

ÁLGEBRAS DE LIE

EXERCÍCIOS :: AULA 09

9.1. (Humphreys 5.1) Mostre que, se \mathfrak{g} é nilpotente, então a forma de Cartan-Killing $\kappa_{\mathfrak{g}}$ é identicamente nula. Dê também um exemplo de que a volta não é válida.

9.2. (San Martin 3.4.6) Seja \mathfrak{i} um ideal semissimples de uma álgebra de Lie \mathfrak{g} . Defina

$$\mathfrak{i}^{\perp} := \{x \in \mathfrak{i} \mid \kappa_{\mathfrak{g}}(x, \mathfrak{i}) = 0\}.$$

Mostre que $\mathfrak{g} = \mathfrak{i} \oplus \mathfrak{i}^{\perp}$; e que, se \mathfrak{i} e \mathfrak{i}^{\perp} forem semissimples, então \mathfrak{g} é semissimples.

9.3. (San Martin 3.4.18) Encontre uma álgebra de Lie semissimples \mathfrak{g} e uma forma bilinear invariante em \mathfrak{g} que não seja múltipla da forma de Cartan-Killing $\kappa_{\mathfrak{g}}$.