Momento angolare

[Rotazioni #5]

4F - 4 ottobre 2022

Momento della quantità di moto

Consideriamo una particella con quantità di moto $\vec{p} = m\vec{v}$.

Momento della quantità di moto

Consideriamo una particella con quantità di moto $\vec{p} = m\vec{v}$.

Il momento della quantità di moto $\vec{p}$ rispetto a un asse è definito come

$$L = p \cdot b = m \cdot v \cdot b$$

Momento della quantità di moto

Consideriamo una particella con quantità di moto $\vec{p} = m\vec{v}$.

Il momento della quantità di moto $\vec{p}$ rispetto a un asse è definito come

$$L = p \cdot b = m \cdot v \cdot b$$

Il braccio b è la distanza della retta $\vec{v}$ dall'asse di rotazione

Momento della quantità di moto

Consideriamo una particella con quantità di moto $\vec{p} = m\vec{v}$.

Il momento della quantità di moto $\vec{p}$ rispetto a un asse è definito come

$$L = p \cdot b = m \cdot v \cdot b$$

Il braccio b è la distanza della retta $\vec{v}$ dall'asse di rotazione

- L è chiamato brevemente momento angolare
- Nel S.I. il momento angolare si misura in $\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2/\mathrm{s}$

Considerazioni sul momento angolare

Considerazioni sul momento angolare

- Il valore di L si considera positivo o negativo in base al verso di $\vec{v}$ rispetto all'asse (antiorario/orario)

Considerazioni sul momento angolare

- Il valore di L si considera positivo o negativo in base al verso di $\vec{v}$ rispetto all'asse (antiorario/orario)
- Se la velocità $\vec{v}$ è diretta verso l'asse (o in verso opposto all'asse), allora $L = 0$

Considerazioni sul momento angolare

- Il valore di L si considera positivo o negativo in base al verso di $\vec{v}$ rispetto all'asse (antiorario/orario)
- Se la velocità $\vec{v}$ è diretta verso l'asse (o in verso opposto all'asse), allora $L = 0$
- Se $\vec{v}$ è perpendicolare all'asse (come per le particelle che costituiscono un corpo rigido), allora $L = mvr$, dove r è la distanza dall'asse

Momento angolare di un corpo rigido

Consideriamo un corpo esteso in rotazione intorno a un asse con velocità angolare ω.

Momento angolare di un corpo rigido

Consideriamo un corpo esteso in rotazione intorno a un asse con velocità angolare ω.

- Suddividiamo il corpo in particelle di massa $m_1, m_2, m_3, \ldots$ a distanza $r_1, r_2, r_3, \ldots$ dall'asse di rotazione:

Momento angolare di un corpo rigido

Consideriamo un corpo esteso in rotazione intorno a un asse con velocità angolare ω.

- Suddividiamo il corpo in particelle di massa m_1, m_2, $m_3, \ldots$ a distanza $r_1, r_2, r_3, \ldots$ dall'asse di rotazione:

$$
\begin{aligned}
L &= L_1 + L_2 + L_3 + \cdots \\
&= m_1\, v_1 r_1 + m_2\, v_2 r_2 + m_3\, v_3 r_3 + \cdots \\
&= m_1\, r_1^2 \omega + m_2\, r_2^2 \omega + m_3\, r_3^2 \omega + \cdots \\
&= \left(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \cdots \right) \cdot \omega
\end{aligned}
$$

Momento angolare di un corpo rigido

. . . abbiamo ottenuto $\boxed{L = I \cdot \omega}$

Momento angolare di un corpo rigido

...abbiamo ottenuto $\boxed{L = I \cdot \omega}$

- La relazione è analoga a $p = m \cdot v$ nei moti lineari

Momento angolare di un corpo rigido

...abbiamo ottenuto $\boxed{L = I \cdot \omega}$

- La relazione è analoga a $p = m \cdot v$ nei moti lineari
- Con la stessa analogia otteniamo il principio

$$\boxed{M = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{L_f - L_i}{\Delta t}}$$

corripondente al teorema dell'impulso $F = \Delta p / \Delta t$

Conservazione del momento angolare

Conservazione del momento angolare

$$M = 0 \implies L_i = L_f$$

Conservazione del momento angolare

$$M = 0 \implies L_i = L_f$$

Se il momento torcente totale su un corpo rigido è nullo, il suo momento angolare si conserva.

- In particolare, abbiamo che $I_i \cdot \omega_i = I_f \cdot \omega_f$

Conservazione del momento angolare

$$M = 0 \implies L_i = L_f$$

Se il momento torcente totale su un corpo rigido è nullo, il suo momento angolare si conserva.

- In particolare, abbiamo che $I_i \cdot \omega_i = I_f \cdot \omega_f$
- Se il momento d'inerzia del corpo aumenta (ad esempio allontanando massa dall'asse di rotazione), la sua velocità di rotazione diminuisce.