

EXERCÍCIOS DE LÓGICA PROPOSICIONAL

CONJUNÇÃO, DISJUNÇÃO E NEGAÇÃO

- 1 {3-6, 3-9} **Negação, conjunção e disjunção.** Abra um novo ficheiro de frases e o mundo Wittgenstein's World. Escreva as frases seguintes:

1. $\text{Tet}(f) \wedge \text{Small}(f)$
2. $\text{Tet}(f) \wedge \text{Large}(f)$
3. $\text{Tet}(f) \wedge \neg \text{Small}(f)$
4. $\text{Tet}(f) \wedge \neg \text{Large}(f)$
5. $\neg \text{Tet}(f) \wedge \neg \text{Small}(f)$
6. $\neg \text{Tet}(f) \wedge \neg \text{Large}(f)$
7. $\neg(\text{Tet}(f) \wedge \text{Small}(f))$
8. $\neg(\text{Tet}(f) \wedge \text{Large}(f))$
9. $\neg(\neg \text{Tet}(f) \wedge \neg \text{Small}(f))$
10. $\neg(\neg \text{Tet}(f) \wedge \neg \text{Large}(f))$

Qual o valor de verdade de cada uma delas? Verifique o resultado com Tarski's World. Sempre que haja desacordo, use o jogo para ver quem ganha. (Se houver sempre acordo, jogue na mesma, para experimentar).

Mude o tamanho e forma do bloco f e preveja como isso afeta o valor das frases. Qual o número máximo de frases que podem ficar verdadeiras num único mundo? Construa um mundo no qual o máximo número de frases seja verdadeiro.

Repita o exercício trocando \wedge por \vee .

- 2 {3-11} **Disjunção construtiva.** Por vezes, é possível afirmar que uma frase é verdadeira sem se saber como ganhar garantidamente o jogo respetivo. Por exemplo, pode-se dizer que $P \vee \neg P$ é verdade mesmo sem se saber o valor de P . Abra Kleene's World e Kleene's Sentences. Alguns objetos estão escondidos atrás de outros, pelo que é impossível decidir a verdade de algumas frases. Todos os nomes a - f estão em uso, referindo-se a algum objeto. Atribua um valor de verdade a cada frase atendendo à informação, incompleta, de que dispõe (sem recorrer à vista 2D). Jogue o jogo. Se tiver feito a atribuição certa, mas perder o jogo, desfaça alguns passos e retome até conseguir ganhar. Finalmente verifique as atribuições com a vista 2D.
- 3 {3-13} **Construir um mundo.** Abra Schröder's Sentences. Construa um mundo em que todas essas frases sejam verdadeiras.
- 4 {3-16} **Equivalências de DeMorgan.** Abra DeMorgan's Sentences. Construa um mundo em que todas as frases ímpares sejam verdadeiras. Seja qual for a solução, todas as frases pares serão também verdadeiras. Depois construa um mundo em que todas as frases ímpares sejam falsas. As pares ficam falsas. Porquê?

5 {3-21, 3.22} **Tradução.** Abra um novo ficheiro de frases para escrever as traduções das seguintes frases em Português para FOL.

1. a é pequeno ou tanto c como d são grandes.
2. d e e estão ambos atrás de b .
3. d e e estão ambos atrás de b e são maiores do que ele.
4. Tanto d como c são cubos; além disso nenhum deles é pequeno.
5. Nem e nem a estão à direita de c e à esquerda de b .
6. e não é grande ou está atrás de a .
7. c nem está entre a e b nem à frente de qualquer um deles.
8. a e e são ambos tetraedros ou são-no ambos a e f .
9. Nem d nem c estão à frente de c ou b .
10. c está entre d e f ou é menor que ambos.
11. Não se verifica que b esteja na mesma linha que c .
12. b está na mesma coluna que e , que está na mesma linha que d , que por sua vez está na mesma coluna que a .

Para a tradução ser correta os valores de verdade das frases em língua natural e das suas traduções têm que ser os mesmos em **todos** os mundos. Use **Wittgenstein's World**, onde todas as frases são verdadeiras, e **Boole's World**, onde apenas as frases 6 e 11 são verdadeiras, para testar a tradução. Construa alguns mundos em que as frases assumam valores diversos e verifique a correção da tradução também nesses casos (não prova, mas ajuda a convencer!). Faça-o, alterando tamanhos de objetos e rodando o tabuleiro.

- 6 {4.31} **Forma normal negativa.** Abra **Turing's Sentences**. Escreva nas frases em branco a forma normal negativa da frase imediatamente anterior. Construa um mundo qualquer em que todos os nomes sejam usados. Cada frase par deve ter o mesmo valor que a ímpar que a antecede. Verifique.
- 7 {4.39} **Conversão de formas normais.** Abra **CNF Sentences**. Converta cada frase ímpar na outra forma normal e coloque-a na frase par a seguir. Construa um mundo em que todas as frases ímpares sejam verdadeiras. Verifique se as pares também o são. As formas normais habitualmente facilitam a determinação do valor de verdade de uma expressão. A forma normal mais adequada depende do caso.
- 8 {4.40} **Forma normal conjuntiva.** Abra **More CNF Sentences**. Neste ficheiro existem frases de três em três linhas. As duas linhas em branco destinam-se às mesmas frases nas formas normais negativa e conjuntiva. Analise a correção das transformações abrindo vários mundos e verificando a igualdade dos valores de verdade em cada trio de frases.
- 9 {4.41, 4.42, 4.43} **Formas normais.** Para cada uma das frases seguintes encontre uma frase na forma normal disjuntiva que lhe seja logicamente equivalente. Assuma que A , B , C e D são literais.
 1. $C \wedge (A \vee (B \wedge C))$.
 2. $B \wedge (A \wedge B \wedge (A \vee B \vee (B \wedge C)))$.
 3. $A \wedge (A \wedge (B \vee (A \wedge C)))$.