

CÁLCULO EM VÁRIAS VARIÁVEIS :: EXAME

PROF. TIAGO MACEDO

Nome: _____ Assinatura: _____ RA: _____

Questão 1 (1,5 pontos). Determine se a função $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$F(x, y, z) = \begin{cases} x \operatorname{sen}\left(\frac{1}{y}\right) + y \operatorname{sen}\left(\frac{1}{z}\right) + z \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right), & \text{se } x \neq 0, y \neq 0 \text{ e } z \neq 0, \\ 1, & \text{se } x = 0 \text{ ou } y = 0 \text{ ou } z = 0, \end{cases}$$

é contínua em $(0, 0, 0)$.

Questão 2 (1,5 pontos). Determine se a função $G: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$G(x, y, z) = \begin{cases} \frac{xyz^3}{x^2+y^4+z^6}, & \text{se } (x, y, z) \neq (0, 0, 0), \\ 0, & \text{se } (x, y, z) = (0, 0, 0), \end{cases}$$

é diferenciável em $(0, 0, 0)$.

Questão 3 (4,0 pontos). Calcule todos os pontos de máximo local, máximo global, mínimo local, mínimo global e de sela da função $H(x, y) = 3x^2y + y^3 - 3x^2 - 3y^2 + 2$, restrita ao círculo $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 2\}$.

Questão 4 (1,5 pontos). Calcule a integral de linha $\int_{\gamma} e^z y \, dx - e^{\arccos(y)} \operatorname{sen}(z) \, dy + 2xy \, dz$, onde $\gamma: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$ é a curva dada por $\gamma(t) = (\operatorname{sen}(t^2), \cos(t^2), t^2)$.

Questão 5 (1,5 pontos). Calcule o fluxo do rotacional do campo $V: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $V(x, y, z) = (x^2, y - 2yz, z^2 - 2xz)$ para fora da superfície esférica

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\}.$$