

## Mecânica e Campo Eletromagnético

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Ano letivo 2025/2026

---

### TRABALHO \_ MOVIMENTO DE PROJÉTEIS

#### Objetivos

- Determinar a velocidade inicial do projétil através das equações do movimento
- Verificar a dependência do alcance com o ângulo de lançamento
- Determinar a velocidade inicial do projétil utilizando um pêndulo balístico

#### 1. INTRODUÇÃO

A posição de um projétil, de massa  $M$  e velocidade inicial  $v_0$ , que se desloca no plano  $x, y$  é dada por:

$$x = x_0 + v_0 t \cos \theta_0 \quad (1)$$

$$y = y_0 + v_0 t \sin \theta_0 - \frac{1}{2} g t^2 \quad (2)$$

onde  $g$  é a aceleração da gravidade,  $t$  é o tempo,  $x_0$  e  $y_0$  são as coordenadas da posição inicial do projétil e  $\theta_0$  é a inclinação do vetor velocidade inicial relativamente ao eixo dos  $x$ . Eliminando a variável  $t$  das equações (1) e (2), obtém-se uma nova equação para o alcance  $x$  em função do ângulo que permite determinar o ângulo correspondente ao alcance máximo,  $\theta_{amax}$ . Se um corpo é lançado de uma altura  $y_i$  e atinge uma altura final  $y_f$ ,  $\theta_{amax}$  é dado por:

$$\theta_{amax} = \arctg \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2g(y_i - y_f)}{v_0^2}}} \quad (3)$$

Se o valor da altura inicial for igual ao da altura final ( $y_i = y_f$ ) então,  $tg \theta_{amax} = 1$  pelo que  $\theta_{amax} = 45^\circ$ .

#### PÊNDULO BALÍSTICO

O pêndulo balístico consiste numa massa  $M$  suspensa de um fio ou uma barra. Se um projétil de massa  $m$  ( $m \ll M$ ) for disparado contra a massa  $M$  e nela ficar retido, então o conjunto adquire

energia cinética,  $E_c$ , que, à medida que o pêndulo se move, vai sendo transformada em energia potencial gravítica,  $E_p$ . A altura máxima,  $h$ , atingida será tal que a energia potencial gravítica máxima iguala a energia cinética inicial, devido à conservação da energia mecânica. Considerando  $v_0$  a velocidade inicial do projétil e  $v_2$  a velocidade do conjunto massa + projétil, logo após a colisão, obtém-se:

$$E_c(\text{inicial}) = \frac{1}{2}(m + M)v_2^2 = (m + M)gh = E_p(\text{máx}) \quad (4)$$

A conservação de momento linear na colisão implica que:

$$mv_0 = (m + M)v_2 \quad (5)$$

de onde se tira a relação entre a velocidade inicial  $v_0$  e a altura  $h$ :

$$v_0 = \left(\frac{m+M}{m}\right)\sqrt{2gh} \quad (6)$$

## 2. PREPARAÇÃO DO TRABALHO<sup>1</sup>

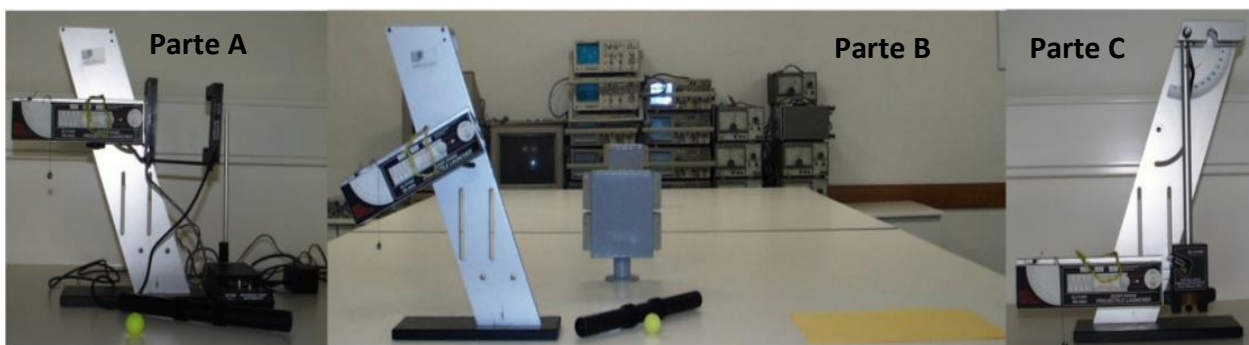
1. Serão as equações (1) e (2) aplicáveis ao movimento de um projétil de longo alcance? Assuma a ausência de atrito. Justifique, sucintamente, a sua resposta.
2. Elimine a variável  $t$  das equações (1) e (2) e obtenha uma nova equação para o alcance  $x$ .
3. Utilizando a equação (3), determine  $\theta_{\text{max}}$  supondo que  $y_i - y_f = 0,2 \text{ m}$  e  $v_0 = 3 \text{ ms}^{-1}$ .
4. No lançamento do projétil, o efeito do atrito do ar é desprezável. Para atingir a melhor marca possível, um atleta utilizará um ângulo de lançamento superior, inferior ou igual a  $45^\circ$ ? Justifique a sua resposta.
5. Deduza a equação (6) a partir das equações (4) e (5).
6. Considerando  $v = s/t$  e utilizando a teoria da propagação dos erros, determine a equação para o erro associado à velocidade de um projétil, em movimento retilíneo uniforme.
7. Deduza a relação entre  $h$ , o comprimento do pêndulo,  $l$ , e  $\alpha$ , tendo em conta a Figura 4, bem como o respetivo erro associado, utilizando a fórmula de propagação dos erros.
8. Utilizando a equação (6) e recorrendo à teoria de propagação dos erros, determine a equação para o erro associado à velocidade inicial,  $v_0$ .

---

<sup>1</sup> Se tiver dúvidas consulte o docente.

### 3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

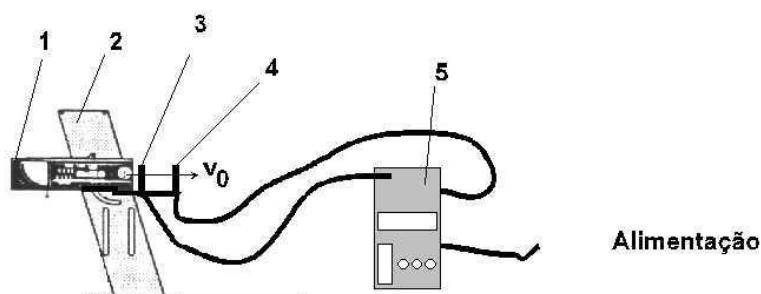
A Figura 1 mostra uma fotografia da montagem experimental. Identifique os elementos descritos no material fornecido.



**Figura 1.** Esquema da montagem experimental disponível na aula.

#### MATERIAL FORNECIDO

- Lançador de projéteis
- Sensores de passagem
- Sensor de impacto
- Esfera plástica



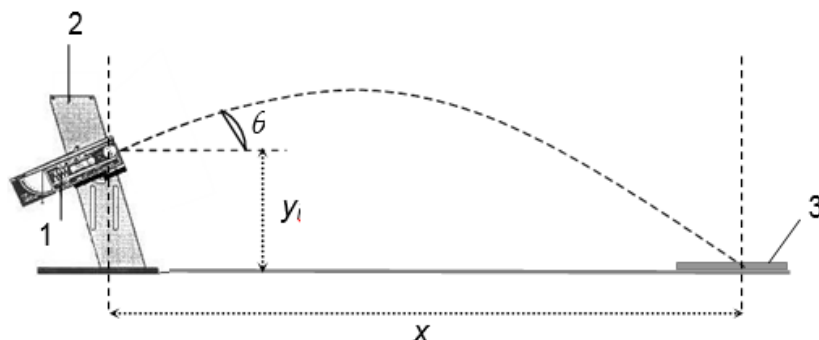
**Figura 2.** Esquema da montagem experimental (experiência A). 1- Lançador de projéteis (LP); 2- Base de fixação para o LP; 3-Sensor de passagem (inicia a contagem do tempo); 4-Sensor de passagem (termina a contagem do tempo); 5-Sistema de controlo dos sensores.

#### Parte A - Determinação da velocidade inicial

1. Efetue a montagem de acordo com a figura tendo o cuidado de:
  - a. fixar a base (2) à mesa com um grampo adequado e colocar o LP na posição horizontal.

- b. garantir que o sistema de controlo (5) está ligado à fonte de alimentação e que se encontra na posição de desligado (OFF).
  - c. garantir que o sensor (3) está colocado imediatamente à saída do LP (1) e que o sensor (4) está ligado ao sistema de controlo (5).
2. Meça a distância,  $s$ , entre os sensores.
3. Carregue o LP na posição de tiro curto – “SHORT RANGE”. Colocar a esfera na boca do LP, empurrá-la para o interior com a vareta de carregar (tubo de plástico preto) até o indicador amarelo, no LP, se encontrar na posição pretendida.
4. Coloque o sistema de controlo (5) na posição de “TWO GATES”. Carregar em START/STOP.
5. Dispare o LP puxando o fio do disparador verticalmente e com suavidade. Registe o tempo indicado pelo sistema de controlo (5).
6. Repita os passos de 1) a 5) para 5 medidas. Tenha o cuidado de verificar a horizontalidade do LP antes de cada lançamento.

### Parte B - Dependência do alcance com o ângulo de disparo

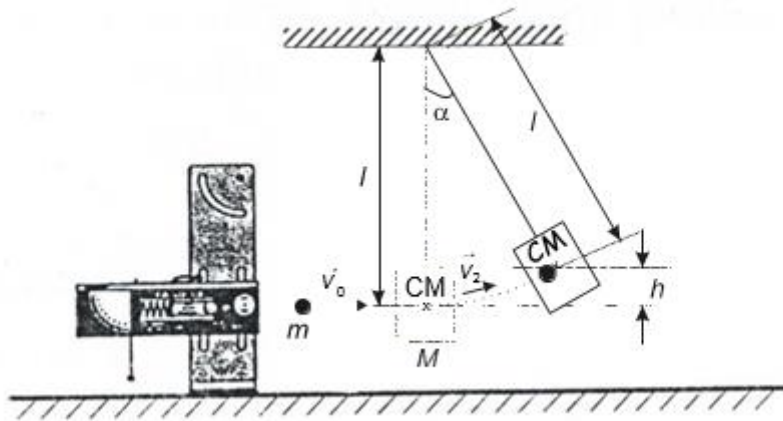


**Figura 3.** Esquema da montagem experimental (experiência B). 1-Lançador de projéteis (LP); 2-Base de fixação para o LP; 3-Alvo.

1. Efetue a montagem de acordo com a figura tendo o cuidado de:
  - a. fixar a base (2) à mesa com um grampo adequado e colocar o LP a fazer um ângulo de  $30^\circ$  com a horizontal.
2. Coloque o alvo (conjunto de papel químico+papel milimétrico) a uma distância tal que a esfera plástica caia sobre a sua superfície. A distância é determinada por tentativa e erro.
3. Carregue o LP na posição de tiro curto – “SHORT RANGE” com a esfera.
4. Dispare o LP. Registe o alcance,  $x$ , e o ângulo de lançamento,  $\theta$ . Repita mais duas vezes, tendo o cuidado de verificar se o ângulo de lançamento se mantém constante.

- Repita os passos anteriores, para ângulos de  $34^\circ$ ,  $38^\circ$ ,  $40^\circ$  e  $43^\circ$ .
- Meça rigorosamente, em relação à bancada, a altura,  $y_i$ , a que a esfera plástica é lançada.

### Parte C - Pêndulo Balístico: Método alternativo para determinação da velocidade inicial de um projétil



**Figura 4.** Esquema da montagem experimental (experiência C).

- Meça as massas do projétil,  $m$ , e do pêndulo,  $M$ .
- Meça o comprimento do pêndulo,  $l$ .
- Carregue o LP na posição de tiro curto – “SHORT RANGE”.
- Efetue um disparo e meça o ângulo máximo,  $\alpha$ , descrito pelo pêndulo.
- Repita o ponto anterior mais 4 vezes.

## 4. ANÁLISE E TRATAMENTO DE DADOS

Com base nesta secção, deverá preparar o relatório preliminar obrigatoriamente entregue ao docente no final da aula.

### Parte A - Determinação da velocidade inicial

- Calcule a média dos 5 tempos medidos e o erro respetivo,  $\Delta t$ .
- Determine a velocidade inicial  $v_0$  e o erro respetivo,  $\Delta v_0$ .
- Indique qual a maior fonte de erro. Discuta estratégias para melhorar o resultado obtido.

### Parte B - Dependência do alcance com o ângulo de disparo

- Para cada ângulo  $\theta_0$ , determine a média dos 3 alcances obtidos,  $x_{ob}$  (não é necessário determinar o respetivo erro associado).

- Verifique a dependência do alcance médio,  $x_{ob}$ , com o ângulo de lançamento,  $\theta$ .
- Determine o ângulo  $\theta_{max\_ob}$ , correspondente ao alcance máximo observado. Atendendo a que está a fazer uma amostragem discreta considere o erro associado  $\theta_{amax\_ob}$  igual a  $1^\circ$ .
- Comente os resultados obtidos.

### Parte C - O Pêndulo Balístico

- Calcule a média dos ângulos,  $\alpha$ , e o erro respetivo,  $\Delta\alpha$ .
- Determine o valor da altura,  $h$ , e o erro respetivo,  $\Delta h$ .
- Obtenha um valor final para  $v_0$ , e para o respetivo erro,  $\Delta v_0$ .
- Determine qual a maior fonte de erro. Discuta estratégias para melhorar o resultado obtido.
- Compare a velocidade inicial com a obtida na parte A.
- Comente a exatidão e a precisão dos valores obtidos.

### BIBLIOGRAFIA

- [1] Serway, R. A., *Physics for Scientist and Engineers with modern Physics*, 2000, Saunder College Publishing.
- [2] Alonso & Finn, *Física - um curso universitário*, vol. 1, 3ª edição, editora Edgard Blucher, 1981: Cap.5 e 7.
- [3] R. Resnick e D. Halliday, *Física*, vol. 2, 4ª ed., editora Livros Técnicos e Científicos, 1990.

### O RELATÓRIO FINAL deverá ter a seguinte estrutura:

1. Identificação dos autores e do trabalho.
2. Resumo (1 parágrafo). Objetivos. Metodologia. Indicação sobre o valor do parâmetro e respetivo erro. Informação sobre precisão e exatidão. Identificar os objetivos atingidos.
3. Introdução. Enquadramento do trabalho no contexto dos conteúdos lecionados na componente T.
4. Detalhes experimentais relevantes. Deverão ser indicados todos os passos necessários à boa execução da experiência. Por exemplo, inclusão do material necessário, instrumentos de medida, esquema (e fotos) da montagem experimental, número de medidas a efetuar e principais cuidados a ter.
5. Análise e discussão. Deverão ser incluídos apenas aspetos relevantes para a análise e discussão das medidas experimentais. Apresentação dos cálculos efetuados (incluindo a análise dos erros) e a sua discussão.
6. Conclusões. Identificação dos objetivos atingidos e dos problemas encontrados (estratégias de mitigação).
7. Anexos: tabelas com todos os dados experimentais.