UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE C. AUTOMAÇÃO

COMPUTAÇÃO GRÁFICA

DISCENTE: Tiago Felipe de Souza
MATRÍCULA: 20190153105

1. O que você entende por computação gráfica?

Levando em consideração o significado das palavras, computação é o ato de utilizar computadores e gráfica é a forma de usar imagens, logo, temos que, computação gráfica é a utilização de computadores para manipular imagens, ou seja, comunicação visual computacional (digital).

2. Quais são consideradas as três principais sub-áreas da computação gráfica? explique cada uma delas suscintamente.

→ Processamento de Imagens: Conjunto de procedimentos e técnicas para processamento de dados que capturam ou recebem imagem para alguma alteração ou transformação computacional e em seguida retornar as imagens processadas.

→ Visão Computacional: Associação de procedimentos responsáveis por ~~receber~~ receber uma imagem ou várias imagens e retornar os dados visuais ao computador para que se possa utilizar esses dados para algum fim, como a análise dos dados da imagem.

-▷ Síntese de imagem (computação gráfica): Área da computação gráfica que produz representações visuais ~~[illegible]~~ a partir de especificações geométricas de modelos e equações físicos e matemáticos.

3. O que é uma base vetorial? Quais os requisitos necessários para se ter uma base vetorial?

Conjunto de n vetores linearmente independentes entre si, cuja combinação linear leva a qualquer lugar do espaço considerado, R_2, R_3, R_m.

-▷ n-vetores que cubram o espaço considerado.

-▷ vetores linearmente independentes, ou seja, nenhum dos vetores que constituem ~~a~~ ~~espaço~~ base podem ser escritos como uma combinação linear dos outros.

4. Qual a diferença básica entre mapeamento e transformação? Para que isso é usado em computação gráfica?

A diferença ~~[illegible]~~ básica é que a saída da transformação é um vetor. Na computação gráfica isso é utilizado como uma forma de representar matrizes e assim, representar imagens.

5. O que é um referencial?

É um par constituído de orientação e Posição. Orientação, referencial fixado em um lugar ou um corpo. Posição, é a translação em relação a uma origem.

6. Explique o que é uma transformação linear? E uma transformação afim?

Transformação linear é um tipo de função que, para todos os vetores u e v obedecem as operações de adição vetorial e multiplicação por escalar. Transformação afim é uma transformação linear com uma translação, então é dita afim, ex.: $y = \underbrace{mx}_{\text{Linear}} + \underbrace{b}_{\text{Translação}}$

7. Quais as transformações 3D mais comuns? Coloque também a representação de cada uma em forma matricial.

Translação, Escala e Rotação.

→ Translação:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}$$

→ Escala:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

→ Rotação: (PODE SER EM x, y e z)

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta & 0 \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

8. O que são coordenadas homogêneas? O que são transformações homogêneas? Represente a notação para uma transformação homogênea genérica em 3D, em sua forma matricial.

São coordenadas que tem por objetivo otimizar as aplicações das operações matriciais. Este conceito acrescenta uma componente w no vetor de valor 1.

As transformações homogeneas permitem escrever as translações como matrizes de transformação.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

9. Dado o ponto $P_1 = (2,1,1)$, calcule o ponto P_2, rotacionado de 60° em torno de X, 45° em torno de Y e 30° em torno de Z, tudo em relação ao mesmo referencial (calcule as novas coordenadas do ponto P_2 no espaço).

$$P_1' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 60° & -\operatorname{sen} 60° \\ 0 & \operatorname{sen} 60° & \cos 60° \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\to P_1}$$

$\Rightarrow$ Rotação 60° em x

$$P_1' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \underset{3\times 3}{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & -0,87 \\ 0 & 0,87 & 0,5 \end{bmatrix}} \cdot \underset{3\times 1}{\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}}$$

$$P_1' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.2 + \cancel{0.1} + \cancel{0.1} \\ \cancel{0.2} + 0,5.1 - 0,87.1 \\ \cancel{0.2} + 0,87.1 + 0,5.1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -0,37 \\ 1,37 \end{bmatrix}$$

$$P_1'' = \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 45° & 0 & \operatorname{sen} 45° \\ 0 & 1 & 0 \\ -\operatorname{sen} 45° & 0 & \cos 45° \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 2 \\ -0,37 \\ 1,37 \end{bmatrix}}_{\to P_1'}$$

$\Rightarrow$ Rotação 45° em Y

$$P_1'' = \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} = \underset{3\times 3}{\begin{bmatrix} 0,7 & 0 & 0,7 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0,7 & 0 & 0,7 \end{bmatrix}} \cdot \underset{3\times 1}{\begin{bmatrix} 2 \\ -0,37 \\ 1,37 \end{bmatrix}}$$

$$P_1'' = \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,7.2 - \cancel{0.0,37} + 0,7.1,37 \\ \cancel{0.2} - 1.0,37 + \cancel{0.1,37} \\ -0,7.2 - \cancel{0.0,37} + 0,7.1,37 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,36 \\ -0,37 \\ -0,44 \end{bmatrix}$$

$$P_1''' = \begin{bmatrix} x''' \\ y''' \\ z''' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 30° & -\operatorname{Sen} 30° & 0 \\ \operatorname{Sen} 30° & \cos 30° & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2,36 \\ -0,37 \\ -0,44 \end{bmatrix}$$

$\rightarrow P_1''$

$\Rightarrow$ Rotação 30° em z

$$P_1''' = \begin{bmatrix} x''' \\ y''' \\ z''' \end{bmatrix} = \underset{3\times 3}{\begin{bmatrix} 0,87 & -0,5 & 0 \\ 0,5 & 0,87 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}} \cdot \underset{3\times 1}{\begin{bmatrix} 2,36 \\ -0,37 \\ -0,44 \end{bmatrix}}$$

$$P_1''' = \begin{bmatrix} x''' \\ y''' \\ z''' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,87.2,36 - 0,5.-0,37 - \cancel{0,44.0} \\ 0,5.2,36 - 0,37.0,87 - \cancel{0,44.0} \\ \cancel{0.2,36} - \cancel{0,37.0} - 0,44.1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,24 \\ 0,86 \\ -0,44 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{P_1''' = P_2 = (2,24\ ,\ 0,86\ ,\ -0,44)}$$

10. Aplique uma translação de (3, −4, 5) no resultado da questão anterior.

$$P_{2\,(Trans.)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{4\times4} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 2{,}24 \\ 0{,}86 \\ -0{,}44 \\ 1 \end{bmatrix}}_{4\times1} \rightarrow P_1'''$$

$$P_{2\,(Trans)} = \begin{bmatrix} 1\cdot2{,}24 + \cancel{0\cdot0{,}86} - \cancel{0\cdot0{,}44} + 3\cdot1 \\ \cancel{0\cdot2{,}24} + 1\cdot0{,}86 - \cancel{0\cdot0{,}44} - 4\cdot1 \\ \cancel{0\cdot2{,}24} + \cancel{0\cdot0{,}86} - 1\cdot0{,}44 + 5\cdot1 \\ \cancel{0\cdot2{,}24} + \cancel{0\cdot0{,}86} - \cancel{0\cdot0{,}44} + 1\cdot1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5{,}24 \\ -3{,}14 \\ 4{,}56 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{P_{2\,(trans)} = (5{,}24\,,\ -3{,}14\,,\ 4{,}56\,,\ 1)}$$

~~11. Repita os dois exercícios anteriores, combinando as matrizes e vetores usados em uma única transformação homogênea.~~

→ Como já foi calculada a rotação, também temos a opção de apenas somar as coordenadas da translação ao ponto P_2.:

$$P_{2\,(Trans.)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 2{,}24 \\ 0{,}86 \\ -0{,}44 \end{bmatrix}}_{\hookrightarrow P_2} + \underbrace{\begin{bmatrix} 3 \\ -4 \\ 5 \end{bmatrix}}_{\text{Translação}} = \begin{bmatrix} 5{,}24 \\ -3{,}14 \\ 4{,}56 \end{bmatrix}$$

11. Repita os dois exercícios anteriores, combinando as matrizes e vetores usados em uma transformação homogênea única.

$$Rot_{xyz} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 60° & -\operatorname{sen} 60° \\ 0 & \operatorname{sen} 60° & \cos 60° \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos 45° & 0 & \operatorname{sen} 45° \\ 0 & 1 & 0 \\ -\operatorname{sen} 45° & 0 & \cos 45° \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos 30° & -\operatorname{sen} 30° & 0 \\ \operatorname{sen} 30° & \cos 30° & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ROTAÇÃO 60° EM X — 45° EM Y — 30° EM Z

(Generalização da rotação)

$$Rot_{xyz} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}5 & -0{,}87 \\ 0 & 0{,}87 & 0{,}5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0{,}7 & 0 & 0{,}7 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0{,}7 & 0 & 0{,}7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0{,}87 & -0{,}5 & 0 \\ 0{,}5 & 0{,}87 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Rot_{xyz} = \begin{bmatrix} 0{,}61 & 0{,}28 & 0{,}74 \\ 0{,}35 & 0{,}74 & -0{,}57 \\ -0{,}7 & 0{,}61 & 0{,}35 \end{bmatrix} //$$

Trans — P_1

$$P_2(\text{Trans}) = \underset{4\times 4}{\begin{bmatrix} 0{,}61 & 0{,}28 & 0{,}74 & 3 \\ 0{,}35 & 0{,}74 & -0{,}57 & -4 \\ -0{,}7 & 0{,}61 & 0{,}35 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}} \cdot \underset{4\times 1}{\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}}$$

$$P_2(\text{Trans}) = \begin{bmatrix} 5{,}24 \\ -3{,}14 \\ 4{,}56 \\ 1 \end{bmatrix}$$

12. O que você entende por ângulos de Euler?

É uma forma alternativa para rotações 3D. Ângulos de Euler são rotações em torno de cada eixo, conhecidos por: row, Pitch e Yaw.

13. Descreva suscintamente como se representa ~~uma~~ uma rotação por quatérnios.

Os quatérnios nos fornecem um sistema de representação mais adequado para operar sobre rotações. São quatro parâmetros que definem um quatérnio, quatro números reais a, b, c e d. Além disso, possuem 3 componentes diferentes para sua parte imaginária i, j e k.

$q = (s, \vec{v})$

$q\bar{q} = 1.$

$$q = a + bi + cj + dk$$

Assim, nós aplicamos um quatérnio unitário sobre um ponto $\vec{r}(r_x, r_y, r_z)$ que queremos rotacionar e que é representado por um quatérnio nulo $P = (0, \vec{r})$.

14. Dadas as matrizes A, B, C, D e E e o ponto P, como seria a transformação única que representa a combinação da sequência de transformações A aplicada a P, depois B aplicada ao resultado disso e assim sucessivamente até E aplicado ao resultado das operações anteriores, numa única matriz?

$$\left[\begin{array}{c} P' \\ \hline 1 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{ccc|c} \multicolumn{3}{c|}{\boxed{((((A \times B) \times C) \times D) \times E)}} & P_2 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} \boxed{P} \\ \hline 1 \end{array}\right]$$

→ Exemplo com transformação homogênea.

15. Especifique a matriz que descreve uma rotação de 30° em torno do eixo (1, 1, 1). Aplique a transformação definida pela matriz anterior sobre o ponto (-1, 1, 1), ou seja, calcule o ponto resultante, e translade este novo ponto resultante pelo vetor (1, 1, 1). Faça o mesmo usando uma única matriz para descrever todas as transformações realizadas (sugestão: use coordenadas homogêneas).

* Rotação Arbitrária * (FÓRMULA)

Rotação de 30° ; Eixo (1,1,1) ;

$$M((1,1,1),30^\circ) = \begin{bmatrix} \cos 30^\circ + (1-\cos 30^\circ).1^2 & (1-\cos 30^\circ).1.1-(\operatorname{sen}30^\circ).1 & (1-\cos 30^\circ).1.1+\operatorname{sen}30^\circ.1 \\ (1-\cos 30^\circ).1.1+(\operatorname{sen}30^\circ).1 & \cos 30^\circ+(1-\cos 30^\circ).1^2 & (1-\cos 30^\circ).1.1-\operatorname{sen}30^\circ.1 \\ (1-\cos 30^\circ).1.1-(\operatorname{sen}30^\circ).1 & (1-\cos 30^\circ).1.1+(\operatorname{sen}30^\circ).1 & \cos 30^\circ+(1-\cos 30^\circ).1^2 \end{bmatrix}$$

$$M((1,1,1),30^\circ) = \begin{bmatrix} 1 & -0,37 & 0,63 \\ 0,63 & 1 & -0,37 \\ -0,37 & 0,63 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P = \underbrace{\underset{4\times4}{\begin{bmatrix} 1 & -0,37 & 0,63 & 0 \\ 0,63 & 1 & -0,37 & 0 \\ -0,37 & 0,63 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}} \cdot \underset{4\times1}{\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}}}_{\text{Calculado no Pc}} = \underset{4\times1}{\begin{bmatrix} -0,74 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}}$$

$$P(\text{Trans}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0,74 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,26 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

OK

* Por Coordenada Homogênea *

$$P(\text{Trans}) = \begin{bmatrix} 1 & -0,37 & 0,63 & 1 \\ 0,63 & 1 & -0,37 & 1 \\ -0,37 & 0,63 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,26 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$