

No contexto desta pergunta o conjunto universal (W) é o conjunto de todos os habitantes do Estado da Califórnia. Moonshiners e Hessians são dois grupos de motoqueiros fundados na Califórnia. A sua fundação está associada a duas cidades vizinhas: Compton e Venice, respetivamente. Há vários habitantes destas povoações que já foram assediados para pertencer a um destes grupos, que dada a sua vizinhança demonstram grande rivalidade. Algumas pessoas mantém-se, secretamente, como membros dos dois grupos. Considere ainda os seguintes conjuntos:

 $M = \{x \mid x \in M \text{ membro do grupo Moonshiners}\}$

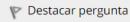
 $H = \{x \mid x \in M \text{ membro do grupo Hessians}\}\$

 $C = \{x \mid x \in A$

 $V = \{x \mid x \in A$

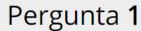
 $P = \{x \mid x \text{ tem emprego no Estado da Califórnia}\}$

Informação



Traduza as seguintes frases para Linguagem de Conjuntos.

Símbolos:
$$\cup \cap \subseteq \subset \not\subset \supseteq \supset \supset - \bigoplus^{c} \setminus \in \not\in \emptyset = \ne | < \le \ge > \land \lor$$



Respondida Pontuou 1,000 de 1,000 Destacar pergunta



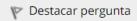
Os habitantes de Venice que não são membros dos Hessians são empregados do Estado.

 $(V \cap H^c) \subseteq P$

Pergunta 2

Respondida

Pontuou 1,000 de 1,000



São menos de 200 as pessoas que vivem fora de Venice e são membros dos Hessians.

| V^c ∩ H| < 200

Pergunta 3

Respondida Pontuou 1,000 de 1,000



Destacar pergunta

Não há um único membro dos Moonshiners que trabalhe para o Estado e viva fora de Compton.

 $(M \cap P \cap C^c) = \emptyset$



Os habitantes de Compton e de Venice que não são membros dos Moonshiners ou dos Hessians não são empregados do Estado.

 $(C \cap V \cap M^c \cap H^c) \subseteq P^c$

Informação

Destacar pergunta

Traduza as seguintes frases para Linguagem Natural.

Pergunta 5

Respondida Pontuou 1,000 de 1,000



Destacar pergunta

 $(\mathsf{M}\cap\mathsf{H})\subseteq\mathsf{P}^{^{\mathsf{C}}}$

Quem é simultaneamente membro dos Moonshiners e dos Hessians não é empregado do estado.

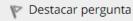
 $|W \setminus P| = 38,000,000$

Existem 38,000,000 pessoas que não tem emprego no estado da Califórnia.

Pergunta 7

Correto

Pontuou 1,500 de 1,500



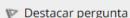
Considere a relação AmigoDe(a,b) que significa que a é amigo de b no Facebook, o que não significa que b seja amigo de a. Todas as pessoas no Facebook são amigas de, pelo menos, 1 pessoa. Definimos agora a relação Comuns(c,d) entre duas quaisquer pessoas, definida por ter amigos em comum no facebook. Isto é Comuns(c,d) é verdade se existir um elemento x tal que AmigoDe(c,x) e AmigoDe(d,x).

A relação Comuns(c,d) não é uma relação de equivalência porque:

Selecione uma opção de resposta:

- a. é antissimétrica.
- b. não é uma relação binária.
- c. não é transitiva.
- d. não é reflexiva.
- e. Não respondo.
- f. não é simétrica.

Informação





Considere a relação binária nos números naturais dada por 'ser múltiplo de', denotada aqui por ∞ e definida formalmente por $a \propto b \leftrightarrow \exists k \in \mathbb{N} \ a = kb$.

(Exemplo: $6 \propto 3$ porque 6=2x3.)

Pergunta 8

Respondida

Pontuou 1,500 de 1,500



Destacar pergunta

Sabendo que a relação \propto definida anteriormente é reflexiva e antissimétrica, mostre que, nesse caso, é uma ordem parcial.

Para uma relação ser uma ordem parcial, tem que ser reflexiva, antissimétrica e transitiva. Já sabemos, pelo enunciado, que é reflexiva e antissimétrica, logo resta-nos provar que é transitiva.

Vamos supor que a∝b Λ b∝c.

Se a \propto b \wedge b \propto c, então, pela definição da relação \propto , a=(k1)b e b=(k2)c, em que k1 e k2 são duas constantes pertencentes ao conjunto dos números naturais.

Através da eliminação da igualdade, substituimos na primeira expressão o b por (k2)c, obtendo a espressão a=(k1)(k2)c.

Como k1 e k2 são duas costantes (∈N) então k=k1*k2 é também uma constante pertence ao conjunto dos números naturais.

Deste modo obtemos que a=kc, que corresponde a a∝c, pela definição de ∝.

Podemos então concluir que $(a \propto b \land b \propto c) \rightarrow a \propto c$, o que corresponde à definição de transitividade.

Concluímos, assim que a relação ∝ é reflexiva, antissimétrica e transitiva, logo é uma ordem parcial.

Pergunta 9

Respondida

Pontuou 1,500 de 1,500



Destacar pergunta

Considere o cpo (\mathbb{N}, ∞) em que ∞ representa a relação definida anteriormente.

Neste cpo existe um elemento máximo? E mínimo?

Em caso afirmativo, indique esse(s) elemento(s) e justifique informalmente a sua resposta.

Neste cpo, não existe mínimo visto que o conjunto dos números naturais é infinito e portanto, para cada número haverá sempre outro(maior) que será multíplo do primeiro.

Contudo, como todos os números naturais são multiplos de 1 e não existe nenhum número natural do qual o 1 seja múltiplo, podemos concluir que o elemento 1 é o elemento máximo do cpo.





Seja $A = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18\}$ e \propto a relação definida anteriormente. Relativamente ao cpo (A, ∞) ,

- i) esboce o diagrama de Hasse;
- ii) indique os elementos minimais;
- iii) existe o supremo de 12 e 18? Em caso afirmativo, prove que o elemento que encontrou é de facto o supremo. Caso contrário, explique porque não existe.
- ii) Minimais: 8;12;18
- iii) O supremo é o elemento a, tal que 12 se relaciona com (é múltiplo de) a, 18 se relaciona com (é múltiplo de) a e não existe nenhum elemento tal que 12 e 18 se relacionem com ele e que ele se relacione com a. 12 e 18 só tem supremo se tiverem um elemento comum com o qual se relacionam.

Através do diagram de Hasse, obtemos o supremo vendo qual o elemento a, tal que existe uma linha a unir a com 12, existe uma linha a unir a com 18, a está acima de 12 e 18 e não existe nenhum elemento abaixo de a que tenha as outras três características.

Deste modo, através da análise da definição de supremo e da definição de ∝ ou do diagrama de Hasse, concluímos que o supremo de 12 e 18 é o 6.



up201705377P10.png

Considere o cpo (A, ∞) definido anteriormente. Encontre um conjunto $C \subset \mathbb{N}$ tal que $(A \oplus C, \infty)$ seja um reticulado.

Um cpo reticulado é um conjunto para o qual todos os elementos tem um ínfimo e um supremo. Se ao conjunto A retirarmos os elementos 3, 8, 9 e 18 obtemos um conjunto (B) tal que (B, ∝) é reticulado. Deste modo, queremos obter um conjunto C, tal que $A \oplus C = B = \{2,4,6,12\}.$

Podemos definir C como sendo igual a $\{3, 8, 9, 18\}$ visto que $\{3, 8, 9, 18\} \oplus \{2,3,4,6,8,9,12,18\} = \{2,4,6,12\}$.

Pergunta 12

Incorreto Pontuou 0,000 de 1,500 Destacar pergunta

Qual o tamanho mínimo de um grupo de pessoas para haver a certeza de que quatro pessoas do grupo têm o mesmo dia de aniversário (mês e dia)?

Resposta: 49027897

Pergunta 13 Respondida Pontuou 1,500 de 1,500 Destacar pergunta

Relativamente à relação binária $\{(x,y) \mid x, y \in \mathbb{Q}, x^2 + y^2 = 1\}$, diga se é uma função. Em caso afirmativo, qual o domínio e o contradomínio, é injetiva e sobrejetiva? Justifique.

A relação binária $\{(x,y) \mid x, y \in \mathbb{Q}, x^2 + y^2 = 1\}$ é uma função se e só se para cada valor de $x \in \mathbb{Q}$, existir apenas um valor de $y \in \mathbb{Q}$.

valores difirentes de y (por exemplo, se x=1/2, y= $\sqrt{0.75}$ ou y= $-\sqrt{0.75}$), a relação binária não é uma função.



Sejam f, g, h : $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por

$$f(x) = 3x - 4$$

$$g(x) = ax +$$

$$g(x) = ax + b$$
 $h(x) = 2x + 1,$

onde a e b são números reais. Suponha que ($f \circ g \circ h$)(x) = 6x +5. Calcule ($h \circ g \circ f$)(x).

$$(f \circ g \circ h)(x) = 6x + 5 <=>$$

$$<=> (f \circ g) (2x+1) = 6x+5 <=>$$

$$<=> f (a2x +a +b) = 6x+5 <=>$$

$$<=> 6a=6 \land 3a+3b - 4 = 5 <=>$$

$$g(x)=x+2$$

$$(h \circ g \circ f)(x) = (h \circ g)(3x-4) = h(3x-4+2) = h(3x-2) = 6x-4+1 = 6x-3$$

$$(h \circ g \circ f)(x) = 6x - 3$$

Considere a função $f:[0,\pi]$ - $\{\pi/2\} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \frac{1}{\cos(x)}$$

A função é injetiva? E sobrejetiva? Justifique as suas respostas.

A função f é injetiva se e só se $f(a)=f(b)\rightarrow a=b$, para todo a e b pertencentes ao domínio de f.

$$f(a)=f(b) <=>$$

$$<=> \cos(a) = \cos(b) <=>$$

$$\leq > a = b + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Para valores de k≠0, b não ∈ ao domínio de f (independentemente do valor de a), logo só faz sentido considerar k=0. Logo a=b

Deste modo, concluímos que $f(a)=f(b)\rightarrow a=b$, para todo a e b pertencentes ao domínio de f, ou seja, a função é injetiva.

A função f só é sobrejetiva se o seu contradomínio for igual ao conjunto de chegada (R).

Para x∈[0, π] - { π /2}:

$$-1 \le \cos(x) \le 1 <=>$$

O contradomínio de f é]-∞, -1] U [1, +∞[.

Como o contradomínio de f é diferente do conjunto de chegada, concluímos que a função não é sobrejetiva.