

DISEQUAZIONI-3

3C Liceo Scientifico

21 settembre 2022

Cose in generale da non fare (1)

Prendere la radice quadrata di entrambi i membri di una disequazione:

$$x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$$

$$x^2 \geq 9 \rightarrow x \geq \pm 3$$

Cose in generale da non fare (2)

Applicare il principio di annullamento del prodotto nel risolvere una disequazione:

$$x^2 \cdot (3x - 1) \geq 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x^2 \geq 0 \\ 3x - 1 \geq 0 \end{cases}$$

Cose in generale da non fare (3)

Dividere (o moltiplicare) una diseq. per un polinomio

$$3 \cdot (5x - 2) < 0 \quad \rightarrow \quad 5x - 2 < 0$$

$$(3x + 1) \cdot (5x - 2) < 0 \quad \rightarrow \quad 5x - 2 < 0$$

- ▶ Perché non è corretto in generale?
- ▶ In quali casi è possibile?

Quando è possibile dividere per un polinomio

- ▶ Se $P(x)$ è un polinomio **positivo** per ogni $x \in \mathbb{R}$

$$P(x) \cdot Q(x) \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad Q(x) \geq 0$$

- ▶ Se $P(x)$ è un polinomio **negativo** per ogni $x \in \mathbb{R}$

$$P(x) \cdot Q(x) \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad Q(x) \leq 0$$

Fatti da ricordare

- ▶ Se n è un **esponente dispari**, allora il polinomio $P(x)^n$ ha lo stesso segno di $P(x)$

Ad esempio, il segno di $(3x - 1)^5$ è lo stesso di $3x - 1$.

- ▶ Se n è un **esponente pari**, allora il polinomio $P(x)^n$ ha gli stessi zeri di $P(x)$ ed è positivo per i restanti valori.

Ad esempio, $(x^2 - 1)^4$ è sempre positivo tranne per $x = \pm 1$, in corrispondenza di cui vale zero.

Esempi di rapida risoluzione (diseq. monomie)

1. $7x^4 > 0$

2. $5x^9 \leq 0$

3. $(x + 1)^4 \geq 0$

4. $(4x^2 - 1)^5 < 0$

5. $(2x + 1)^6 \leq 0$

Cosa si può fare

Prendere la radice n -esima di entrambi i membri di una disequazione **se n è dispari**:

$$A \leq B \quad \longleftrightarrow \quad \sqrt[n]{A} \leq \sqrt[n]{B}$$

(Il segno di disuguaglianza si conserva). Ad esempio:

$$3x^5 + 1 > 0 \rightarrow x^5 > -\frac{1}{3} \rightarrow x > -\sqrt[5]{\frac{1}{3}}$$

Esercizi

Teoria sul libro: Capitolo 1.4

Esercizi:

1. Disequazioni *monomie* e *binomie*, ovvero riconducibili alla forma $x^n \lessgtr k$ (almeno 10 esercizi in totale)
2. Disequazioni *trinomie*, ovvero riconducibili a disequazioni di secondo grado (almeno 5 esercizi)
3. Disequazioni risolubili con la scomposizione in fattori e la regola dei segni (tutta pag. 51)