Verifica di Fisica

4 maggio 2021

La prova consiste di 3 esercizi da svolgere sul foglio protocollo allegato

Esercizio 1

Una boccia da bowling di 2,72 kg ha un diametro di 20 cm. Poiché si tratta di una sfera cava, il suo momento di inerzia I rispetto all'asse centrale può essere calcolato come

$$I = \frac{2}{3} M R^2$$

a) Supponendo che la boccia sia in rotazione rispetto al proprio asse a 2 giri al secondo, calcolare la sua energia cinetica rotazionale.

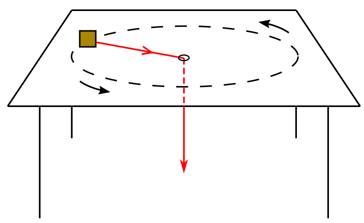
b) Rispetto alla situazione descritta al punto a), che forza bisognerebbe applicare sul bordo esterno della sfera per fermarla in 10 secondi?

c) Dopo aver posizionato la boccia ferma in cima a un piano inclinato, questa viene lasciata libera di rotolare. Sapendo che il piano è alto 1,5 m, calcolare la velocità della boccia quando arriva alla base del piano.

Esercizio 2

Un blocco di massa 0,25 kg è tenuto in rotazione su una superficie orizzontale liscia tramite un filo che passa attraverso un foro al centro della superficie.

Inizialmente, il blocco ruota a una distanza di 0,75 m dal centro con una velocità angolare di 2,1 rad/s.



a) Calcolare il momento angolare del blocco rispetto al centro della rotazione.

b) Tirando il filo verso il basso, la distanza del blocco dal centro viene accorciata fino a 0,5 m. Qual è la nuova velocità angolare del blocco? (Motivare adeguatamente la risposta)

Esercizio 3

Una giostra circolare di massa 150 kg e raggio 2,5 m sta ruotando a una frequenza di mezzo giro al secondo. Un bambino di 40 kg salta sul bordo della giostra con velocità tangenziale v, in *verso opposto* a quello di rotazione della giostra.

a) Determinare il valore di v necessario a fermare la giostra dopo che il bambino è saltato su.

b) L'energia cinetica del sistema giostra+bambino si conserva? (Motivare la risposta)

Svolgimento

Esercizio 1

a) La frequenza di rotazione è $f_0 = 2$ Hz. Attraverso la relazione $\omega = 2\pi f$, ricaviamo

$$\begin{aligned} K = \frac{1}{2} I\omega_0^2 &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} MR^2 \cdot (2\pi f_0)^2 \\ &= \frac{4}{3}\pi^2 MR^2 f_0^2 \\ &= 1{,}43 \text{ J} \end{aligned}$$

b) Per fermare la boccia è necessario applicare un momento torcente M (in verso opposto alla rotazione) che generi un'accelerazione angolare media pari a

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{2\pi f_0}{\Delta t}$$

Per il secondo principio di Newton (versione rotazionale) abbiamo che

$$M = I\alpha = \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{MR^2 f_0}{\Delta t} = 0{,}023 \text{ Nm}$$

Supponendo che il momento torcente sia prodotto da una forza $\vec{F}$ applicata sul bordo della sfera a distanza $R = 0{,}1$ m dall'asse di rotazione e in verso opposto alla rotazione, abbiamo

$$M = FR \quad \longrightarrow \quad F = \frac{M}{R} = 0{,}23 \text{ N}$$

c) L'energia meccanica totale E della boccia è costituita da

- energia potenziale gravitazionale $U = Mgh$
- energia cinetica di traslazione $K = 1/2\, Mv^2$
- energia cinetica di rotazione $K_{\text{rot}} = 1/2\, I\omega^2$

Di conseguenza, sfruttando la condizione di rotolamento $v = \omega R$, abbiamo

$$E_0 = Mgh_0 \qquad E_1 = \frac{1}{2}\left(M + \frac{I}{R^2}\right) v_1^2 = \frac{5}{6} M v_1^2$$

Dal principio di conservazione dell'energia ($E_0 = E_1$) ricaviamo

$$v_1 = \sqrt{\frac{6}{5} g h_0} = 4{,}20 \text{ m/s}$$

P.S. Notiamo che il valore di v_1 non dipende dalla massa né dal raggio della boccia.

Esercizio 2

a) Considerando il blocco come un punto materiale, il suo momento d'inerzia è $I = mr^2$, dove r indica la distanza dal centro di rotazione. Di conseguenza, il momento angolare risulta

$$L_0 = I_0\omega_0 = mr_0^2\omega_0 = 0{,}30 \text{ kg m}^2/\text{s}$$

b) La forza applicata al blocco è diretta verso il centro di rotazione, ovvero è una *forza centrale*: di conseguenza, il momento angolare del blocco si conserva ($L_0 = L_1$). Ricaviamo che

$$I_0\omega_0 = I_1\omega_1 \quad \longrightarrow \quad \omega_1 = \left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2 \omega_0 = 4{,}7 \text{ rad/s}$$

P.S. Notiamo che il valore appena trovato di ω_1 non dipende dalla massa del blocco.

Esercizio 3

a) Poiché il sistema giostra+bambino può essere considerato un sistema isolato, il momento angolare totale $L = L_{\text{giostra}} + L_{\text{bambino}}$ si conserva.

Prima

La velocità $\vec{v}$ del bambino è tangente al bordo della giostra, per cui abbiamo

$$L_{\text{bambino}} = r \cdot p = mrv$$

Considerando la giostra come un disco pieno, il suo momento d'inerzia è $I = 1/2\, Mr^2$ e il suo momento angolare rispetto al centro risulta

$$L_{\text{giostra}} = I \cdot \omega = -\frac{1}{2}Mr^2 \cdot 2\pi f = -\pi M r^2 \cdot f$$

dove il segno meno dipende dal fatto che la giostra ruota in verso opposto rispetto a $\vec{v}$.

Dopo

Se, dopo che il bambino atterra sulla giostra, entrambi si fermano, allora certamente $L = 0$.

Dunque, in base al principio di conservazione del momento angolare, abbiamo

$$\begin{aligned} L_{\text{giostra}} + L_{\text{bambino}} = 0 \quad &\longrightarrow \quad mrv - \pi M r^2 \cdot f = 0 \\ &\longrightarrow \quad v = \frac{\pi M r \cdot f}{m} = 14{,}7 \text{ m/s} \end{aligned}$$

b) Inizialmente, l'energia cinetica del sistema ha un valore $K > 0$ in quanto sia la giostra che il bambino sono in movimento. Successivamente abbiamo invece $K = 0$ poiché entrambi i corpi si fermano. Dunque l'energia cinetica del sistema non si conserva, ma viene completamente dissipata durante l'urto (completamente anelastico).