

ÁLGEBRAS DE LIE

EXERCÍCIOS :: AULA 22

Sejam $(E, (\cdot, \cdot))$ um espaço Euclidiano, $\Phi \subseteq E$ um sistema de raízes, $\Delta \subseteq \Phi$ um sistema simples, e $\mathcal{W} \subseteq \text{GL}(E)$ o grupo de Weyl de Φ .

- 22.1. (Humphreys 11.2) Verifique que as matrizes de Cartan A-G são de fato positivas definidas, calculando seus menores.
- 22.2. Use a definição abstrata de matriz de Cartan para classificar todas as matrizes de Cartan de ordem 3.
- 22.3. A partir do diagrama de Dynkin de A_3 , construa sua matriz de Cartan e todo o seu sistema de raízes.
- 22.4. (Humphreys 11.3) A partir do diagrama de Dynkin de C_3 , construa sua matriz de Cartan e todo o seu sistema de raízes.
- 22.5. (Humphreys 11.6) Mostre que uma inclusão de diagramas de Dynkin induz uma inclusão dos respectivos sistemas de raízes.
- 22.6. (San Martin 6.6.6) Dada uma raiz $\beta = \sum_{\alpha \in \Delta} k_{\alpha} \alpha \in \Phi$, mostre que os vértices $\alpha \in \Delta$ tais que $k_{\alpha} \neq 0$ são todos conectados no diagrama de Dynkin.