Transformação de Variáveis Aleatórias

Data de entrega: 20 de janeiro de 2026

---

1) Suponha que X seja uniformemente distribuída sobre $(-1, 1)$. Seja $Y = 4 - X^2$. Achar a f.d.p. de Y.

---

2) Suponha que X seja uniformemente distribuída em $(1, 3)$. Ache a f.d.p. das seguintes variáveis aleatórias:

a) $Y = 3X + 4$
b) $Y = e^X$

---

3) Suponha que a variável aleatória discreta X assuma os valores 1, 2 e 3 com igual probabilidade. Ache a distribuição de probabilidade de $Y = 2X + 3$.

---

4) Um homem possui quatro chaves em seu bolso. Como está escuro, ele não consegue ver qual a chave correta para abrir a porta de sua casa, que se encontra trancada. Suponha que o homem não tenha controle das chaves que já foram experimentadas e, por isso, a cada nova tentativa ele escolhe, de forma aleatória, uma entre as quatro chaves. Defina a variável aleatória X = número de chaves experimentadas até conseguir abrir a porta (inclusive a chave correta).

a) Encontre a função de probabilidade de X.
b) Considerando as mesmas condições do experimento, defina agora Y = número de chaves erradas até abrir a porta. Escreva Y como função de X.

c) Encontre a função de probabilidade de Y.

---

5) Seja X a variável aleatória cuja função de distribuição está definida por

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < -2; \\ \frac{1}{8}, & -2 \leq x < -1; \\ \frac{1}{2}, & -1 \leq x < 1; \\ \frac{3}{4}, & 1 \leq x < 2; \\ 1, & x \geq 2. \end{cases}$$

a) Encontre a função de probabilidade da variável aleatória X.
b) Defina $Y = X^2$. Encontre a função de probabilidade da variável aleatória Y.

---

6) Seja X variável aleatória com função de probabilidade dada por

$$p_X(x) = \begin{cases} \dfrac{5-x}{10}, & \text{se } x = 1, 2, 3, 4, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Defina $Y = 2 - X$. Encontre a função de probabilidade da variável aleatória Y.

---

7) Um jogo é definido da seguinte forma: o jogador sorteia 3 bolas, com reposição, de uma urna que contém 5 bolas brancas, 3 bolas pretas e 2 bolas vermelhas. Para cada bola vermelha sorteada, o jogador ganha 1 ponto e, para cada bola preta sorteada, o jogador perde 1 ponto. Seja X a variável aleatória definida pelo número de pontos obtidos pelo jogador.

a) Encontre a função de probabilidade da variável aleatória X.
b) Suponha que, se o jogador terminar uma partida com pontuação positiva, ele ganhe $R\$2,00$ por ponto positivo e se terminar com pontuação negativa, ele perca $R\$1,00$ por ponto negativo. Caso termine com pontuação nula, ele não ganha nem perca dinheiro algum. Seja Y a variável aleatória definida pelo total de dinheiro que o jogador ganhou (ou perdeu) ao final de uma partida. Encontre a função de probabilidade da variável aleatória Y.

8) Seja X uma variável aleatória cuja função densidade é definida por $f_X(x) = 2e^{-2x}$, se $x > 0$. Seja $Y = 3X + 2$. Encontre a função de distribuição de Y.

9) Suponha que a v.a. contínua X tenha função densidade de probabilidade

$$f_X(x) = e^{-x}, \quad x > 0.$$

Determine a função densidade de probabilidade das seguintes variáveis aleatórias:

a) $Y = X^3$

b) $Z = \dfrac{3}{(X+1)^2}$

10) Suponha que o raio de uma esfera seja uma variável aleatória contínua. Em virtude de imprecisões no processo de fabricação, os raios das diferentes esferas podem ser diferentes. Suponha que o raio R tenha distribuição $\text{Beta}(2,2)$. Determine a função densidade de probabilidade do volume V e da área superficial da esfera, A, bem como seus valores esperados.

11) Uma corrente elétrica oscilante I pode ser considerada uma v.a. uniformemente distribuída no intervalo $(9, 11)$. Se essa corrente passar em um resistor de $2\ \Omega$, qual será a função densidade de probabilidade da potência $P = 2I^2$? E o valor esperado da potência?

12) Seja X uma variável aleatória com distribuição $N(\mu, \sigma^2)$. Determine a distribuição de $Y = e^X$.