

# Métodos de Threshold através de histogramas bidimensionais com análise de entropia

Vitor Hugo Honorato Tiago<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Programa de Pós Graduação em Ciência da Computação  
Universidade Federal de Uberlândia (UFU)

vitortiago@ufu.br

**Abstract.** *This article aims to examine various thresholding techniques using two-dimensional histograms and compare their results on the same dataset. For the construction of the two-dimensional histogram, pixel intensity and local entropy were utilized. The thresholding segmentation techniques used included: Otsu, Kapur, two-dimensional Otsu, two-dimensional Kapur, and four variants of the method proposed in the reference work [Yang et al. 2020]. The experiments were conducted on the Weizmann dataset, which consists of grayscale images, each containing a single distinct object against a background. The results from the segmentation of 100 images showed that two-dimensional Otsu was the best technique for segmentation, followed by Otsu, and in third place, one of the variants of the method proposed in the reference work [Yang et al. 2020].*

**Resumo.** *Este artigo tem o objetivo de examinar diversas técnicas de threshold utilizando histogramas bidimensionais e comparar seus resultados na aplicação de um mesmo dataset. Para construção do histograma bidimensional foi utilizada a intensidade e a entropia local do pixel. As técnicas de segmentação por threshold utilizadas foram: Otsu, Kapur, Otsu bidimensional, Kapur bidimensional e quatro variantes do método proposto no trabalho de referência [Yang et al. 2020]. Os experimentos foram conduzidos no dataset Weizmann, composto por imagens em tons de cinza, cada uma contendo um único objeto distinto sobre um fundo. Os resultados das 100 imagens segmentadas mostraram que Otsu bidimensional foi a melhor técnica para segmentação, seguida por Otsu e em terceiro lugar uma das variantes do método proposto no trabalho de referência [Yang et al. 2020].*

## 1. Introdução

A segmentação de imagens é um processo muito importante para a análise de imagens. Tal processo consiste em classificar pixels da imagem e conseguir dividi-la em conteúdo e fundo. Um dos métodos mais utilizado no processamento de imagens para segmentação é o threshold. Tal método calcula um limite  $t$  e assim divide a imagem em conteúdo e plano de fundo de acordo com a intensidade dos pixels. Apesar de existir técnicas mais avançadas para segmentação como métodos baseados em *deep learning* e regressões, tais técnicas são mais complexas e computacionalmente mais caras. Existe uma relevância em aprimorar a segmentação por threshold, visto que tal técnica é mais simples e com menor custo computacional.

De tal modo, esse trabalho continua os estudos iniciados em [Yang et al. 2020]. O artigo de referência propõe a criação de histogramas bidimensionais para aperfeiçoamento no cálculo do threshold. A utilização de histogramas bidimensionais aumentam a chance de um acerto na segmentação da imagem, isso acontece pois além da informação do brilho de cada pixel (presente no histograma unidimensional) tem-se também uma informação adicional.

Nesse artigo utiliza-se como informação adicional para a construção do histograma bidimensional a entropia relativa local. Essa característica de um pixel mostra a desordem de tal em relação aos seus vizinhos. Se um pixel possui entropia relativa baixa ele possui similaridades com seus vizinhos, ou seja, está em uma área mais homogênea, o que indica que ele e seus vizinhos fazem parte da mesma classe.

O objetivo desse artigo é validar as técnicas propostas pelo trabalho de referência [Yang et al. 2020] no dataset Weizmann [of Science nd]. Além disso foram adicionados três algoritmos com critérios de escolha de threshold próximos do proposto pelo artigo para análise e comparação.

## 2. Metodologia

Para execução do artigo foram implementados os algoritmos descritos e utilizados em [Yang et al. 2020], são eles: Otsu, Otsu-bidimensional, Kapur, Kapur-bidimensional e o método proposto. Todos os algoritmos bidimensionais tem como base o histograma de intensidade de brilho e entropia local relativa GLLRE (Gray-Level Local Relative Entropy) proposto no artigo de referência. Apesar disso cada um dos métodos varia na forma de calcular o threshold através de uma função objetiva específica.

### 2.1. Entropia

A entropia de Shannon indica o quanto uma informação esta desordenada, ou seja a incerteza de uma distribuição de probabilidade  $P$ . Sendo assim, tal entropia é calculada pela fórmula abaixo:

$$E(P) = - \sum_{i=1}^n p_i \log p_i$$

Por sua vez, a entropia relativa local, leva em consideração duas distribuições probabilísticas e indica a diferença entre as duas distribuições  $P$  e  $Q$ :

$$D(P||Q) = \sum_{i=1}^n p_i \log \frac{p_i}{q_i}$$

A entropia relativa local utilizada no histograma bidimensional é calculada conforme [Yang et al. 2020]. Seja  $I(x, y)$  ( $x = 1, 2, \dots, M$ ;  $y = 1, 2, \dots, N$ ) o brilho de um pixel localizado em  $(x, y)$  na imagem  $I$ , onde  $I(x, y) \in \{0, 1, \dots, L - 1\}$ . A entropia relativa local (LRE) de um pixel  $(x, y)$  em uma vizinhança  $n \times n$  é calculada como:

$$J(x, y) = \sum_{i=-(n-1)/2}^{(n-1)/2} \sum_{j=-(n-1)/2}^{(n-1)/2} I(x+i, y+j) \cdot \log \frac{I(x+i, y+j)}{\bar{I}(x, y)},$$

onde  $\bar{I}(x, y)$  é o valor médio do nível de cinza dos pixels na vizinhança, dado por:

$$\bar{I}(x, y) = \frac{1}{n^2} \sum_{i=-(n-1)/2}^{(n-1)/2} \sum_{j=-(n-1)/2}^{(n-1)/2} I(x+i, y+j).$$

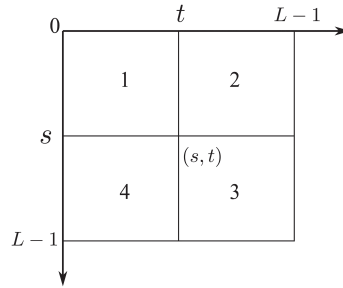
A LRE de cada pixel é então normalizada para o intervalo entre 0 e  $L - 1$  como:

$$J(x, y) = \left[ \frac{J(x, y) - J_{\min}}{J_{\max} - J_{\min}} \right] \cdot (L - 1),$$

onde  $J_{\min}$  e  $J_{\max}$  são os valores mínimos e máximos de  $J(x, y)$ , respectivamente. Sendo assim, para construir o histograma bidimensional, primeiro calcula-se o número de pares de pixels em que  $I(x, y) = i$  e  $J(x, y) = j$ , denotado como  $n_{ij}$ . O histograma GLLRE [Li and Lee 1993] representa a frequência de ocorrência, calculada como:

$$p_{ij} = \frac{n_{ij}}{M \cdot N},$$

O histograma final GLLRE é uma matriz bidimensional de tamanho  $L \times L$  representado na figura 1



**Figura 1. Histograma bidimensional de [Yang et al. 2020]**

## 2.2. Otsu

A técnica de segmentação por threshold de Otsu tem como função objetivo maximizar a variância entre as classes. Esse método foi implementado utilizando a biblioteca OpenCV.

## 2.3. Otsu bidimensional

Em Otsu bidimensional foi utilizada a função objetivo de Otsu aplicada em um histograma bidimensional. O histograma bidimensional GLLRE como explicado previamente possui a intensidade e a entropia relativa local dos pixels. Conforme a figura 1 as classes que devem ter sua diferença de variância maximizada são as áreas 1 e 4 que indicam o

conteúdo e o fundo da figura, enquanto 2 e 3 indicam bordas ou ruídos na imagem. Assim o algoritmo funciona da seguinte maneira:

São calculadas as probabilidades acumuladas de cada seção do histograma:

$$P_0(s, t) = \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t H(i, j), \quad P_1(s, t) = \sum_{i=s+1}^L \sum_{j=1}^t H(i, j).$$

Após isso é feita a médias de intensidade de cada seção:

$$\begin{aligned} \mu_{0i}(s, t) &= \frac{\sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t i \cdot H(i, j)}{P_0(s, t)}, & \mu_{0j}(s, t) &= \frac{\sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t j \cdot H(i, j)}{P_0(s, t)}. \\ \mu_{1i}(s, t) &= \frac{\sum_{i=s+1}^L \sum_{j=1}^t i \cdot H(i, j)}{P_1(s, t)}, & \mu_{1j}(s, t) &= \frac{\sum_{i=s+1}^L \sum_{j=1}^t j \cdot H(i, j)}{P_1(s, t)}. \end{aligned}$$

Então é calculada a variância interclasse

$$\sigma^2(s, t) = P_0(s, t) \cdot P_1(s, t) \cdot [(\mu_{1i}(s, t) - \mu_{0i}(s, t))^2 + (\mu_{1j}(s, t) - \mu_{0j}(s, t))^2].$$

E por fim, o critério de otimização determina os limiares  $(s, t)$  ótimos como:

$$(s^*, t^*) = \arg \max_{(s, t)} \sigma^2(s, t).$$

## 2.4. Kapur

No método de Kapur, utiliza-se a maximização da soma das entropias de Shannon como função objetivo para encontrar o threshold. O histograma utilizado é unidimensional e possui somente o valor de intensidade do pixel.

São calculadas as probabilidades acumuladas das duas classes formadas pelo limiar  $t$ :

$$P_0(t) = \sum_{i=0}^{t-1} p(i), \quad P_1(t) = \sum_{i=t}^{L-1} p(i),$$

É feita a normalização da distribuição das classes:

$$\begin{aligned} h_0(i) &= \frac{p(i)}{P_0(t)} \quad \text{para } i = 0, \dots, t-1, \\ h_1(i) &= \frac{p(i)}{P_1(t)} \quad \text{para } i = t, \dots, L-1. \end{aligned}$$

Por fim é feito o calculo da entropia de Shannon:

$$H_0(t) = - \sum_{i=0}^{t-1} h_0(i) \log(h_0(i) + \epsilon), \quad H_1(t) = - \sum_{i=t}^{L-1} h_1(i) \log(h_1(i) + \epsilon),$$

onde  $\epsilon$  é um valor pequeno adicionado para evitar logaritmos de zero.

A entropia total é dada pela soma das entropias das duas classes e o critério de otimização que determina o limiar  $t^*$  ótimo é:

$$H(t) = H_0(t) + H_1(t).$$

$$t^* = \arg \max_t H(t).$$

## 2.5. Kapur bidimensional

Em Kapur bidimensional, utiliza-se a entropia de Shannon aplicada a um histograma bidimensional para encontrar os limiares  $(s, t)$  ótimos. A mesma função objetivo do algoritmo Kapur apresentada na seção 2.4 é utilizada aqui. O histograma bidimensional GLLRE, como explicado anteriormente, é formado pela intensidade e pela entropia relativa local dos pixels. Assim, o objetivo do algoritmo é maximizar a soma das entropias das regiões 1 e 4 definidas pelos limiares no histograma determinado pela figura 1.

São calculadas as probabilidades acumuladas das duas regiões do histograma:

$$P_0(s, t) = \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t H(i, j), \quad P_1(s, t) = \sum_{i=s+1}^L \sum_{j=1}^t H(i, j),$$

É feita a normalização da distribuição de probabilidade das regiões:

$$R_0(i, j) = \frac{H(i, j)}{P_0(s, t)} \quad \text{para } i = 1, \dots, s; j = 1, \dots, t,$$

$$R_1(i, j) = \frac{H(i, j)}{P_1(s, t)} \quad \text{para } i = s + 1, \dots, L; j = 1, \dots, t.$$

Calcula-se as entropias de Shannon para cada região:

$$H_0(s, t) = - \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t R_0(i, j) \log (R_0(i, j) + \epsilon),$$

$$H_1(s, t) = - \sum_{i=s+1}^L \sum_{j=1}^t R_1(i, j) \log (R_1(i, j) + \epsilon),$$

onde  $\epsilon$  é um valor pequeno usado para evitar logaritmos de zero.

Assim como em Kapur, a entropia total é dada pela soma das entropias das duas regiões e o critério de otimização que determina os limiares  $(s, t)$  ótimos é:

$$H(s, t) = H_0(s, t) + H_1(s, t).$$

$$(s^*, t^*) = \arg \max_{(s, t)} H(s, t).$$

## 2.6. Método Proposto pelo artigo de referência

No método proposto pelo artigo de referência utiliza-se a entropia relativa para encontrar os limiares ótimos  $(s, t)$  no histograma bidimensional GLLRE. A função objetivo é minimizar a soma das entropias relativas das duas regiões 1 e 4 definidas pelos limiares na figura 1.

São calculadas as probabilidades acumuladas das duas regiões do histograma:

$$P_0(s, t) = \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t H(i, j), \quad P_1(s, t) = \sum_{i=s+1}^L \sum_{j=1}^t H(i, j),$$

Então calcula-se as médias de intensidade para cada região:

$$\begin{aligned} \mu_{0i}(s, t) &= \frac{\sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t i \cdot H(i, j)}{P_0(s, t)}, & \mu_{0j}(s, t) &= \frac{\sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t j \cdot H(i, j)}{P_0(s, t)}, \\ \mu_{1i}(s, t) &= \frac{\sum_{i=s+1}^L \sum_{j=1}^t i \cdot H(i, j)}{P_1(s, t)}, & \mu_{1j}(s, t) &= \frac{\sum_{i=s+1}^L \sum_{j=1}^t j \cdot H(i, j)}{P_1(s, t)}. \end{aligned}$$

Após isso as entropias relativas para cada região:

$$\begin{aligned} D_0(s, t) &= \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t H(i, j) \cdot \left[ i \cdot \log \frac{i + \epsilon}{\mu_{0i}(s, t) + \epsilon} + j \cdot \log \frac{j + \epsilon}{\mu_{0j}(s, t) + \epsilon} \right], \\ D_1(s, t) &= \sum_{i=s+1}^L \sum_{j=1}^t H(i, j) \cdot \left[ i \cdot \log \frac{i + \epsilon}{\mu_{1i}(s, t) + \epsilon} + j \cdot \log \frac{j + \epsilon}{\mu_{1j}(s, t) + \epsilon} \right], \end{aligned}$$

onde  $\epsilon$  é um pequeno valor adicionado para evitar divisões ou logaritmos de zero.

A entropia relativa total é dada pela soma das entropias relativas das duas regiões e o critério de otimização que determina os limiares  $(s, t)$  ótimos é:

$$D(s, t) = D_0(s, t) + D_1(s, t).$$

$$(s^*, t^*) = \arg \min_{(s, t)} D(s, t).$$

## 2.7. Método Proposto compartilhando T de Kapur

Este método combina o cálculo de entropia máxima de Kapur para determinar o limiar  $t$  descrita em 2.4. Seguido pela minimização da entropia relativa, proposta na seção 2.6, para encontrar o limiar  $s$ , utilizando o histograma bidimensional GLLRE.

Primeiramente é determinado o limiar  $t$  através do método de Kapur:

$$H_{\text{total}}(t) = P_{\text{low}}(t) \cdot H_{\text{low}}(t) + P_{\text{high}}(t) \cdot H_{\text{high}}(t),$$

onde:

- $P_{\text{low}}(t)$  e  $P_{\text{high}}(t)$  são as probabilidades acumuladas para as regiões antes e depois de  $t$ , respectivamente.
- $H_{\text{low}}(t)$  e  $H_{\text{high}}(t)$  são as entropias de Shannon para as duas regiões.

O limiar  $t^*$  é encontrado maximizando  $H_{\text{total}}(t)$ .

Após isso, o limiar  $t^*$  é fixado, e então calcula-se o limiar  $s$  que minimiza a entropia relativa:

$$D(s, t^*) = D_0(s, t^*) + D_1(s, t^*),$$

onde:

- $D_0(s, t^*)$  e  $D_1(s, t^*)$  representam as entropias relativas das regiões inferiores e superiores em relação ao limiar  $s$ .

## 2.8. Entropia Cruzada Mínima bidimensional

Esse método busca determinar os limiares ótimos  $(s, t)$  minimizando a entropia cruzada entre regiões do histograma bidimensional GLLRE.

É feita a normalização do histograma

$$H_{\text{norm}}(i, j) = \frac{H(i, j)}{\sum_{i,j} H(i, j)},$$

Após isso o cálculo das probabilidades acumuladas das duas regiões interessantes no histograma

$$P_0(s, t) = \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t H_{\text{norm}}(i, j), \quad P_1(s, t) = \sum_{i=s+1}^L \sum_{j=1}^t H_{\text{norm}}(i, j).$$

É realizado o cálculo das médias das regiões

$$\begin{aligned} \mu_{0i}(s, t) &= \frac{\sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t i \cdot H_{\text{norm}}(i, j)}{P_0(s, t)}, & \mu_{0j}(s, t) &= \frac{\sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t j \cdot H_{\text{norm}}(i, j)}{P_0(s, t)}. \\ \mu_{1i}(s, t) &= \frac{\sum_{i=s+1}^L \sum_{j=1}^t (i - s) \cdot H_{\text{norm}}(i, j)}{P_1(s, t)}, & \mu_{1j}(s, t) &= \frac{\sum_{i=s+1}^L \sum_{j=1}^t j \cdot H_{\text{norm}}(i, j)}{P_1(s, t)}. \end{aligned}$$

Por fim o cálculo da entropia cruzada separada para cada região:

$$D_0(s, t) = \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t H_{\text{norm}}(i, j) \cdot \left[ i \cdot \log \frac{i + \epsilon}{\mu_{0i}(s, t) + \epsilon} + j \cdot \log \frac{j + \epsilon}{\mu_{0j}(s, t) + \epsilon} \right].$$

$$D_1(s, t) = \sum_{i=s+1}^L \sum_{j=1}^t H_{\text{norm}}(i, j) \cdot \left[ i \cdot \log \frac{i + \epsilon}{\mu_{1i}(s, t) + \epsilon} + j \cdot \log \frac{j + \epsilon}{\mu_{1j}(s, t) + \epsilon} \right].$$

A entropia cruzada total e o critério de otimização são dados por:

$$D(s, t) = D_0(s, t) + D_1(s, t).$$

$$(s^*, t^*) = \arg \min_{(s, t)} D(s, t).$$

## 2.9. Li

O método de Li bidimensional utiliza uma abordagem iterativa para encontrar os limiares  $(s, t)$  ótimos, baseando-se no histograma bidimensional GLLRE. A função objetivo é equilibrar as médias ponderadas das duas regiões separadas, iterando até a convergência para um valor estável.

Os limiares  $s$  e  $t$  foram inicializados como o valor médio do intervalo de intensidade  $(L/2)$ , que é 256:

$$s = \frac{L}{2}, \quad t = \frac{L}{2}.$$

Para cada iteração, foram calculadas as probabilidades acumuladas das duas regiões do histograma:

$$P_0(s, t) = \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t H(i, j), \quad P_1(s, t) = \sum_{i=s+1}^L \sum_{j=1}^t H(i, j),$$

Após isso as médias ponderadas das intensidades em cada região foram calculadas:

$$\begin{aligned} \mu_{0i}(s, t) &= \frac{\sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t i \cdot H(i, j)}{P_0(s, t)}, & \mu_{0j}(s, t) &= \frac{\sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^t j \cdot H(i, j)}{P_0(s, t)}, \\ \mu_{1i}(s, t) &= \frac{\sum_{i=s+1}^L \sum_{j=1}^t i \cdot H(i, j)}{P_1(s, t)}, & \mu_{1j}(s, t) &= \frac{\sum_{i=s+1}^L \sum_{j=1}^t j \cdot H(i, j)}{P_1(s, t)}. \end{aligned}$$

Os novos limiares são atualizados como as médias ponderadas globais:

$$\begin{aligned} s_{\text{novo}} &= \frac{\mu_{0i}(s, t) \cdot P_0(s, t) + \mu_{1i}(s, t) \cdot P_1(s, t)}{P_0(s, t) + P_1(s, t)}, \\ t_{\text{novo}} &= \frac{\mu_{0j}(s, t) \cdot P_0(s, t) + \mu_{1j}(s, t) \cdot P_1(s, t)}{P_0(s, t) + P_1(s, t)}. \end{aligned}$$

A convergência é avaliada com base em uma tolerância  $\tau$ . Se a diferença entre os limiares antigos e os novos for menor que  $\tau$ , o algoritmo é encerrado, caso contrário os limiares  $s$  e  $t$  são atualizados e o processo iterativo continua até atingir o número máximo de iterações ou a convergência.

$$|s_{\text{novo}} - s| < \tau \quad \text{e} \quad |t_{\text{novo}} - t| < \tau.$$

## 3. Experimentos e Resultados

Primeiramente os algoritmos descritos na seção 2 foram executados em duas imagens utilizadas no artigo de referência a título de comparação. Essas imagens são denominadas cameraman e eight e podem ser observadas abaixo:





**Figura 2. Imagem Cameraman utilizada em [Yang et al. 2020]**



**Figura 3. Imagem Eight utilizada em [Yang et al. 2020]**

Para as duas figuras temos abaixo a comparação dos limiares escolhidos pelos algoritmos desenvolvidos pelo presente artigo e dos algoritmos do artigo de referência [Yang et al. 2020].

**Tabela 1. Resultados dos métodos para as imagens Cameraman e Eight**

Imagem	Otsu	Otsu-GLLRE	Kapur	Kapur-GLLRE	Proposto	Li	Entropia Cruzada	Prop. Comp. T
Cameraman Ref.	89	(92, 249)	193	(191, 249)	(69, 249)	-	-	-
Cameraman	89.0	(90, 254)	130	(191, 254)	(61, 1)	(102, 0)	(17, 1)	(63, 253)
Eight Ref.	167	(184, 244)	211	(165, 244)	(212, 244)	-	-	-
Eight	174.0	(191, 254)	217	(204, 254)	(235, 1)	(244, 0)	(44, 30)	(215, 254)

Apesar das imagens serem as mesmas elas não foram retiradas da mesma referência isso gera uma pequena diferença esperada nos valores. Entretanto, analisando os resultados observa-se uma grande semelhança entre os limiares escolhidos por Otsu, Otsu-GLLRE, Kapur, Kapur-GLLRE tanto no artigo de referência quanto na implementação feita nesse trabalho. Quanto ao método proposto o algoritmo implementado Método Proposto compartilhando T de Kapur teve resultado próximo ao método proposto pelo artigo de referência. O threshold Li chegou pouco próximo somente na escolha do limiar s, enquanto a mínima entropia cruzada falhou em encontrar os limiares esperados.

Após isso, todos os algoritmos descritos na seção 2 foram executadas na base de dados Weizmann[of Science nd]. A base de dados é composta por 100 imagens preto e branco com um único objeto a ser segmentado. Dentro da base existe um ground-truth segmentado por humanos para cada imagem, isso é uma verdade de referência que pode ser usada como padrão para avaliar o desempenho dos algoritmos.

Para avaliar o desempenho dos algoritmos foi utilizado o misclassification error, descrito abaixo:

$$ME = \frac{|B_o \cap B_T| + |F_o \cap F_T|}{|B_o| + |F_o|}$$

$B_o$ : Conjunto de pixels reais (ou verdadeiros) pertencentes à classe de fundo (*background*).

$B_T$ : Conjunto de pixels previstos como classe de fundo (*background*).

$F_o$ : Conjunto de pixels reais (ou verdadeiros) pertencentes à classe de primeiro plano (*foreground*).

$F_T$ : Conjunto de pixels previstos como classe de primeiro plano (*foreground*).

O  $ME$  mede a proporção de pixels incorretamente classificados em relação ao total de pixels na imagem. Ele considera tanto os erros no fundo quanto os erros no primeiro plano. O  $ME$  varia entre 0 e 1, sendo 0 a classificação perfeita e o 1 a classificação totalmente incorreta.

A execução dos algoritmos na base de dados gerou as seguintes métricas:

**Tabela 2. Resultados dos métodos em termos de ME médio, desvio padrão e contagem de melhores resultados**

Método	ME Médio	Desvio Padrão	Melhor Contagem
Otsu-GLLRE	0.1745	0.1468	22
Otsu	0.1763	0.1462	20
Proposto com T Compartilhado	0.2089	0.1850	19
Kapur	0.2265	0.2003	17
Kapur-GLLRE	0.2519	0.2023	16
Proposto	0.3940	0.2507	6
Li	0.3952	0.2298	6
Entropia Cruzada Mínima	0.4922	0.2408	7

Entre os métodos avaliados, o Otsu-GLLRE destacou-se como o mais eficiente, apresentando o menor erro de classificação médio (0,1745) e o menor desvio padrão (0,1468) e a maior contagem de melhores desempenhos (22). O método Otsu mostrou resultados próximos ao Otsu-GLLRE com um ME médio de 0,1763, desvio padrão de 0,1462 e 20 melhores desempenhos. O método proposto com T compartilhado ficou em terceiro lugar com melhor desempenho em 19 imagens e um ME médio de 0.2089. Por outro lado, métodos baseados em Kapur, como Kapur e Kapur-GLLRE, tiveram desempenhos moderados, com erros médios de 0,2265 e 0,2519, respectivamente. Por fim, métodos como Proposto, Li, e Entropia Cruzada Mínima apresentaram os maiores erros médios, acima de 0,39 indicando menor eficiência. Em todas as execuções foram utilizadas uma janela de 3 pixels para cálculo do LRE e foi feita a reflexão nas bordas da imagem, duplicando os pixels próximos à borda.

#### 4. Conclusões

O algoritmo implementado Otsu bidimensional utilizando o histograma GLLRE foi o método que obteve maior sucesso na segmentação das imagens da base de dados Weizmann. Isso indica que a inclusão da entropia local relativa no histograma antes da segmentação por threshold de uma imagem pode trazer bons resultados. Entretanto é necessário observar qual a função de otimização para escolha do limiar que o algoritmo vai utilizar, visto que, Otsu-GLLRE, Kapur-GLLRE, método proposto, método proposto

com T compartilhado, Li e entropia cruzada mínima compartilham o mesmo histograma para execução mas seus resultados divergem devido a função de otimização.

O método implementado segundo o artigo de referência não teve sucesso na escolha do limiar T, o que levou a resultados diferentes entre esse trabalho e a referência utilizada. Se torna necessária uma investigação aprofundada na implementação feita e no artigo de referência a fim de encontrar a razão dessa divergência de resultados.

Por fim, os resultados abrem possibilidades para investigações futuras, com o objetivo de aprimorar os algoritmos existentes e explorar novas abordagens que possam atender a demandas mais desafiadoras em segmentação de imagens. Como trabalhos futuros, sugere-se uma análise detalhada das causas que levaram à diferença nos resultados entre o método proposto por [Yang et al. 2020] e o algoritmo desenvolvido neste trabalho. Adicionalmente, seria interessante investigar por que a melhor segmentação foi alcançada com o Otsu-GLLRE, traçando um paralelo entre os critérios de otimização descritos no estudo e os tipos de imagens em que esses critérios podem ser mais eficazmente aplicados para segmentação.

## Referências

- Li, C.-H. and Lee, C. K. (1993). Minimum cross entropy thresholding. *Pattern Recognition*, 26(4):617–625.
- of Science, W. I. (n.d.). Segmentation evaluation database - single object. [https://www.wisdom.weizmann.ac.il/~vision/Seg\\_Evaluation\\_DB/1obj/index.html](https://www.wisdom.weizmann.ac.il/~vision/Seg_Evaluation_DB/1obj/index.html). Accessed: 2024-12-04.
- Yang, W., Cai, L., and Wu, F. (2020). Image segmentation based on gray level and local relative entropy two dimensional histogram. *PLOS ONE*, 15(2):e0229651.