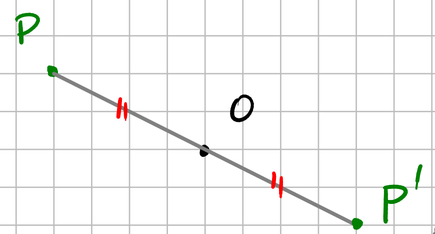
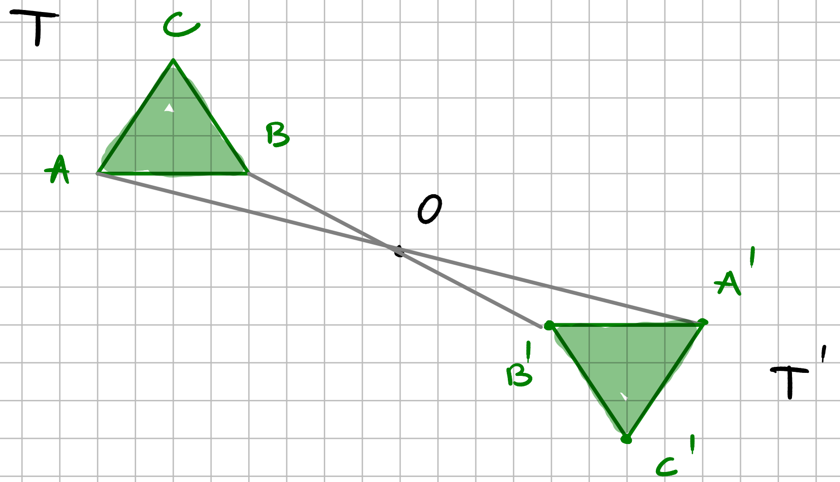
TRASFORMAZIONI GEOMETRICHE nel piano cartesiano

- SIMMETRIA CENTRALE rispetto all' origine



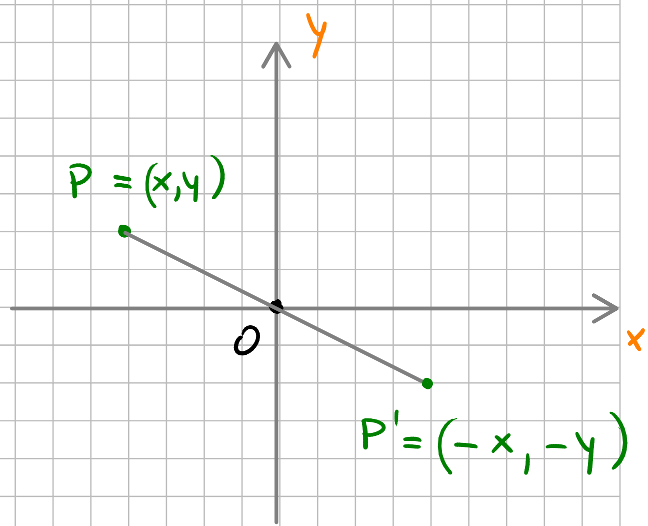
simmetrico di P rispetto a O



simmetrico di T rispetto a O

Nel piano cartesiano...

Equazioni della simmetria centrale rispetto all' origine



$$x \longrightarrow -x$$
$$y \longrightarrow -y$$

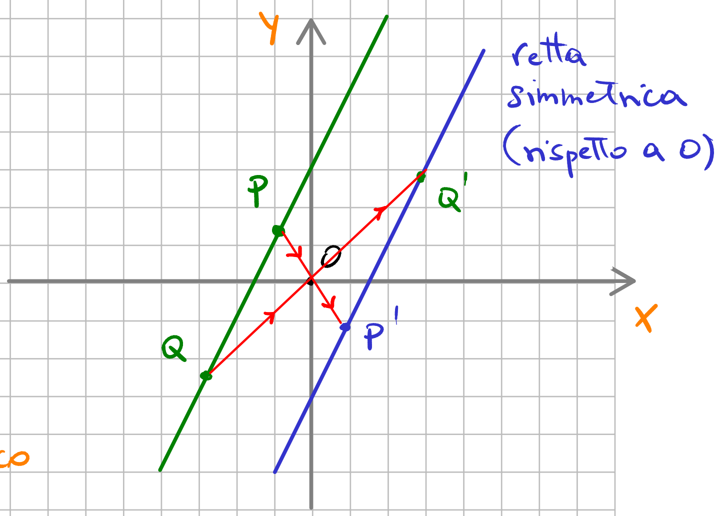
oppure

$$\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$$

N.B. L'origine è l'unico PUNTO FISSO della trasformazione $O' = O$

Esempio: consideriamo la retta di equazione $y = 2x + 3$

Trovare la sua simmetrica rispetto a O



Se $P = (x_P, y_P)$ sta sulla retta

Sono soluzioni dell'equazione

cioè $y_P = 2 \cdot x_P + 3$

$P' = (-x_P, -y_P)$ ← punto simmetrico

$-x_P = x'_P \qquad -y_P = y'_P$

$$-y'_P = 2(-x'_P) + 3$$

Le coordinate di P' sono soluzioni dell'equazione

$$-y = 2(-x) + 3 \longrightarrow y = 2x - 3$$

Riepilogo sulla simmetria rispetto a $O = (0,0)$

① Come si trasformano i **punti**

$$P = (x, y) \rightsquigarrow P' = (x', y')$$

(Punto simmetrico)

$$\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$$

② Come si trasformano le **curve**

$$\gamma \rightsquigarrow \gamma'$$

(curva simmetrica)

L'equazione di γ' si ottiene da quella di γ sostituendo

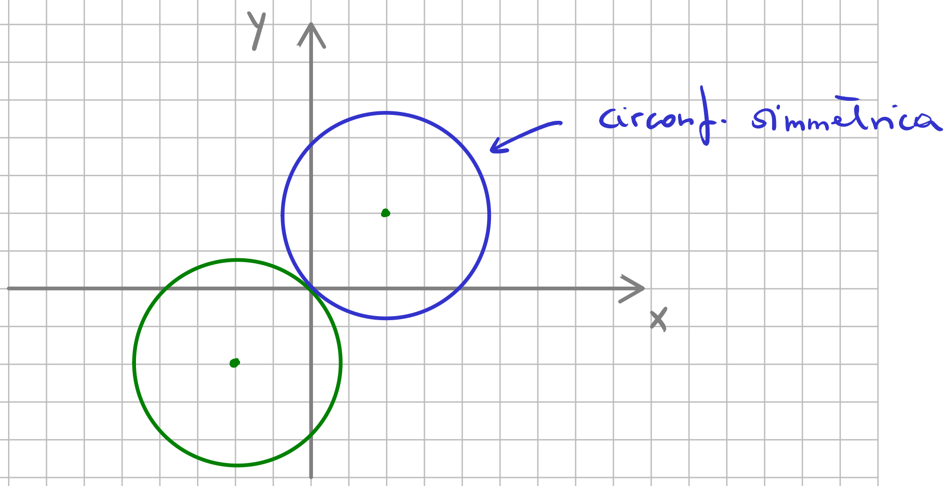
$$x \longrightarrow -x$$
$$y \longrightarrow -y$$

Esempio: scrivere l'equazione della circonferenza simmetrica (rispetto a $O=(0,0)$) della circonferenza

$$x^2+y^2+2x+2y=0$$

$x \rightarrow -x$

$y \rightarrow -y$



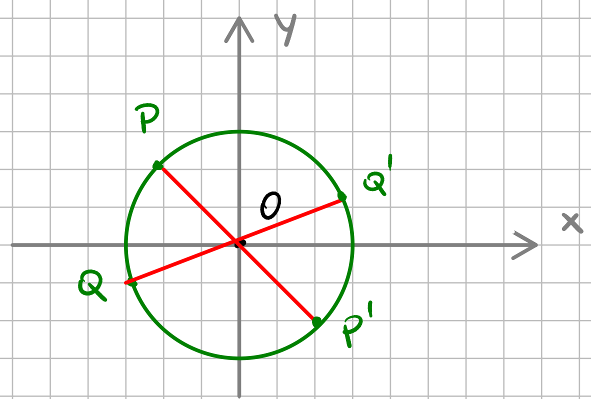
$$(-x)^2+(-y)^2+2\cdot(-x)+2\cdot(-y)=0$$

$x^2+y^2-2x-2y=0 \leftarrow$ Equazione della circonf. simmetrica

---

Osservazione: qualsiasi circonferenza di equazione $x^2+y^2=r^2$ è simmetrica rispetto a $O=(0,0)$

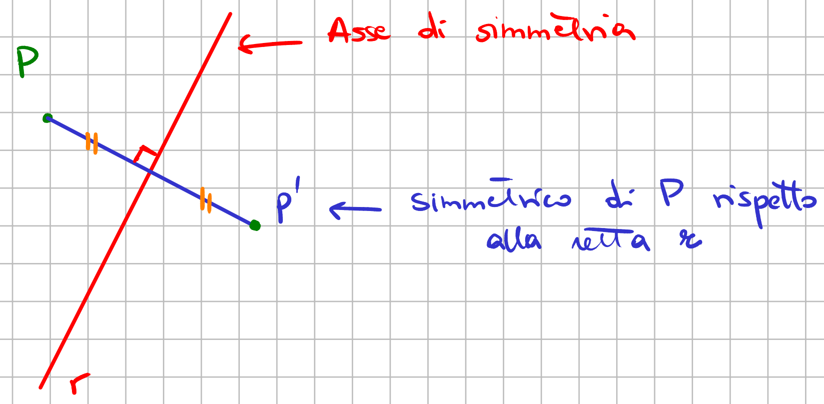
$$x^2+y^2=r^2 \longrightarrow \boxed{\begin{array}{c} x \rightarrow -x \\ y \rightarrow -y \end{array}} \longrightarrow x^2+y^2=r^2$$



- **SIMMETRIA ASSIALE***

* RISPETTO a una RETTA

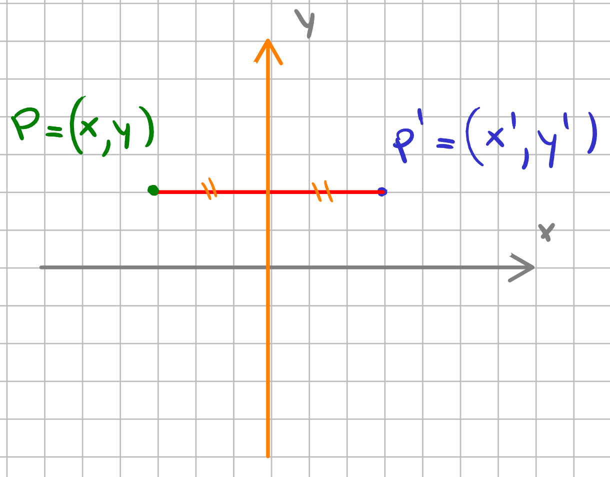
Nel piano euclideo...



N.B. I punti fissi della trasformazione sono i punti della retta r.

Nel piano cartesiano...

Simmetria assiale rispetto all'asse y



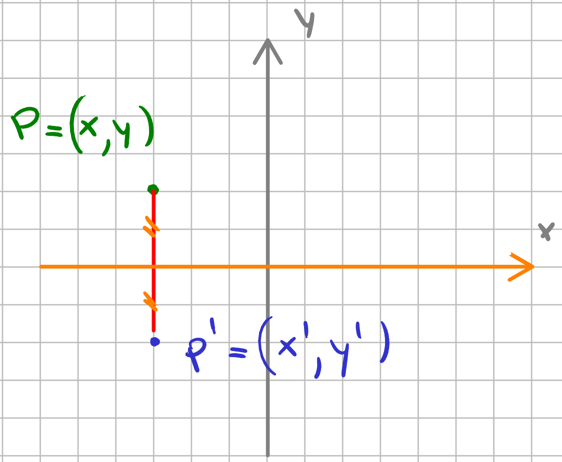
Equazioni della trasformazione

$$\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$$

Trasformazione delle equazioni

$$\boxed{\begin{array}{l} x \rightarrow -x \\ y \rightarrow y \end{array}}$$

Simmetria assiale rispetto all' asse x

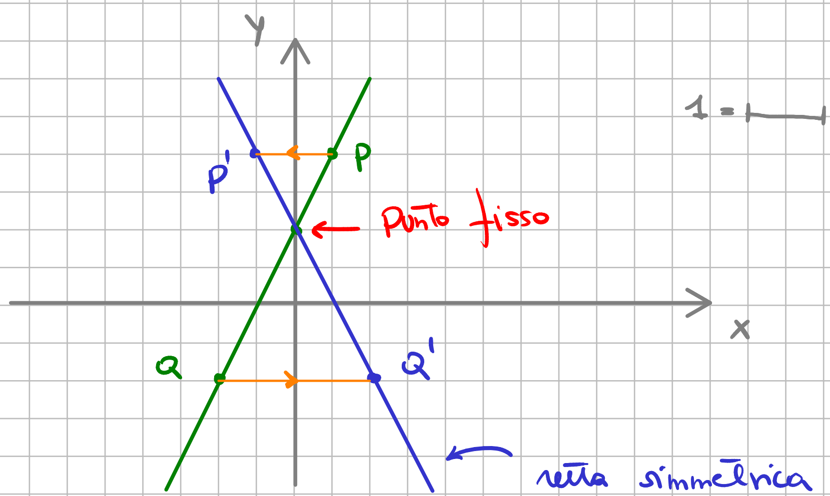


Equazioni della trasformazione

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$$

Trasformazione delle equazioni $\boxed{\begin{array}{l} x \longrightarrow x \\ y \longrightarrow -y \end{array}}$

<u>Esempio</u>: Trovare la retta simmetrica (rispetto a $\overbrace{x=0}^{\text{Asse } y}$) della retta di equazione $y = 2x + 1$



$y = 2x + 1$

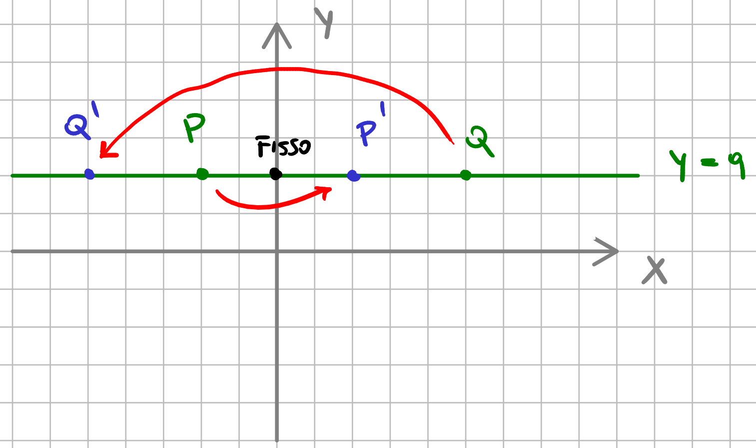
$\boxed{\begin{array}{l} x \longrightarrow -x \\ y \longrightarrow y \end{array}}$

$y = 2 \cdot (-x) + 1$

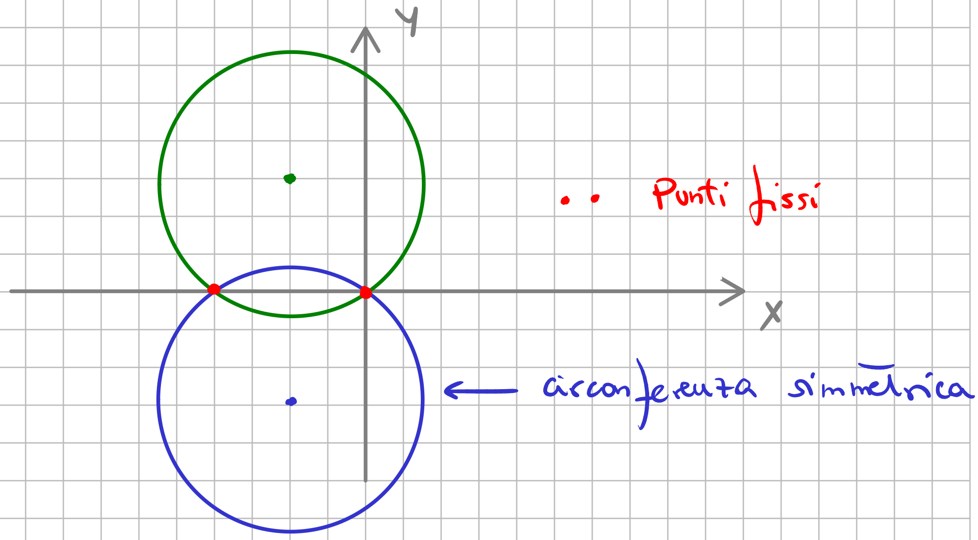
$y = -2x + 1$ ⟵ Equazione della retta simmetrica

<u>Osservazioni</u>: (1) L'asse y è simmetrico rispetto all' asse y (ovvio) (ogni suo punto è un punto fisso)

(2) Qualsiasi retta orizzontale $y = q$ è simmetrica rispetto all' asse y



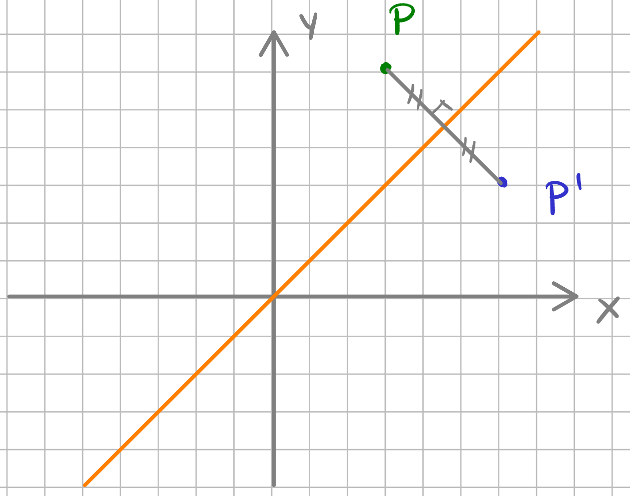
Esempio: trovare la circonferenza simmetrica (rispetto a $y=0$) della circonf. di equazione $x^2+y^2+4x-6y=0$



$$x^2+y^2+4x-6y=0 \longrightarrow \boxed{\begin{matrix} x \to x \\ y \to -y \end{matrix}} \longrightarrow x^2+y^2+4x+6y=0$$

(Eq. della circonf. simmetrica)

Simmetria rispetto alla bisettrice $y = x$



$P = (x, y) \rightsquigarrow P' = (x', y')$

$$\begin{cases} x' = y \\ y' = x \end{cases}$$

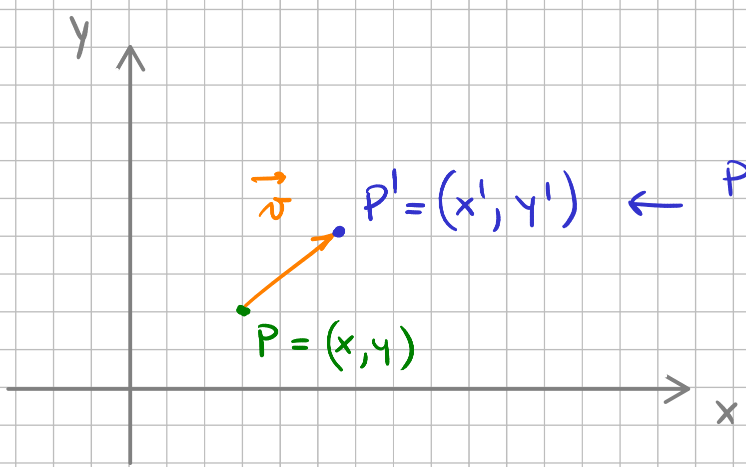
Equazioni della simmetria

$x \longrightarrow y$

$y \longrightarrow x$

TRASLAZIONI

Fissiamo un vettore $\vec{v} = (v_x, v_y)$



$P' = (x', y') \leftarrow$ Punto ottenuto traslando P lungo il vettore $\vec{v}$

Equazioni della traslazione lungo $\vec{v}$

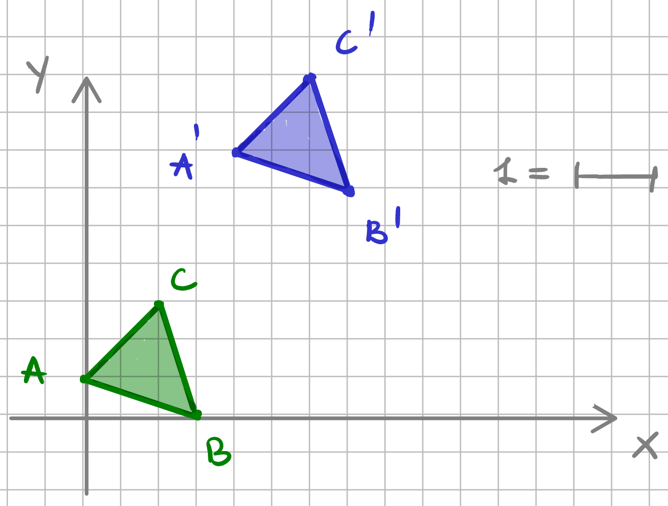
$$\begin{cases} x' = x + v_x \\ y' = y + v_y \end{cases}$$

Osservazione: se $\vec{v} \neq 0$, la traslazione non ha punti fissi

ATTENZIONE: Per traslare una curva la SOSTITUZIONE da effettuare nell'equazione è:

$x \longrightarrow x - v_x \qquad y \longrightarrow y - v_y$

Esempio: $\vec{v} = (2, 3)$

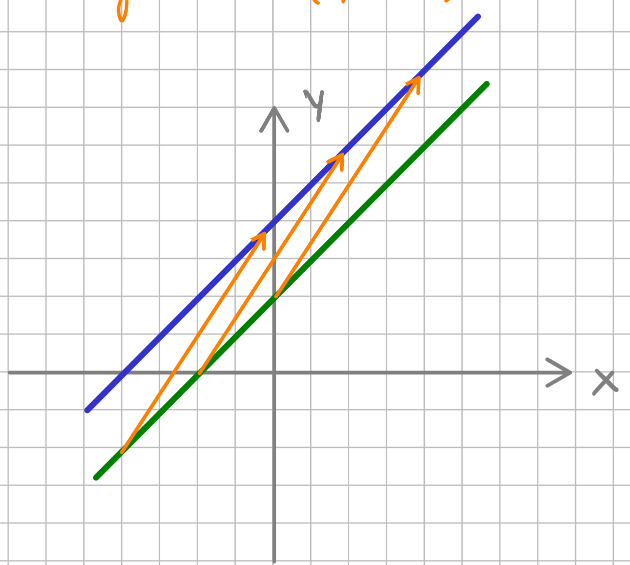


$A = \left(0, \frac{1}{2}\right) \rightsquigarrow A' = \left(0+2, \frac{1}{2}+3\right) = \left(2, \frac{7}{2}\right)$

$B = \left(\frac{3}{2}, 0\right) \rightsquigarrow B' = \left(\frac{3}{2}+2, 0+3\right) = \left(\frac{7}{2}, 3\right)$

$C = \left(1, \frac{3}{2}\right) \rightsquigarrow C' = \left(1+2, \frac{3}{2}+3\right) = \left(3, \frac{9}{2}\right)$

Qual è l'equazione della retta ottenuta traslando $y = x+2$ lungo $\vec{v} = (2,3)$?



$y = x + 2$

$$\boxed{\begin{array}{l} x \longrightarrow x-2 \\ y \longrightarrow y-3 \end{array}}$$

$y - 3 = x - 2 + 2$

$y = x + 3$

Equazione della retta traslata