

---

---

RELATÓRIO DO PROJETO DE MC548

---

---

**Aluno:** Murilo Fossa Vicentini    **RA:** 082335  
**Aluno:** Tiago Chedraoui Silva    **RA:** 082941

## Sumário

<b>1</b>	<b>Integrantes</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Parte 1</b>	<b>2</b>
2.1	[nd30] . . . . .	2
2.2	[mn27] . . . . .	2
2.3	[ss2] . . . . .	3
2.4	[ss15] . . . . .	4
2.5	[mn22] . . . . .	5
2.6	Resultados . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Parte 2</b>	<b>6</b>
3.1	Estruturas implementadas . . . . .	6
3.2	Análise de complexidade do algoritmo . . . . .	6
3.3	Resultados . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Ambientes computacionais</b>	<b>9</b>

## Lista de Tabelas

I	Resultados da parte 1 - Modelagem gmpl . . . . .	5
II	Resultados da parte 1 - Modelagem planilha . . . . .	6
III	Resultados da parte 2 - Somente parte gulosa . . . . .	7
IV	Resultados da parte 2 - Parte gulosa e busca local . . . . .	8

## Lista de Figuras

1	Melhora com busca local - Ganho fotografando shards - Instância big-0 . . . . .	8
2	Melhora com busca local - Ganho fotografando shards - Instância small-0 . . . . .	9

# 1 Integrantes

Aluno: Murilo Fossa Vicentini RA: 082335

Aluno: Tiago Chedraoui Silva RA: 082941

## 2 Parte 1

### 2.1 [nd30]

#### Variáveis usadas no modelo

- Para cada aresta  $(i, j) \in A$ , criou-se a variável binária  $y_{ij}$  que assume valor  $y_{ij} = 1$  se e somente se a aresta  $(i, j)$  pertence ao caminho mínimo.

#### Restrições do modelo

- Todo vértice diferente do inicial e do final deve conter ou nenhuma aresta entrando e saindo ou uma entrando e saindo.

$$\sum_{i \in V}^m y_{ik} = \sum_{j \in V}^m y_{kj}, \quad \forall k \in V, \forall (i, k) \text{ e } (k, j) \in A$$

- Peso total do caminho não deve exceder K

$$\sum_{i, j \in A} w_{i, j} y_{i, j} \leq K$$

- Deve existir uma aresta que sai de s

$$\sum_{j \in V} y_{s, j} = 1$$

- Deve existir uma aresta que chega em t

$$\sum_{j \in V} y_{j, t} = 1$$

#### Função objetivo

Objetivo: minimizar o custo do caminho

$$\min \sum_{i, j \in A} c_{i, j} y_{i, j} \quad (1)$$

### 2.2 [mn27]

#### Variáveis usadas no modelo

- Para cada vértice  $u \in V$  e para cada cor  $k \in \{1, 2, \dots, m\}$ , criou-se a variável binária  $x_{uk}$  que assume valor  $x_{uk} = 1$  se e somente se o vértice  $u$  foi colorido com a cor  $k$ .
- Criou-se uma variável binária  $y_k$  para toda cor  $k \in \{1, 2, \dots, m\}$ .  $y_k = 1$  se e somente se pelo menos um vértice recebeu essa cor.

#### Restrições do modelo

- Todo vértice deve receber exatamente uma cor

$$\sum_{k=1}^m x_{uk} = 1, \quad \forall u \in V$$

- Se um vértice recebe a cor  $k$ , esta deve ser usada

$$x_{uk} \leq y_k, \quad \forall u \in V, k \in \{1 \dots m\}$$

- Os Vértices vizinhos não podem ter a mesma cor

$$x_{uk} + x_{vk} \leq 1, \quad \forall (u, v) \in E, k \in \{1 \dots m\}$$

### Função objetivo

Objetivo: minimizar o número de cores usadas:

$$\min \sum_{k=1}^m y_k \quad (2)$$

## 2.3 [ss2]

### Variáveis usadas no modelo

- Criou-se uma variável binária  $x_{ij}$  para toda tarefa  $i, j \in T$  que recebe valor  $x_{ij} = 1$  se e somente se a tarefa  $i$  precede  $j$ .
- Para cada tarefa  $i \in T$  criou-se uma variável binária  $y_i$  que recebe valor  $y_i = 1$  se e somente se a tarefa  $i$  não cumpriu o deadline.

### Restrições do modelo

- Todo par de tarefas  $(i, j)$  deve ter uma precedência, em que se  $i$  precede  $j$ ,  $j$  não pode preceder  $i$ .

$$x_{ji} + x_{ij} = 1, \quad \forall i, j \in T$$

- Todo par de tarefas  $(i, j)$  deve ter uma transitoriedade de precedência, em que se  $i$  precede  $j$ , e  $j$  precede  $k$ ,  $i$  precede  $k$ . Se  $x_{ij} = 1$  e  $x_{jk} = 1$ , então  $x_{ik} = 1$ .

$$x_{ij} + x_{jk} - 1 \leq x_{ik}, \quad \forall i, j, k \in T$$

- Para cada par de tarefas  $(i, j)$  em  $S$ , a tarefa  $i$ , obrigatoriamente tem que preceder  $j$ .

$$x_{ij} = 1, \quad \forall (i, j) \in S$$

- Se uma  $j$  tarefa é precedida por outras  $n$  tarefas, o tempo de término da tarefa  $j$  deve ser no mínimo o tempo de execução de todas as tarefas predecessoras, mais o seu tempo para ser executada. Se for esse término for menor que o deadline,  $y_j = 0$ , senão  $y_j = 1$

$$\sum_{i \in T, i \neq j} x_{ij} * t_i \leq d_j - t_j + M * y_j \quad \forall j \in T$$

Em que  $M$  é um número grande e para calculá-lo somou-se todos os tempos das tarefas mais um.

$$M = \sum_{i \in T} (t_i) + 1$$

### Função objetivo

Objetivo: minimizar o número de tarefas que terminem fora do prazo:

$$\min \sum_{i=1}^n y_i \quad (3)$$

## 2.4 [ss15]

### Variáveis usadas no modelo

- Criou-se uma variável binária  $x_{i,j,k}$  para toda tarefa  $k \in T$  de todo projeto  $i, j \in J$  que recebe valor  $x_{i,j,k} = 1$  se e somente se a tarefa  $k$  do projeto  $i$  precede a tarefa  $k$  do projeto  $j$ .
- Para cada projeto  $j \in J$  e cada tarefa  $i \in T$  criou-se uma variável inteira  $begin_{j,i}$  que recebe valor o valor de início da tarefa  $i$  do projeto  $j$ .
- Criou-se uma variável inteira  $fim$  que recebe o tempo de término do último projeto.

### Restrições do modelo

- Toda tarefa dos pares de projetos  $(i, j)$  deve ter uma precedência, em que se  $i$  precede  $j$ ,  $j$  não pode preceder  $i$ .

$$x_{j,i,k} + x_{i,j,k} = 1, \quad \forall i, j \in J$$

- Toda tarefa  $i \in T$  do projeto  $j \in J$  tem um tempo mínimo de início que é equivalente ao tempo de início da tarefa que a antecede  $i - 1$  mais o tempo da execução da tarefa predecessora  $t_{j,i-1}$  para o mesmo projeto.

$$begin_{j,i} \geq begin_{j,i-1} + t_{j,i-1}, \quad \forall i \in T, \forall j \in J$$

- Se um projeto  $j$  precede um projeto  $k$  o tempo de término da tarefa  $i$  do projeto  $k$  deve ser maior que o tempo de término da tarefa  $i$  do projeto  $j$  mais o seu tempo de execução.

$$begin_{j,i} + t_{j,i} \leq begin_{k,i} + (1 - x_{j,k,i}) * M, \quad \forall i \in T, \forall j, k \in J : k \neq j$$

Em que  $M$  é um número grande e para calculá-lo somou-se todos os tempos das tarefas de todos os projetos.

- Se um projeto  $k$  precede um projeto  $j$  o tempo de término da tarefa  $i$  do projeto  $j$  deve ser maior que o tempo de término da tarefa  $i$  do projeto  $k$  mais o seu tempo de execução.

$$begin_{k,i} + t_{k,i} \leq begin_{j,i} + x_{j,k,i} * M, \quad \forall i \in T, \forall j, k \in J : k \neq j$$

Em que  $M$  é um número grande e para calculá-lo somou-se todos os tempos das tarefas de todos os projetos.

$$M = \sum_{j \in J, i \in T} (t_{j,i})$$

- O tempo total da execução dos projetos deve ser igual ao tempo do último terminar.

$$fim \geq begin_{j,m} + t_{j,m}, \quad \forall j \in J$$

Em que  $m$  é o tempo em que a última tarefa do projeto é executada (tarefa no último processador).

### Função objetivo

Objetivo: minimizar o tempo de término de todos os projetos:

$$\min fim \tag{4}$$

## 2.5 [mn22]

### Variáveis usadas no modelo

- Para cada máquina  $m \in V$  e para cada sala  $r \in \{1, 2, \dots, |V|\}$ , criou-se a variável binária  $x_{mr}$  que assume valor  $x_{mr} = 1$  se e somente se a máquina  $m$  foi colocada na sala  $r$ .
- Para cada peça  $p \in U$  e para cada sala  $r \in \{1, 2, \dots, |U|\}$ , criou-se a variável binária  $y_{pr}$  que assume valor  $y_{pr} = 1$  se e somente se a peça  $p$  foi colocada na sala  $r$ .
- Criou-se uma variável binária  $rdiff_{mp}$  para cada aresta da máquina  $(m, p) \in E$  para a qual  $rdiff_{mp} = 1$  se e somente se a máquina e a peça especificada pela aresta estão em salas diferentes.

### Restrições do modelo

- Toda máquina deve estar em uma única sala

$$\sum_{r \in \{1, 2, \dots, |V|\}} x_{mr} = 1, \quad \forall m \in V$$

- Toda peça deve estar em uma única sala

$$\sum_{r \in \{1, 2, \dots, |V|\}} y_{pr} = 1, \quad \forall p \in U$$

- Número de máquinas por sala não deve exceder limite  $K$

$$\sum_{m \in V} x_{mr} \leq K, \quad \forall r \in \{1, 2, \dots, |V|\}$$

- Se uma máquina estiver em sala diferente de sua peça,  $rdiff = 1$

$$rdiff_{mp} \geq x_{mr} - y_{pr}, \quad \forall r \in \{1, 2, \dots, |V|\}, \forall (p, m) \in E$$

### Função objetivo

Objetivo: minimizar a soma do custo de transporte de uma peça  $p$  para a mesma sala da máquina  $m$ :

$$\min \sum_{(i,j) \in E} c_{i,j} * rdiff_{i,j} \quad (5)$$

## 2.6 Resultados

ID exercício	1	2	3
[nd30]	3	13	21
[mn27]	3	7	13 <sup>1</sup>
[ss2]	1	6	17
[ss15]	8	165	245 <sup>2</sup>
[mn22]	1	4131	3691 <sup>3</sup>

Tabela I: Resultados da parte 1 - Modelagem gmpl

<sup>1</sup>Rodou-se durante 30 minutos para somente 13 cores (13 cores havia sido uma solução encontrada anteriormente, diminui-se os número de cores para o número de restrições diminuir e assim o processamento ser mais rápido);

<sup>2</sup>Rodou-se durante 30 minutos para somente 4 salas;

<sup>3</sup>Utilizando a abordagem apresentada na seção do problema, e utilizando-a durante 8 horas em um servidor do laboratório de redes da Unicamp encontrou-se o resultado não ótimo 257. Contudo, se considerarmos somente a ordem dos projetos a solução é encontrada em questão de segundos e o resultado é melhor, 245, porém talvez não seja o ótimo. Como sabe-se que esse resultado é um resultado para a abordagem da seção do problema (seção 2.4) esse resultado foi considerado o melhor que encontramos;

ID exercício	1	2	3
[nd30]	3	13	21
[mn27]	3	7	Não terminou
[ss2]	1	Não terminou	Não terminou
[ss15]	8	Não terminou	Não terminou
[mn22]	1	Não terminou	Não terminou

Tabela II: Resultados da parte 1 - Modelagem planilha

### 3 Parte 2

Na segunda parte desenvolveu-se uma heurística gulosa, no qual ordenava-se os shards em relação ao ganho do shard com o mínimo de custo entre o satélite vertical e o horizontal. A partir disso pegava-se os shards até que não fossem mais possível. Posteriormente, desenvolveu-se uma busca local a partir da solução gulosa.

Na busca local retirava-se um shard da solução ótima e tentava colocar outros candidatos no lugar. A remoção de um shard da solução ótima é realizada do que possuir menor relação custo/benefício para a melhor, ou seja, se um shard ocupa mais espaço e possibilita um menor ganho.

A lista de candidatos (LRC) foi limitada a 10 candidatos, estes constituídos dos 10 que possuem melhores relação custo/benefício. A escolha dos candidatos foi novamente feito através de uma busca gulosa. Percorre-se a lista lrc e tenta inserir cada um.

Isso era feito para todos os shards da solução ótima, se o resultado fosse melhorado ele era salvo. Caso não fosse, o estado anterior era restaurado, de modo que a mudança na solução que foi ruim, fosse descartado. Feito isso uma vez, isso é repetido até que o tempo limite seja atingido.

A idéia inicial do algoritmo guloso era dar uma solução boa em tempo curto e a busca local seria justamente inserir uma variabilidade no algoritmo.

#### 3.1 Estruturas implementadas

Foram utilizadas algumas estruturas, dentre elas:

**Estrutura Shard** contendo dois inteiros x e y correspondentes aos satélites que conseguem tirar foto do shard.

Dois inteiro hcost e vcost representam o custo de armazenamento dos shards para cada satélite x e y. E uma flag active, se o shard já está ou não na solução.

**Estrutura Satélite** Contem dois inteiro que contem o tamanho da memória de cada satélite sendo um na horizontal e outro na vertical.

**Estrutura CSShard** Contém shards inseridos na solução, contém x e y do shard, a direção do satélite responsável pela foto, o índice idx do shard na estrutura com todos os shards.

**Estrutura Solution** Contém valor da solução ótima encontrada, o número de shards inseridos na solução, e um vetor de CSShards.

#### 3.2 Análise de complexidade do algoritmo

Denotaremos a  $|Sat| = m$  e  $|Shards| = n$ .

1. função main  $O(n^2 + nm)$

(a) função get\_args:  $O(1)$

(b) função read\_instances:  $O(n + m)$

(c) função quicksort:  $O(n^2)$

(d) função Greedy\_solver:  $O(n)$

- (e) Local\_search:  $O(n^2 + nm)$
- i. copy\_sol:  $O(n)$
  - ii. save\_state:  $O(n + m)$
  - iii. recover\_statel:  $O(n + m)$
  - iv. find\_lrc:  $O(n)$
  - v. choose\_lrc:  $O(n)$
  - vi. save\_sol:  $O(n)$

Observações:

- Local\_search executa  $|n|$  as funções de  $i$  até  $vi$  listadas acima;
- A função main tem sua complexidade delimitada pela função Local\_search; e exata é executada até que o tempo seja atingido.

### 3.3 Resultados

Apresentamos dois resultados, o primeiro para a solução gulosa (ver tabela III) e o segundo aplicando a busca local (ver tabela IV) sobre a solução gulosa encontrada.

Posteriormente, utilizando duas instâncias de entrada (big-0 e small-0) projetou-se um gráfico (ver figuras 1 e 2) com a melhora da solução em relação ao número de iterações para a heurística.

Instância	Melhor solução encontrada	Parâmetro Tempo
small-0	8874	5s
small-1	56435	5s
small-2	29430	5s
small-3	14848	5s
small-4	31403	5s
medium-0	3354366	5s
medium-1	1334090	5s
medium-2	3590494	5s
medium-3	1927658	5s
medium-4	3696487	5s
medium-5	2350322	5s
medium-6	743412	5s
medium-7	1157211	5s
big-0	10148418	5s
big-1	19194050	5s

Tabela III: Resultados da parte 2 - Somente parte gulosa

Instância	Melhor solução encontrada	Parâmetro Tempo
small-0	9937	2 min
small-1	58763	2 min
small-2	33013	2 min
small-3	17449	2 min
small-4	33029	2 min
medium-0	3484321	2 min
medium-1	1394863	2 min
medium-2	3756501	2 min
medium-3	2001891	2 min
medium-4	3858310	2 min
medium-5	2454255	2 min
medium-6	779016	2 min
medium-7	1203455	2 min
big-0	10538294	2 min
big-1	19714711	2 min

Tabela IV: Resultados da parte 2 - Parte gulosa e busca local

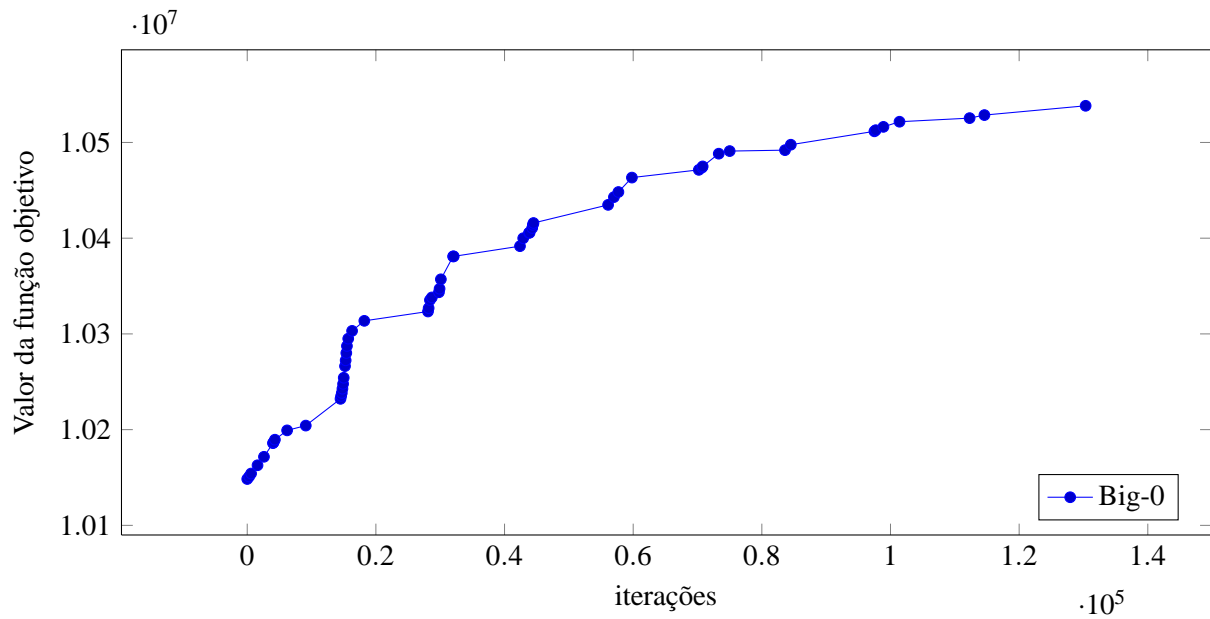


Figura 1: Melhora com busca local - Ganho fotografando shards - Instância big-0



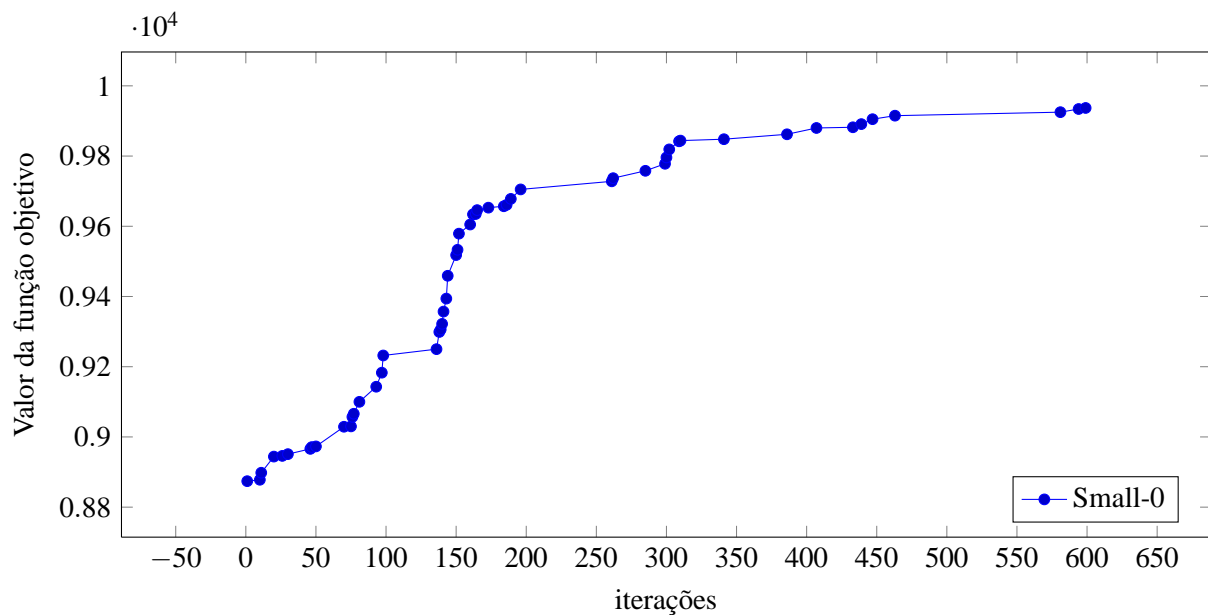


Figura 2: Melhora com busca local - Ganho fotografando shards - Instância small-0

## 4 Ambientes computacionais

1. Máquina 1 - Usada na parte 1 (gmpl) parte 2

**Memória** 2.0 GB

**Processador** Intel® Core™2 Duo CPU T5250 @ 1.50GHz × 2

**Gráfico** Intel® 965GM

**Tipo SO** 32 bits

**SO** Fedora 15 (Lovelock)

**Compilador** gcc 4.6.0

**Linguagem de programação** C

2. Máquina 2 - Usada na parte 1 (planilhas)

**Memória** 4.0 GB

**Processador** Intel® Core 2 Quad 2.66GHz

**Tipo SO** 32 bits

**SO** Fedora 14 - linux 2.6.35

**Compilador** gcc 4.5.1

3. Máquina 3 - Usada na instância ss15 da parte 1 conforme especificado.

**Memória** 16.0 GB

**Processador** Intel® Xeon® CPU E5430 @ 2.66GHz x 8

**Tipo SO** 64 bits

**SO** Debian - linux 2.6.32-5-686

**Compilador** gcc 4.3.5