

# Relatório 1º Projeto ASA 2023/2024

**Grupo:** AL013

**Aluno(s):** Daniel Filipe da Costa Rodrigues (106772) e Tiago Castro Santos (106794)

---

## Descrição do Problema e da Solução

O problema colocado consistia em descobrir o valor máximo que poderíamos obter a partir de uma placa de mármore  $x$  por  $y$  tendo  $n$  modelos com diferentes dimensões e valores de mercado. Para solucionar a questão construímos uma matriz  $x$  por  $y$  onde cada entrada  $(x_i, y_i)$  corresponderia ao valor que poderíamos obter com uma placa com essas dimensões. As entradas correspondentes aos modelos são preenchidas aquando da sua leitura (em casos possíveis, as entradas  $(y, x)$  também são preenchidas). De seguida, de forma a calcular o valor máximo que é possível obter para uma placa de mármore  $x$  por  $y$ , recorremos ao cálculo de subproblemas menores, verificando se um corte horizontal ou vertical é mais lucrativo e preenchendo a matriz com o valor máximo obtido. Em casos em que a entrada  $(y, x)$  também exista esta é preenchida ao mesmo tempo que a entrada  $(x, y)$ .

Esta solução baseada em programação dinâmica permitiu-nos determinar de forma eficiente o valor ótimo possível para uma placa  $x$  por  $y$ , avaliando e atualizando a matriz com base na resolução de subproblemas menores.

## Análise Teórica

$$c(x, y) = \begin{cases} 0 & , x, y = 0 \\ v_i & , x, y = x_i, y_i \\ \max ( c(x, y), c(x - k, y) + c(k, y), c(x, y - j) + c(x, j) ) & , c.c \end{cases}$$

Onde:  $k \in [1, x - 1] \wedge j \in [1, y - 1] \wedge i \in [1, n]$ , onde  $n$  é o número de modelos

Na fase inicial é feita uma simples leitura dos dados de entrada, lendo as dimensões da placa através de um loop que depende de forma linear do número  $n$  de modelos disponibilizados. É também criada uma matriz com dimensões  $x$  por  $y$  para guardar os valores de cada cálculo. Logo esta etapa é  $O(n)$ .

De seguida é aplicado o algoritmo indicado para o cálculo da função recursiva. Este algoritmo tem 3 loops encadeados. O loop 1 varia de 1 até  $x$  (largura da placa original), o loop 2 varia de 1 até  $y$  (comprimento da placa original) e o loop 3 varia de 1 até ao  $\max(x, y)/2$ . No loop 3 calcula-se o valor obtido através de um corte vertical e o valor obtido através de um corte horizontal, por fim verifica-se se algum dos dois valores é superior ao valor que já está inserido na matriz e insere-se o valor máximo entre os três, na entrada correspondente à coluna e linha atuais. Como todas as operações de verificação têm complexidade constante conclui-se que a complexidade deste algoritmo depende dos 3 loops, logo é  $O(xy \times \max(x, y))$ .

Por fim, é feita a apresentação dos dados que possui uma complexidade constante, logo  $O(1)$

Concluimos então que complexidade global da solução será  $O(xy \times \max(x, y)) \equiv O(n^3)$ .

# Relatório 1º Projeto ASA 2023/2024

**Grupo:** AL013

**Aluno(s):** Daniel Filipe da Costa Rodrigues (106772) e Tiago Castro Santos (106794)

## Avaliação Experimental dos Resultados

De forma a verificar a complexidade real da solução proposta para o problema realizamos testes onde calculamos o tempo necessário para obter o valor máximo associado a uma placa de mármore x por y.

Analisando o resultado dos testes, verificamos que os tempos de execução aumentam de forma não linear, que se aproxima ao comportamento de uma função  $y = n^3$ . Assim conclui-se que a solução encontrada para o problema tem um comportamento experimental que vai de encontro ao esperado durante a análise teórica ou seja  $O(xy \times \max(x, y)) \equiv O(n^3)$ .

Largura	Comprimento	n	Complexidade Estimada	Tempo (s)
100	100	10	1,00E+06	0,004
200	200	20	8,00E+06	0,012
300	300	50	2,70E+07	0,032
400	400	70	6,40E+07	0,042
500	500	100	1,25E+08	0,091
600	600	150	2,16E+08	0,134
700	700	200	3,43E+08	0,225
800	800	225	5,12E+08	0,32
900	900	250	7,29E+08	0,442
1000	1000	300	1,00E+09	0,635
1100	1100	350	1,33E+09	0,837
1200	1200	400	1,73E+09	1,124
1300	1300	450	2,20E+09	1,51
1400	1400	500	2,74E+09	2,086
1500	1500	550	3,38E+09	2,591

