Relatório 3º projeto ASA 2023/2024

Grupo: AL040

Aluno(s): Eduardo Palricas (105894) e Tiago Santos (106329)

Descrição do Problema e da Solução
Neste problema queremos maximizar o lucro obtido a partir da venda de um conjunto de n brinquedos e de p pacotes especiais (cada um composto por 3 brinquedos). Temos como variáveis do problema a quantidade vendida de cada brinquedo, denotada por X1, X2,…, Xn (sendo Xi a quantidade vendida do brinquedo i) e a quantidade vendida de cada pacote, denotada por Y1, Y2,...,Yp (sendo Yk a quantidade vendida do pacote k), que são valores inteiros maiores ou iguais a zero. Sendo L o vetor (de tamanho n+p) que guarda o lucro que obtemos da venda de cada brinquedo (nas posições 1 a n) e o lucro que obtemos da venda de cada pacote (nas posições n+1 a n+p), a função objetivo é dada por:

$$max(L1*X1 + L2*X2 + \ldots + Ln* Xn + Ln+1 * Y1 + \ldots + Ln+p * Yp)$$

As restrições que temos neste problema são as seguintes:

1. Restrição do número total de brinquedos que podem ser produzidos:
   já que só podemos vender aquilo que produzimos, o somatório da quantidade vendida de cada brinquedo + o somatório da quantidade vendida de cada pacote * 3 (pois cada pacote tem 3 brinquedos) tem de ser menor ou igual à capacidade máxima de produção total, MAXPROD (dada no input). Ou seja,
   $$X1 + X2 +...+ Xn + 3*Y1 + \ldots + 3*Yn \leq MAXPROD$$
2. Restrição na quantidade de produção de cada brinquedo:
   Para cada brinquedo i, guardamos os índices dos pacotes que usam esse brinquedo e a sua quantidade máxima de produção, Ci (dada no input). Desta forma, sendo Pi o conjunto dos pacotes que contêm este brinquedo, temos que:
   $$Xi + Yk \leq Ci \qquad \text{, para todo o k pertencente a Pi}$$

Tendo isto em conta, ao usarmos o GLPK conseguimos obter a solução para o problema linear que apresentámos anteriormente, descrito na forma Standard.

Análise Teórica
Sendo n o número de brinquedos e p o número de pacotes que podemos vender, temos as seguintes complexidades:

- Leitura de input: Fazemos 2 ciclos, um que lê os dados relativos a cada brinquedo (uma iteração por brinquedo), logo complexidade O(n) e um que lê os dados relativos a cada pacote (uma iteração por pacote), logo complexidade O(p). Já que em cada ciclo só lemos os dados e acrescentamos-los ao respectivo vetor com append, (que é uma operação realizada em tempo constante), a complexidade total da leitura do input é O(n + p).
- Criação de variáveis do problema linear: o número de variáveis do problema é O(n + p) e para as criar, percorremos os nomes de todas elas, logo a complexidade é O(n + p).
- Função objetivo: percorremos todas as variáveis do problema linear num ciclo, logo a complexidade é O(n + p).
- Criação das restrições do problema linear: o número de restrições é O(n+1), já que temos uma restrição associada à capacidade máxima de produção de cada brinquedo (n) e uma para o número total de brinquedos que se pode produzir (1). Para cada uma das restrições da capacidade de produção de

Relatório 3º projeto ASA 2023/2024

Grupo: AL040

Aluno(s): Eduardo Palricas (105894) e Tiago Santos (106329)

---

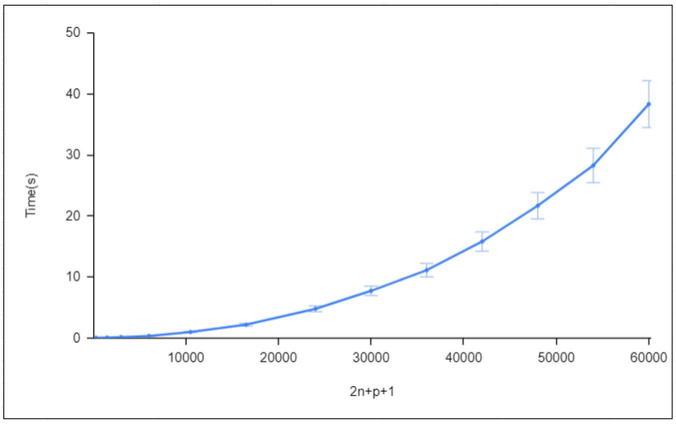
cada brinquedo, percorremos os pacotes que usam esse brinquedo. Como cada pacote usa 3 brinquedos, no total das n restrições vamos fazer 3*p iterações, pois cada pacote vai estar associado a 3 brinquedos. Posto isto, fazemos um ciclo para criar todas as restrições (O(n)) e, para cada uma, outro ciclo que percorre os pacotes que usam cada brinquedo que como foi dito tem no total uma complexidade O(p), logo no total a complexidade é O(n + p). A outra restrição apenas consiste em percorrer todas as variáveis do problema, ou seja O(n + p). Logo, a complexidade total da criação das restrições é O(n+p).

Concluindo, a complexidade total da computação do problema é O(n + p).

Avaliação Experimental dos Resultados

Corremos o programa com 13 testes diferentes gerados pelo gerador de instâncias e medimos o tempo de cada teste usando o comando time.

No gráfico de cima, é descrito o tempo em função do número de variáveis (n+p) + o número de restrições (n+1) e no de baixo é descrito o tempo em relação à soma do número de brinquedos com o número de pacotes (n+p). Ambos os gráficos têm, no eixo dos XX, uma função que é O(n+p), complexidade obtida para a computação do problema linear na análise teórica. Ainda assim, não se verifica uma relação linear em nenhum dos gráficos, já que essa complexidade representa apenas a computação do problema e não a sua complexidade total.



n + p	num restrições	tempo
200	100	0,051
1000	500	0,08
2000	1000	0,162
4000	2000	0,346
7000	3500	0,996
11000	5500	2,19
16000	8000	4,799
20000	10000	7,741
24000	12000	11,127
28000	14000	15,823
32000	16000	21,69
36000	18000	28,288
40000	20000	38,351