

## Rede de Crenças e Lógica Fuzzy



### Independência

Duas variáveis aleatórias  $A$  e  $B$  são (absolutamente) independentes se

$$P(A|B) = P(A)$$

ou  $P(A, B) = P(A|B)P(B) = P(A)P(B)$

por exemplo,  $A$  e  $B$  são duas moedas atiradas

Se  $n$  variáveis Booleanas são independentes, o conjunto completo é

$$P(X_1, \dots, X_n) = \prod_i P(X_i)$$

Portanto, pode ser especificado por apenas  $n$  número

A independência absoluta é uma exigência muito forte, raramente atendida

Prof. Dr. Tiago Araújo

1

### Redes de Crenças



Uma notação simples e gráfica para afirmações de independência condicional e, portanto, para a especificação compacta de distribuições conjuntas completas

Sintaxe:

um conjunto de nós, um por variável

um gráfico dirigido, acíclico (link  $\approx$  "influências diretas")

uma distribuição condicional para cada nó dado seus pais:

$$P(X_i | \text{Parents}(X_i))$$

No caso mais simples, a distribuição condicional ressentiu-se como uma tabela de probabilidade condicional (CPT).

2

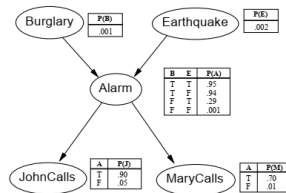
### Exemplo



Estou no trabalho, o vizinho John liga para dizer que meu alarme está tocando, mas a vizinha Mary não liga. Às vezes é desencadeado por pequenos terremotos. Há um assaltante?

Variáveis: *Burglar*, *Earthquake*, *Alarm*, *JohnCalls*, *MaryCalls*

A topologia da rede reflete o conhecimento "causal":



Nota:  $\leq k \cdot \text{parents} \Rightarrow O(d^k n)$  numbers vs  $O(d^n)$

3

### Semânticas



A semântica "global" define a distribuição conjunta completa como o produto da distribuição condicional local:

$$P(X_1, \dots, X_n) = \prod_{i=1}^n P(X_i | \text{Parents}(X_i))$$

Por exemplo,  $P(X_1, \dots, X_n) = \prod_{i=1}^n P(X_i | \text{Parents}(X_i))$

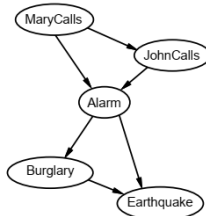
e.g.,  $P(J \wedge M \wedge A \wedge \neg B \wedge \neg E)$  É dada por??

=

4

## Exemplo

Suponha que nós escolhemos ordenar  $M, J, A, B, E$



$$P(J|M) = P(J)? \quad \text{Não}$$

$$P(A|J, M) = P(A|J)? \quad P(A|J, M) = P(A)? \quad \text{Não}$$

$$P(B|A, J, M) = P(B|A)? \quad \text{Sim}$$

$$P(B|A, J, M) = P(B)? \quad \text{Não}$$

$$P(E|B, A, J, M) = P(E|A)? \quad \text{Não}$$

$$P(E|B, A, J, M) = P(E|A, B)? \quad \text{Sim}$$

5

## Lógica Fuzzy

- É a lógica baseada em análises de informações estritamente qualitativas. Isto é feito de forma que a decisão não se resume entre um 'sim' e um 'não', mas, também considera abstrações do tipo 'próximo de', 'em torno de', 'muito alto', 'bem baixo', etc.

- Exemplo: Homens de meia idade
- Lógica Clássica:
- Se  $40 \leq \text{Idade} \leq 55$  então Homem meia idade
- Lógica fuzzy:

Idade	35	40	45	50	55
Grau de pertinência	0,0	0,5	1,0	0,5	0,0

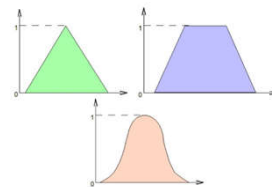
6

## Conjuntos Fuzzy

- Um conjunto fuzzy  $X$  em um universo de discurso  $U$  é caracterizado por uma função que assume valores no intervalo  $[0, 1]$

$$\mu_X(u) \in [0, 1], \forall u \in U$$

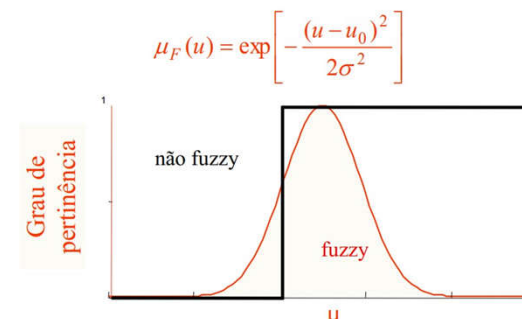
- Funções de pertinência
  - Triangular
  - Trapezoidal
  - Sino
  - Gaussiana
  - Sigmoidal



7

## Conjuntos Fuzzy

- Contínua



8

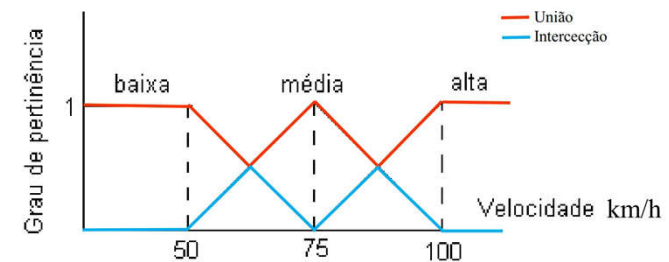
## Conjuntos Fuzzy

- Discreta  $F = \{(u, \mu_F(u)), u \in U\}$
- Notação  $F = \left\{ \frac{\mu_F(u)}{u}, u \in U \right\}$   
 $F = \{\mu_F(u), u \in U\}$
- Exemplo  
 $F = \{(30,0), (35,0,3), (40,1), (45,1), (50,0,7), (55,0,4), (60,0)\}$   
 $F = \left\{ \left( \frac{0}{30} \right), \left( \frac{0,3}{35} \right), \left( \frac{1}{40} \right), \left( \frac{1}{45} \right), \left( \frac{0,7}{50} \right), \left( \frac{0,4}{55} \right), \left( \frac{0}{60} \right) \right\}$   
 $F = \{0,0,3,1,1,0,7,0,4,0\}$



9

## Operações



10

## Variáveis linguísticas

- Uma variável linguística é uma variável cujos valores são palavras
- Uma variável linguística é definida por

**<X, T(X), U, G, M>**

- X: nome, T(X): função de pertinência de X, U: universo de discurso, G: gramática, M: regras semânticas associadas

## Regras Fuzzy

- Relacionam variáveis fuzzy, cada uma delas associada a um dos seus predicados linguísticos
- SE **Velocidade é Baixa**  
ENTÃO **Aceleração é Alta**



11

## Base de conhecimento

- Base de dados: definições de conjuntos fuzzy
- Base de regras
- Exemplo de uma regra SE-ENTÃO:
  - Se Erro é Pequeno e Variação do erro é Baixa então:
  - posição da válvula tampão é ZERO.
  - Parte SE: antecedente
  - Parte ENTÃO: consequente

## Inferência e defuzzificação

- Operação de max-min
  - Inferência: Operador mínimo
  - Agregação: Operador máximo
- Defuzzificação
  - Centro de área



12