

# Modelação de Sistemas Físicos

## 7ª aula Prática

Sumário:

Realização e resolução de problemas sobre:

- Forças conservativas
- Conservação de energia

# Movimento de uma bola numa pista

Considere uma pequena bola a descer num pista, cuja forma é descrita por  $y = f(x)$

A bola acelera devido à força da gravidade, com a aceleração ao longo da pista que depende do declive da pista de acordo com  $a_r = -gf'(x)$  onde  $r$  indica a direção sempre tangente à pista e  $f'(x) = df/dx$ .

Assim a aceleração horizontal é

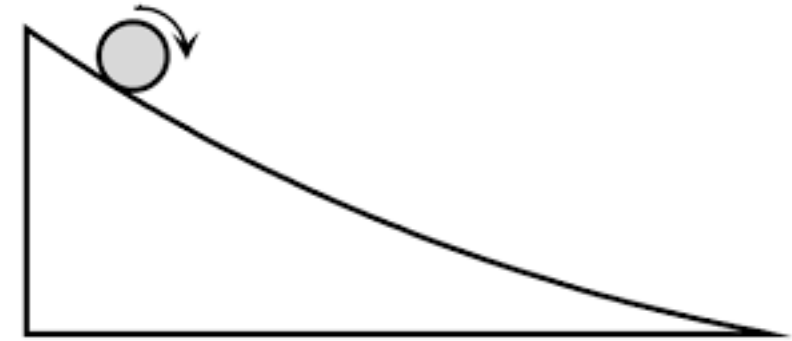
$$a_x = -gf'(x) \frac{dx}{|dr|} = \frac{-gf'(x)}{\sqrt{1 + f'(x)^2}}$$

Se o declive for pequeno, a aceleração é dado aproximadamente por

$$a_x \approx -gf'(x)$$

Com este, podemos calcular o movimento da bola.

Não é necessário calcular o movimento no eixo vertical, pois a posição  $y$  é sempre dado por  $y = f(x)$ .



## Pergunta 1:

Sem efetuar cálculos, explique uma maneira de obter a fórmula da aceleração

## Exercício 1: bola numa pista inclinada

Uma bola pequena é rolada por uma pista cuja forma é dada pela função

$$y = f(x) = \begin{cases} (0.1 - 0.05x) \text{ m} & 0 \leq x < 2\text{m} \\ 0 \text{ m} & x > 2\text{m} \end{cases}$$

Assim a aceleração horizontal é

$$a_x = -g \frac{dy}{dx} \frac{dx}{|dr|} \approx -g f'(x) = \begin{cases} 0.05g & 0 \leq x < 2\text{m} \\ 0 & x > 2\text{m} \end{cases}$$

1. Faça uma simulação do movimento da bola usando o método de Euler-Cromer com as seguintes condições iniciais:

$$x_0 = 0$$

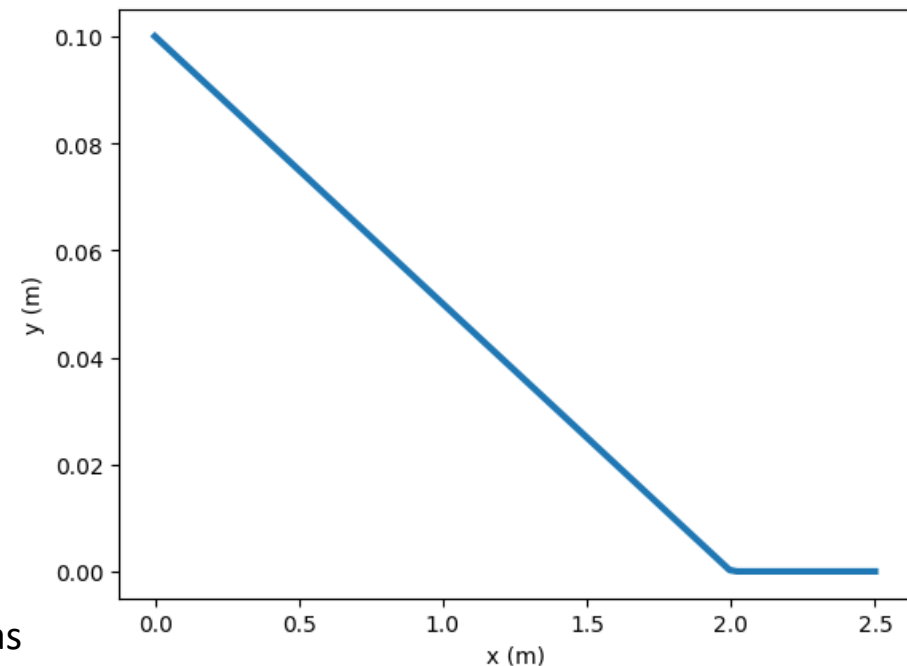
$$v_{x,0} = 0$$

simule o movimento até  $x = 2.5$  m.

2. Encontre a velocidade final e o tempo em que a bola atinge  $x = 2.5$  m.
3. Podemos comparar os resultados com os obtidos através da conservação da energia. Calcule a potencial,  $E_p$ , inicial e daí a energia cinética final,  $E_c$ . Qual é a velocidade final? Concorde com os resultados obtido na simulação?

$$E_p = mgy$$

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

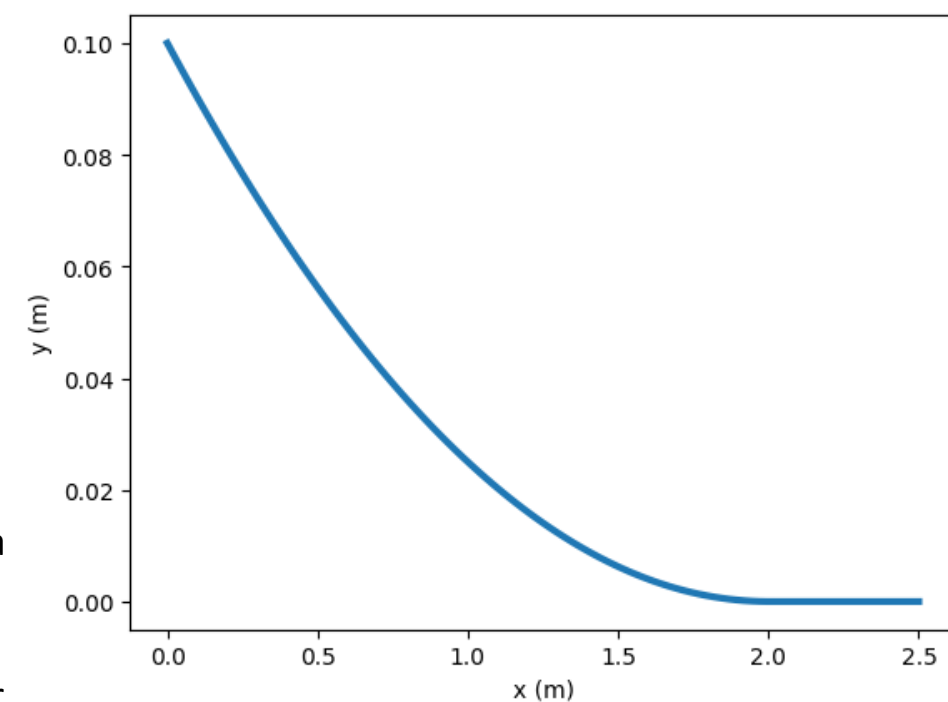


## Exercício 2: Pista de forma parabólica

Repita o exercício anterior para a seguintes forma para a pista:

$$f(x) = \begin{cases} 0.025(x - 2)^2 \text{ m} & 0 \leq x < 2\text{m} \\ 0 \text{ m} & x > 2\text{m} \end{cases}$$

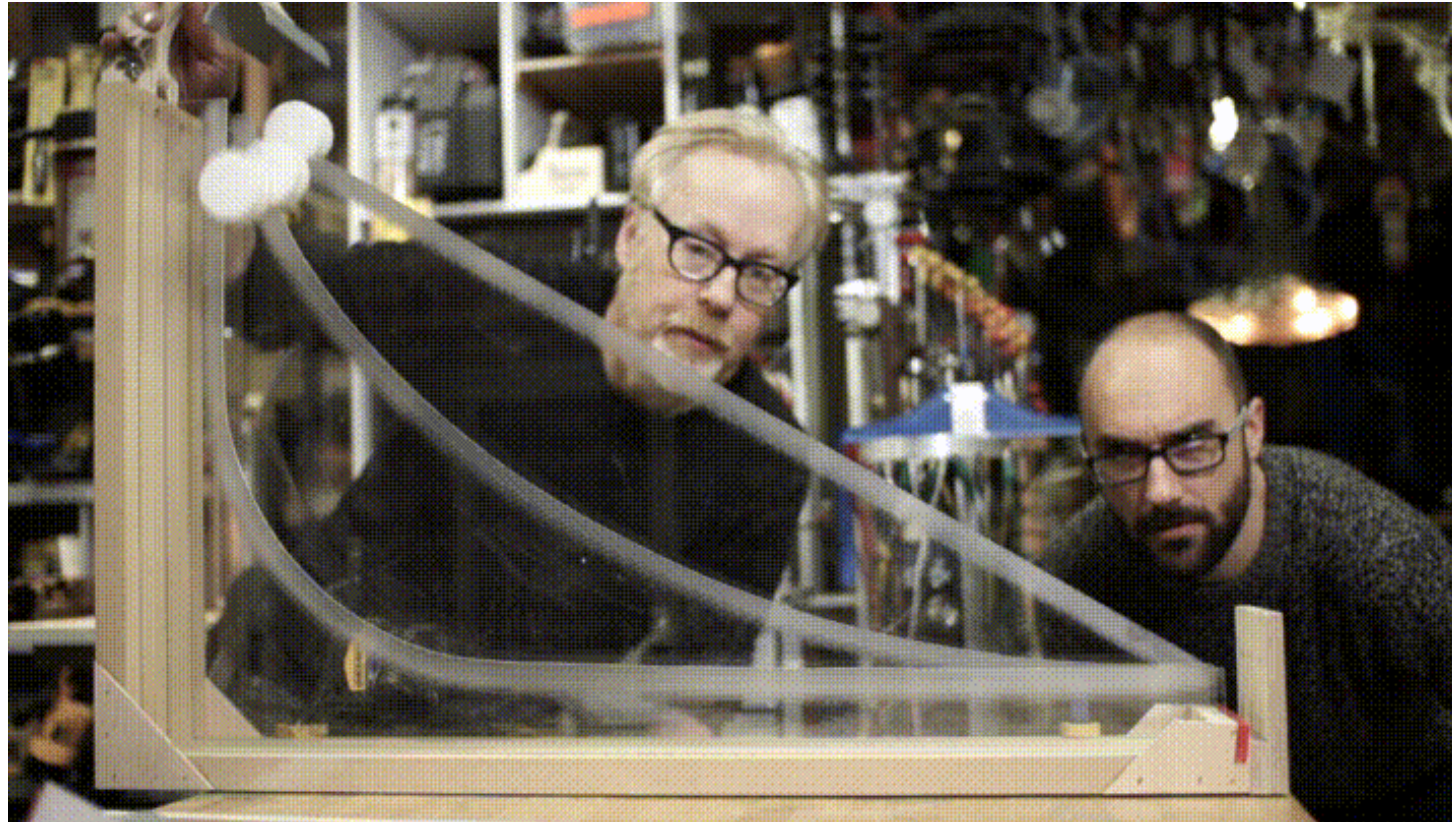
1. Qual é a derivada desta função  $f(x)$  ? Então qual é a formula aproximada para aceleração horizontal?
2. Faça uma simulação do movimento da bola usando o método de Euler-Cromer com as seguintes condições iniciais:
$$x_0 = 0$$
$$v_{x,0} = 0$$
simule o movimento até a bola atinge a distância  $x = 2.5 \text{ m}$ .
3. Quanto tempo é que a bola demora a atingir  $x = 2.5 \text{ m}$ ? Foi mais rápido ou mais devagar do que no exercício 1?
4. Faça o gráfico da velocidade  $v_x$  em função da altura  $y$  para cada forma da pista. Explique o resultado.



**Pergunta 2:**  
As velocidades finais são iguais ou diferentes para cada forma da pista? Explique.

## Exercício 3

1. Faça uma animação do movimento da bola para cada forma da pista.
2. Consegue inventar uma forma da pista que seja ainda mais rápida?



<https://youtu.be/skvnj67YGmw?si=McXM9WG5--hKiaCm>