Informação

Destacar pergunta

No contexto desta pergunta o conjunto universal (W) é o conjunto de todos os habitantes do Estado da Califórnia. Moonshiners e Hessians são dois grupos de motoqueiros fundados na Califórnia. A sua fundação está associada a duas cidades vizinhas: Compton e Venice, respetivamente. Há vários habitantes destas povoações que já foram assediados para pertencer a um destes grupos, que dada a sua vizinhança demonstram grande rivalidade. Algumas pessoas mantém-se, secretamente, como membros dos dois grupos. Considere ainda os seguintes conjuntos:

M = {x| x é membro do grupo Moonshiners}
H = {x| x é membro do grupo Hessians}
C = {x| x é habitante de Compton}
V = {x| x é habitante de Venice}
P = {x| x tem emprego no Estado da Califórnia}

Informação

Destacar pergunta

Traduza as seguintes frases para Linguagem de Conjuntos.

Símbolos: $\cup \cap \subseteq \subset \not\subset \supseteq \supset \not\supset - \oplus \, {}^{c} \setminus \in \notin \emptyset = \neq \mid < \leq \geq > \wedge \vee$

Pergunta 1

Respondida Pontuou 1,000 de 1,000 Destacar pergunta

Os habitantes de Venice que não são membros dos Hessians são empregados do Estado.

(V ∩ H^c) ⊆ P

Pergunta 2

Respondida Pontuou 1,000 de 1,000 Destacar pergunta

São menos de 200 as pessoas que vivem fora de Venice e são membros dos Hessians.

| V^c ∩ H | < 200

Pergunta 3

Respondida Pontuou 1,000 de 1,000 Destacar pergunta

Não há um único membro dos Moonshiners que trabalhe para o Estado e viva fora de Compton.

(M ∩ P ∩ C^c) = ∅

Pergunta 4

Respondida Pontuou 0,000 de 1,000 Destacar pergunta

Os habitantes de Compton e de Venice que não são membros dos Moonshiners ou dos Hessians não são empregados do Estado.

(C ∩ V ∩ M^c ∩ H^c) ⊆ P^c

Informação

Destacar pergunta

Traduza as seguintes frases para Linguagem Natural.

Pergunta 5

Respondida Pontuou 1,000 de 1,000 Destacar pergunta

$(M \cap H) \subseteq P^c$

Quem é simultaneamente membro dos Moonshiners e dos Hessians não é empregado do estado.

Pergunta 6

Respondida Pontuou 1,000 de 1,000 Destacar pergunta

|W \ P| = 38,000,000

Existem 38,000,000 pessoas que não tem emprego no estado da Califórnia.

Pergunta 7

Correto Pontuou 1,500 de 1,500 Destacar pergunta

Considere a relação AmigoDe(a,b) que significa que a é amigo de b no Facebook, o que não significa que b seja amigo de a. Todas as pessoas no Facebook são amigas de, pelo menos, 1 pessoa. Definimos agora a relação Comuns(c,d) entre duas quaisquer pessoas, definida por ter amigos em comum no facebook. Isto é Comuns(c,d) é verdade se existir um elemento x tal que AmigoDe(c,x) e AmigoDe(d,x).
A relação Comuns(c,d) não é uma relação de equivalência porque:

Selecione uma opção de resposta:

- a. é antissimétrica.
- b. não é uma relação binária.
- c. não é transitiva. ✓
- d. não é reflexiva.
- e. Não respondo.
- f. não é simétrica.

#

Informação

Destacar pergunta

Considere a relação binária nos números naturais dada por '*ser múltiplo de*', denotada aqui por $\propto$ e definida formalmente por $a \propto b \leftrightarrow \exists k \in \mathbb{N}\ a = kb$.

(Exemplo: $6 \propto 3$ porque 6=2x3.)

Pergunta 8

Respondida   Pontuou 1,500 de 1,500   Destacar pergunta

Sabendo que a relação $\propto$ definida anteriormente é reflexiva e antissimétrica, mostre que, nesse caso, é uma ordem parcial.

Para uma relação ser uma ordem parcial, tem que ser reflexiva, antissimétrica e transitiva. Já sabemos, pelo enunciado, que é reflexiva e antissimétrica, logo resta-nos provar que é transitiva.

Vamos supor que a∝b Λ b∝c.

Se a∝b Λ b∝c, então, pela definição da relação ∝, a=(k1)b e b=(k2)c, em que k1 e k2 são duas constantes pertencentes ao conjunto dos números naturais.

Através da eliminação da igualdade, substituimos na primeira expressão o b por (k2)c, obtendo a espressão a=(k1)(k2)c.

Como k1 e k2 são duas costantes (∈N) então k=k1*k2 é também uma constante pertence ao conjunto dos números naturais.

Deste modo obtemos que a=kc, que corresponde a a∝c, pela definição de ∝.

Podemos então concluir que (a∝b Λ b∝c) → a∝c, o que corresponde à definição de transitividade.

Concluímos, assim que a relação ∝ é reflexiva, antissimétrica e transitiva, logo é uma ordem parcial.

Pergunta 9

Respondida Pontuou 1,500 de 1,500 Destacar pergunta

Considere o cpo $(\mathbb{N}, \propto)$ em que $\propto$ representa a relação definida anteriormente.

Neste cpo existe um elemento máximo? E mínimo?

Em caso afirmativo, indique esse(s) elemento(s) e justifique informalmente a sua resposta.

Neste cpo, não existe mínimo visto que o conjunto dos números naturais é infinito e portanto, para cada número haverá sempre outro(maior) que será multíplo do primeiro.

Contudo, como todos os números naturais são multiplos de 1 e não existe nenhum número natural do qual o 1 seja múltiplo, podemos concluir que o elemento 1 é o elemento máximo do cpo.

Pergunta 10

Respondida

Pontuou 1,500 de 2,000

Destacar pergunta

Seja $A = \{2,3,4,6,8,9,12,18\}$ e $\propto$ a relação definida anteriormente. Relativamente ao cpo $(A, \propto)$,

i) esboce o diagrama de Hasse;

ii) indique os elementos minimais;

iii) existe o supremo de 12 e 18? Em caso afirmativo, prove que o elemento que encontrou é de facto o supremo. Caso contrário, explique porque não existe.

ii) Minimais: 8;12;18

iii) O supremo é o elemento a, tal que 12 se relaciona com (é múltiplo de) a, 18 se relaciona com (é múltiplo de) a e não existe nenhum elemento tal que 12 e 18 se relacionem com ele e que ele se relacione com a. 12 e 18 só tem supremo se tiverem um elemento comum com o qual se relacionam.

Através do diagram de Hasse, obtemos o supremo vendo qual o elemento a, tal que existe uma linha a unir a com 12, existe uma linha a unir a com 18, a está acima de 12 e 18 e não existe nenhum elemento abaixo de a que tenha as outras três características.

Deste modo, através da análise da definição de supremo e da definição de $\propto$ ou do diagrama de Hasse, concluímos que o supremo de 12 e 18 é o 6.

up201705377P10.png

Pergunta 11

Respondida Pontuou 1,500 de 1,500 Destacar pergunta

Considere o cpo $(A, \propto)$ definido anteriormente. Encontre um conjunto $C \subset \mathbb{N}$ tal que $(A \oplus C, \propto)$ seja um reticulado.

Um cpo reticulado é um conjunto para o qual todos os elementos tem um ínfimo e um supremo. Se ao conjunto A retirarmos os elementos 3, 8, 9 e 18 obtemos um conjunto (B) tal que (B, ∝) é reticulado. Deste modo, queremos obter um conjunto C, tal que A⊕C = B = {2,4,6,12}.

Podemos definir C como sendo igual a {3, 8, 9, 18} visto que {3, 8, 9, 18} ⊕ {2,3,4,6,8,9,12,18} = {2,4,6,12}.

Pergunta 12

Incorreto Pontuou 0,000 de 1,500 Destacar pergunta

Qual o tamanho mínimo de um grupo de pessoas para haver a certeza de que quatro pessoas do grupo têm o mesmo dia de aniversário (mês e dia)?

Resposta: 49027897 ✗

Pergunta 13

Respondida Pontuou 1,500 de 1,500 Destacar pergunta

Relativamente à relação binária {(x,y) | x, y ∈ ℚ, $x^2+y^2=1$}, diga se é uma função. Em caso afirmativo, qual o domínio e o contradomínio, é injetiva e sobrejetiva? Justifique.

A relação binária {(x,y) | x, y ∈ ℚ, $x^2+y^2=1$} é uma função se e só se para cada valor de x ∈ ℚ, existir apenas um valor de y ∈ ℚ.

Desenvolvendo a expressão $x^2+y^2=1$, obtemos $y^2=1-x^2$ <=> $y=\pm\sqrt{(1-x^2)}$.Como para cada valor de x (exceto x=1), obtemos dois valores difirentes de y (por exemplo, se x=1/2, y=√0.75 ou y=-√0.75), a relação binária não é uma função.

Pergunta 14

Respondida Pontuou 1,500 de 1,500 Destacar pergunta

Sejam f, g, h : $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por

$f(x) = 3x - 4$ $g(x) = ax + b$ $h(x) = 2x + 1$,

onde a e b são números reais. Suponha que $(f \circ g \circ h)(x) = 6x +5$. Calcule $(h \circ g \circ f)(x)$.

$(f \circ g \circ h)(x) = 6x +5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (f \circ g) (2x+1) = 6x+5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow f (a2x +a +b) = 6x+5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 6ax +3a +3b - 4 = 6x+5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (6a)x + (3a +3b - 4) =6x +5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 6a=6 \land 3a+3b - 4 = 5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a=1 \land 3 +3b = 9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a=1 \land 3b = 6 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a=1 \land b=2$

$g(x)=x+2$

$(h \circ g \circ f)(x) = (h \circ g) (3x-4) = h(3x - 4 +2) = h(3x - 2) = 6x - 4 +1 = 6x - 3$

$(h \circ g \circ f)(x) =6x - 3$

Pergunta 15

Respondida

Pontuou 1,500 de 1,500

Destacar pergunta

Considere a função f : [0, π] - {π/2} → ℝ definida por

$$f(x) = \frac{1}{\cos(x)}$$

A função é injetiva? E sobrejetiva? Justifique as suas respostas.

A função f é injetiva se e só se f(a)=f(b)→a=b, para todo a e b pertencentes ao domínio de f.

f(a)=f(b) <=>

<=> 1/cos(a) = 1/cos(b) <=>

<=> cos(a) = cos(b) <=>

<=> a = b +kπ , k∈Z

Para valores de k≠0, b não ∈ ao domínio de f (independentemente do valor de a), logo só faz sentido considerar k=0. Logo a=b

Deste modo, concluímos que f(a)=f(b)→a=b, para todo a e b pertencentes ao domínio de f, ou seja, a função é injetiva.

A função f só é sobrejetiva se o seu contradomínio for igual ao conjunto de chegada (ℝ).

Para x∈[0, π] - {π/2}:

-1 ≤ cos(x) ≤ 1 <=>

<=> -1 ≥ 1/cos(x) V 1/cos(x) ≥ 1

O contradomínio de f é]-∞, -1] U [1, +∞[.

Como o contradomínio de f é diferente do conjunto de chegada, concluímos que a função não é sobrejetiva.