PRINCIPIO di CONSERVAZIONE dell'ENERGIA MECCANICA

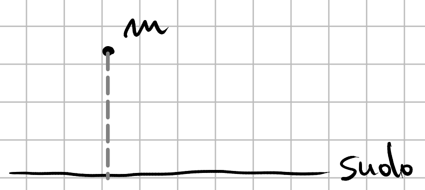
Se in un sistema fisico agiscono FORZE CONSERVATIVE*, allora l'energia meccanica $E_m = K + U$ è costante nel tempo

($E_m = cost$ o $E_{m,f} = E_{m,i}$ o $\Delta E_m = 0$)

* forze che hanno un'energia potenziale U

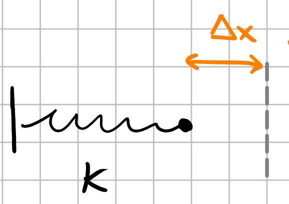
Esempi di forze conservative: forza di gravità (A), forza elastica (B)

(A)



$U = mgh$ Energia potenziale gravitazionale

(B)



Allungamento (o accorciamento)

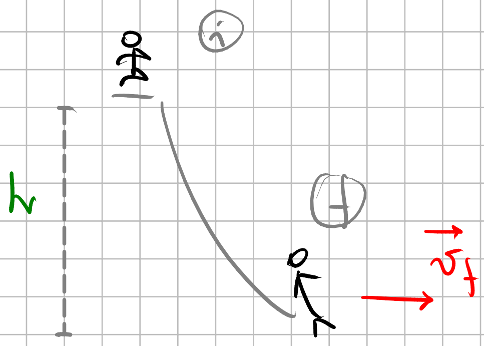
costante elastica della molla

$U = \frac{1}{2} K \Delta x^2$

Energia potenziale elastica

Esempi di forze non conservative: forza di attrito

Esercizio 35



$h = 2{,}31 \ m$

$v_i = 0 \ m/s$

$v_f = ?$

Poiché la forza di gravità è una forza <u>CONSERVATIVA</u>, l'energia meccanica E_m si conserva.

$$E_m = \underbrace{K}_{\frac{1}{2}mv^2 \text{ (En. cinetica)}} + \underbrace{U}_{mgh \text{ (En. pot. gravitazionale)}}$$

① Energia iniziale $E_{m,i}$

$$E_{m,i} = \underbrace{K_i}_{=0 \text{ (all'inizio è fermo)}} + \underbrace{U_i}_{=mgh}$$

$$\boxed{E_{m,i} = mgh}$$

② Energia finale $E_{m,f}$

$$E_{m,f} = \underbrace{K_f}_{=\frac{1}{2}mv_f^2} + \underbrace{U_f}_{=0 \text{ (poiché } h_f = 0)}$$

$$\boxed{E_{m,f} = \frac{1}{2}mv_f^2}$$

③ Per il principio di conservazione dell'energia: $E_{m,i} = E_{m,f}$

$$\underbrace{\cancel{m}gh}_{E_{m,i}} = \underbrace{\frac{1}{2}\cancel{m}v_f^2}_{E_{m,f}} \longrightarrow \boxed{v_f = \sqrt{2gh}} = \ldots$$

N.B. v_f non dipende dalla massa m

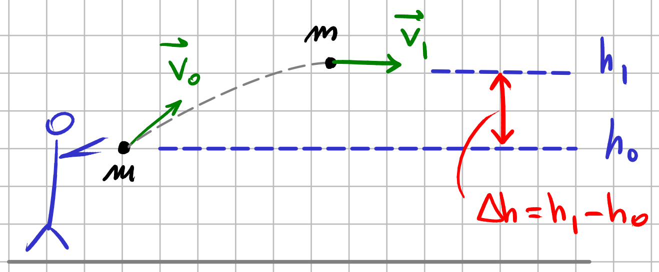
Esercizio 37

$m = 0,600 \text{ kg}$

$v_0 = 8,30 \text{ m/s}$

$v_1 = 7,10 \text{ m/s}$

$\Delta h = ?$



L'energia meccanica del sistema è $E_m = \underbrace{K}_{\frac{1}{2}mv^2} + \underbrace{U}_{mgh}$

① All'inizio

$$E_{m,0} = K_0 + U_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_0$$

② Alla fine

$$E_{m,1} = K_1 + U_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1$$

③ Per il principio di conservazione dell'energia meccanica

$$E_{m,0} = E_{m,1}$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_0^2 + \cancel{m}gh_0 = \frac{1}{2}\cancel{m}v_1^2 + \cancel{m}gh_1 \leftarrow$$

il risultato non dipende dalla massa !!

punto b) ✓

$$\frac{1}{2}v_0^2 - \frac{1}{2}v_1^2 = gh_1 - gh_0$$

$$\frac{v_0^2 - v_1^2}{2} = g(\underbrace{h_1 - h_0}_{\Delta h})$$

$$\boxed{\Delta h = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2g}}$$

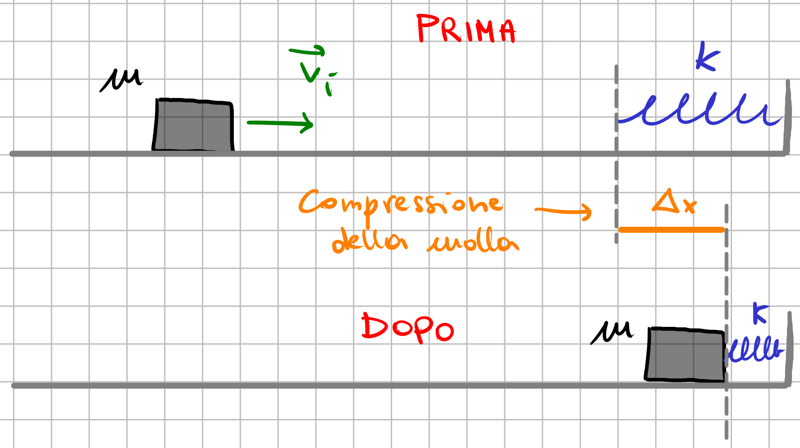
$$= \frac{8,30^2 - 7,10^2}{2 \cdot 9,81} = 0,942 \text{ m}$$

Esercizio 40

$m = 2{,}9\ kg$

$v_i = 1{,}6\ m/s$

$v_f = 0\ m/s$



a) $\Delta x = 4{,}8\ cm \longrightarrow k = ?$

b) $\Delta x = 1{,}2\ cm \longrightarrow v_i = ?$

L'energia meccanica del sistema è $E_m = \underbrace{K}_{\frac{1}{2}mv^2} + \underbrace{U}_{\frac{1}{2}k\,\Delta x^2}$

(En. potenziale elastica)

① PRIMA

$$E_{m,i} = K_i + \underbrace{U_i}_{=0} = \frac{1}{2} m v_i^2$$

poiché la molla è a riposo ($\Delta x = 0$)

② DOPO

$$E_{m,f} = \underbrace{K_f}_{=0} + U_f = \frac{1}{2} k\,\Delta x^2$$

poiché il blocco è fermo ($v = 0$)

③ Per il principio di conservazione dell'energia meccanica

$$E_{m,i} = E_{m,f}$$

$$\cancel{\frac{1}{2}} m v_i^2 = \cancel{\frac{1}{2}} k\,\Delta x^2$$

a) $\longrightarrow k = \dfrac{m v_i^2}{\Delta x^2} = \dfrac{2{,}9 \cdot (1{,}6)^2}{(0{,}048)^2} = 3200\ \dfrac{N}{m}$

b) $\longrightarrow v_i = \sqrt{\dfrac{k}{m}}\ \Delta x = \sqrt{\dfrac{3200}{2{,}9}} \cdot 0{,}012 = 0{,}40\ m/s$

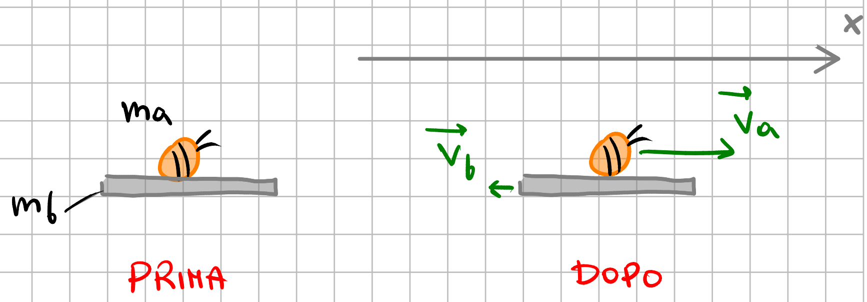
Esercizio 3 (Conservazione della QdM)

$m_a = 0{,}175\ g$

$m_b = 4{,}75\ g$

$v_a = 1{,}41\ cm/s$

$v_b = ?$



Poiché il sistema APE + BASTONCINO è <u>isolato</u>, la quantità di moto $\vec{p}$ si conserva.

PRIMA: $p_i = 0$ (l'ape e il bastoncino sono entrambi fermi)

DOPO: $\vec{p}_f = \vec{p}_a + \vec{p}_b \longrightarrow p_f = m_a \cdot v_a - m_b v_b$

Legge di Conservazione: $\boxed{p_i = p_f}$

$$0 = m_a v_a - m_b v_b$$

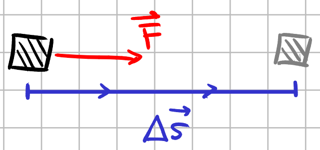
$$v_b = \frac{m_a v_a}{m_b}$$

$$\overset{*}{=} \frac{0{,}175 \cdot 1{,}41}{4{,}75} = 0{,}0519\ cm/s$$

* possiamo lasciare le masse in grammi

$$\frac{\cancel{g} \cdot cm/s}{\cancel{g}} = cm/s$$

Lavoro di una forza (costante)



intensità di $\vec{F}$

$$L = F \cdot \Delta s$$

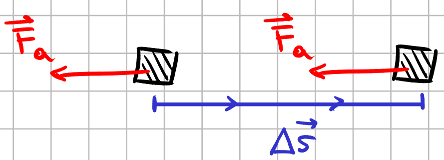
Lavoro di $\vec{F}$

spostamento

- Il lavoro è una grandezza scalare, con la stessa unità di misura dell'energia (J)

- Se $\vec{F}$ e $\Delta\vec{s}$ hanno
  - stesso verso: $L = F \cdot \Delta s > 0$ (LAVORO MOTORE)
  - verso opposto: $L = -F \cdot \Delta s < 0$ (LAVORO RESISTENTE)

- Il lavoro della FORZA di ATTRITO $\vec{F}_a$ è <u>sempre resistente</u>, infatti $\vec{F}_a$ e $\Delta\vec{s}$ hanno sempre verso opposto

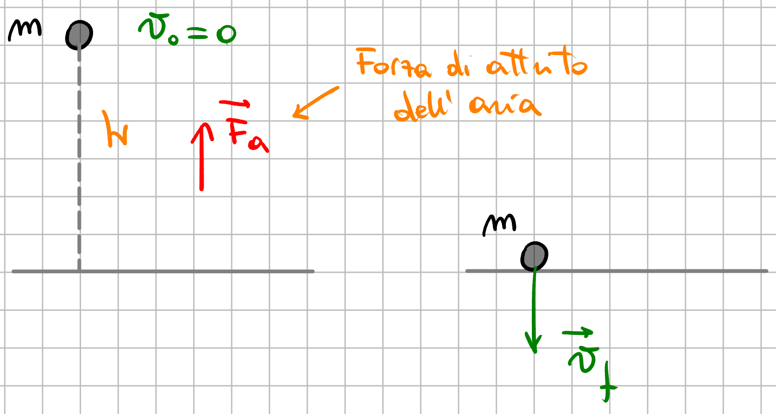


$$L = -F_a \cdot \Delta s$$

Energia meccanica e attrito.

Consideriamo un corpo lasciato libero di cadere

$E_{m,i} = \underbrace{K_i}_{0} + \underbrace{U_i}_{mgh}$



$E_{m,f} = \overset{\frac{1}{2}mv_f^2}{K_f} + \overset{0}{U_f}$

TRASCURANDO $\vec{F}_a$, $E_{m,i} = E_{m,f}$ ← L' energia meccanica si conserva

CONSIDERANDO $\vec{F}_a$, $E_{m,i} > E_{m,f}$ ← L'energia meccanica NON si conserva

$$E_{m,i} + L = E_{m,f}$$

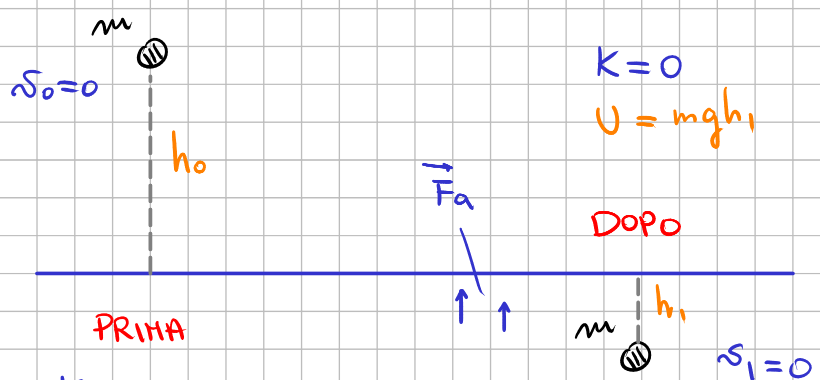
Lavoro compiuto dalla forza di attrito $\vec{F}_a$ ($L < 0$)

ESERCIZIO 51

$m = 65$ Kg

$h_0 = 10$ m

$h_1 = -4{,}8$ m



PRIMA

$K = 0$

$U = mgh_0$

$E_{m,0} = mgh_0$

DOPO

$K = 0$

$U = mgh_1$

$E_{m,1} = mgh_1$

(*) $E_{m,0} + L = E_{m,1}$

Lavoro della Forza di attrito

$(L<0) \qquad L = F_a \cdot h_1 < 0$

(*) $mgh_0 + F_a \cdot h_1 = mgh_1$

$F_a \cdot h_1 = mgh_1 - mgh_0$

$$F_a = \frac{mg(h_1 - h_0)}{h_1} = \frac{65 \cdot 9{,}8\,(-4{,}8 - 10)}{-4{,}8} = 1966{,}09 \text{ N}$$

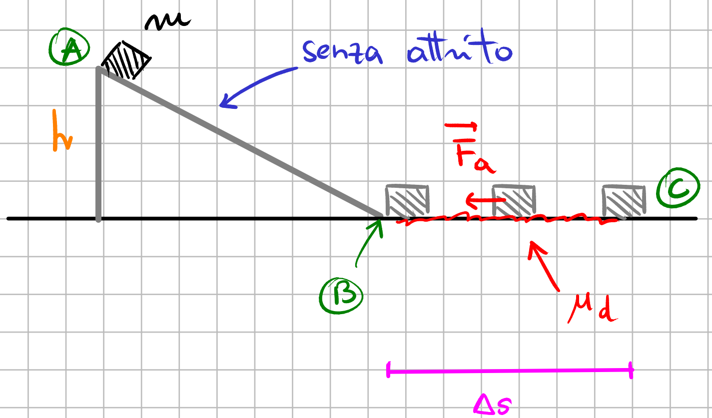
Esempio

DATI

$h \quad m \quad \mu_d$

INCOGNITE

1. $v_B = ?$
2. $\Delta s = ?$



1. $E_A = E_B$ (L'energia meccanica si conserva)

$mgh = \frac{1}{2} m v_B^2$

$$\boxed{v_B = \sqrt{2gh}}$$

2. $E_B + L = E_C$

$\frac{1}{2} m v_B^2 - F_a \cdot \Delta s = 0$, con $-F_a \cdot \Delta s = -mg\mu_d \Delta s$

$\frac{1}{2} m v_B^2 - mg\mu_d \Delta s = 0$

$$\boxed{\Delta s = \frac{v_B^2}{2g\mu_d}}$$

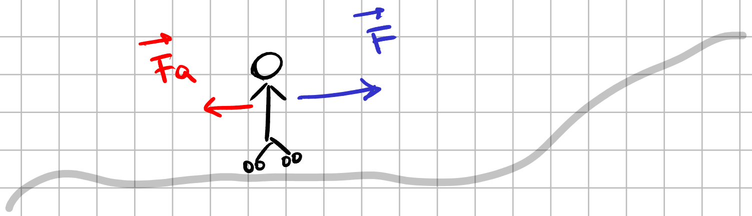
ESERCIZIO 54

$m = 81\ kg$

$L_M = 3420\ J$ +

$L_R = -715\ J$ =

$\boxed{L = 2705\ J}$ ← Lavoro totale compiuto dalle forze esterne (non conservative)

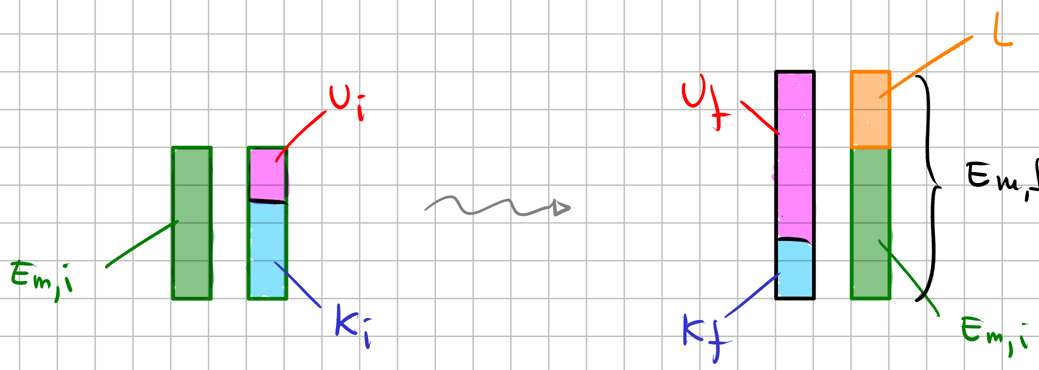


N.B.

Il lavoro L è l'energia extra che viene fornita al sistema

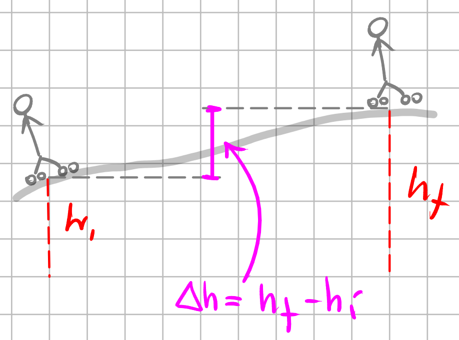
$$\underbrace{E_{m,f}}_{\frac{1}{2}mv_f^2 + mgh_f} = \underbrace{E_{m,i}}_{\frac{1}{2}mv_i^2 + mgh_i} + \underbrace{L}_{= 2705\ J}$$

$$\begin{cases} v_i = 2,5\ m/s \\ v_f = 1,22\ m/s \end{cases}$$



a) Poiché $v_f < v_i$, abbiamo $K_f < K_i$. Di conseguenza, l'energia potenziale U necessariamente aumenta:

$$\underset{mgh_f}{U_f} > \underset{mgh_i}{U_i} \longrightarrow \boxed{h_f > h_i}$$



b) $E_{m,f} = E_{m,i} + L$

$\downarrow$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mgh_f = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgh_i + L$$

$$mg(\underbrace{h_f - h_i}_{\Delta s}) = \frac{1}{2}m(v_i^2 - v_f^2) + L$$

$$\Delta s = \frac{\frac{1}{2}m(v_i^2 - v_f^2) + L}{mg} = \frac{0{,}5 \cdot 81\,(2{,}5^2 - 1{,}22^2) + 2705}{81 \cdot 9{,}81}$$

$$= 3{,}65\ m$$