

## Verifica di Matematica

### Versione A

La prova consiste di 5 esercizi da svolgere sul foglio protocollo allegato

#### Esercizio 1 (5 punti)

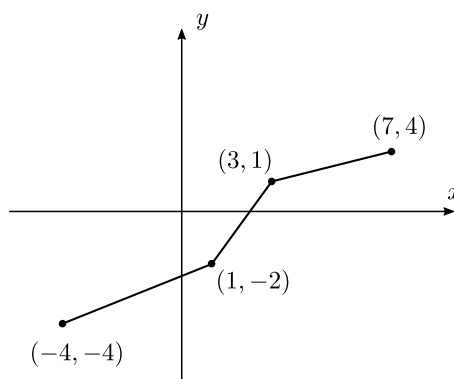
Consideriamo la funzione  $f$  definita da  $y = \frac{1}{2} - \sqrt{1 - x^2}$ .

- Determinare il dominio di  $f$  e calcolare il valore di  $f(0)$  e di  $f\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
- Mostrare che il grafico di  $f$  è una semicirconferenza nel piano cartesiano e tracciarlo. Successivamente, studiare il segno di  $f$  e individuare i valori di  $x$  per cui  $f(x) = 0$ .
- Stabilire se  $f$  è una funzione pari, dispari oppure né l'una né l'altra.
- Dopo aver mostrato che la funzione  $f$  non è iniettiva, stabilire se è possibile restringere il dominio per renderla tale.

#### Esercizio 2 (4 punti)

Consideriamo la funzione  $f$  il cui grafico è la linea spezzata rappresentata di seguito.

- Determinare il dominio e l'immagine di  $f$ .
- Che valore ha  $f(1)$ ?
- Quali sono le controimmagini del valore 1?
- Al variare di  $k$ , determinare il numero di soluzioni dell'equazione
$$f(x) = k$$
- Mostrare che  $f$  è una funzione invertibile e tracciare il grafico della sua inversa.



### Esercizio 3 (3 punti)

Consideriamo le due funzioni  $f$  e  $g$  definite da

$$f(x) = \frac{1}{x+1} \quad \text{e} \quad g(x) = \sqrt{x+1}$$

- a) Determinare il dominio di  $f$  e il dominio di  $g$ .
- b) Dopo aver verificato che  $f$  e  $g$  sono entrambe funzioni iniettive, determinare l'espressione analitica delle loro funzioni inverse  $f^{-1}$  e  $g^{-1}$ .
- c) Determinare l'espressione analitica delle funzioni composte  $f \circ g$  e  $g \circ f$ .

### Esercizio 4 (2 punti)

Consideriamo la successione definita ricorsivamente come segue:

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_n = 1 + 3a_{n-1} \quad (\text{se } n > 0) \end{cases}$$

- a) Elencare i primi sei termini della successione.
- b) Si tratta di una progressione aritmetica, geometrica oppure né l'una né l'altra?
- c) È possibile modificare il termine iniziale  $a_0$  in modo che la successione sia costante?

### Esercizio 5 (2 punti)

Nel corso del 2020 Andrea ha letto 10 libri e, a partire dal 2021, ha deciso di leggere ogni anno 8 libri in più rispetto all'anno precedente.

- a) Quanti saranno i libri letti da Andrea durante l'anno 2039?
- b) Nel corso di quale anno Andrea leggerà 250 libri?
- c) Quanti saranno in totale i libri letti da Andrea dal 2020 al 2039?