

MATEMÁTICA DISCRETA

Ano Letivo 2023/24 (Versão: 12 de Maio de 2024)

Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro
<https://elearning.ua.pt/>

CAPÍTULO V

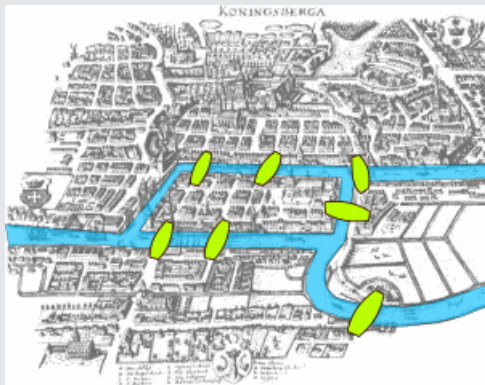
ELEMENTOS DE TEORIA DOS GRAFOS

PARTE I

CONCEITOS BÁSICOS

INTRODUÇÃO

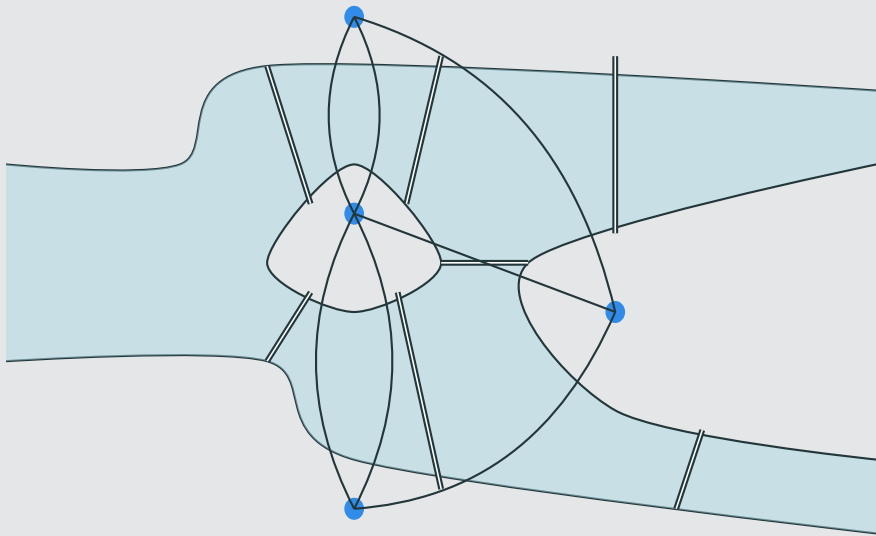
Fazer um passeio ...



Será possível cruzar as sete pontes de Königsberg numa caminhada contínua sem passar duas vezes por uma delas? Veremos neste capítulo porque a resposta é «Não» ...

Leonhard Euler (1707 – 1783), matemático suíço.

Um modelo matemático



- 1. Conceitos fundamentais de teoria dos grafos
- 2. Grafos simples
- 3. Vizinhança e grau
- 4. Isomorfismos de grafos e subgrafos

1. CONCEITOS FUNDAMENTAIS DE TEORIA DOS GRAFOS

Definição (grafo não orientado)

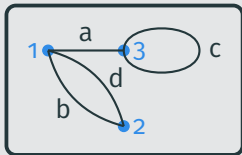
Designa-se por **grafo (não orientado)** um terno $G = (V, E, \psi)$ onde

- V é um conjunto (os elementos de V chamamos **vértices**),
- E é um conjunto (os elementos de E chamamos **arestas**, tipicamente E é disjunto de V),
- ψ é uma função (a **função de incidência** do grafo)

$$\psi: E \longrightarrow \{A \subseteq V \mid 1 \leq |A| \leq 2\}.$$

Se $\psi(a) = \{u, v\}$, u e v dizem-se os **pontos extremos** da aresta a .

Exemplo



$$V = \{1, 2, 3\}, \quad E = \{a, b, c, d\},$$

$$\psi(a) = \{1, 3\}, \quad \psi(b) = \{1, 2\}, \quad \psi(c) = \{3\},$$

$$\psi(d) = \{1, 2\} = \{2, 1\}.$$

Definição (grafo orientado)

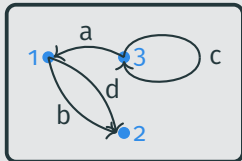
Designa-se por **grafo orientado** (ou **digrafo**) um terno $\vec{G} = (V, E, \psi)$ onde

- V é um conjunto (os elementos de V chamamos **vértices**),
- E é um conjunto (os elementos de E chamamos **arcos**, tipicamente E é disjunto de V),
- ψ é uma função (a **função de incidência** do grafo)

$$\psi: E \longrightarrow V \times V.$$

Se $\psi(a) = (u, v)$, u diz-se **cauda** de a e v **cabeça** de a .

Exemplo



$$V = \{1, 2, 3\}, \quad E = \{a, b, c, d\},$$

$$\psi(a) = (3, 1), \quad \psi(b) = (1, 2), \quad \psi(c) = (3, 3),$$

$$\psi(d) = (1, 2).$$