimentos.

São realizados experimentos, com objetivo de alterar as variáveis propositalmente, para que possa avaliar as alterações sofridas.

Objetivo:

- 1. Determinar que varáveis têm maior influência na resposta;
- Determinar o menor valor de x que influencia y,
 - 1. de modo que y esteja próximo do valor desejado;
 - de modo que a variabilidade de y seja pequena;
 - 3. de modo que minimize os efeitos das variáveis não controladas.





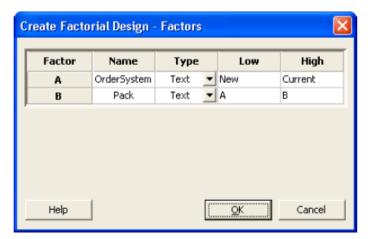
Design of Experiments(DOE) – Exemplo

Suponha que tem-se um experimento com 2 fatores, sendo eles: *Order System*, com os valores *New* e *Current* e o outro fator *Pack* com os valores A e B.

Neste exemplo, você calcula o número de horas necessárias para preparar um pedido para envio. Foram obtidos os seguintes dados do experimento:

14,72 9,62 13,81 7,97 12,52 13,78 14,64 9,41 13,89 13,89 12,57

14,06









Os fatores do teste que influenciam o tempo de voo também devem ser identificados. Para o experimento do helicóptero, os fatores são: tipo de papel, comprimento do rotor, comprimento da perna, largura da perna e clipe de papel. Os níveis do experimento do helicóptero são variados, utilizando dois tipos diferentes de papel, comprimentos de perna e rotor mais curtos ou mais longos e adicionando ou removendo um clipe de papel. Determine os fatores que mais impactam no tempo de vôo.

Fator	Configuração baixa (-)	Configuração alta (+)			
Tipo de papel	Leve	Pesado			
Comprimento do rotor	7,5 cm	8,5 cm			
Comprimento da perna	7,5 cm	12,0 cm			





Sumário

- 1. O que é Análise de Sensibilidade?
- 2. Importância da Análise de Sensibilidade
- 3. Métodos de Análise de Sensibilidade
- 4. Design of Experiments DOE
- 5. Análise de Sensibilidade para Problemas de Otimização
- 6. Prática







Análise de Sensibilidade Para Problemas de Otimização

- Em todos os modelos de programação linear, os coeficientes da função objetivo e das restrições são considerados como entrada de dados ou parâmetros para os modelos. As soluções ótimas que obtemos são baseadas nos valores destes coeficientes que, na prática, são raramente conhecidos com absoluta certeza absoluta certeza.
- Cada variação nos valores destes coeficientes muda o problema de programação linear que pode afetar a solução ótima encontrada previamente.
- A análise de sensibilidade nos ajuda a entender como esta solução ótima mudará mediante a entrada dos novos coeficientes. Custo reduzido, preço sombra, limites dos coeficientes da função objetivo e das restrições são termos cujo entendimento é necessário para conduzirmos a análise de sensibilidade.





Utilizando o Solver para AS

Dado uma empresa fabril, que produz saias, calças e bermudas. Que tem margem de contribuição (lucro) unitários específicos para estes produtos, além de restrições relevantes, expostas abaixo. Pede-se descrever a função objetivo de maximização, e fazer análise de sensibilidade.

PRODUTO	MARGEM DE CONTRIBUIÇÃO UNITÁRIA
Saia	R\$ 2,00
Calça	R\$ 4,00
Bermuda	R\$ 7,00

Restrições	Quantidade Máxima	QUANTIDADE REQUERIDA PELOS PRODUTOS			
	Disponível	Saia (a)	Calça(b)	Bermuda (c)	
Espaço Físico (m²)	2500	4	1	2	
Tecido (m)	4000	1	4	2	
Horas-máquina (hm)	3500	1	2	4	





Modelo de Resolução

- Variáveis de Decisão x1, x2 e x3
- Função Objetivo Max. Lucro: 1,5*x1 + 4*x2 + 7*x3
- Restrições:

$$-x1, x2 e x3 \ge 0$$

$$-4x1 + 1x2 + 2x3 \le 2500$$

$$-1x1 + 4x2 + 2x3 \le 4100$$

$$-1x1 + 2x2 + 4x3 \le 2500$$

• No Excel (Ver exemplo).







(Colar V I	<u>s</u> -	<u></u>	<u>A</u> - ≣	= = €	E E M	lesclar		
Área	de Tran 👨	Fonte		G _i		Alinham	ento		
	H9 • (** f _x								
	Α	В	С	D	Е	F	G		
1	Funcao	Coeficientes	de var	iaveis					
2		Saia	calça	Bermuda					
3		1,5	4	7					
4	Ideal	0,0	783,3	483,3					
5	Max. Lucro	6516,67							
6									
7									
8	Restricoes	Coeficiente	es de v	ariaveis		Constante			
9	nº	Saia	calça	Bermuda	LHC	RHC			
10	Espaço Físico (m²)	4	1	2	1750	2500			
11	Tecido (m)	1	4	2	4100	4100			
12	Horas-máquina (hm)	1	2	4	3500	3500			
13									
14									
15									



18 19 20 \$E\$12 Horas-máquina (hm) LHC





1	A E	3	С	D	Е	F	G	Н	
1	Micro	sof	Excel 14.0 Relatório de Se	ensibilidade					
2	Planill	na:	[Pasta2]Plan2						
3	Relató	rio	Criado: 30/09/2014 13:42:3	38					
4									
5									
6	Célula	s V	ariáveis						
7				Final	Reduzido	Objetivo	Permitido	Permitido	
8	Cél	ula	Nome	Valor	Custo	Coeficiente	Aumentar	Reduzir	
9	\$B\$	4	Ideal Saia	0	-0,333333333	1,5	0,333333333	1E+30	
10	\$C\$	4	Ideal calça	783,3333333	0	4	10	0,5	
11	\$D\$	4	Ideal Bermuda	483,3333333	0	7	1	2	
12									
13	Restri	çõe	S						
14				Final	Sombra	Restrição	Permitido	Permitido	
15	Cél	ula	Nome	Valor	Preço	Lateral R.H.	Aumentar	Reduzir	
16	\$E\$	10	Espaço Físico (m2) LHC	1750	0	2500	1E+30	750	
17	\$E\$	11	Tecido (m) LHC	4100	0,166666667	4100	2900	2350	

3500 1,666666667

06/10/14

3500

1500

1450







Prática 4

 A fábrica de automóveis KIAT deve produzir 2.000 carros de seu modelo mais popular. A empresa tem quatro fábricas e, devido a diferenças na mão de obra e avanços tecnológicos, as plantas diferem no custo de produção para o mesmo carro. Elas também utilizam diferentes quantidades de matéria prima e mão de obra para a produção de cada carro, dadas por:

Fábrica	Custo (\$ mil)	Mão de Obra (hs)	Matéria Prima (ton)
São Paulo	30	4	6
Goiás	20	6	8
Bahia	18	8	10
Minas Gerais	14	10	12

- »Um acordo com o sindicato na Bahia requer que, pelo menos, 800 carros sejam produzidos na fábrica local. Suponha que a empresa possa transferir seus funcionários livremente entre as fábricas sem nenhum ônus adicional. O fornecedor pode entregar a matéria prima em qualquer uma das cidades, também sem custo adicional. Existe ainda, uma disponibilidade de 6.600 horas de mão de obra e 8.000 toneladas de matéria prima que podem ser distribuídas entre as quatro fábricas.
- Descreva a função objetivo e de restrições para o problema e modele o caso no SOLVER de forma a minimizar o custo total da empresa, gerando os relatórios de resposta e sensibilidade. Baseado ainda nos relatórios gerados, responda às perguntas a seguir:
- Qual é o custo de produção de um carro a mais? Justifique.
- Qual seria a variação no custo total se o acordo fosse de 1.000 carros? E se fosse 1.200?
 Justifique sua resposta.





Referências

- H. Christopher Frey, Amirhossein Mokhtari and Tanwir Danish, Evaluation of Selected Sensitivity Analysis Methods Based Upon Applications to Two Food Safety Process Risk Models, Office of Risk Assessment and Cost-Benefit Analysis, U.S. Department of Agriculture, September 2003.
- H. Frey, S. Patil **Identification and review of sensitivity analysis methods** Risk Anal, 22 (2002), pp. 553–578
- W. W. Wakeland, R. H. Martin and D. Raffo, "Using design of experiments, sensitivity analysis, and hybrid simulation to evaluate changes to a software development process: a case study," Software Process: Improvement and Practice, vol. 9, no. 2, pp. 107-119, 2004.