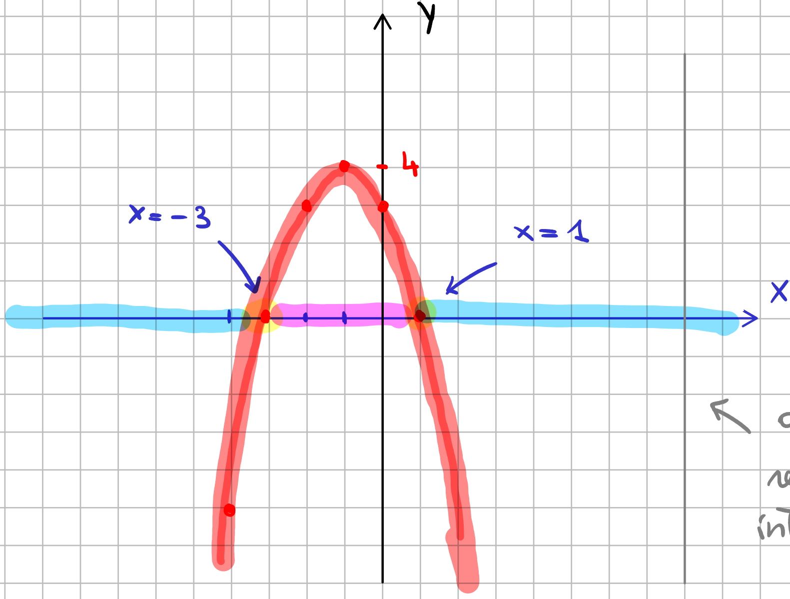
GRAFICO di una funzione

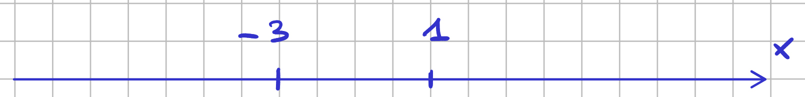
Consideriamo la funzione $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definita come segue:

$$y = 3 - x^2 - 2x$$

x	y
-1	4
0	3
1	0
-2	3
-3	0
-4	-5



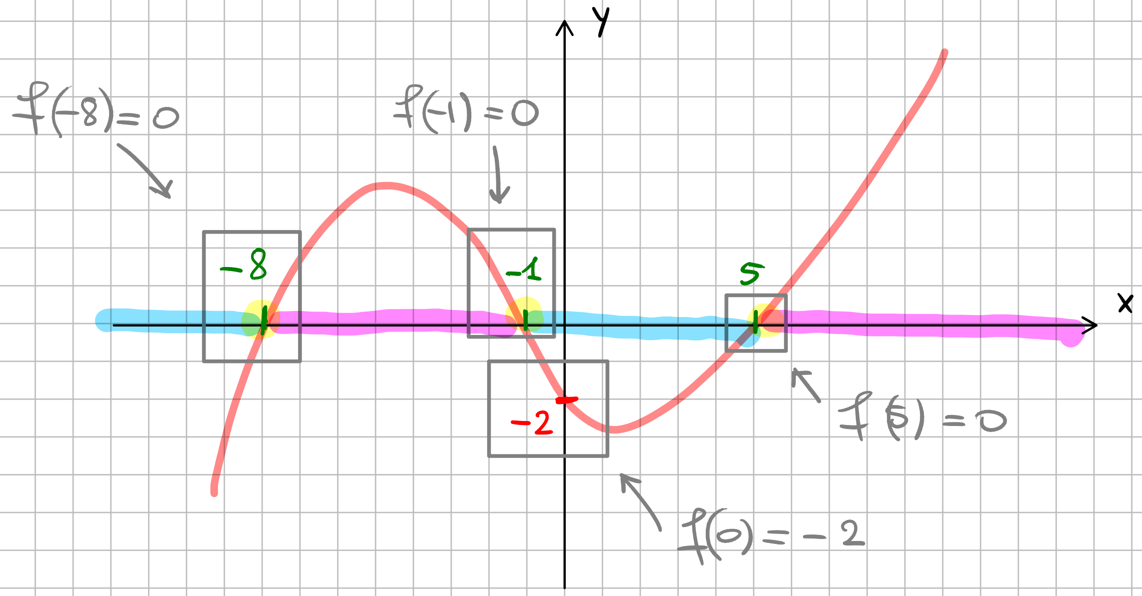
qualsiasi retta verticale interseca il grafico



Segno di f $- - - - - - \; 0 \; + + + \; 0 \; - - - - - -$

LETTURA di un grafico

Il grafico di una certa funzione $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ è il seguente:



Quali informazioni è possibile dedurre sulla funzione f ?

Segno di f

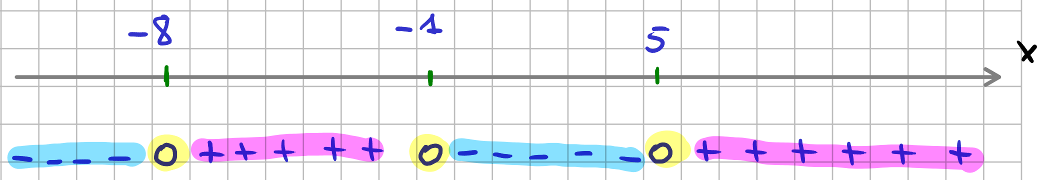
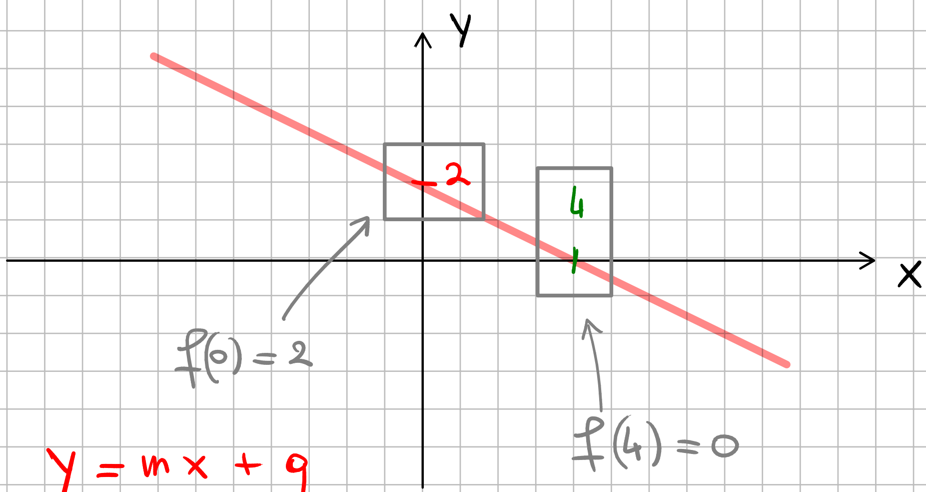


GRAFICO di una funzione lineare

$f:\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \qquad y = mx + q$



$m = ?$

$q = ?$

$$\underset{\substack{\downarrow \\ 2}}{y} = m\underset{\substack{\downarrow \\ 0}}{x} + q$$

$q = 2$

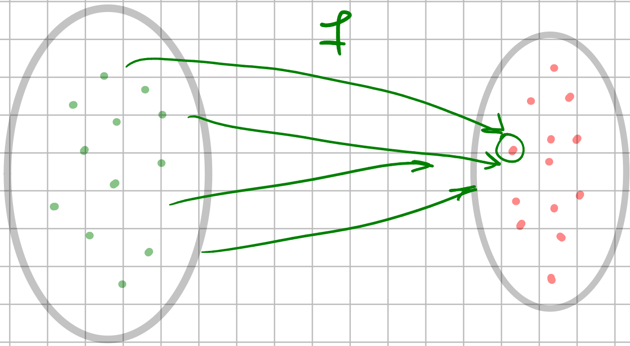
$$\underset{\substack{\downarrow \\ 0}}{y} = m\underset{\substack{\downarrow \\ 4}}{x} + 2$$

$0 = 4m + 2 \rightarrow m = -\frac{1}{2}$

$f:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è definita dall'espressione analitica

$$y = -\frac{1}{2}x + 2$$

FUNZIONI COSTANTI



DEFINIZIONE: una funzione f è costante se tutti gli elementi del dominio hanno la stessa immagine

- Espressione analitica di una funzione costante

Se $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ è costante

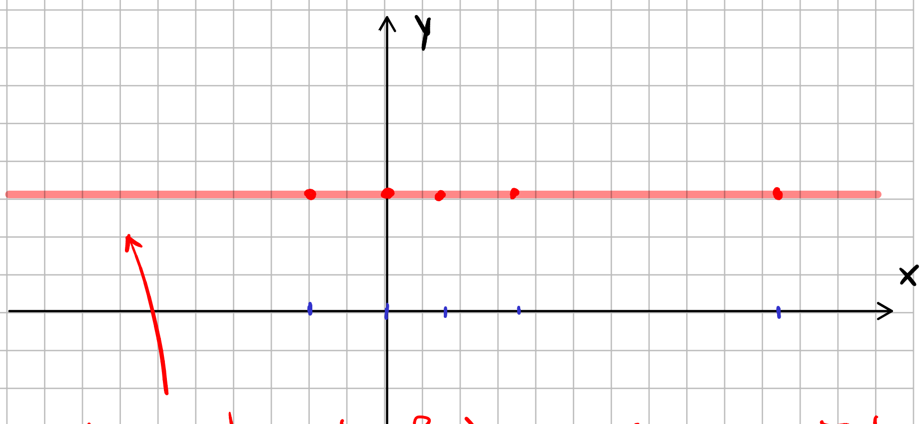
y non dipende da x

$y = c$ ← $c \in \mathbb{R}$ (costante)

- Grafico di una funzione costante

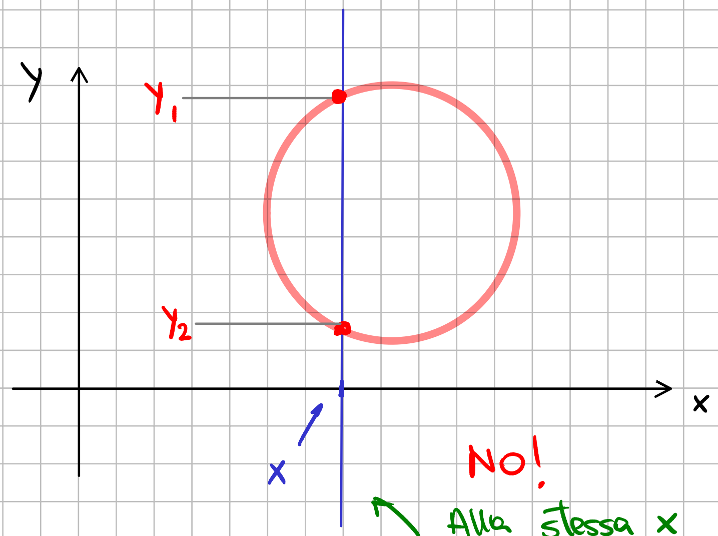
Tracciamo il grafico della funzione $y = 3$

x	y
-2	3
0	3
$3/2$	3
π	3



Il grafico di f è una retta orizzontale

ESERCIZIO: una circonferenza può essere il grafico di una funzione?



Alla stessa x corrispondono due valori di y

Circonf in FORMA NORMALE

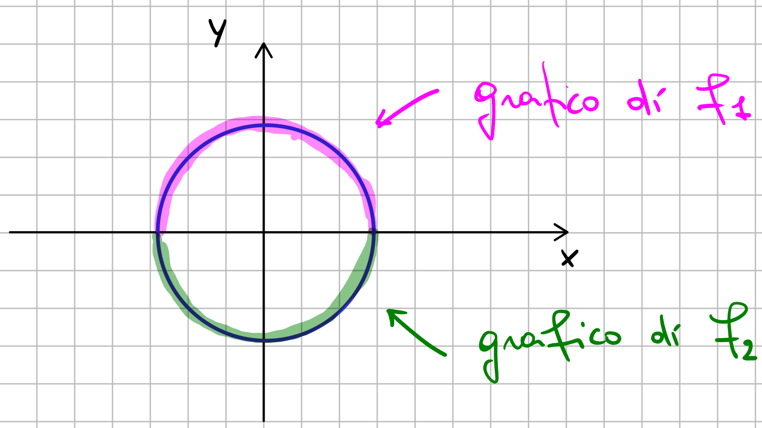
$x^2+y^2+ax+by+c=0 \rightsquigarrow \cancel{y=\ldots}$

Non è possibile esplicitare la y.

Consideriamo l'equazione $x^2+y^2=r^2$ e proviamo a esplicitare la variabile y...

$$y^2 = r^2 - x^2 \quad \begin{cases} y = \sqrt{r^2-x^2} & f_1 \\ y = -\sqrt{r^2-x^2} & f_2 \end{cases}$$

$x^2+y^2=r^2$



Grafici di FUNZIONI IRRAZIONALI

• $y = \sqrt{9 - x^2}$ $\qquad f : ? \longrightarrow \mathbb{R}$

Il dominio di f è l'insieme delle x tali che $9 - x^2 \geq 0$

cioè $-3 \leq x \leq 3$

$$\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 3\}$$

$$\downarrow$$

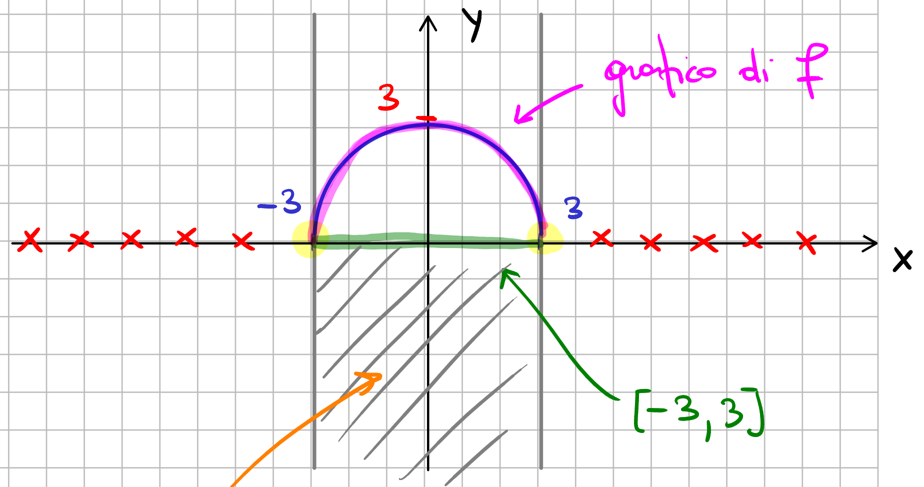
$$f : [-3, 3] \longrightarrow \mathbb{R}$$

$y = \sqrt{9 - x^2}$

$y^2 = 9 - x^2$

$\underline{x^2 + y^2 = 9}$

Circonferenza $\begin{cases} C = (0,0) \\ r = 3 \end{cases}$



poiché $y \geq 0$ per ogni $x \in [-3, 3]$ il grafico non può stare al di sotto dell'asse x.

Osservazioni

• $\underbrace{\sqrt{9 - x^2}}_{y} = 4$ è IMPOSSIBILE

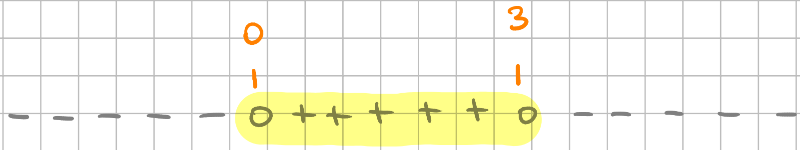
Infatti dal grafico si deduce che $0 \leq y \leq 3$ per qualsiasi $x \in [-3, 3]$

Dominio di f

- $y = -\sqrt{3x - x^2}$ $\rightsquigarrow$ $f: D \longrightarrow \mathbb{R}$

- Troviamo il dominio D.

Risolviamo la disequazione $3x - x^2 \geq 0 \longrightarrow x(3-x) \geq 0$



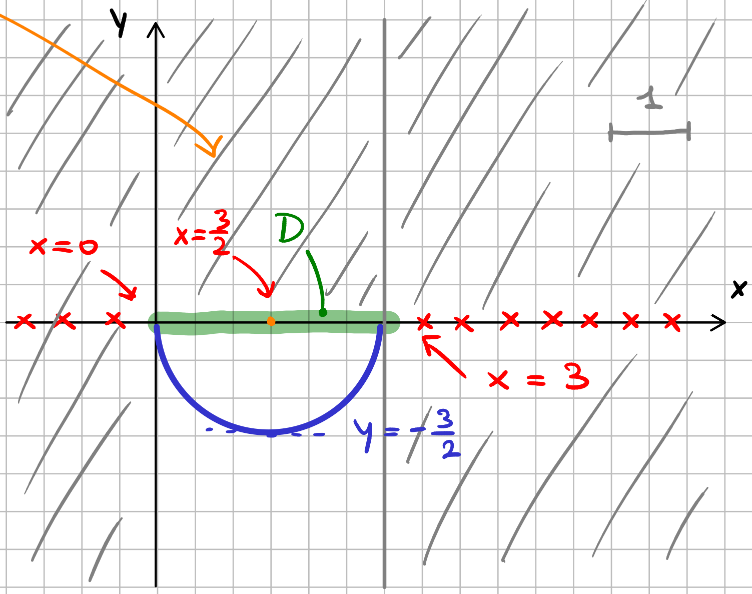
$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 3\}$$

- Osserviamo che

$y \leq 0$

per qualsiasi $x \in D$

(infatti $y = -\sqrt{}$)



- Elevando al quadrato

$$y^2 = 3x - x^2$$

$$\downarrow$$

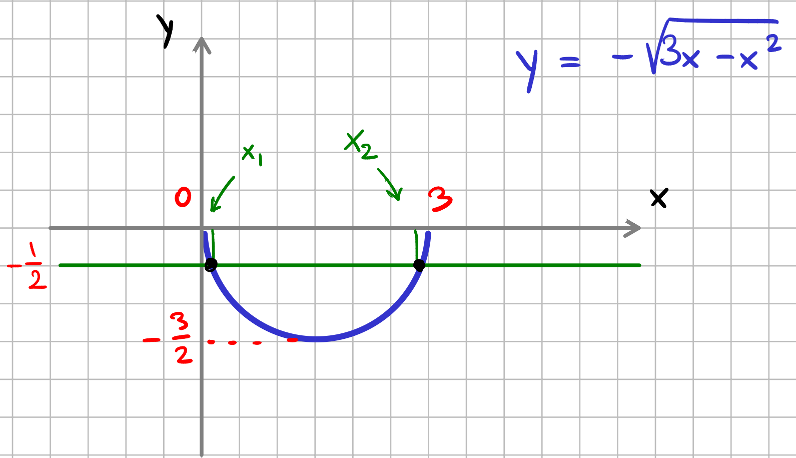
$$x^2 + y^2 - 3x = 0$$

Circonferenza

$C = \left(\frac{3}{2}, 0\right)$

$r = \frac{3}{2}$

- Lettura del grafico



Quante soluzioni ha l'equazione

$$\underbrace{-\sqrt{3x - x^2}}_{y} = -\frac{1}{2} \ ?$$

Quante sono le $x \in D$ tali che $y = -\frac{1}{2}$? 2 x_1 e x_2

- $y = 1 - \sqrt{4 - x^2}$

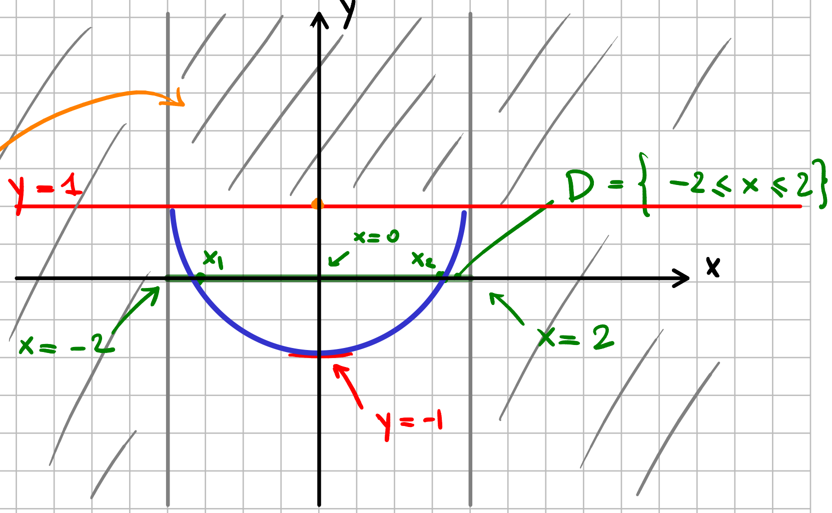
- Dominio: $4 - x^2 \geq 0 \longrightarrow -2 \leq x \leq 2$

- $y - 1 = -\sqrt{4 - x^2}$

$y - 1 \leq 0$

(infatti $y - 1 = -\sqrt{\ }$)

$y \leq 1$



- Elevando al quadrato

$(y-1)^2 = 4 - x^2$

$x^2 + (y-1)^2 = 4$

Circonferenza $\begin{cases} C = (0, 1) \\ r = 2 \end{cases}$

- Troviamo i valori di x_1 e x_2, risolvendo l'equazione $y = 0$

$\underbrace{1 - \sqrt{4 - x^2}}_{y} = 0 \longrightarrow 1 = \sqrt{4 - x^2}$

$1 = 4 - x^2$

$x^2 = 3 \begin{cases} x_1 = -\sqrt{3} \\ x_2 = \sqrt{3} \end{cases}$

- Studio del segno