



## DEFINIÇÃO DO TRABALHO

---

Tiago Pinheiro

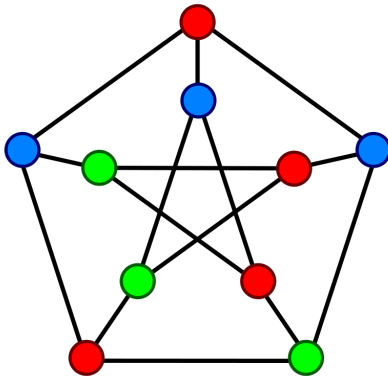
INF05010 - Otimização Combinatória — Outubro, 2020

## Problemas propostos

1. CV (Vertex Coloring Problem)
2. MLST (The minimum labeling spanning trees)
3. kLSF (The k-labeled Spannig Forest Problem)

# VC

## *Vertex Coloring Problem*



(Fonte: [Wikipedia](#), acessado em 22 de Setembro de 2020)

**Conjuntos e parâmetros:**

- Conjunto  $V$  de vertices a serem coloridos
- Conjunto  $E$  de arestas.

**Restrições:**

- Dois vertices adjacentes não podem possuir a mesma cor.
- Todos os vertices devem possuir uma cor.

**Objetivo:** Reduzir o numero de cores

**Solução:** Uma coloração dos vertices.

**Variáveis do modelo e parâmetros:**

- $y_h$  são variáveis binárias que representam se a cor  $h$  está na solução
- $x_{ih}$  são variáveis binárias que representam se um vértice  $i$  recebeu a cor  $h$

$$\text{Minimiza } \sum_{h=0}^{|V|} y_h \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{h=1}^{|V|} x_{ih} = 1 \quad \forall i \in V \quad (2)$$

$$x_{ih} + x_{jh} \leq y_h \quad (i, j) \in E, 1 \leq h \leq |V| \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{|V|} x_{i,h} \geq \sum_{i=1}^{|V|} x_{i,h+1} \quad 1 \leq h \leq |V| \quad (4)$$

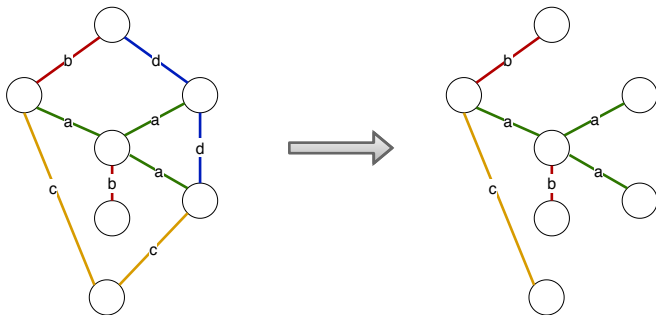
$$x_{ih} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in V, 1 \leq h \leq |V| \quad (5)$$

$$y_h \in \{0, 1\} \quad 1 \leq h \leq |V| \quad (6)$$

(Fonte: Malaguti et al. (2011))

# MLST

*The minimum labeling spanning trees*



(Fonte: O autor)

**Conjuntos e parâmetros:**

- Conjunto  $V$  de vertices.
- Conjunto  $E$  de arestas
- Conjunto  $L$  de cores
- Uma função  $l : E \rightarrow L$  que mapeia para cada aresta uma cor.

**Restrições:**

- Para cada vertice deve existir um caminho a partir da raiz da árvore.
- Se uma aresta esta na solução então sua cor também esta.

**Objetivo:** Reduzir o numero de cores da árvore.

**Solução:** Uma árvore geradora.



### Variáveis do modelo e parâmetros:

- $y_l$  são variáveis binárias que representam se a cor  $l$  está na solução
- $x_{ij}$  são variáveis binárias que representam se a aresta  $(i, j) \in E$  esta na solução ou não.
- $f_{ij}$  são variáveis reais e representam um fluxo que passa pela aresta  $(i, j) \in E$ .

$$\text{Minimiza } \sum_{l \in L} y_l \quad (7)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i \in V} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V - \{1\} \quad (8)$$

$$\sum_{j: (i,j) \in E} f_{ij} - \sum_{j: (i,j) \in E} f_{ji} = 1 \quad \forall j \in V - \{1\} \quad (9)$$

$$x_{ij} \leq f_{ij} \leq |V| x_{ij} \quad (i, j) \in E \quad (10)$$

$$\sum_{(i,j) \in E_l} x_{ij} \leq \min\{n - 1, |E_l|\} y_l \quad \forall l \in L \quad (11)$$

(Continua no próximo slide)

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \qquad (i, j) \in E \qquad (12)$$

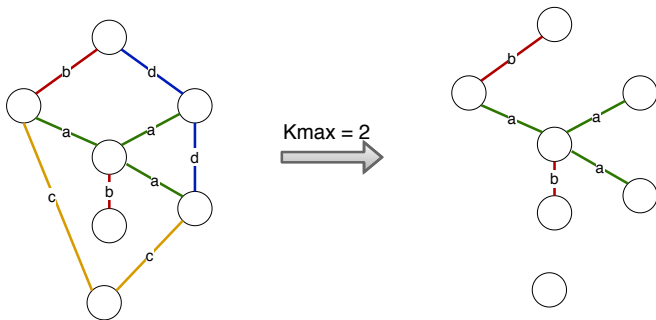
$$y_l \in \{0, 1\} \qquad \forall l \in L \qquad (13)$$

$$f_{ij} \geq 0 \qquad (i, j) \in E \qquad (14)$$

(Fonte: [Captivo et al. \(2009\)](#))

# kLSF

## *The $k$ -labeled Spanning Forest Problem*



(Fonte: Autor)

**Conjuntos e parâmetros:**

- Conjunto  $V$  de vertices.
- Conjunto  $E$  de arestas
- Conjunto  $L$  de cores
- Uma função  $l : E \rightarrow L$  que mapeia para cada aresta uma cor.
- Um valor  $k_{max}$  definido entre  $1 \leq k_{max} \leq |L|$

**Restrições:**

- O numero de cores da floresta geradora da solução deve ser menor que  $k_{max}$
- Apenas arestas com as cores pertencente a solução devem pertencer a floresta.

**Objetivo:** Reduzir o numero de árvores (componentes) da floresta

**Solução:** Uma floresta geradora com as cores selecionadas.

**Variáveis do modelo e parâmetros:**

- $z_l$  são variáveis binárias que representam se a cor  $l$  está na solução
- $f_{ij}$  são variáveis reais e representam um fluxo que passa pela aresta  $(i, j) \in E$ .

$$\text{Minimiza } \sum_{l \in C} z_l \quad (15)$$

Sujeito a:

$$f_{sj} + \sum_{j:(i,j) \in E} f_{ij} - \sum_{j:(i,j) \in E} f_{ji} = 1 \quad \forall j \in V \quad (16)$$

$$0 \leq f_{ij}, f_{ji} \leq |V| z_{l(uv)} \quad (i, j) \in E \quad (17)$$

$$0 \leq f_{sj} \leq |V| z_{l(uv)} \quad j \in V \quad (18)$$

$$\sum_{l \in L} z_l \leq k_{max} \quad (19)$$

$$z_l \in \{0, 1\} \quad \forall l \in L \cup C \quad (20)$$

(Fonte: [Figueredo \(2020\)](#))

Para esse último modelo, ele propõe a ideia de um grafo expandido, onde ele adiciona um vértice a mais ao grafo representado como  $s$  e uma aresta a partir desse vértice para cada um dos outros vértices, vocês podem ter mais detalhes na definição Definição 3.2.2 em **Figueredo (2020)**