Universidade de Aveiro
Departamento de Matemática

Cálculo I – Agrupamento 4 2019/2020

## Soluções da Primeira Prova (13/novembro/2019)
## (e algumas sugestões de resolução)

1. (a) $f(1) = 2$, $f'(1) = 5$.
   (b) $f$ é invertível porque $f$ é estritamente crescente em $\mathbb{R}$ (use a sua derivada para o confirmar). Use o Teorema da Derivada da Função Inversa para concluir que $f^{-1}(2) = \frac{1}{5}$.
2. (a) $h$ é estritamente crescente em $]0, \ln(2)]$ e estritamente decrescente em $[\ln(2), +\infty[$; $h(\ln(2)) = \ln(\frac{1}{4})$ é máximo global de $h$; $h$ não tem mínimo global.
   (b) $CD_h = ]-\infty, \ln(\frac{1}{4})]$.
3. (a) —
   (b) Usando o Teorema de Weierstrass, uma vez que $g$ é contínua em $[0,1]$ e esse intervalo é compacto (fechado e limitado), $g$ tem extremos globais em $[0,1]$.
   (c) Use o Teorema de Lagrange aplicado a $g$ e ao intervalo $[0,1]$.
4. $F(x) = 3x + \frac{1}{2x} - \frac{1}{2}e^{2-2x} - 3$, $D_F = \mathbb{R}^+$.
5. $2\ln(x+3) + 5\ln(x-3) + c$, $c \in \mathbb{R}$.
6. A mudança de variável deverá ter domínio $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$; $\dfrac{1}{2}\arcsin(x) - \dfrac{1}{2}x\sqrt{1-x^2} + C$, $C \in \mathbb{R}$.
7. $3\,\mathrm{arctg}\,(\sqrt[3]{x}) + C$, $C \in \mathbb{R}$. Sugestão: Use a mudança de variável $x = t^3$.
8. —