

GUIÃO 04 – ANÁLISE DA COMPLEXIDADE DE ALGORITMOS

A documentação da linguagem C pode ser consultada em <https://en.cppreference.com/w/c>

1 – Considere uma **sequência de n elementos inteiros e não ordenada**. Pretende-se determinar quantos elementos dessa sequência respeitam a seguinte propriedade:

$$\text{array}[i] = \text{array}[i - 1] + \text{array}[i + 1], \text{ para } 0 < i < (n - 1)$$

- Implemente uma **função eficiente** que determine quantos elementos (resultado da função) de uma sequência com n elementos ($n > 2$) respeitam esta propriedade.
- Pretende-se determinar experimentalmente a **ordem de complexidade do número de comparações** efetuadas pelo algoritmo e envolvendo elementos da sequência.
- Considere as seguintes **sequências de 10 elementos inteiros**, que cobrem **algumas situações possíveis** de execução do algoritmo.

Determine, para cada uma delas, o número de elementos que obedecem à condição e o número de comparações efetuadas envolvendo elementos da sequência.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	1	4	5	6	7	8	9	10
1	2	1	3	2	6	7	8	9	10
0	2	2	0	3	3	0	4	4	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Resultado	
Resultado	
Resultado	
Resultado	
Resultado	

Nº de comparações	
Nº de comparações	
Nº de comparações	
Nº de comparações	
Nº de comparações	

Depois da execução do algoritmo responda às seguintes questões:

- Em termos do número de comparações efetuadas, podemos distinguir alguma variação na execução do algoritmo? Ou seja, existe a situação de melhor caso e de pior caso, ou estamos perante um algoritmo sistemático?
- Com base nos resultados experimentais, qual é a ordem de complexidade do algoritmo?
- **Determine formalmente a ordem de complexidade do algoritmo.** Tenha em atenção que deve obter uma expressão matemática exata e simplificada.
- Calcule o valor dessa expressão para $n = 10$ e compare-o com os resultados obtidos experimentalmente.

2 – Considere uma **sequência de n valores reais**. Pretende-se determinar se os elementos da sequência são sucessivos termos de uma **progressão geométrica**:

$$r = a[1] / a[0] \text{ e } a[i] = r \times a[i - 1], i > 1$$

- Implemente uma função **eficiente** (utilize um algoritmo em lógica negativa) que verifique se os n elementos ($n > 2$) de uma sequência de valores reais são sucessivos termos de uma progressão geométrica. A função deverá devolver 1 ou 0, consoante a sequência verificar ou não essa propriedade.
- Pretende-se determinar experimentalmente a **ordem de complexidade do número de multiplicações e divisões** efetuadas pelo algoritmo e envolvendo elementos da sequência.

- Considere as seguintes sequências de 10 elementos, que cobrem as distintas situações possíveis de execução do algoritmo. Determine, para cada uma delas, se satisfazem a propriedade e qual o número de operações de multiplicação e de divisão efetuadas pelo algoritmo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	4	4	5	6	7	8	9	10
1	2	4	8	5	6	7	8	9	10
1	2	4	8	16	6	7	8	9	10
1	2	4	8	16	32	7	8	9	10
1	2	4	8	16	32	64	8	9	10
1	2	4	8	16	32	64	128	9	10
1	2	4	8	16	32	64	128	256	10
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512

Resultado	
Resultado	
Resultado	
Resultado	
Resultado	
Resultado	
Resultado	
Resultado	
Resultado	
Resultado	

Nº de operações	
Nº de operações	
Nº de operações	
Nº de operações	
Nº de operações	
Nº de operações	
Nº de operações	
Nº de operações	
Nº de operações	
Nº de operações	

Depois da execução do algoritmo responda às seguintes questões:

- Qual é a sequência (ou as sequências) que corresponde(m) ao melhor caso do algoritmo?
- Qual é a sequência (ou as sequências) que corresponde(m) ao pior caso do algoritmo?
- Para as sequências dadas ($n = 10$) qual foi o número médio de operações efetuadas?
- Qual é a ordem de complexidade do algoritmo?
- **Determine formalmente a ordem de complexidade do algoritmo nas situações do melhor caso, do pior caso e do caso médio, considerando uma sequência de tamanho n .** Deve obter expressões matemáticas exatas e simplificadas.
- Calcule o valor dessas expressões para $n = 10$ e **compare-os com os resultados obtidos experimentalmente.**

3 – Considere uma **sequência de n elementos inteiros e não ordenada**. Pretende-se determinar quantos ternos **(i, j, k)** de índices da sequência respeitam a seguinte propriedade:

$$\text{array}[k] = \text{array}[i] + \text{array}[j], \text{ para } i < j < k$$

- Implemente uma **função eficiente** que determine quantos ternos **(i, j, k)** de índices (resultado da função) de uma sequência com n elementos ($n > 2$) respeitam essa propriedade.
- Pretende-se determinar experimentalmente a **ordem de complexidade do número de comparações** efetuadas pelo algoritmo e envolvendo elementos da sequência.
- Considere as sequências de 10 elementos indicadas no exercício 1 e outras sequências diferentes à sua escolha; **use sequências com 5, 10, 20, 30 e 40 elementos.**

Determine, para cada uma delas, quantos ternos **(i, j, k)** de índices respeitam propriedade e o número de comparações efetuadas.

Depois da execução do algoritmo responda às seguintes questões:

- Em termos do número de comparações efetuadas, podemos distinguir alguma variação na execução do algoritmo? Ou seja, existe a situação de melhor caso e de pior caso, ou estamos perante um algoritmo sistemático?

- Com base nos resultados experimentais, qual é a ordem de complexidade do algoritmo?
- **Determine formalmente a ordem de complexidade do algoritmo.** Tenha em atenção que deve obter uma expressão matemática exata e simplificada.
- Calcule o valor da expressão para $n = 10$ e $n = 20$; compare-o com os resultados obtidos experimentalmente.

** Exercício Adicional **

4 – Considere uma **sequência, possivelmente não ordenada, de n elementos inteiros e positivos.** Percorrendo a sequência a partir do seu primeiro elemento (`current_value`), pretende-se sucessivamente **eliminar os elementos seguintes** que sejam **iguais ou múltiplos ou submúltiplos desse elemento** (`current_value`), sem ordenar a sequência e sem alterar a posição relativa dos elementos. Depois, pretende-se fazer o mesmo a partir do segundo elemento, do terceiro e assim sucessivamente.

Por exemplo, a sequência $\{ 8, 2, 6 \}$ com 3 elementos será transformada na sequência $\{ 8, 6 \}$ com 2 elementos; a sequência $\{ 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 8, 8, 9 \}$ com 10 elementos será transformada na sequência $\{ 2, 3, 5 \}$ com 3 elementos; e a sequência $\{ 7, 8, 2, 2, 3, 3, 3, 8, 8, 9 \}$ com 10 elementos será transformada na sequência $\{ 7, 8, 3, \}$ com 3 elementos.

- Implemente uma função **eficiente** que, para uma sequência com n elementos ($n > 1$), elimina os elementos iguais ou múltiplos ou submúltiplos como indicado acima.

A função deverá ser *void* e alterar o valor do parâmetro indicador do número de elementos armazenados na sequência (que deve ser passado por ponteiro).

- Pretende-se determinar experimentalmente a **ordem de complexidade do número de comparações** e do **número de deslocamentos** (i.e., cópias) efetuados pelo algoritmo e envolvendo elementos da sequência.
- Considere as sequências de 10 elementos indicadas no exercício 2, bem como outras à sua escolha. Determine, para cada uma delas, a sua configuração final, bem como o número de comparações e de deslocamentos efetuados.

Depois da execução do algoritmo responda às seguintes questões:

- Indique uma sequência inicial com 10 elementos que conduza ao **melhor caso do número de comparações** efetuadas. Qual é a sequência final obtida? Qual é o número de comparações efetuadas? Qual é o número de deslocamentos (i.e., cópias) de elementos efetuados?

Inicial:											Nº de comparações	
Final:											Nº de cópias	

- Indique uma sequência inicial com 10 elementos que conduza ao **pior caso do número de comparações** efetuadas. Qual é a sequência final obtida? Qual é o número de comparações efetuadas? Qual é o número de deslocamentos (i.e., cópias) de elementos efetuados?

Inicial:											Nº de comparações	
Final:											Nº de cópias	

- **Determine formalmente a ordem de complexidade do algoritmo** nas situações do **melhor caso** e do **pior caso**, considerando uma sequência de tamanho n . Deve obter expressões matemáticas exatas e simplificadas.