PRINCIPIO di CONSERVAZIONE dell'ENERGIA MECCANICA

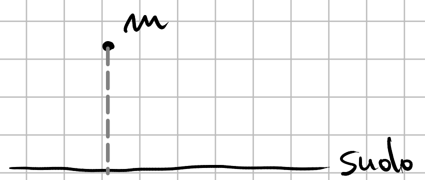
Se in un sistema fisico agiscono FORZE CONSERVATIVE*, allora l'energia meccanica $E_m = K + U$ è costante nel tempo

$$\left(E_m = \text{cost} \quad \text{o} \quad E_{m,f} = E_{m,i} \quad \text{o} \quad \Delta E_m = 0 \right)$$

* forze che hanno un'energia potenziale U

Esempi di forze conservative: forza di gravità (A), forza elastica (B)

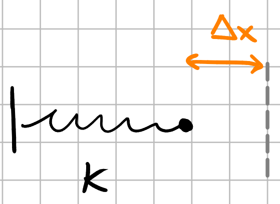
(A)



$$\boxed{U = mgh}$$

Energia potenziale gravitazionale

(B)



Allungamento (o accorciamento)

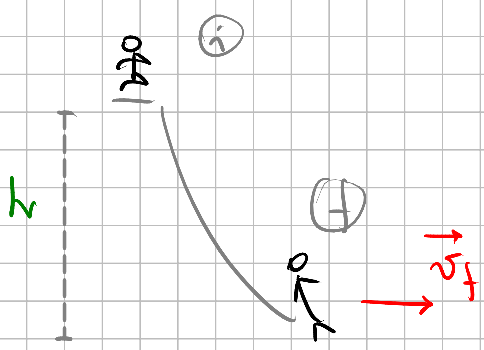
costante elastica della molla

$$\boxed{U = \frac{1}{2} K \, \Delta x^2}$$

Energia potenziale elastica

Esempi di forze non conservative: forza di attrito

Esercizio 35



$h = 2{,}31\ m$

$v_i = 0\ m/s$

$v_f = ?$

Poiché la forza di gravità è una forza <u>CONSERVATIVA</u>, l'energia meccanica E_m si conserva.

$$E_m = \underbrace{K}_{\frac{1}{2}mv^2\ \text{(En. cinetica)}} + \underbrace{U}_{mgh\ \text{(En. pot. gravitazionale)}}$$

① Energia iniziale $E_{m,i}$

$$E_{m,i} = \underbrace{K_i}_{=0\ \text{(all'inizio è fermo)}} + \underbrace{U_i}_{= mgh}$$

$$E_{m,i} = mgh$$

② Energia finale $E_{m,f}$

$$E_{m,f} = \underbrace{K_f}_{= \frac{1}{2}mv_f^2} + \underbrace{U_f}_{=0\ \text{(poiché } h_f = 0)}$$

$$E_{m,f} = \frac{1}{2}mv_f^2$$

③ Per il principio di conservazione dell'energia: $E_{m,i} = E_{m,f}$

$$\underbrace{\cancel{m}gh}_{E_{m,i}} = \underbrace{\frac{1}{2}\cancel{m}v_f^2}_{E_{m,f}} \longrightarrow v_f = \sqrt{2gh}$$

$= \dots$

N.B. v_f non dipende dalla massa m

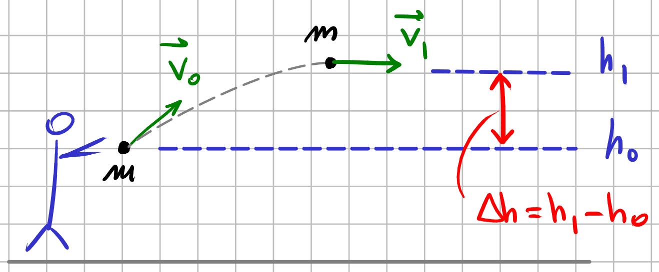
Esercizio 37

$m = 0,600 \text{ kg}$

$v_0 = 8,30 \text{ m/s}$

$v_1 = 7,10 \text{ m/s}$

$\Delta h = ?$



L'energia meccanica del sistema è $E_m = \underset{\frac{1}{2}mv^2}{K} + \underset{mgh}{U}$

① All'inizio

$$E_{m,0} = K_0 + U_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0$$

② Alla fine

$$E_{m,1} = K_1 + U_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1$$

③ Per il principio di conservazione dell'energia meccanica

$$E_{m,0} = E_{m,1}$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_0^2 + \cancel{m}gh_0 = \frac{1}{2}\cancel{m}v_1^2 + \cancel{m}gh_1$$ ← il risultato non dipende dalla massa !!

punto b) ✓

$$\frac{1}{2}v_0^2 - \frac{1}{2}v_1^2 = gh_1 - gh_0$$

$$\frac{v_0^2 - v_1^2}{2} = g(\underbrace{h_1 - h_0}_{\Delta h})$$

$$\boxed{\Delta h = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2g}}$$

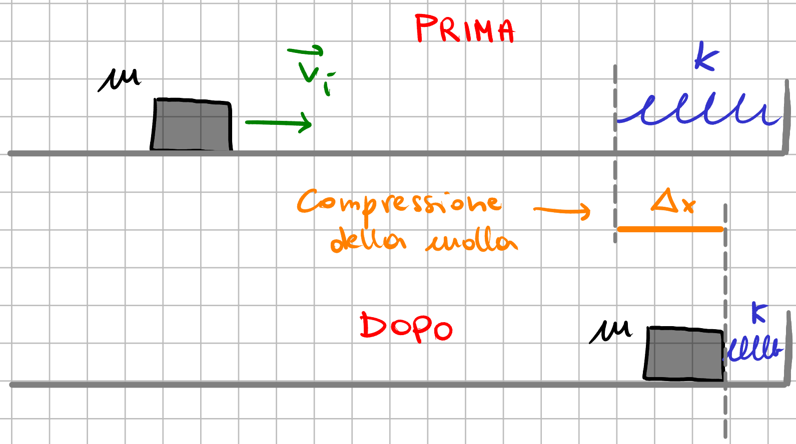
$$= \frac{8,30^2 - 7,10^2}{2 \cdot 9,81} = 0,942 \text{ m}$$

Esercizio 40

$m = 2{,}9\ kg$

$v_i = 1{,}6\ m/s$

$v_f = 0\ m/s$



a) $\Delta x = 4{,}8\ cm \longrightarrow k = ?$

b) $\Delta x = 1{,}2\ cm \longrightarrow v_i = ?$

L'energia meccanica del sistema è $E_m = K + U$

K: $\frac{1}{2} m v^2$ $\qquad$ U: $\frac{1}{2} k \Delta x^2$ (En. potenziale elastica)

① PRIMA

$$E_{m,i} = K_i + U_i = \frac{1}{2} m v_i^2$$

$U_i = 0$ poiché la molla è a riposo ($\Delta x = 0$)

② DOPO

$$E_{m,f} = K_f + U_f = \frac{1}{2} k \Delta x^2$$

$K_f = 0$ poiché il blocco è fermo ($v = 0$)

③ Per il principio di conservazione dell'energia meccanica

$$E_{m,i} = E_{m,f}$$

$$\cancel{\tfrac{1}{2}} m v_i^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}} k \Delta x^2$$

a) $\longrightarrow$ $k = \dfrac{m v_i^2}{\Delta x^2} = \dfrac{2{,}9 \cdot (1{,}6)^2}{(0{,}048)^2} = 3200\ \dfrac{N}{m}$

b) $\longrightarrow$ $v_i = \sqrt{\dfrac{k}{m}}\ \Delta x = \sqrt{\dfrac{3200}{2{,}9}} \cdot 0{,}012 = 0{,}40\ m/s$