

Verifica di Fisica

11 maggio 2021

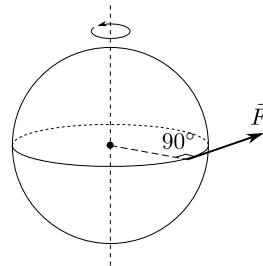
La prova consiste di 3 esercizi da svolgere sul foglio protocollo allegato

Esercizio 1

Una boccia da bowling di 2,72 kg ha un diametro di 20 cm. Poiché si tratta di una sfera cava, il suo momento di inerzia I rispetto all'asse centrale può essere calcolato come $I = \frac{2}{3}MR^2$.

- a) Supponendo che la boccia sia in rotazione rispetto al proprio asse a 2 giri al secondo, calcolare la sua energia cinetica rotazionale.

- b) Sul bordo della boccia, inizialmente in rotazione a 2 giri al secondo, viene applicata una forza costante $F = 60$ N diretta come in figura. Calcolare la frequenza di rotazione della boccia dopo 5 s.



- c) Dopo aver posizionato la boccia ferma in cima a un piano inclinato, questa viene lasciata libera di rotolare. Sapendo che il piano è alto 1,5 m, calcolare la velocità della boccia quando arriva alla base del piano.

Esercizio 2

Avvicinando le braccia al corpo, una pattinatrice sul ghiaccio che ruota su se stessa riesce a ridurre il proprio momento d'inerzia di un fattore 0,58 (cioè $I_{\text{finale}} = 0,58 \cdot I_{\text{iniziale}}$). Inizialmente, la velocità angolare della pattinatrice è di 3,2 rad/s.

- a) Calcolare la velocità angolare della ballerina dopo che ha avvicinato le braccia al corpo.
b) L'energia cinetica della ballerina si conserva? (Motivare la risposta)

Esercizio 3

Un disco in vinile di massa 130 g e raggio 15 cm è in rotazione rispetto all'asse verticale passante per il suo centro a una frequenza di mezzo giro al secondo, quando una goccia di vernice di 20 g cade sul disco a 12 cm dal centro.

- a) Calcolare la nuova frequenza di rotazione del disco.
b) L'energia cinetica del sistema goccia+disco si conserva? (Motivare la risposta)

Svolgimento

Esercizio 1

a) Vedi versione A.

b) Poiché la forza \vec{F} agisce in direzione perpendicolare e a distanza $R = 0,1$ m dall'asse di rotazione, il momento torcente esercitato sulla boccia risulta $M = F \cdot R = 6$ Nm. Indicando con $L = I\omega$ il momento angolare della boccia, in base al teorema dell'impulso (versione rotazionale) abbiamo che

$$\begin{aligned}\Delta L = M \cdot \Delta t &\longrightarrow I \cdot (\omega_1 - \omega_0) = M \cdot \Delta t \\ &\longrightarrow \omega_1 = \omega_0 + \frac{M \cdot \Delta t}{I} \\ &\longrightarrow f_1 = f_0 + \frac{M \cdot \Delta t}{2\pi I} = 265 \text{ Hz}\end{aligned}$$

c) Vedi versione A.

Esercizio 2

a) Poiché la pattinatrice costituisce un sistema isolato, il suo momento angolare L si conserva:

$$\begin{aligned}L_0 = L_1 &\longrightarrow I_0 \omega_0 = I_1 \omega_1 \\ &\longrightarrow \omega_1 = \frac{I_0 \omega_0}{I_1} = \frac{\omega_0}{0,58} = 5,52 \text{ rad/s}\end{aligned}$$

In altri termini, dalla conservazione del momento angolare deduciamo che I e ω sono *inversamente proporzionali*: se I varia di un fattore k , allora ω varia di un fattore $1/k$.

b) Possiamo calcolare l'energia cinetica rotazionale della pattinatrice nel modo seguente:

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} L \omega$$

Osserviamo che, poiché L è costante, l'energia K risulta direttamente proporzionale a ω , per cui se ω aumenta, allora anche K aumenta (dello stesso fattore).

Esercizio 3

a) Rispetto al centro di rotazione, il momento d'inerzia del disco è dato da $I_{\text{disco}} = 1/2 MR^2$, mentre quello della goccia di vernice (considerata come un punto materiale) è $I_{\text{goccia}} = mr^2$, dove $r = 0,12$ m è la distanza dal centro del disco.

Le espressioni del momento angolare del disco prima e dopo l'impatto della goccia risultano

$$L_0 = I_{\text{disco}} \cdot 2\pi f_0 \quad \text{e} \quad L_1 = (I_{\text{disco}} + I_{\text{goccia}}) \cdot 2\pi f_1$$

In base al principio di conservazione del momento angolare, abbiamo dunque

$$L_0 = L_1 \longrightarrow f_1 = \frac{I_{\text{disco}}}{I_{\text{disco}} + I_{\text{goccia}}} \cdot f_0 = 0,42 \text{ Hz}$$

b) Trattandosi di un urto *completamente anelastico* (la goccia resta incollata sul disco), l'energia cinetica diminuisce. In particolare (vedi Esercizio 2 punto b), l'energia cinetica è direttamente proporzionale alla frequenza di rotazione del disco.