UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE

CENTRO DE TECNOLOGIA

DCA

COMPUTAÇÃO GRÁFICA

* LISTA 07 *

DISCENTE: Tiago Felipe de Souza

MATRÍCULA: 20190153105

1. Para que servem as estruturas de dados espaciais? Cite a ideia básica de funcionamento de pelo menos 4 das estruturas de dados espaciais discutidas em aula. Inicialmente, as estruturas de dados espaciais nos ajudam com o processamento gráfico. São as principais: Bounding-Volume, Grids, Octrees, Bsp-trees e K-d trees.

↳ Bounding-Volume: "embrulhar" os objetos da cena mais complexos em geometrias mais simples, de forma que, apenas se calcule a incidência do raio quando houver intersecção do raio com a geometria e o objeto embrulhado.

↳ Grids: dividimos nosso ambiente em várias células (voxels), traçamos os raios partindo de um observador, se o ~~r~~ raio intersectar uma célula, vamos ter que calcular a intersecção com todos os objetos que estiverem dentro desta célula.

↳ Octrees: são representados por árvores que tem 8 "filhos". Ou seja, generalizamos o espaço 3D em 8 subespaços e dessa forma calcular a intersecção apenas quando tocar no objeto ou coisa que está nesse subespaço.

↳ K-d trees: usa um relachamento nas regras da quadtree e octree. A estrutura de dados que será gerada é uma árvore binária, pois ela divide o espaço 3D em 2 subespaços, ou seja, cada eixo (x, y, z), corta o subespaço, dividindo-o em 2 subespaço 1 por vez, e calculando a intersecção do raio com os objetos em cada subespaço.

2. Qual das estruturas acima você usaria para acelerar o ray-tracing se muitos objetos estivessem numa pequena porção do seu ambiente de visualização? Explique o porquê de sua escolha. Melhor seria a Octree pois como tem muitos objetos em uma pequena porção do ambiente no caso da Octree nós eliminaríamos do cálculo de intersecção uma grande parte.

3. Qual das estruturas acima você usaria para acelerar o ray-tracing se muitos objetos estivessem presentes de forma espalhada no seu ambiente de visualização? Explique o porquê de sua escolha. Para objetos espalhados, eu usaria o Grid, pois ao utilizar as células (voxels) que conteriam os objetos e mais facilmente poderia se acessar a posição do objeto evitando a busca pelos objetos para intersecção nos espaços vazios.

4. Qual das estruturas acima você usaria para acelerar o ray-tracing se apenas alguns dos objetos complexos, isto é, modelado com muitas faces triangulares, estivessem presentes, de forma espalhada, no seu ambiente de visualização? Explique o porquê de sua escolha.

Como os objetos são complexos (com muitas faces triangulares) e estão espalhados no ambiente, sem agrupamento, ou seja, espalhados então não precisaria usar octrees, e com muitas faces torna-se uma característica do Bounding-Volume.

5. Quais as difrenças, em especificidade, das curvas paramétricas e implícitas (sugestão: defina as duas)? Indique as vantagens e desvantagens de cada uma.

* As curvas paramétricas são funções que possuem entrada entrada unidimensional e saída multidimensional.

↳ Vantagem: facilidade na especificação, modificação e controle dos parâmetros.

↳ Desvantagem: adiciona-se um parâmetro a mais.

* As curvas implícitas são funções x e y em que a saída da função $f(x,y) = z$ e esse z pode assumir valores < 0, 0, > 0, dependendo de como especificamos a função para atender as necessidades.

↳ Vantagens: utilizada para definir curvas fechadas ou que se auto-interceptam.

↳ Desvantagens: difícil especificação, modificação e controle dos parâmetros.

6. Cite duas aplicações de curvas paramétricas em computação Gráfica.

↳ Modelar curvas suaves (através de splines).

↳ Mapeamento de textura.

7. Quais as restrições que definem (especificam) uma spline de Hermite? ou seja, como se define uma curva de Hermite e quais as suas características básicas? Coloque em forma matricial a equação que a implementa.

Usamos 4 funções de base e a combinação linear dessas 4 funções com o parâmetro u variando de 0 a 1 produz cada segmento da ~~curva~~ curva. Cada segmento possui dois pontos que descrevem o ponto inicial e final, e também dois pontos que descrevem as tangentes e seus pesos na curva.

$$[x \;\; y \;\; z] = [u^3 \;\; u^2 \;\; u^1 \;\; 1] \underbrace{\begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{* Base de Hermite}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ \frac{dx_1}{du} & \frac{dy_1}{du} & \frac{dz_1}{du} \\ \frac{dx_2}{du} & \frac{dy_2}{du} & \frac{dz_2}{du} \end{bmatrix}}_{\text{* Matriz de controle}}$$

8. Repita a questão anterior para spline de Bezier. É uma variante da curva de Hermite. Ao invéz de usar pontos e tangentes, usa-se 4 pontos de controle, sendo que o ponto P_1 inicia e P_4 termina a curva e os pontos P_2 e P_3 ficam fora da curva (puxam ela).

$X(0) = P_1$

$X'(0) = 3(P_2 - P_1)$

$X(1) = P_4$

$X'(1) = 3(P_4 - P_3)$

$$[x \quad y \quad z] = [u^3 \; u^2 \; u^1 \; 1] \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \\ x_4 & y_4 & z_4 \end{bmatrix}$$

* Base de Bezier

* Vetores de controle

9. Qual a diferença principal entre spline de Hermite e de Bezier? Como transformar uma spline de Hermite para uma de Bezier (coloque a matriz de mudança de base)?

A spline de Bezier consegue pontos mais ~~[illegible]~~ uniformes do que Hermite, sendo que Hermite usa apenas dois pontos e as derivadas nesses pontos, enquanto Bezier usa 4 pontos, com 2 na curva e 2 fora da curva.

$$[x\ y\ z] = [u^3\ u^2\ u^1\ 1]\begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 3 \end{bmatrix}$$

* Base de Hermite

* Bezier para Hermite

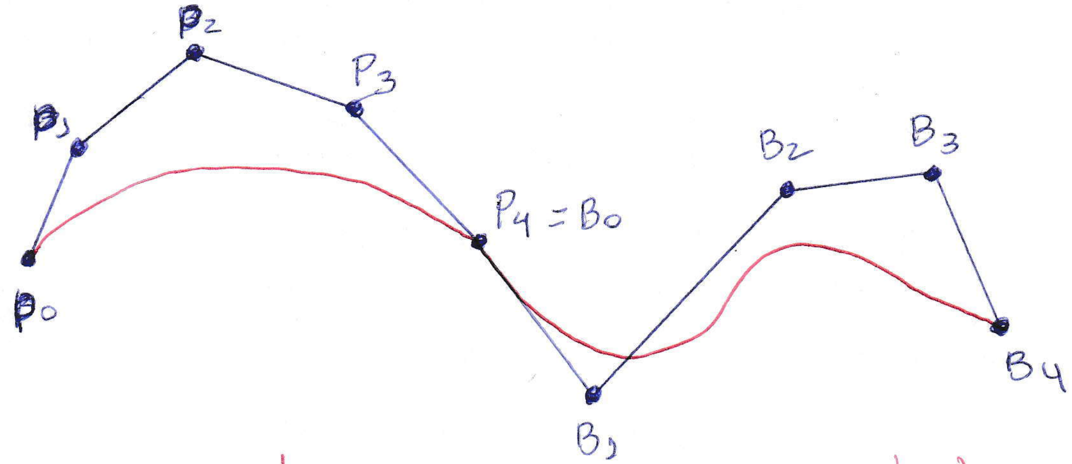
$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \\ x_4 & y_4 & z_4 \end{bmatrix}$$

10. Explique a propriedade do fecho convexo ("convex hull") para splines de Bezier.

Essa Propriedade força a curva gerada a ficar inteiramente dentro da figura convexa (convex hull) definida pelos pontos de controle, denomina-se "fecho convexo".

11. Explique a ideia do princípio da subdivisão para curvas de Bezier, ilustrando graficamente, e indique sua utilidade. Uma das opções para aumentar o número de pontos de controle de uma curva de Bezier é a elevação do grau do Polinômio, porém aumenta o trabalho matemático e o aparecimento de mais pontos de inflexão.

Outra opção, mais útil para aumentar o número de pontos de controle sem alterar o grau dos polinômios que a definem é a subdivisão de um ou mais segmentos da curva em dois segmentos. Assim, por exemplo, no caso de uma curva de Bezier com seus 4 pontos de controle ser subdividida, teremos um total de 7 pontos de controle, uma vez que os novos segmentos terão em comum um ponto de controle. Os dois novos segmentos correspondem exatamente ao segmento original até que seus novos pontos de controle sejam efetivamente alterados.



12. No espaço bidimensional (x, y), dados os pontos $P_1=(1,1)$, $P_2=(2,4)$, $P_3=(5,4)$ e $P_4=(6,1)$, especifique a função paramétrica (spline) de Bezier que define a curva que passa por P_1 e P_4. Usando a Usando a spline de Bezier especificada, calcule o valor da coordenada y para $x=3$ e para $x=4$. Faça o desenho aproximadamente em escala desta curva (plotagem) usando o processo da subdivi-

não explicado em sala.

$$[x \quad y \quad z] = [u^3 \quad u^2 \quad u \quad 1] \cdot \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 5 & 4 & 0 \\ 6 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \underset{1\times4}{[u^3 \quad u^2 \quad u \quad 1]} \cdot \underset{4\times3}{\begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 6 & -9 & 0 \\ 3 & 9 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}} = \underset{1\times3}{[-4u^3+6u^2+3u+1 \quad -9u^2+9u+1 \quad 0]}$$

$x = -4u^3+6u^2+3u+1$; $y = -9u^2+9u+1$

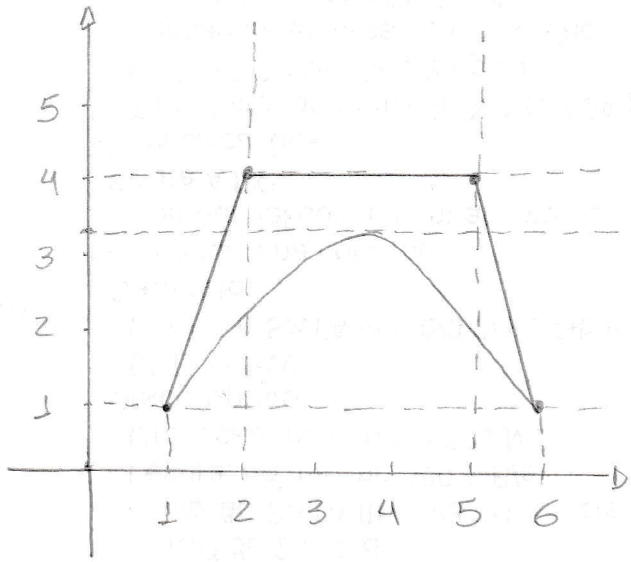
P/ $x=3$

$$\left.\begin{array}{l} u_1 = 1,7644 \\ u_2 = -0,6807 \\ u_3 = 0,4162 \end{array}\right\} \begin{array}{l} Y_1 = -11,04 \\ Y_2 = -9,28 \\ \boxed{Y_3 = 3,2} \Rightarrow \text{Positivo} \end{array}$$

P/ $x=4$

$$\left.\begin{array}{l} u_1 = 1,68 \\ u_2 = -0,764 \\ u_3 = 0,583 \end{array}\right\} \begin{array}{l} Y_1 = -9,28 \\ Y_2 = -11,13 \\ \boxed{Y_3 = 3,2} \Rightarrow \text{Positivo} \end{array}$$

Graficamente: Pontos (3, 3.18) e (4, 3.18)



13. Com os dados anteriores, especifique a função paramétrica (spline) de Hermite que passa por P_1 e P_4. Obs.: para definir as tangentes, use a matriz que transforma da base de Bezier para a de Hermite. Usando esta função, determine o valor de Y sobre a curva para X = 2 e X = 5.

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ \frac{dx_1}{du} & \frac{dy_1}{du} & \frac{dz_1}{du} \\ \frac{dx_2}{du} & \frac{dy_2}{du} & \frac{dz_2}{du} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 5 & 4 & 0 \\ 6 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 6 & 1 & 0 \\ 3 & 9 & 0 \\ 3 & -9 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} P_1 \\ P_4 \\ P_1' \\ P_4' \end{array}$$

$$[x\ y\ z] = [u^3\ u^2\ u\ 1] \cdot \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 6 & 1 & 0 \\ 3 & 9 & 0 \\ 3 & -9 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 6 & -9 & 0 \\ 3 & 9 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$X = -4u^3 + 6u^2 + 3u + 1$; $Y = -9u^2 + 9u + 1$

P/ $x = 2$:

$$\left.\begin{matrix} u_1 = 1{,}834 \\ u_2 = -0{,}572 \\ u_3 = 0{,}238 \end{matrix}\right\} \begin{matrix} Y_1 = -12{,}76 \\ Y_2 = -7{,}092 \\ \boxed{Y_3 = 2{,}632} \end{matrix}$$

Positivo

P/ $x = 5$:

$$\left.\begin{matrix} u_1 = -0{,}834 \\ u_2 = 1{,}572 \\ u_3 = 0{,}762 \end{matrix}\right\} \begin{matrix} Y_1 = -12{,}76 \\ Y_2 = -7{,}092 \\ \boxed{Y_3 = 2{,}632} \end{matrix}$$

Positivo