DEFINIÇÃO DO TRABALHO

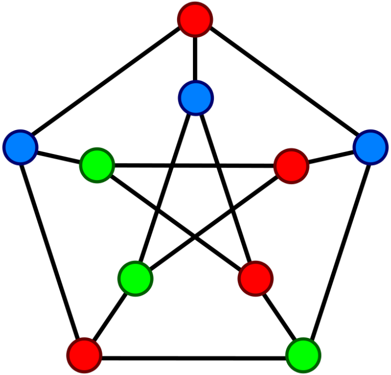
Tiago Pinheiro

INF05010 - Otimização Combinatória — Outubro, 2020

Problemas propostos

1. CV (Vertex Coloring Problem)
2. MLST (The minimum labeling spanning trees)
3. kLSF (The k-labeled Spannig Forest Problem)

VC
Vertex Coloring Problem



(Fonte: Wikipedia, acessado em 22 de Setembro de 2020)

DEFINIÇÃO DO PROBLEMA I

Conjuntos e parâmetros:

- Conjunto V de vertices a serem coloridos
- Conjunto E de arrestas.

Restrições:

- Dois vertices adjacentes não podem possuir a mesma cor.
- Todos os vertices devem possuir uma cor.

Objetivo: Reduzir o numero de cores

Solução: Uma coloração dos vertices.

Variaveis do modelo e parâmetros:

- y_h são variáveis binárias que representam se a cor h está na solução
- x_{ih} são variaveis binarias que representam se um vertice i recebeu a cor h

$$\text{Minimiza} \sum_{h=0}^{|V|} y_h \tag{1}$$

Sujeito a:

$$\sum_{h=1}^{|V|} x_{ih} = 1 \qquad \forall i \in V \tag{2}$$

$$x_{ih} + x_{jh} \leq y_h \qquad (i,j) \in E, 1 \leq h \leq |V| \tag{3}$$

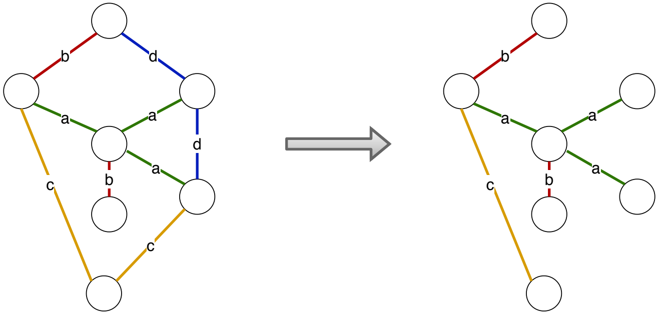
$$\sum_{i=1}^{|V|} x_{i,h} \geq \sum_{i=1}^{|V|} x_{i,h+1} \qquad 1 \leq h \leq |V| \tag{4}$$

$$x_{ih} \in \{0,1\} \qquad \forall i \in V, 1 \leq h \leq |V| \tag{5}$$

$$y_h \in \{0,1\} \qquad 1 \leq h \leq |V| \tag{6}$$

(Fonte: Malaguti et al. (2011))

MLST
The minimum labeling spanning trees



(Fonte: O autor)

Conjuntos e parâmetros:

- Conjunto V de vertices.
- Conjunto E de arestas
- Conjunto L de cores
- Uma função $l : E \to L$ que mapeia para cada aresta uma cor.

Restrições:

- Para cada vertice deve existir um caminho a partir da raiz da árvore.
- Se uma aresta esta na solução então sua cor também esta.

Objetivo: Reduzir o numero de cores da árvore.

Solução: Uma árvore geradora.

Variaveis do modelo e parâmetros:

- y_l são variáveis binárias que representam se a cor l está na solução
- x_{ij} são variáveis binárias que representam se a aresta $(i, j) \in E$ esta na solução ou não.
- f_{ij} são variaveis reais e representam um fluxo que passa pela aresta $(i, j) \in E$.

$$\text{Minimiza} \sum_{l \in L} y_l \tag{7}$$

Sujeito a:

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = 1 \qquad \forall j \in V - \{1\} \tag{8}$$

$$\sum_{j:(i,j) \in E} f_{ij} - \sum_{j:(i,j) \in E} f_{ji} = 1 \qquad \forall j \in V - \{1\} \tag{9}$$

$$x_{ij} \leq f_{ij} \leq |V| x_{ij} \qquad (i,j) \in E' \tag{10}$$

$$\sum_{(i,j) \in E_l} x_{ij} \leq min\{n-1, |E_l|\} y_l \qquad \forall l \in L \tag{11}$$

(Continua no próximo slide)

$$x_{ij} \in \{0,1\} \qquad (i,j) \in E' \tag{12}$$

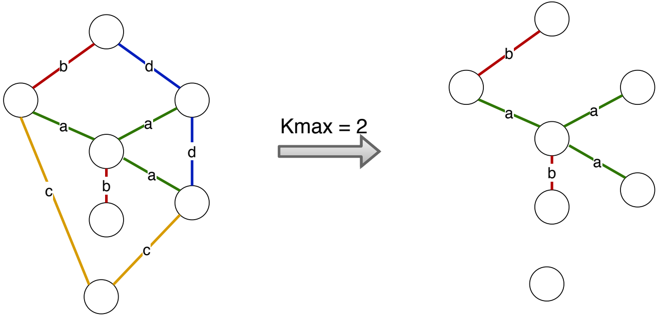
$$y_l \in \{0,1\} \qquad \forall l \in L \tag{13}$$

$$f_{ij} \geq 0 \qquad (i,j) \in E' \tag{14}$$

(Fonte: Captivo et al. (2009))

Note que E' representa um conjunto especifico de arestas, que exclui variaveis que retornam ao vertice raiz 1. Mais detalhes sobre essa formulação pode ser encontrada no trabalho de Captivo et al. (2009)

kLSF
The k-labeled Spannig Forest Problem



(Fonte: Autor)

DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Conjuntos e parâmetros:

- Conjunto V de vertices.
- Conjunto E de arestas
- Conjunto L de cores
- Uma função $l : E \rightarrow L$ que mapeia para cada aresta uma cor.
- Um valor k_{max} definido entre $1 \leq k_{max} \leq |L|$

Restrições:

- O numero de cores da floresta geradora da solução deve ser menor que k_{max}
- Apenas arestas com as cores pertencente a solução devem pertencer a floresta.

Objetivo: Reduzir o numero de árvores (componentes) da floresta

Solução: Uma floresta geradora com as cores selecioandas.

Variaveis do modelo e parâmetros:

- z_l são variáveis binárias que representam se a cor l está na solução
- f_{ij} são variaveis reais e representam um fluxo que passa pela aresta $(i, j) \in E$.

$$\text{Minimiza} \sum_{l \in C} z_l \tag{15}$$

Sujeito a:

$$f_{sj} + \sum_{j:(i,j) \in E} f_{ij} - \sum_{j:(i,j) \in E} f_{ji} = 1 \qquad \forall j \in V \tag{16}$$

$$0 \leq f_{ij},\ f_{ji} \leq |V| z_{l(uv)} \qquad (i,j) \in E \tag{17}$$

$$0 \leq f_{sj} \leq |V| z_{l(uv)} \qquad j \in V \tag{18}$$

$$\sum_{l \in L} z_l \leq k_{max} \tag{19}$$

$$z_l \in \{0,1\} \qquad \forall l \in L \cup C \tag{20}$$

(Fonte: Figueredo (2020))

Para esse último modelo, ele propõe a ideia de um grafo expandido, onde ele adiciona um vértice a mais ao grafo representado como s e uma aresta a partir desse vértice para cada um dos outros vértices, vocês podem ter mais detalhes na definição Definição 3.2.2 em Figueredo (2020)