

Função Geradora de Momentos

Data de entrega: 29 de janeiro de 2026

- 1) Suponha que X tenha f.d.p. dada por

$$f_X(x) = 2x, \quad 0 \leq x \leq 1$$

- (a) Determine a função geradora de momentos (fgm) de X .
(b) Empregando a fgm, calcule $E(X)$ e $V(X)$.
-

- 2) Suponha que X tenha a seguinte f.d.p.:

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda(x-a)}, \quad x \geq a$$

- (a) Determine a fgm de X .
(b) Empregando a fgm, ache $E(X)$ e $V(X)$.
-

- 3) Seja X o resultado da jogada de uma moeda equilibrada.

- (a) Determine a fgm de X .
(b) Empregando a fgm, ache $E(X)$ e $V(X)$.
-

- 4) Suponha que a variável aleatória contínua X tenha f.d.p.

$$f_X(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}, \quad -\infty < x < \infty$$

- (a) Ache a fgm de X .
(b) Empregando a fgm, ache $E(X)$ e $V(X)$.
-

- 5) Empregue a fgm para mostrar que, se X e Y forem variáveis aleatórias independentes, com distribuições $N(\mu_X, \sigma_X^2)$ e $N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$, respectivamente, então

$$Z = aX + bY$$

será também normalmente distribuída, na qual a e b são constantes.

- 6) Suponha que a fgm da variável aleatória X seja da forma

$$M_X(t) = (0,4e^t + 0,6)^8.$$

- (a) Qual será a fgm da variável aleatória $Y = 3X + 2$?
(b) Calcule $E(X)$.
-

- 7) Seja $\varphi_X(t)$ a função característica de uma variável aleatória X . Mostre que, para qualquer que seja X ,

$$|\varphi_X(t)| \leq 1$$

(o que garante que, diferentemente da função geratriz de momentos, a função característica sempre existe). **Dica:** use o fato de que se $z = a + ib$, então o módulo de z é dado por $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

- 8) A variável X tem densidade $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$, x real. Mostre que sua função característica é dada por

$$\varphi_X(t) = \frac{1}{1+t^2}$$

9) Seja X variável aleatória com densidade dada por

$$f(x) = \frac{1}{2} \mathbf{1}_{(-1,0)}(x) + \left(\frac{1}{4} + \frac{x}{8}\right) \mathbf{1}_{(0,2)}(x)$$

Obtenha a função característica de X .