Gravità #6

14 novembre 2022

Deduzione delle leggi di Keplero

Prima legge di Keplero

Prima legge di Keplero

L'orbita di un pianeta di massa $m \ll M_S$ è una conica che ha per fuoco la posizione del Sole.

Prima legge di Keplero

L'orbita di un pianeta di massa $m \ll M_S$ è una conica che ha per fuoco la posizione del Sole. La forma dell'orbita dipende dall'energia meccanica

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - G\,\frac{M_S \cdot m}{r}$$

Prima legge di Keplero

L'orbita di un pianeta di massa $m \ll M_S$ è una conica che ha per fuoco la posizione del Sole. La forma dell'orbita dipende dall'energia meccanica

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - G\,\frac{M_S \cdot m}{r}$$

- $E < 0 \rightarrow$ orbita ellittica
- $E = 0 \rightarrow$ orbita parabolica
- $E > 0 \rightarrow$ orbita iperbolica

Seconda legge di Keplero

In un breve intervallo Δt l'area ΔA descritta dal raggio vettore può essere approssimata da

$$\Delta A = \frac{r^2 \Delta\theta}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{r^2 \omega}{2} = \frac{L}{2m}$$

dove L è il momento angolare del pianeta rispetto al Sole.

Seconda legge di Keplero

In un breve intervallo Δt l'area ΔA descritta dal raggio vettore può essere approssimata da

$$\Delta A = \frac{r^2 \Delta\theta}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{r^2\omega}{2} = \frac{L}{2m}$$

dove L è il momento angolare del pianeta rispetto al Sole.

- Poiché il momento torcente è nullo (la forza di gravità è una forza centrale), il momento angolare si conserva e il rapporto tra ΔA e Δt resta costante.

Terza legge di Keplero

Terza legge di Keplero

Considerando orbite circolari, dimostriamo la relazione

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G\,M_S}{4\pi^2}$$

Terza legge di Keplero

Considerando orbite circolari, dimostriamo la relazione

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G\,M_S}{4\pi^2}$$

- In particolare, il rapporto tra r^3 e T^2 è lo stesso per tutti i pianeti e dipende solo dalla massa del Sole.