DISEQUAZIONI #6

3C Liceo Scientifico

10 ottobre 2022

Ultime osservazioni sui sistemi

Ultime osservazioni sui sistemi

- Se una disequazione di un sistema è impossibile, allora l'intero sistema è impossibile.
  [Esempio a p. 20]

- Se una disequazione di un sistema è sempre verificata, questa può essere rimossa dal sistema.
  [Esempio a p. 19]

Scritture equivalenti

Scritture equivalenti

- La parentesi graffa è equivalente alla congiunzione $\wedge$:

$$\begin{cases} x^2 \leq 1 \\ 2x - 1 > 0 \end{cases} \iff x^2 \leq 1 \wedge 2x - 1 > 0$$

Scritture equivalenti

- La parentesi graffa è equivalente alla congiunzione $\wedge$:

$$\begin{cases} x^2 \leq 1 \\ 2x - 1 > 0 \end{cases} \iff x^2 \leq 1 \wedge 2x - 1 > 0$$

- Una doppia disequazione è equivalente a un sistema:

$$3 \leq x^2 \leq 5 \iff \begin{cases} x^2 \geq 3 \\ x^2 \leq 5 \end{cases}$$

Espressioni irrazionali (1)

L'espressione $\sqrt{A(x)}$ (oppure $\sqrt[n]{A(x)}$ con n pari)

Espressioni irrazionali (1)

L'espressione $\sqrt{A(x)}$ (oppure $\sqrt[n]{A(x)}$ con n pari)

- è definita solo per i valori di x tali che $A(x) \geq 0$ (Condizione di esistenza)

Espressioni irrazionali (1)

L'espressione $\sqrt{A(x)}$ (oppure $\sqrt[n]{A(x)}$ con n pari)

- è definita solo per i valori di x tali che $A(x) \geq 0$ (Condizione di esistenza)
- è non negativa per qualsiasi valore (consentito) di x:

$$\sqrt{A(x)} \geq 0 \quad \text{per ogni } x \text{ tale che } A(x) \geq 0$$

Espressioni irrazionali (2)

L'espressione $\sqrt[3]{A(x)}$ (oppure $\sqrt[n]{A(x)}$ con n dispari)

Espressioni irrazionali (2)

L'espressione $\sqrt[3]{A(x)}$ (oppure $\sqrt[n]{A(x)}$ con n dispari)

- è definita per tutti i valori di x per cui esiste $A(x)$ (Condizione di esistenza non necessaria)

Espressioni irrazionali (2)

L'espressione $\sqrt[3]{A(x)}$ (oppure $\sqrt[n]{A(x)}$ con n dispari)

- è definita per tutti i valori di x per cui esiste $A(x)$ (Condizione di esistenza non necessaria)
- ha lo stesso segno di $A(x)$: in generale può essere positiva, negativa o nulla.

Equazioni irrazionali

Strategia risolutiva (in generale)

Equazioni irrazionali

Strategia risolutiva (in generale)

1. Individuare le condizioni di esistenza

Equazioni irrazionali

Strategia risolutiva (in generale)

1. Individuare le condizioni di esistenza
2. Eliminare le radici dall'equazione mediante opportuni elevamenti a potenza

Equazioni irrazionali

Strategia risolutiva (in generale)

1. Individuare le condizioni di esistenza
2. Eliminare le radici dall'equazione mediante opportuni elevamenti a potenza
3. Risolvere l'equazione (razionale) ottenuta e scartare le soluzioni che non soddisfano le C.E.

Principi di equivalenza

Principi di equivalenza

- Se n è un intero positivo dispari, allora

$$A(x) = B(x) \quad \Longleftrightarrow \quad A(x)^n = B(x)^n$$

Principi di equivalenza

- Se n è un intero positivo dispari, allora

$$A(x) = B(x) \iff A(x)^n = B(x)^n$$

Ad esempio, l'equazione irrazionale $\sqrt[3]{x^2-1} = 2$ è equivalente all'equazione $x^2 - 1 = 8$ (ottenuta elevando al cubo i 2 membri)

Principi di equivalenza

- Se n è un intero positivo dispari, allora

$$A(x) = B(x) \quad \Longleftrightarrow \quad A(x)^n = B(x)^n$$

Ad esempio, l'equazione irrazionale $\sqrt[3]{x^2 - 1} = 2$ è equivalente all'equazione $x^2 - 1 = 8$ (ottenuta elevando al cubo i 2 membri)

- Se n è pari e $A(x)$ e $B(x)$ sono non negativi, allora

$$A(x) = B(x) \quad \Longleftrightarrow \quad A(x)^n = B(x)^n$$

Controesempi

In generale, non è possibile elevare al quadrato entrambi i membri di un'equazione:

$$2x + 1 = 3 \quad \not\Leftrightarrow \quad (2x+1)^2 = 9$$

Controesempi

In generale, non è possibile elevare al quadrato entrambi i membri di un'equazione:

$$2x + 1 = 3 \quad \not\Longleftrightarrow \quad (2x+1)^2 = 9$$

- Prima di poter effettuare questo passaggio bisogna dedurre delle condizioni che garantiscano che i due membri siano non negativi:

$$2x + 1 = 3 \quad \Longleftrightarrow \quad \begin{cases} 2x + 1 \geq 0 \\ (2x+1)^2 = 9 \end{cases}$$