CÁLCULO I

Universidade Estadual Vale do Acaraú – UVA

Aula 1- Apresentação da disciplina


MAS EU ERA O MELHOR NA ESCOLA...
TSS! NOVATOS
Cálculo I
0,2


PROVA DE CÁLCULO
COMO A MAIORIA SE SENTE:
ANTES
DURANTE
DEPOIS
Created at
Scrapee.net


LEFT
EXIT 12
estudar
um
pouco
todos
os dias
acumular
conteudo
e estudar
faltando
1hr p prova
EU

APRESENTAÇÃO DA DISCIPLINA

Informações Gerais

- Professora: Jéssica de Paulo Rodrigues
- E-mail: jessica_paulo@uvanet.br
- Aulas
  - Dias:
    - ✓ Segunda-feira BC
    - ✓ Quarta-feira BCD
- Material
  - Slides
  - Videoaulas
  - Listas de exercícios
  - Livros
  - Links interessantes
- Atendimento: e-mail

Conteúdo da disciplina

1. Geometria analítica
2. Funções
3. Limites e continuidade
4. Derivada
5. Aplicações da derivada.
6. Integral

Conteúdo Programático

UNIDADE I - Pré-Cálculo

- Coordenadas cartesianas no plano
- Distância entre dois pontos
- Equações da reta no R2
- Posição relativa de duas retas
- Interseção de duas retas
- Distância de ponto a reta
- Equação da circunferência
- Posição relativa de uma reta com relação à circunferência

UNIDADE II - Funções

- Conceitos de função
- Gráfico de função
- Funções polinomiais
- Funções racionais e irracionais
- Funções trigonométricas: seno e cosseno

Conteúdo Programático

UNIDADE III - Limites e Continuidade

- Conceito e propriedades operatórias
- Limites laterais
- Limites de funções compostas
- Limites infinitos e limites no infinito
- Assíntotas horizontais e verticais
- Limites trigonométricos de seno e cosseno
- Continuidade

UNIDADE IV - Derivada

- Conceito e interpretação geométrica
- Regras de derivação
- Derivadas de funções trigonométricas
- Derivadas de ordem superior
- A regra da cadeia
- Derivação implícita

Conteúdo Programático

UNIDADE V - Integral

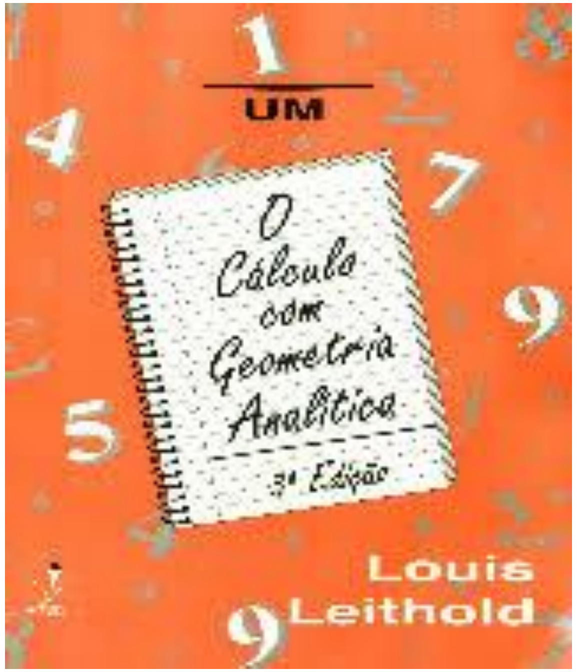
- A integral indefinida
- Integração das funções trigonométricas
- Técnicas de antidiferenciação

UNIDADE VI - Aplicação da Integral

- A integral definida
- Propriedades da integral definida
- O teorema fundamental do cálculo
- Aplicações físicas da integral

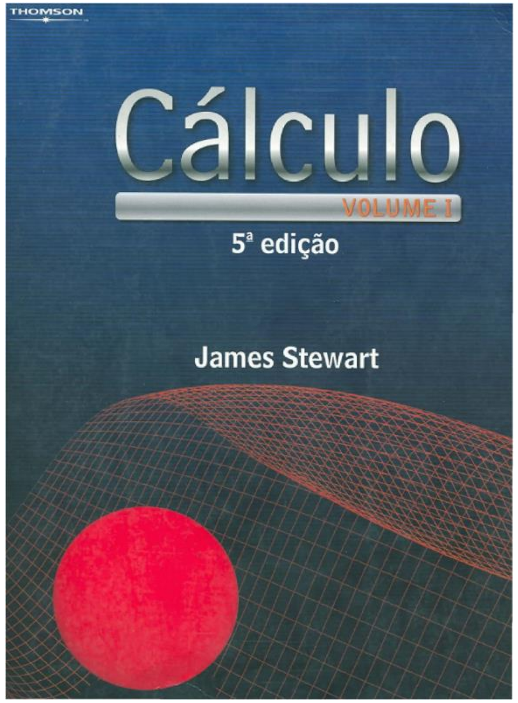
Bibliografia

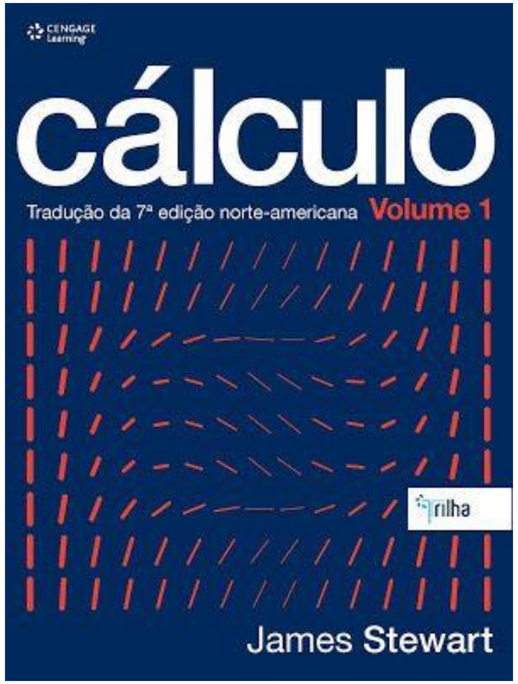
- Louis Leithold. O Cálculo em Geometria Analítica. Terceira Edição. São Paulo: Editora Harper e Row do Brasil, 1994.



Bibliografia

- James Stewart. Cálculo, volume 1. Quinta edição. Editora Thomson Pioneira, 2006.





Avaliações e Frequência

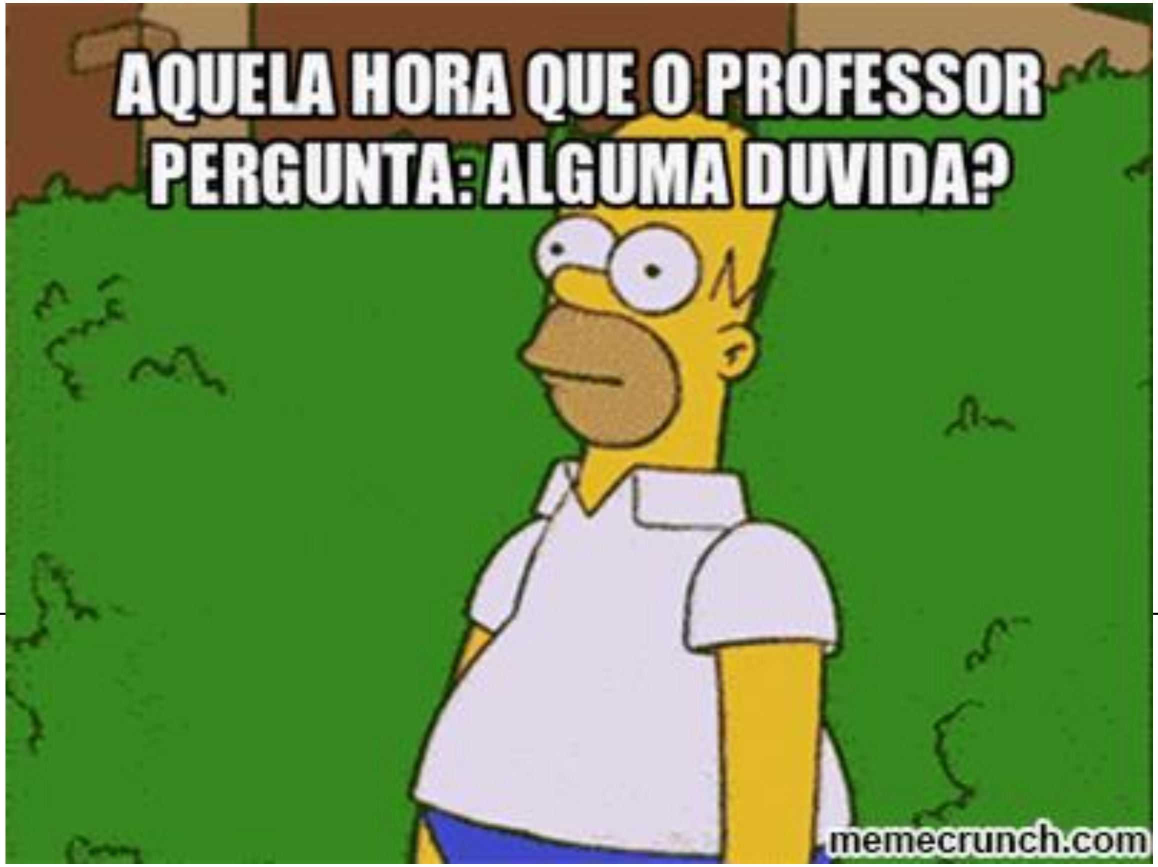
- Serão realizadas verificações de frequência em todos os encontros.
- Listas de exercícios/atividades;
- 3 avaliações parciais;
- Possibilidade de trabalhos e atividades extras complementares as listas de exercícios.

Nota 1 = (Atividade 1 + Avaliação 1) / 2;

Nota 2 = (Atividade 2 + Avaliação 2) / 2;

Nota 3 = Avaliação 3;

Média Final = (Nota 1 + Nota 2 + Nota 3) / 3.


AQUELA HORA QUE O PROFESSOR PERGUNTA: ALGUMA DUVIDA?
memecrunch.com

PRÉ-CÁLCULO

Revisão - Números, Desigualdades e Valores Absolutos

Números

- **Números racionais**

  - Qualquer número racional r pode ser expresso como

$$r = \frac{m}{n} \text{ onde m e n são inteiros e } n \neq 0.$$

  - Inteiros: $\ldots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \ldots$
  - Frações: $\frac{2}{7} \qquad -\frac{4}{5} \qquad \frac{83}{5}$
  - Decimais que terminam: $2{,}36 = \frac{236}{100} \qquad -0{,}003251 = \frac{3251}{1000000}$
  - Decimais que não terminam, mas apresentam repetição periódica :

$$0{,}333\ldots = \frac{1}{3} \qquad\qquad -0{,}549549549\ldots = -\frac{61}{111}$$

Números

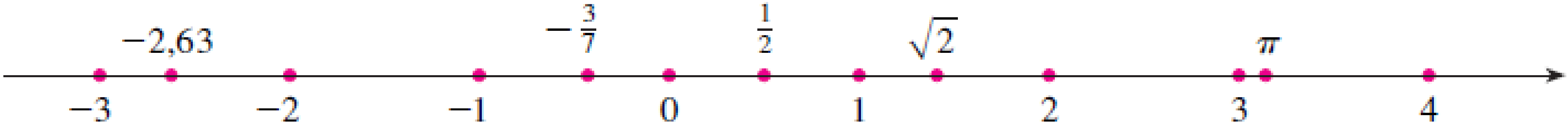
- **Números irracionais**

  - Números reais que não podem ser expressos como a razão de números inteiros.
  - Decimais que não terminam e não são periódicos.

$$\sqrt{3} = 1{,}732\ldots \qquad \pi = 3{,}14159\ldots$$

RETAS NUMÉRICAS

Reta numérica



Reta numérica

- **Expansões decimais**
- Exemplo 1:

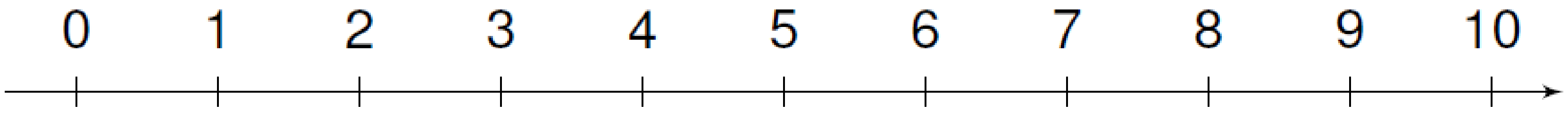
$$\begin{aligned} 4{,}375 &= 4 + 0{,}3 + 0{,}07 + 0{,}005 \\ &= 4 + 3.\frac{1}{10} + 7.\frac{1}{100} + 5.\frac{1}{1000} \\ &= 4 + 3.\frac{1}{10} + 7.\frac{1}{10^2} + 5.\frac{1}{10^3} \end{aligned}$$

- Como representar o número $4{,}375$ em uma reta numérica?

Reta numérica

- **Expansões decimais**

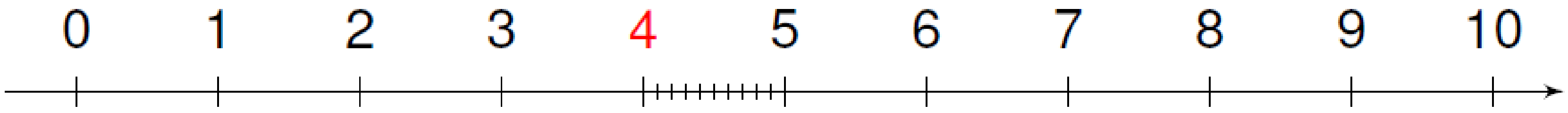
$$4{,}375 = 4 + 0{,}3 + 0{,}07 + 0{,}005$$



Reta numérica

- **Expansões decimais**

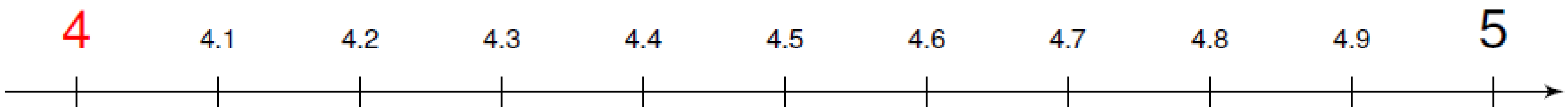
$$4{,}375 = \color{red}{4} + 0{,}3 + 0{,}07 + 0{,}005$$



Reta numérica

- **Expansões decimais**

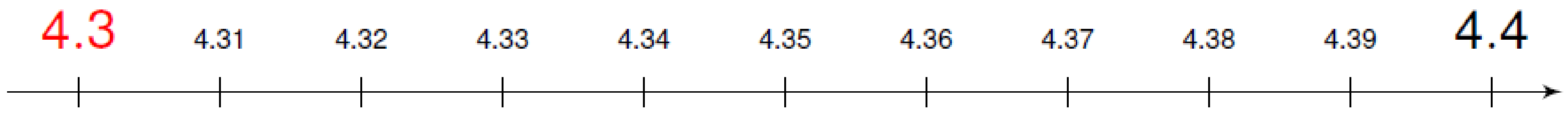
$$4{,}375 = 4 + 0{,}3 + 0{,}07 + 0{,}005$$



Reta numérica

- **Expansões decimais**

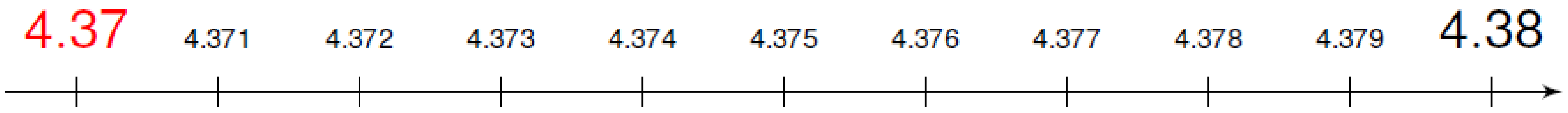
$$4{,}375 = 4 + 0{,}3 + 0{,}07 + 0{,}005$$



Reta numérica

- **Expansões decimais**

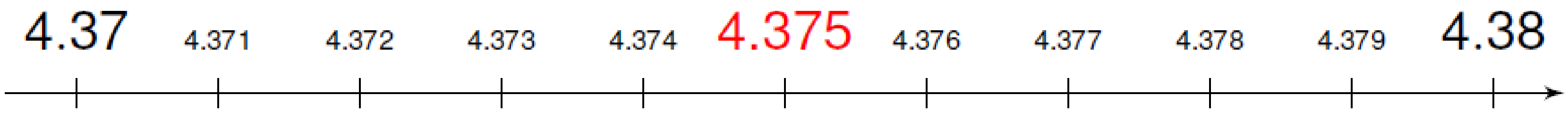
$$4{,}375 = 4 + 0{,}3 + 0{,}07 + 0{,}005$$



Reta numérica

- **Expansões decimais**

$$4{,}375 = 4 + 0{,}3 + 0{,}07 + 0{,}005$$



Reta numérica

- **Expansões decimais**
- Exemplo 2:

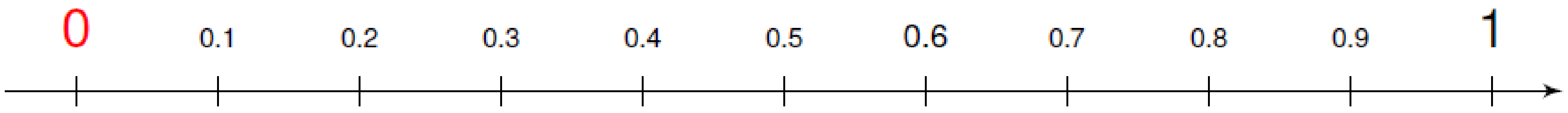
$$0,\overline{3} = 0{,}333\ldots = 0{,}3 + 0{,}03 + 0{,}003 + \cdots$$
$$= 3.\frac{1}{10} + 3.\frac{1}{100} + 3.\frac{1}{1000} + \cdots$$
$$= 3.\frac{1}{10} + 3.\frac{1}{10^2} + 3.\frac{1}{10^3} + \cdots$$
$$= 3.\left[\frac{1}{10} + \left(\frac{1}{10}\right)^2 + \left(\frac{1}{10}\right)^3 + \cdots\right]$$
$$\overset{(*)}{=} 3.\left[\frac{1/10}{1-(1/10)}\right]$$
$$= \frac{1}{3}$$

Em $(*)$ usamos a fórmula para a soma dos infinitos termos de uma progressão geométrica.

Reta numérica

- **Expansões decimais**

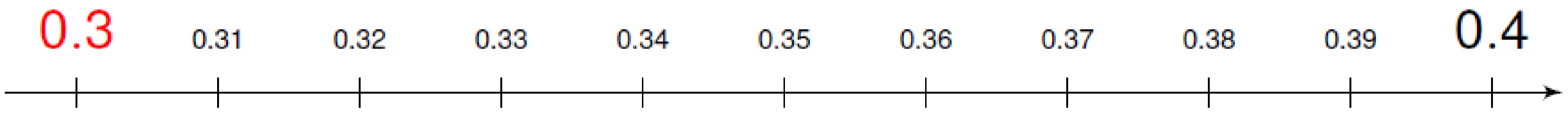
$$0,\overline{3} = 0{,}333\ldots = 0{,}3 + 0{,}03 + 0{,}003 + \cdots$$



Reta numérica

- **Expansões decimais**

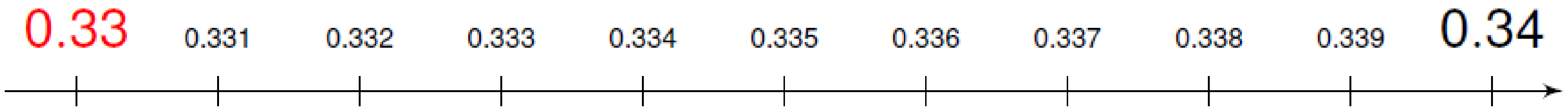
$$0,\overline{3} = 0{,}333\ldots = {\color{red}0{,}3} + 0{,}03 + 0{,}003 + \cdots$$



Reta numérica

- **Expansões decimais**

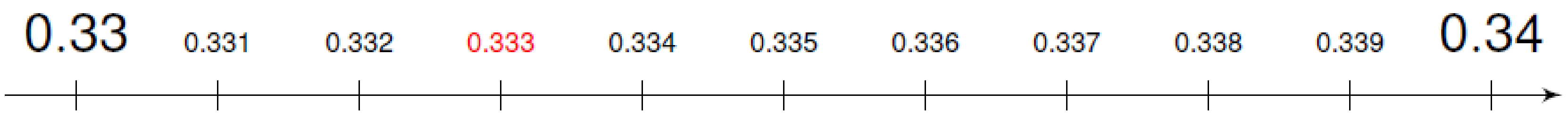
$$0,\overline{3} = 0{,}333\ldots = {\color{red}0{,}3 + 0{,}03} + 0{,}003 + \cdots$$



Reta numérica

- **Expansões decimais**

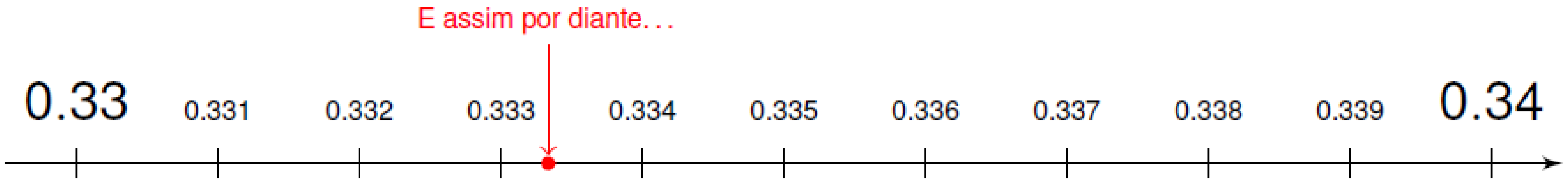
$$0,\overline{3} = 0,333\ldots = 0,3 + 0,03 + 0,003 + \cdots$$



Reta numérica

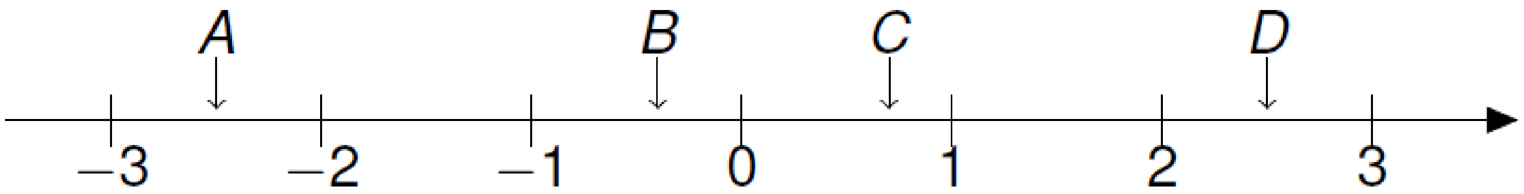
- **Expansões decimais**

$$0,\overline{3} = 0{,}333\ldots = 0{,}3 + 0{,}03 + 0{,}003 + \cdots$$



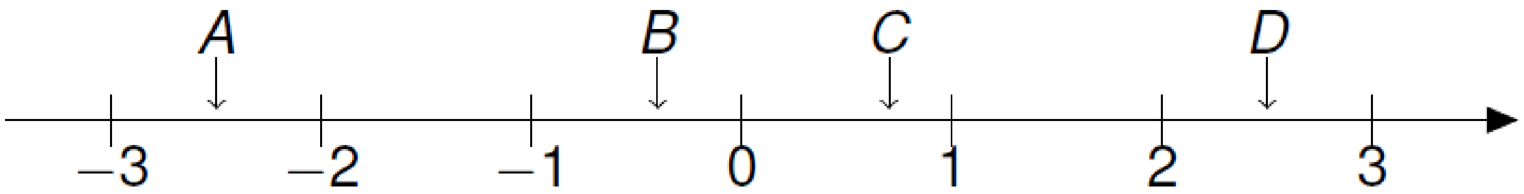
Reta numérica

- **Exercício**
- Na reta numérica abaixo, estão indicados quatro pontos: A, B, C e D. Qual ponto corresponde ao número $-2/5$?



Reta numérica

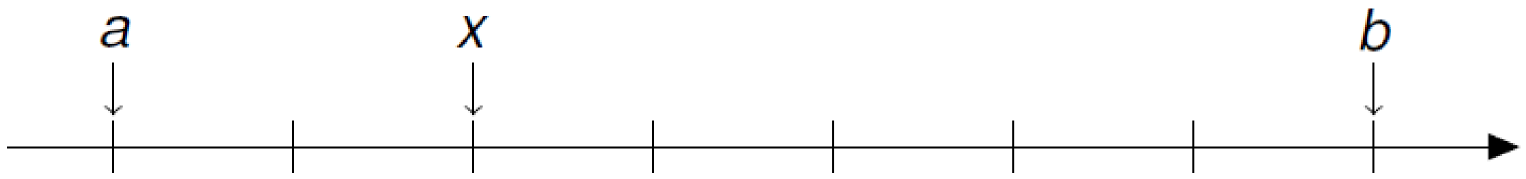
- **<u>Exercício</u>**
- Na reta numérica abaixo, estão indicados quatro pontos: A, B, C e D. Qual ponto corresponde ao número $-2/5$?



- Resposta: B.

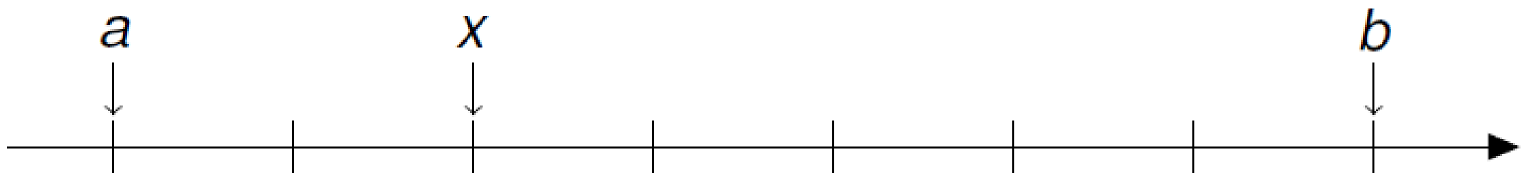
Reta numérica

- **Exercício**
- Na reta numérica abaixo,$a = -2/3$ e $b\ =\ 3/10$. O intervalo $[a, b]$ encontra-se dividido em sete partes iguais. Determine o valor de x indicado na figura.



Reta numérica

- **Exercício**
- Na reta numérica abaixo, $a = -2/3$ e $b = 3/10$. O intervalo $[a, b]$ encontra-se dividido em sete partes iguais. Determine o valor de x indicado na figura.



- Resposta: $x = -41/105$.

INTERVALOS

Intervalos

- Sejam $a, b \in \mathbb{R}$, com $a \leq b$. Os nove subconjuntos de $\mathbb{R}$ abaixo definidos são denominados intervalos:

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \,|\, a \leq x \leq b\} \qquad (-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x \leq b\}$$

$$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \,|\, a < x < b\} \qquad (-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x < b\}$$

$$[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \,|\, a \leq x < b\} \qquad [a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \,|\, a \leq x\}$$

$$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \,|\, a < x \leq b\} \qquad (a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \,|\, a < x\}$$

$$(-\infty, +\infty) = \mathbb{R}.$$

Intervalos

- Sejam $a, b \in \mathbb{R}$, com $a \leq \ b$. Os nove subconjuntos de $\mathbb{R}$ abaixo definidos são denominados intervalos:

$[a, b] \ = \ \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$ $\qquad (-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$

$(a, b) \ = \ \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$ $\qquad (-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$

$[a, b) \ = \ \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$ $\qquad [a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x\}$

$(a, b] \ = \ \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$ $\qquad (a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x\}$

$(-\infty, +\infty) = \mathbb{R}.$

Os quatro intervalos da esquerda são limitados, com extremos a e b.

Intervalos

- Sejam $a, b \in \mathbb{R}$, com $a \leq b$. Os nove subconjuntos de $\mathbb{R}$ abaixo definidos são denominados intervalos:

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\} \longleftarrow \text{intervalo fechado}$$

$$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$$

$$[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$$

$$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$$

Os quatro intervalos da esquerda são limitados, com extremos a e b.

Intervalos

- Sejam $a, b \in \mathbb{R}$, com $a \leq b$. Os nove subconjuntos de $\mathbb{R}$ abaixo definidos são denominados intervalos:

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \,|\, a \leq x \leq b\} \longleftarrow \text{intervalo fechado}$$

$$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \,|\, a < x < b\} \longleftarrow \text{intervalo aberto}$$

$$[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \,|\, a \leq x < b\}$$

$$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \,|\, a < x \leq b\}$$

Os quatro intervalos da esquerda são limitados, com extremos a e b.

Intervalos

- Sejam $a, b \in \mathbb{R}$, com $a \leq b$. Os nove subconjuntos de $\mathbb{R}$ abaixo definidos são denominados intervalos:

$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \,|\, a \leq x \leq b\}$ ⟵ intervalo fechado

$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \,|\, a < x < b\}$ ⟵ intervalo aberto

$[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \,|\, a \leq x < b\}$ ⟵ fechado à esquerda

$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \,|\, a < x \leq b\}$

Os quatro intervalos da esquerda são limitados, com extremos a e b.

Intervalos

- Sejam $a, b \in \mathbb{R}$, com $a \leq b$. Os nove subconjuntos de $\mathbb{R}$ abaixo definidos são denominados intervalos:

$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \,|\, a \leq x \leq b\}$ ⟵ intervalo fechado

$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \,|\, a < x < b\}$ ⟵ intervalo aberto

$[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \,|\, a \leq x < b\}$ ⟵ fechado à esquerda

$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \,|\, a < x \leq b\}$ ⟵ fechado à direita

Os quatro intervalos da esquerda são limitados, com extremos a e b.

Intervalos

- Sejam $a, b \in \mathbb{R}$, com $a \leq b$. Os nove subconjuntos de $\mathbb{R}$ abaixo definidos são denominados intervalos:

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\} \qquad (-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$$

$$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\} \qquad (-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$$

$$[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\} \qquad [a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x\}$$

$$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\} \qquad (a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x\}$$

$$(-\infty, +\infty) = \mathbb{R}.$$

Os quatro intervalos da esquerda são limitados, com extremos a e b.

Os cinco intervalos da direita são ilimitados.

Intervalos

- Sejam $a, b \in \mathbb{R}$, com $a \leq\ b$. Os nove subconjuntos de $\mathbb{R}$ abaixo definidos são denominados intervalos:

semirreta esquerda de origem b

$$(-\infty, b] = \quad \{x \in \mathbb{R}\ |x \leq b\}$$

$$(-\infty, b) = \quad \{x \in \mathbb{R}\ |x < b\}$$

$$[a, +\infty) = \quad \{x \in \mathbb{R}\ |a \leq x\}$$

$$(a, +\infty) = \quad \{x \in \mathbb{R}\ |a < x\}$$

$$(-\infty, +\infty) = \mathbb{R}.$$

Os quatro intervalos da esquerda são limitados, com extremos a e b.

Os cinco intervalos da direita são ilimitados.

Intervalos

- Sejam $a, b \in \mathbb{R}$, com $a \leq b$. Os nove subconjuntos de $\mathbb{R}$ abaixo definidos são denominados intervalos:

semirreta esquerda de origem b

$$(-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} \,|x \leq b\}$$

$$(-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} \,|x < b\}$$

denominações análogas

$$[a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \,|a \leq x\}$$

$$(a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \,|a < x\}$$

$$(-\infty, +\infty) = \mathbb{R}.$$

Os quatro intervalos da esquerda são limitados, com extremos a e b.

Os cinco intervalos da direita são ilimitados.

Intervalos

- Sejam $a, b \in \mathbb{R}$, com $a \leq b$. Os nove subconjuntos de $\mathbb{R}$ abaixo definidos são denominados intervalos:

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\} \qquad (-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$$

$$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\} \qquad (-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$$

$$[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\} \qquad [a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x\}$$

$$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\} \qquad (a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x\}$$

$$(-\infty, +\infty) = \mathbb{R}.$$

Quando $a = b$, o intervalo fechado $[a, b]$ reduz-se a um único elemento, chama-se intervalo degenerado e os outros três intervalos da esquerda, neste caso, são vazios.

Intervalos (Observações)

- Outras notações para intervalos (notação francesa):

$$]a, b[\text{ para indicar o intervalo } (a, b),$$

$$[a, b[\text{ para indicar o intervalo } [a, b), \text{ etc.}$$

- Quais as vantagens desta notação?
- Resposta: para resolver ambiguidades. Por exemplo, $(2, 3)$ representa um intervalo ou um par ordenado?

- $-\infty$ e $+\infty$ não são números!
  - Eles são apenas símbolos usados para indicar que os intervalos são ilimitados. Portanto, não podemos somá-los, multiplicá-los ou executar qualquer operação considerando-os como se fossem números.

Intervalos

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \,|\, a \leq x \leq b\}$$

Intervalos

$$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \,|\, a < x < b\}$$

Intervalos

$$[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \,|\, a \leq x < b\}$$

Intervalos

$$(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \,|a < \; x \leq b\}$$

Intervalos

$$(-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x \leq b\}$$

Intervalos

$$(-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} \,|x < b\}$$

Intervalos

$$[a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$$

Intervalos

$$(a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x > a\}$$

Intervalos

$$A = \{2, 3\}, \qquad B = [2,3], \qquad C =]2,3].$$

1) Quantos elementos tem cada conjunto?

- Resposta: A tem 2 elementos, B e C têm infinitos elementos.

2) Qual é o menor elemento de cada conjunto?

- Resposta: o menor elemento dos conjuntos A e B é 2, C não possui um menor elemento.

Intervalos

Apresente infinitos racionais e infinitos irracionais que pertençam ao intervalo $[2, 3]$.

Racionais:

$$x_1 = 2{,}01; \quad x_2 = 2{,}001; \quad x_3 = 2{,}0001; \ldots; \quad x_n = 2{,}\underbrace{0 \ldots 0}_{n \text{ zeros}}1; \ldots$$

Irracionais:

$$y_1 = \sqrt{5} + 0{,}01; \quad y_2 = \sqrt{5} + 0{,}001; \quad y_3 = \sqrt{5} + 0{,}0001; \ldots;$$

$$y_n = \sqrt{5} + 0{,}\underbrace{0 \ldots 0}_{n \text{ zeros}}1; \ldots$$

VALOR ABSOLUTO

Valor absoluto

DEFINIÇÃO

O valor absoluto de x, denotado por $|x|$, é definido por:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

- **Exemplo:** Expresse $|3x - 2|$ sem usar o símbolo de valor absoluto:

Valor absoluto

Propriedades dos Valores Absolutos:

- Suponhamos que a e b sejam números reais quaisquer e n um inteiro. Então

1. $|ab| = |a||b|$
2. $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|} \quad (b \neq 0)$
3. $|a^n| = |a|^n$

- Suponha $a > 0$. Então

4. $|x| = a$ se e somente se $x = \pm a$
5. $|x| < a$ se e somente se $-\text{a} < x < a$
6. $|x| > a$ se e somente se $x > a$ ou $x < -a$

Valor absoluto (Observações)

- $\sqrt{r}$, onde $r \geq 0$, é definido como um único número não negativo s, tal que $s^2 = r$.

- Então $\sqrt{r} = s$ significa que $s^2 = r$ e $s \geq 0$.

- Portanto, a equação $\sqrt{a^2} = a$ não é sempre verdadeira. Só é verdadeira quando $a \geq 0$.

- Se $a < 0$, então $-a > 0$, portanto obtemos $\sqrt{a^2} = -a$. Então

$$\boxed{\sqrt{a^2} = |a|}$$

Valor absoluto

Desigualdade Triangular

Se a e b forem quaisquer números reais, então

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

DÚVIDAS?

Jéssica de Paulo Rodrigues

jessica_paulo@uvanet.br

Engenheira da Computação

Mestra em Engenharia Elétrica e de Computação