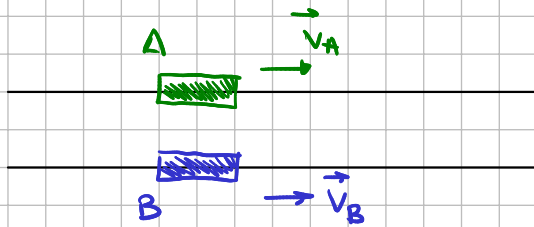


MOTI RELATIVI

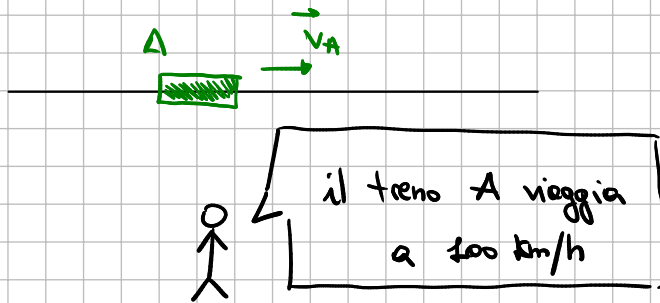


$$v_A = v_B = 100 \text{ km/h}$$

rispetto alla banchina

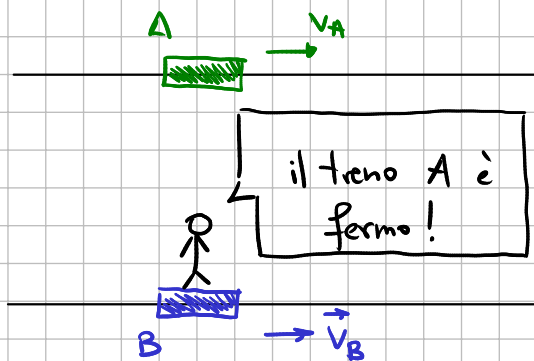
La velocità è una **GRANDEZZA RELATIVA***

* dipende dal SISTEMA di RIFERIMENTO considerato



SISTEMA di RIFERIMENTO:

BANCHINA



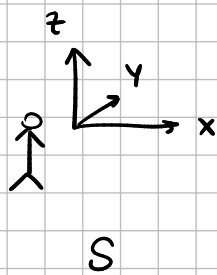
SISTEMA di RIFERIMENTO:

TRENO B

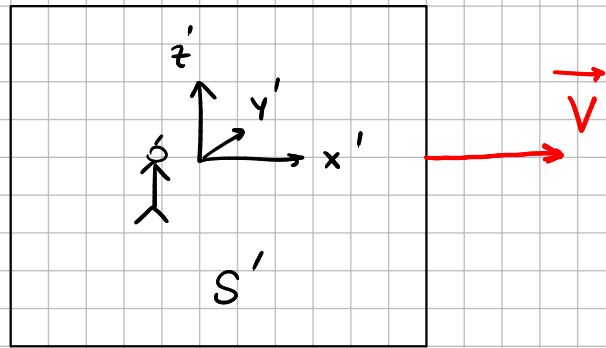
MORALE: il **MOTO È RELATIVO**

→ la posizione e la velocità di un corpo in moto dipendono dal sistema di riferimento.

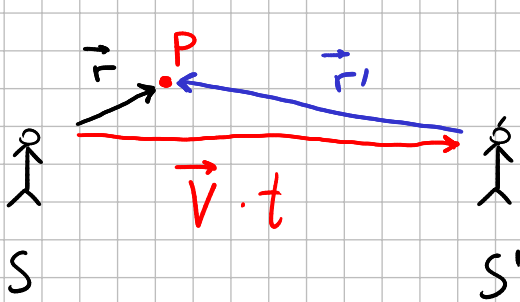
"banchina"



"Treno B"



S' si muove di moto rettilineo uniforme rispetto a S (a velocità \vec{V})



\vec{r} posizione di P rispetto a S
 \vec{r}' posizione di P rispetto a S'
 $\vec{V} \cdot t$ posizione di S' rispetto a S

Osserviamo che $\vec{V} \cdot t + \vec{r}' = \vec{r}$ (Metodo punta-coda)

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{V} \cdot t$$

Trasformazione di Galileo (per la posizione)

Descrive come cambia la posizione di P (\vec{r} no \vec{r}') cambiando il sistema di riferimento (S no S').

Come cambia la velocità di P?

Istante	Posizione
t_1	\vec{r}_1
t_2	\vec{r}_2

$$\vec{v} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}$$

velocità di P
rispetto a S



Istante	Posizione
t_1	\vec{r}'_1
t_2	\vec{r}'_2

$$\vec{v}' = \frac{\vec{r}'_2 - \vec{r}'_1}{t_2 - t_1}$$

velocità di P
rispetto a S'

Che relazione c'è tra \vec{v} e \vec{v}' ?

$$\begin{aligned}\vec{v}' &= \frac{\vec{r}'_2 - \vec{r}'_1}{t_2 - t_1} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{V} \cdot t_2 - (\vec{r}_1 - \vec{V} \cdot t_1)}{t_2 - t_1} \\ &= \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1 - \vec{V}(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1} \\ &= \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} - \frac{\vec{V}(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1} \\ &= \vec{v} - \vec{V}\end{aligned}$$

Trasformazione di Galileo
(per le velocità)

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{V}$$

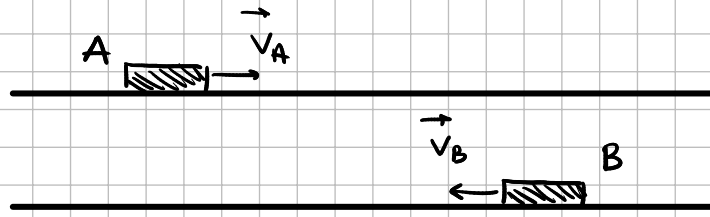
velocità di P
in S'

velocità di P
in S

velocità di S'
rispetto a S

Esempi

Esercizio 45 (40)



$$\begin{cases} S = \text{SdR}^* \text{ del suolo (BANCHINA)} \\ S' = \text{SdR} \text{ del treno A} \end{cases}$$

* SdR = Sistema di riferimento

$$\begin{cases} v_A = 100 \text{ km/h} \\ v_B' = 190 \text{ km/h} \end{cases}$$

$$v_B = ?$$

$$\vec{v}_B' = \vec{v}_B - \vec{V}$$

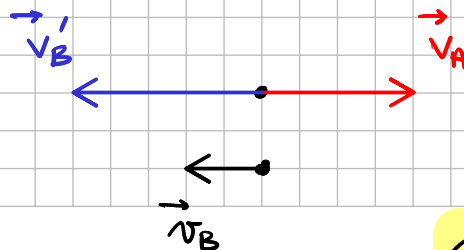
è la velocità di S' rispetto a S ,
cioè la velocità del treno A
rispetto al suolo

Ricaviamo $\vec{v}_B \dots$

$$\underline{\underline{\vec{V} = \vec{v}_A}}$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_B' + \vec{v}_A$$

$$v_B' = 190 \text{ km/h}$$

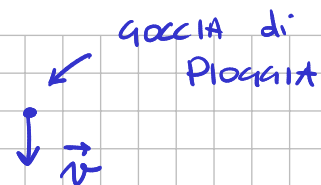
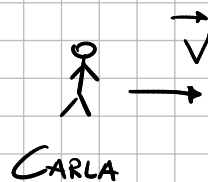


$$v_A = 100 \text{ km/h}$$

$$v_B = 90 \text{ km/h}$$

Esercizio 99

Rispetto al suolo
(sistema S)



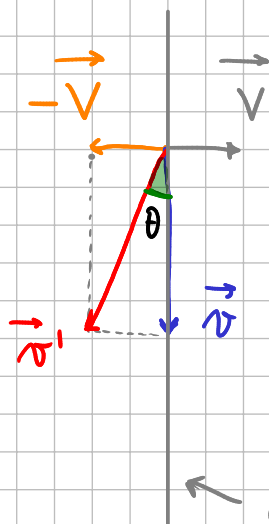
Rispetto a Carla
(sistema S')



velocità della goccia
rispetto a Carla

$$\begin{aligned}\vec{v}' &= \vec{v} - \vec{V} \\ &= \vec{v} + (-\vec{V})\end{aligned}$$

$\theta = ?$



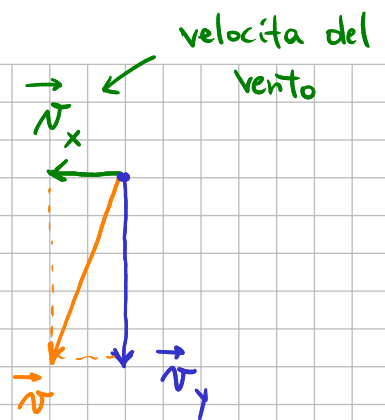
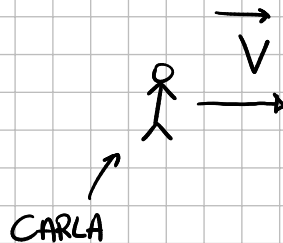
$$\tan \theta = \frac{V}{v}$$

direzione verticale

$$\begin{aligned}\theta &= \tan^{-1} \frac{V}{v} \\ &= \tan^{-1} \frac{3}{10} \\ &= 17^\circ\end{aligned}$$

ESERCIZIO 59

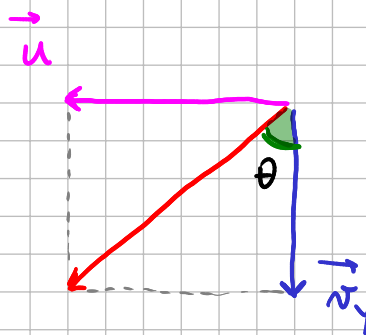
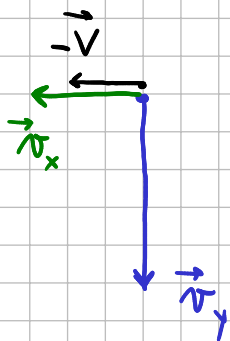
Rispetto al suolo



Rispetto a CARLA

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{V}$$

$$= \vec{v}_y + (\vec{v}_x - \vec{V})$$



$$\theta = ?$$

$$\vec{u} = \vec{v}_x - \vec{V}$$

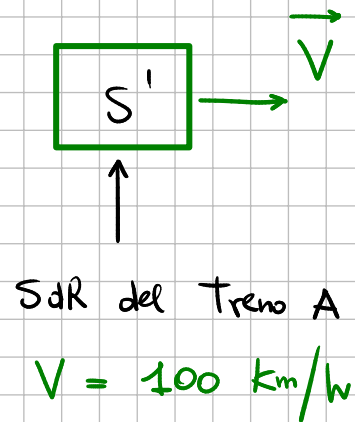
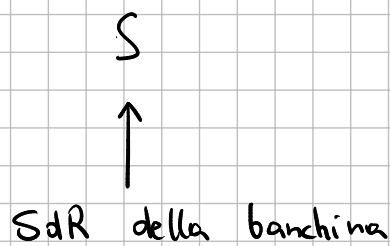
$$u = v_x + V$$

$$= 3 + 8$$

$$= 11 \text{ m/s}$$

$$v_y = 10 \text{ m/s}$$

ESERCIZIO 46 (pag. 41)



La velocità del treno B è

\vec{v} in S

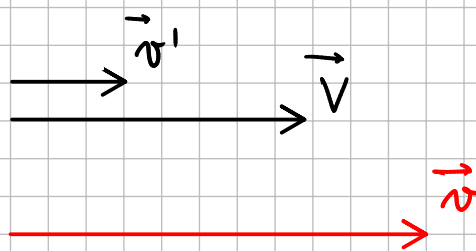
$v = ?$

\vec{v}' in S'

$v' = 30 \text{ km/h}$

La relazione tra \vec{v} e \vec{v}' è $\vec{v}' = \vec{v} - \vec{V}$

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}$$

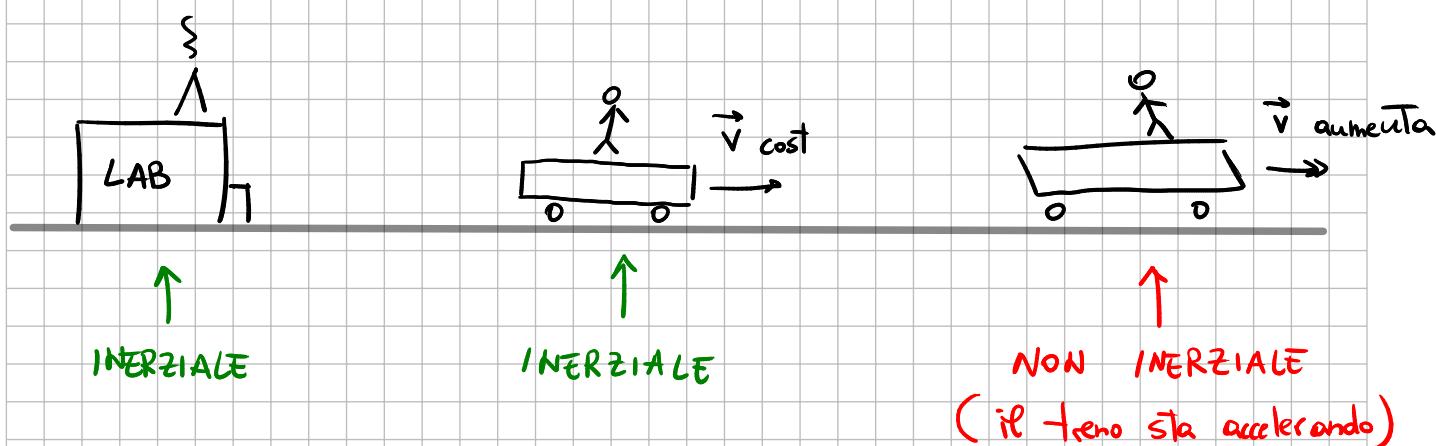


$$\begin{aligned} v &= v' + V \\ &= 30 + 100 \\ &= 130 \text{ km/h} \end{aligned}$$

SISTEMI di RIFERIMENTO INERZIALI

Un SdR inerziale è un SdR in cui i corpi soggetti a una forza totale nulla si muovono di moto rettilineo uniforme (oppure sono fermi)

N.B. Se S e S' sono SdR entrambi inerziali, allora S' è in moto rettilineo uniforme rispetto a S (e viceversa)



Seconda legge di Newton (legge fondamentale della dinamica)

In un SdR inerziale vale la seguente relazione:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

forza totale (risultante) che agisce sul corpo (N)

massa del corpo (kg)

accelerazione del corpo (m/s^2)

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

N.B.(1) \vec{F} e \vec{a} sono vettori direttamente proporzionali e hanno stesse direzioni e stesso verso

N.B.(2) Se $\vec{F} = 0$, allora necessariamente anche $\vec{a} = 0$: cioè il mob è rettilineo uniforme (\vec{v} cost.)

↑
Principio di INERZIA

Come cambia la relazione $\vec{F} = m\vec{a}$ se cambiamo sistema di riferimento $S \rightarrow S'$?

↑ ↑
entrambi inerziali

$\vec{F}' = \vec{F}$
 $m' = m$ > Nelle dinamica newtoniana \vec{F} e m non dipendono dal sistema di riferimento.

$$\begin{aligned} a' &= \frac{\vec{v}_2' - \vec{v}_1'}{\Delta t} \\ &= \frac{\vec{v}_2 - \vec{V} - (\vec{v}_1 - \vec{V})}{\Delta t} \\ &= \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} \\ &= a \end{aligned}$$

Trasformazioni di Galileo

$$\begin{cases} \vec{v}_2' = \vec{v}_2 - \vec{V} \\ \vec{v}_1' = \vec{v}_1 - \vec{V} \end{cases}$$

$a' = a$

← Anche \vec{a} non dipende dal SdR

Di conseguenza la legge $\vec{F} = m\vec{a}$ vale in qualsiasi SdR inerziale

QUANTITÀ di MOTO

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

quantità di moto
("momentum")



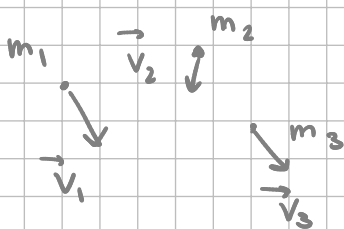
Osservazioni:

- ① \vec{p} è una grandezza vettoriale
- ② poiché $m > 0$, la direzione e il verso di \vec{p} sono gli stessi di \vec{v}
- ③ L'unità di misura di \vec{p} nel S.I. è il $\text{kg} \cdot \text{m/s}$

$$p = mv$$

Diagram showing the units for momentum: 'kg' points to 'm' and 'm/s' points to 'v'.

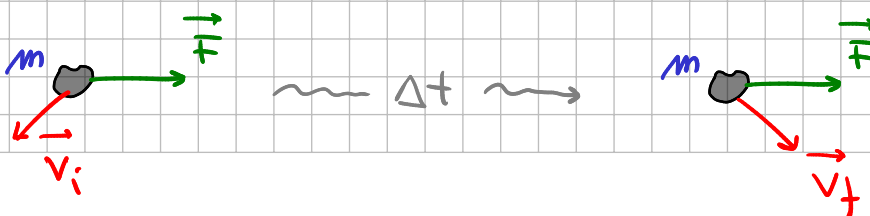
- ④ In un sistema costituito da più corpi, la QdM \vec{p} totale è la SOMMA VETTORIALE



$$\vec{p} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots$$

TEOREMA dell' IMPULSO

Supponiamo che una forza costante \vec{F} agisca su un corpo di massa m per un intervallo di tempo Δt



$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{\Delta t}$$

$$\vec{F} = m \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{\Delta t}$$

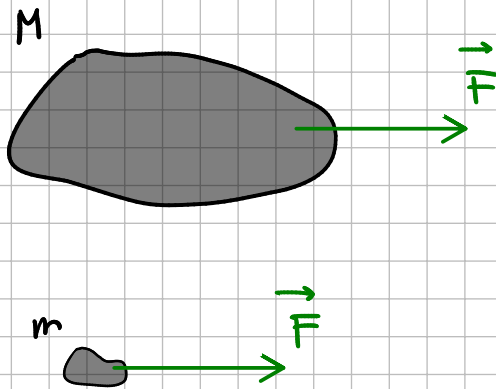
$$\vec{F} \cdot \Delta t = \underbrace{m\vec{v}_f}_{\substack{\uparrow \\ \vec{p}_f \\ \text{(QdM} \\ \text{finale)}}} - \underbrace{m\vec{v}_i}_{\substack{\uparrow \\ \vec{p}_i \\ \text{(QdM} \\ \text{iniziale)}}$$

$$\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p}$$

IMPULSO \vec{I}

N.B. Se \vec{F} non è costante vale che $\vec{F}_m \cdot \Delta t = \Delta \vec{p}$, dove \vec{F}_m è la FORZA MEDIA che agisce nell'intervallo di tempo Δt

Esercizio 2 (pag. 117)



$$M = 100 \text{ kg}$$

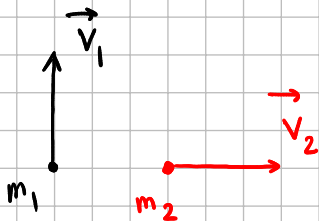
$$m = 100 \text{ g} \\ = 0,1 \text{ kg}$$

$$F = 200 \text{ N}$$

$$\text{per } \Delta t = 1 \text{ s}$$

In entrambi i casi $\Delta \vec{p}$ è la stessa
(infatti, per il Teorema dell'impulso: $\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$)

ESERCIZIO 1 (117)



$$m_1 = ?$$

$$m_2 = 68 \text{ kg}$$

$$v_1 = 0,5 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 0,62 \text{ m/s}$$

Le due QdM sono $\vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1$ e $\vec{p}_2 = m_2 \cdot \vec{v}_2$

La QdM totale è $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$

Sappiamo che $p = 55 \text{ kg m/s}$

Poiché \vec{p}_1 e \vec{p}_2 sono vettori perpendicolari, abbiamo che

$$p = \sqrt{p_1^2 + p_2^2}$$

$$p = \sqrt{m_1^2 v_1^2 + m_2^2 v_2^2}$$

Ricaviamo m_1 ...

$$p^2 = m_1^2 v_1^2 + m_2^2 v_2^2$$

$$m_1^2 = \frac{p^2 - m_2^2 v_2^2}{v_1^2}$$

$$m_1 = \sqrt{\frac{p^2 - m_2^2 v_2^2}{v_1^2}} \quad (\dots)$$

Schema di corpo libero delle forze agenti su un corpo

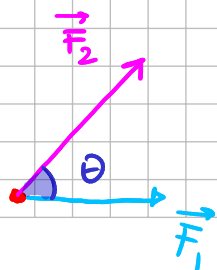
PROBLEM SOLVING 2 (come esempio)

① Identifichiamo il corpo (o i corpi) su cui agiscono le forze in gioco: IL SATELLITE



N.B. Se non siamo interessati alla ROTAZIONE del corpo, possiamo rappresentarlo come un punto materiale

② Disegniamo le forze agenti come vettori applicati sul corpo.

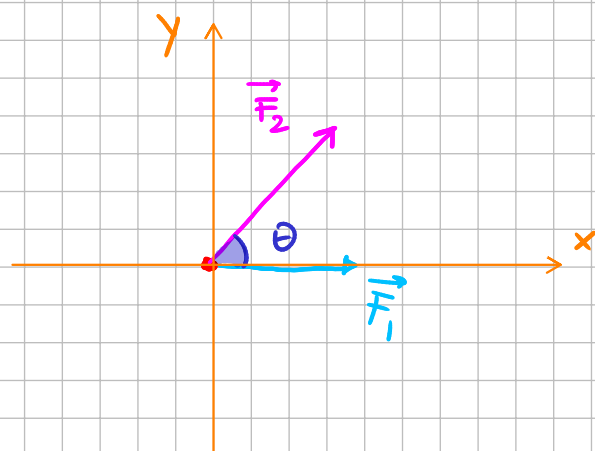


$$F_1 = 26 \text{ N}$$

$$F_2 = 41 \text{ N}$$

$$\theta = 52^\circ$$

- ③ Scegliamo un opportuno sistema di riferimento cartesiano e calcoliamo le componenti di ciascuna forza



$$F_{1x} = F_1$$

$$F_{1y} = 0$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos \theta$$

$$F_{2y} = F_2 \sin \theta$$

- La forza risultante sul satellite è $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

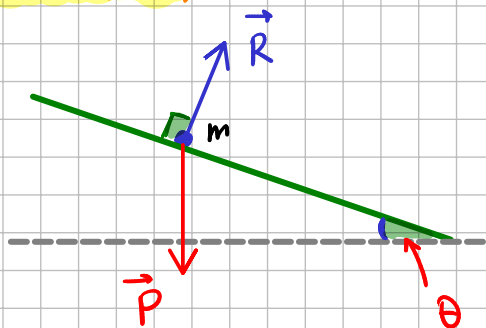
$$\begin{cases} F_x = F_{1x} + F_{2x} \\ F_y = F_{1y} + F_{2y} \end{cases}$$

- Il modulo di \vec{F} è $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$

- Seconda legge di Newton: $\vec{F} = m\vec{a}$

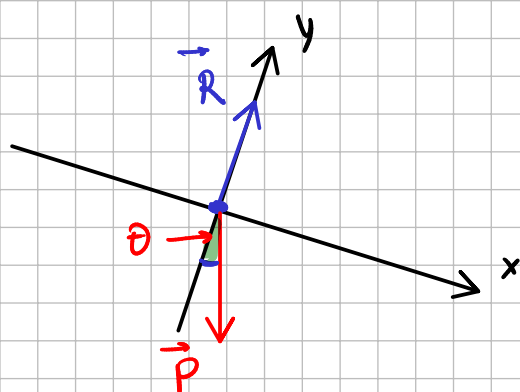
l'accelerazione \vec{a} ha lo stesso verso di \vec{F}
il suo modulo è $a = \frac{F}{m}$

P.S. 5 (107)



Ci sono 2 forze agenti

- ① Il peso \vec{P} della ragazza ($P=mg$)
- ② La REAZIONE VINCOLARE \vec{R} del pendio (\perp al piano)



Componenti delle forze in gioco

$$\begin{cases} R_x = 0 \\ R_y = R \end{cases}$$

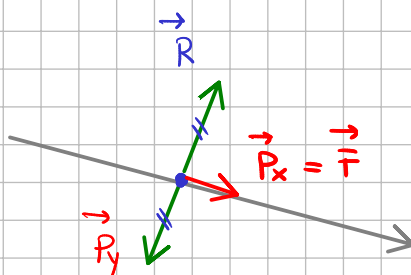
$$\begin{cases} P_x = P \sin \theta \\ P_y = -P \cos \theta \end{cases}$$

FORZA RISULTANTE $\vec{F} = \vec{P} + \vec{R}$

$$\begin{cases} F_x = P \sin \theta \\ F_y = \underbrace{R - P \cos \theta}_0 \end{cases}$$

N.B. Sappiamo che $F_y = 0$, cioè
 $R - P \cos \theta = 0 \rightarrow R = P \cos \theta$

$$F = P \sin \theta$$



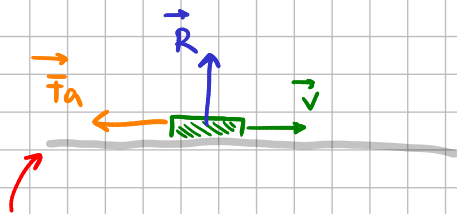
L'accelerazione \vec{a} ha (come sempre) lo stesso verso di \vec{F} e modulo

$$a = \frac{F}{m} = \frac{P \sin \theta}{m} = \frac{mg \sin \theta}{m} = g \sin \theta$$

↑
non dipende da m!

Richiamo sulle FORZE di ATRITO

(attrito dinamico)



FORZA di ATRITO DINAMICO

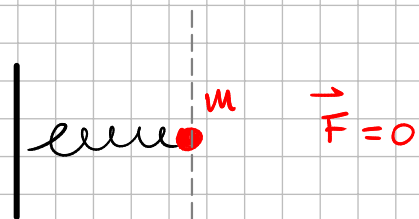
- Il verso di \vec{F}_a è opposto a quello di \vec{v}

- $F_a = R \cdot \mu_d$

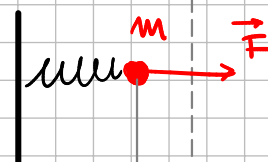
↑ Coefficiente di attrito dinamico
(dipende dalle due superfici a contatto)

Richiamo sulle FORZE ELASTICHE

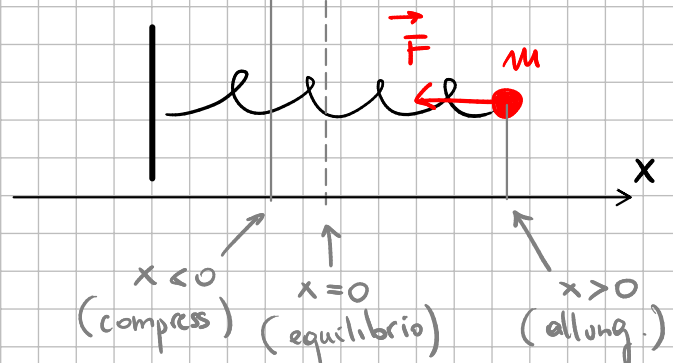
- MOLLA in posizione di equilibrio



- MOLLA compressa



- MOLLA allungata



\vec{F} FORZA ELASTICA
(esercitata dalla molla)

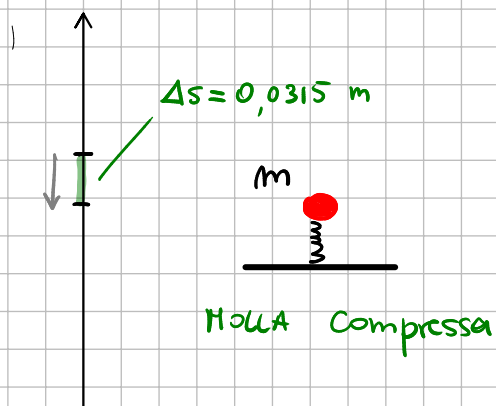
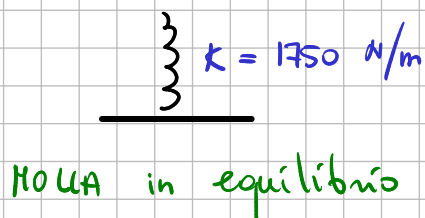
Legge di Hooke :

$$F = - \underline{k} x$$

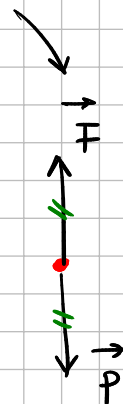
↑
costante elastica
della molla

PROBLEMA 28

$$m = ?$$



forza elastica



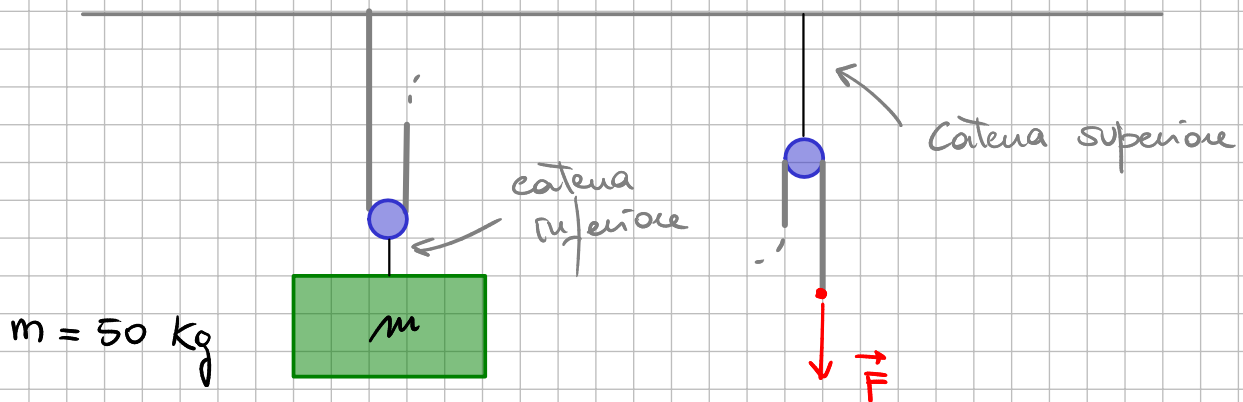
PRINCIPIO di INERZIA $\rightarrow \vec{F} + \vec{P} = 0$ (vettoriale)
(il corpo è fermo)

$$F = P \quad (\text{scalare})$$

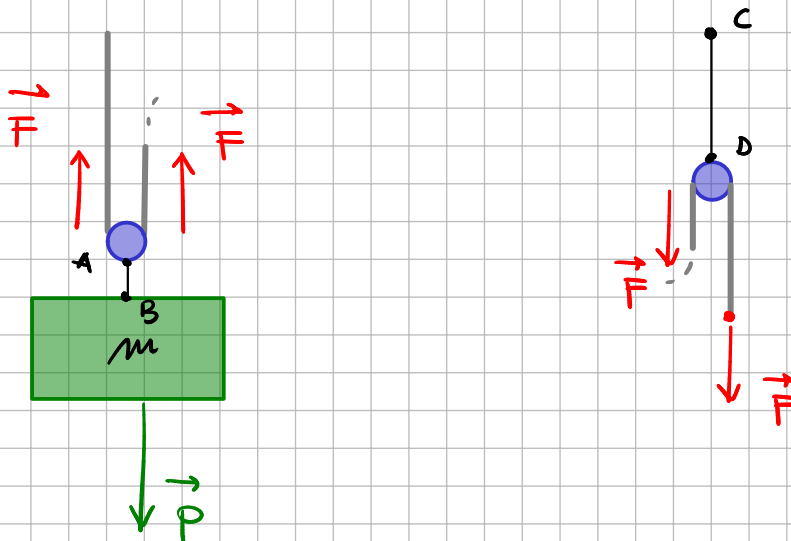
$$k \cdot \Delta s = mg \rightarrow m = \frac{k \cdot \Delta s}{g}$$

$$m = \frac{1750 \cdot 0,0315}{9,81} = 5,62 \text{ Kg}$$

PROBLEMI 30/31



- ① In ogni punto della corda c'è la stessa tensione (\vec{F})



- ② Scriviamo la 2^a legge di Newton:

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{F} = \begin{cases} (30) \quad 0 & \text{se la cassa sale con } \vec{v} = \text{cost} \quad (\vec{a} = 0) \\ (31) \quad m\vec{a} & \text{se la cassa sale accelerando} \end{cases}$$

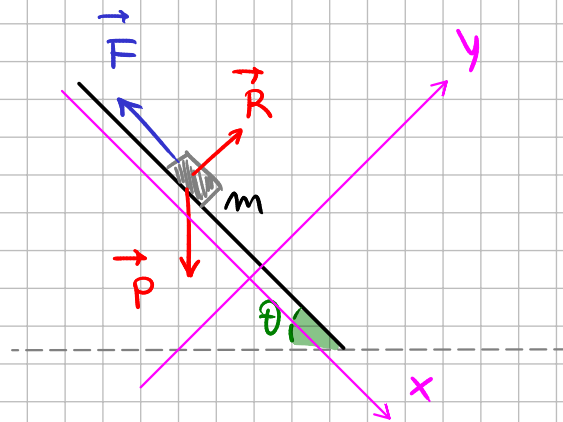
(PRINCIPIO d'INERZIA)

Risultante delle forze agenti sulla cassa

$$\begin{aligned}
 (30) \quad & -mg + F + F = 0 \quad \rightarrow \quad F = \frac{mg}{2} \\
 (31) \quad & ma \quad \rightarrow \quad F = \frac{m(a+g)}{2}
 \end{aligned}$$

- ③ La tensione T sulle catene corrisponde alla forza risultante sulle carucole: in entrambi i casi abbiamo $T = 2F$

PROBLEMA 34



$$\begin{aligned}
 m &= 3,1 \text{ kg} \\
 \theta &= 45^\circ \\
 \mu_s &= 0,5
 \end{aligned}$$

Richiamo sulle forze di **ATTRITO STATICO**

$$\vec{S} = \vec{F} + \vec{P} + \vec{R} \quad (\text{risultante delle forze attive sul blocco})$$

Il blocco resta fermo se

$$|S_x| \leq R \cdot \mu_s$$

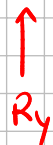
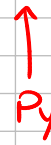
Forza di primo distacco

Risoluzione:

$$S_x = -F + mg \sin \theta + 0$$



$$S_y = 0 - mg \cos \theta + R$$



- Poiché $S_y = 0$ (il moto avviene lungo l'asse x) abbiamo

$$R = mg \cos \theta$$

- Il blocco resta fermo se $|S_x| \leq R \cdot \mu_s$, cioè se

$$|F - mg \sin \theta| \leq \mu_s mg \cos \theta$$



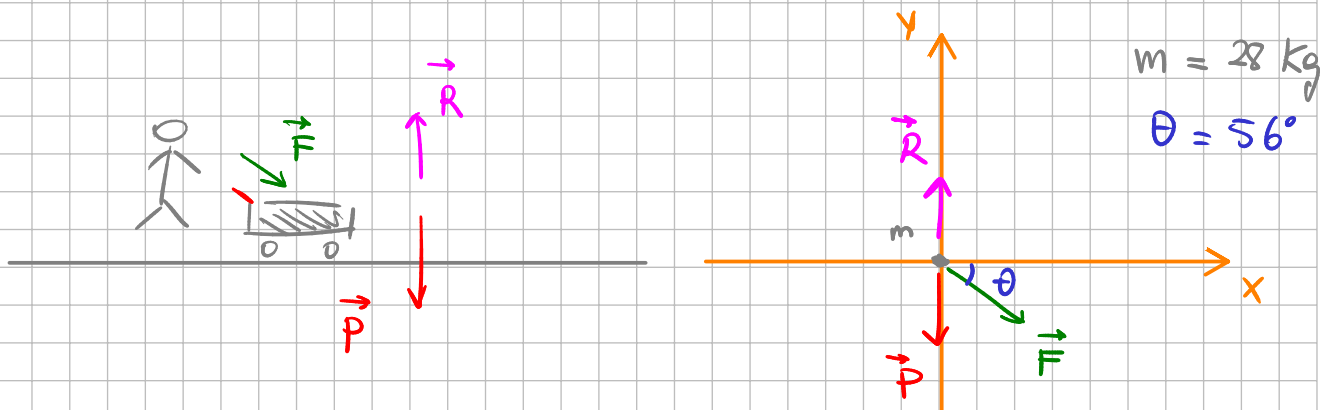
$$-\mu_s mg \cos \theta \leq F - mg \sin \theta \leq \mu_s mg \cos \theta$$



$$\underbrace{mg (\sin \theta - \mu_s \cos \theta)}_{11 \text{ N}} \leq F \leq \underbrace{mg (\sin \theta + \mu_s \cos \theta)}_{32 \text{ N}}$$

PROBLEMA 35

a)



Forza Risultante $\vec{S} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{F}$

$$\begin{cases} P_x = 0 \\ P_y = -mg \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_x = 0 \\ R_y = R \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_x = F \cos \theta \\ F_y = -F \sin \theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_x = P_x + R_x + F_x \\ S_y = P_y + R_y + F_y \end{cases}$$

- Poiché il moto è ORIZZONTALE $S_y = 0$

$$-mg + R - F \sin \theta = 0 \rightarrow R = mg + F \sin \theta$$

- $S_x = 0 + 0 + F_x \leftarrow$ Responsabile del moto orizzontale
 $= F_x$

$$\begin{cases} S_x = F_x = F \cos \theta \\ S_y = 0 \end{cases}$$

b) Sappiamo che $a = 0,26 \text{ m/s}^2$

Per la 2ª legge di Newton: $S_x = F_x = ma$

$$= 28 \cdot 0,26 = 7,3 \text{ N}$$

$$c) \quad \vec{F}_x = F \cos \theta \rightarrow F = \frac{F_x}{\cos \theta} = \frac{7,3}{\cos 56^\circ} = 13 \text{ N}$$

d) Il carrello compie un moto unif. accelerato

$$v = v_0 + at$$

(legge della velocità)

• v_0 (carrello parte da fermo)

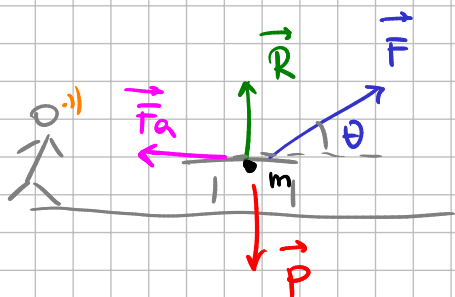
• $t = 3,2 \text{ s}$

$$v = 0 + 0,26 \cdot 3,2$$

$$= 0,83 \text{ m/s}$$

PROBLEMA 36

a)



Componenti delle singole forze

$$P = \begin{matrix} \nearrow 0 \\ \searrow -mg \end{matrix}$$

$$R = \begin{matrix} \nearrow 0 \\ \searrow R \end{matrix}$$

$$F = \begin{matrix} \nearrow F \cos \theta \\ \searrow F \sin \theta \end{matrix}$$

$$F_a = \begin{matrix} \nearrow -\mu R \\ \searrow 0 \end{matrix}$$

• Poiché il moto è orizzontale $P_y + R_y + F_y + F_{ay} = 0$

$$-mg + R + F \sin \theta = 0 \rightarrow R = mg - F \sin \theta$$



$$F_{ax} = -\mu mg + \mu F \sin \theta$$

b) La forza risultante \vec{S} è orizzontale e ha modulo

$$S = P_x + R_x + \bar{F}_x + \bar{F}_{ax}$$

$$S = F \cos \theta - \mu mg + \mu \bar{F} \sin \theta$$

$$S = F (\cos \theta - \mu \sin \theta) - \mu mg$$

c) Per la 2° L d N $S = ma \rightarrow a = \frac{S}{m} \rightarrow (...)$

d) legge orario del moto unif accelerato ...