

# Função Geradora de Momentos

Data de entrega: 29 de janeiro de 2026

---

- 1) Suponha que  $X$  tenha f.d.p. dada por

$$f_X(x) = 2x, \quad 0 \leq x \leq 1$$

- (a) Determine a função geradora de momentos (fgm) de  $X$ .  
(b) Empregando a fgm, calcule  $E(X)$  e  $V(X)$ .
- 

- 2) Suponha que  $X$  tenha a seguinte f.d.p.:

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda(x-a)}, \quad x \geq a$$

- (a) Determine a fgm de  $X$ .  
(b) Empregando a fgm, ache  $E(X)$  e  $V(X)$ .
- 

- 3) Seja  $X$  o resultado da jogada de uma moeda equilibrada.

- (a) Determine a fgm de  $X$ .  
(b) Empregando a fgm, ache  $E(X)$  e  $V(X)$ .
-

- 4) Suponha que a variável aleatória contínua  $X$  tenha f.d.p.

$$f_X(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}, \quad -\infty < x < \infty$$

- (a) Ache a fgm de  $X$ .  
(b) Empregando a fgm, ache  $E(X)$  e  $V(X)$ .
- 

- 5) Empregue a fgm para mostrar que, se  $X$  e  $Y$  forem variáveis aleatórias independentes, com distribuições  $N(\mu_X, \sigma_X^2)$  e  $N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$ , respectivamente, então

$$Z = aX + bY$$

será também normalmente distribuída, na qual  $a$  e  $b$  são constantes.

---

- 6) Suponha que a fgm da variável aleatória  $X$  seja da forma

$$M_X(t) = (0,4e^t + 0,6)^8.$$

- (a) Qual será a fgm da variável aleatória  $Y = 3X + 2$ ?  
(b) Calcule  $E(X)$ .
- 

- 7) Seja  $\varphi_X(t)$  a função característica de uma variável aleatória  $X$ . Mostre que, para qualquer que seja  $X$ ,

$$|\varphi_X(t)| \leq 1$$

(o que garante que, diferentemente da função geratriz de momentos, a função característica sempre existe). **Dica:** use o fato de que se  $z = a + ib$ , então o módulo de  $z$  é dado por  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ .

---

- 8) A variável  $X$  tem densidade  $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$ ,  $x$  real. Mostre que sua função característica é dada por

$$\varphi_X(t) = \frac{1}{1+t^2}$$


---

9) Seja  $X$  variável aleatória com densidade dada por

$$f(x) = \frac{1}{2} \mathbf{1}_{(-1,0)}(x) + \left(\frac{1}{4} + \frac{x}{8}\right) \mathbf{1}_{(0,2)}(x)$$

Obtenha a função característica de  $X$ .