Momento d'inerzia

[Rotazioni #4]

4F - 29 settembre 2022

Dinamica lineare (moti di traslazione)

Secondo principio della dinamica:

$$F = m \cdot a$$

Dinamica lineare (moti di traslazione)

Secondo principio della dinamica:

$$F = m \cdot a$$

- F è la forza (totale) agente sul corpo
- a è la sua accelerazione lineare
- m è la massa inerziale del corpo, ovvero un indice della sua resistenza ad accelerare

Dinamica rotazionale

Secondo principio della dinamica:

$$M = I \cdot \alpha$$

Dinamica rotazionale

Secondo principio della dinamica:

$$M = I \cdot \alpha$$

- M è il momento torcente (totale) delle forze agenti
- α è l'accelerazione angolare del corpo
- I è il momento d'inerzia del corpo, ovvero un indice della sua resistenza ad accelerare intorno all'asse di rotazione

Principio d'inerzia rotazionale

Principio d'inerzia rotazionale

$$M = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \alpha = 0$$

Principio d'inerzia rotazionale

$$M = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \alpha = 0$$

Se il momento totale è nullo, allora il corpo è in rotazione uniforme (velocità angolare costante). E viceversa.

Momento torcente M

Consideriamo uno forza $\vec{F}$ applicata a un corpo esteso.

Momento torcente M

Consideriamo uno forza $\vec{F}$ applicata a un corpo esteso.
Il momento di $\vec{F}$ rispetto a un asse fissato è definito come

$$M = F \cdot b$$

Momento torcente M

Consideriamo uno forza $\vec{F}$ applicata a un corpo esteso.
Il momento di $\vec{F}$ rispetto a un asse fissato è definito come

$$M = F \cdot b$$

Il braccio b è la distanza della retta $\vec{F}$ dall'asse di rotazione

Momento torcente M

Consideriamo uno forza $\vec{F}$ applicata a un corpo esteso.
Il momento di $\vec{F}$ rispetto a un asse fissato è definito come

$$M = F \cdot b$$

Il braccio b è la distanza della retta $\vec{F}$ dall'asse di rotazione

- M dipende dal punto in cui $\vec{F}$ è applicata
- Nel S.I. il momento di una forza si misura in $\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}$

Considerazioni sul momento

Considerazioni sul momento

- In quale circostanza abbiamo $M = 0$?

Considerazioni sul momento

- In quale circostanza abbiamo $M = 0$?
- Se r è la distanza del punto in cui $\vec{F}$ è applicata dall'asse di rotazione, allora

$$M = F \cdot r \cdot \sin\theta$$

Considerazioni sul momento

- In quale circostanza abbiamo $M = 0$?
- Se r è la distanza del punto in cui $\vec{F}$ è applicata dall'asse di rotazione, allora

$$M = F \cdot r \cdot \sin\theta$$

- Tra tutte le forze applicate sul bordo di una ruota, quale ha momento maggiore?

Calcolo del momento d'inerzia (1)

Consideriamo un corpo esteso sottoposto a un momento torcente M, che genera un'accelerazione angolare α.

Calcolo del momento d'inerzia (1)

Consideriamo un corpo esteso sottoposto a un momento torcente M, che genera un'accelerazione angolare α.

- Suddividiamo il corpo in particelle di massa $m_1, m_2, m_3, \ldots$ a distanza $r_1, r_2, r_3, \ldots$ dall'asse di rotazione:

Calcolo del momento d'inerzia (1)

Consideriamo un corpo esteso sottoposto a un momento torcente M, che genera un'accelerazione angolare α.

- Suddividiamo il corpo in particelle di massa $m_1, m_2, m_3, \ldots$ a distanza $r_1, r_2, r_3, \ldots$ dall'asse di rotazione:

$$\begin{aligned} M &= M_1 + M_2 + M_3 + \cdots \\ &= F_1\, r_1 + F_2\, r_2 + F_3\, r_3 + \cdots \\ &= m_1 a_1\, r_1 + m_2 a_2\, r_2 + m_3 a_3\, r_3 + \cdots \\ &= m_1 \alpha r_1^2 + m_2 \alpha r_2^2 + m_3 \alpha r_3^2 + \cdots \end{aligned}$$

Calcolo del momento d'inerzia (2)

$$M = \underbrace{\left(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \cdots\right)}_{\text{momento d'inerzia } I} \cdot \alpha$$

Calcolo del momento d'inerzia (2)

$$M = \underbrace{\left(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \cdots\right)}_{\text{momento d'inerzia } I} \cdot \alpha$$

- Nel S.I. il momento d'inerzia si misura in $\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$

Calcolo del momento d'inerzia (2)

$$M = \underbrace{\left(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \cdots\right)}_{\text{momento d'inerzia } I} \cdot \alpha$$

- Nel S.I. il momento d'inerzia si misura in $\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$
- I dipende da come la massa del corpo è distribuita rispetto all'asse di rotazione

Calcolo del momento d'inerzia (2)

$$M = \underbrace{\left(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \cdots\right)}_{\text{momento d'inerzia } I} \cdot \alpha$$

- Nel S.I. il momento d'inerzia si misura in $\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$
- I dipende da come la massa del corpo è distribuita rispetto all'asse di rotazione
- In generale I è difficile da calcolare. Sul libro è indicato il valore di I per corpi omogenei e regolari

Energia cinetica rotazionale

Energia cinetica rotazionale

L'energia cinetica dovuta al moto di rotazione di un corpo esteso è data da

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2$$

dove

- I è il momento d'inerzia
- ω è la velocità angolare di rotazione

Energia cinetica totale

In generale, l'energia cinetica di un corpo esteso dipende sia dal moto di traslazione che da quello di rotazione:

$$K = \underbrace{\frac{1}{2}mv^2}_{K_t} + \underbrace{\frac{1}{2}I\omega^2}_{K_r}$$

Energia cinetica totale

In generale, l'energia cinetica di un corpo esteso dipende sia dal moto di traslazione che da quello di rotazione:

$$K = \underbrace{\frac{1}{2}mv^2}_{K_t} + \underbrace{\frac{1}{2}I\omega^2}_{K_r}$$

- Se il moto è di rotolamento le due velocità v e ω sono legate dalla relazione $v = \omega \cdot r$

Esercizi

Studiare dettagliatamente gli appunti e il Capitolo 5.4

- Rispondere al quesito 33
- Svolgere gli esercizi 34, 35, 38
- Studiare lo svolgimento del Problema 41
- Risolvere i problemi 42, 43, 44, 45
- La risposta all'esercizio 32 è corretta?