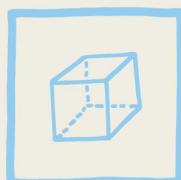
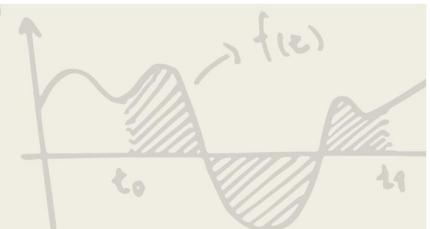


meSalva!

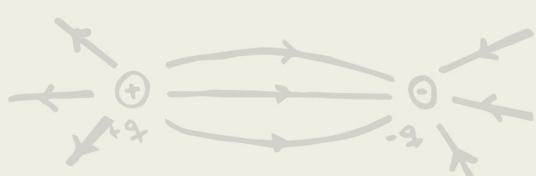


FUNÇÕES II EXPONENCIAIS E LOGARITMOS



MESOPOTÁMIA,
ASPECTOS CULTURAIS

AFFIXOS
CONTROLADORES
SUFIXO
NAL DE
SIGNIFICAÇÃO
MENTE
CAFETERIA



MÓDULOS CONTEMPLADOS

- ✓ IXPN - Introdução a exponenciais
- ✓ EQXP - Equações exponenciais (redução de base)
- ✓ LOGT - Logaritmos
- ✓ PLOG - Propriedades dos logaritmos
- ✓ EQLG - Equações logarítmicas
- ✓ FEXP - Funções exponenciais
- ✓ FLOG - Funções logarítmicas
- ✓ EXLG - Exercícios de Exponenciais e Logaritmos
- ✓ INXP - Inequações logarítmicas e exponenciais



meSalva!

CURSO

DISCIPLINA

CAPÍTULO

PROFESSORES

EXTENSIVO 2017

MATEMÁTICA

FUNÇÕES II - APÊNDICE

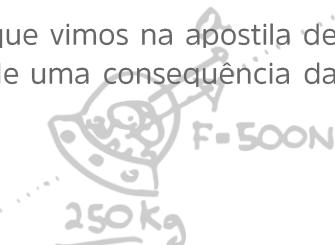
TAMARA SALVATORI, ARTHUR
LOVATO

FUNÇÕES II - APÊNDICE

DEMONSTRAÇÕES DAS PROPRIEDADES LOGARÍTMICAS

Veja abaixo as demonstrações das propriedades que vimos na apostila de Funções II. Para as duas primeiras precisamos lembrar de uma consequência da definição:

$$\log_a a^n = n$$



LOGARITMO DO PRODUTO

meSalva!

Lembre que $a^x \cdot a^y = a^{(x+y)}$.

A partir disso, acompanhe o logaritmo do produto:

$$\log_2(4 \cdot 8) = \log_2(2^2 \cdot 2^3) = \log_2 2^{(2+3)}$$

Lembrando da consequência da definição, somamos os expoentes para ter a resposta: $2 + 3 = 5$.

Agora veja a soma de logaritmos:

$$\log_2 4 + \log_2 8 = \log_2 2^2 + \log_2 2^3$$

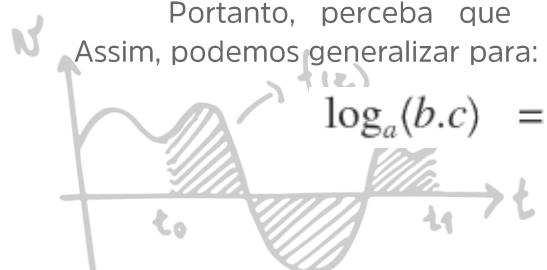
A partir da consequência da definição, teremos que $2 + 3 = 5$.

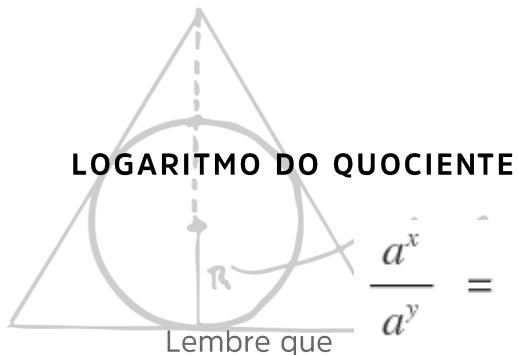
$$\log_2(4 \cdot 8) = \log_2 4 + \log_2 8$$

Portanto, perceba que

Assim, podemos generalizar para:

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$





$$\frac{a^x}{a^y} = a^{(x-y)}$$

A partir disso, acompanhe o logaritmo do quociente:

$$\log_2\left(\frac{16}{4}\right) = \log_2\left(\frac{2^4}{2^2}\right) = \log_2 2^{(4-2)} = 2$$

Lembrando da consequência da definição, devemos resolver o expoente $4 - 2 = 2$.

Agora veja a subtração de logaritmos:

$$\log_2 16 - \log_2 4 = \log_2 2^4 - \log_2 2^2$$

A partir da consequência da definição, teremos que $4 - 2 = 2$.

$$\log_2\left(\frac{16}{4}\right) = \log_2 16 - \log_2 4$$

Portanto, veja que

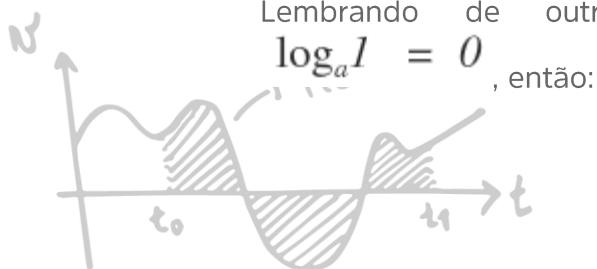
Assim, generalizamos para:

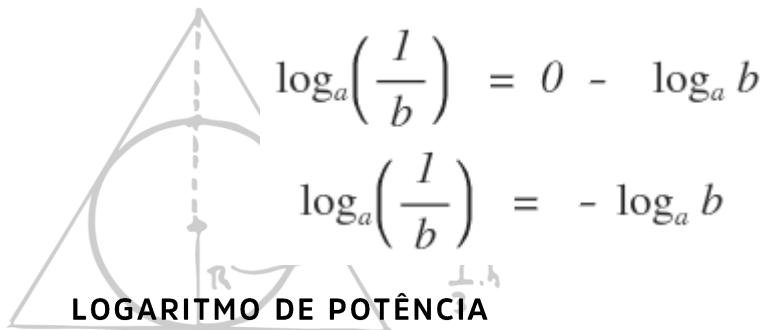
$$\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a\left(\frac{1}{b}\right) = \log_a 1 - \log_a b$$

Caso particular:

Lembrando de outra consequência da definição:





$$\log_a\left(\frac{1}{b}\right) = 0 - \log_a b$$

$$\log_a\left(\frac{1}{b}\right) = -\log_a b$$

Veja o logaritmo de potência igualado a x : $\log_a b^n = x$ e outro

logaritmo igualado a y : $\log_a b = y$. Resolvendo, teremos que: $a^x = b^n$ e $a^y = b$. Perceba que $b^n = (a^y)^n$, já que $b = a^y$, então $b^n = a^{yn} = a^x$. Se $a^{yn} = a^x$, então $yn = x$, ou $x = yn$. Lembre que

$\log_a b^n = x$ e $\log_a b = y$, assim:

$$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$$

MUDANÇA DE BASE

A mudança de base é feita aplicando a seguinte fórmula:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Vamos considerar que:

$$\log_a b = p$$

$$\log_c b = q$$

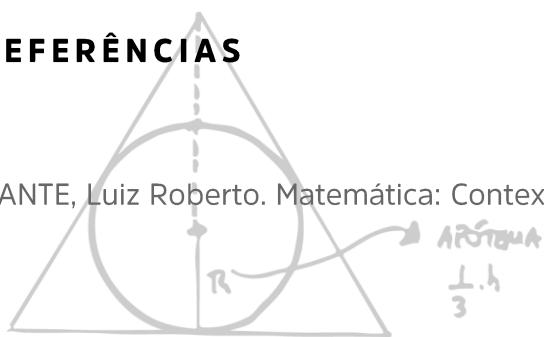
$$\log_c a = r$$

Resolvendo esses logaritmos, chegaremos em $a^p = b$, $c^q = b$ e $c^r = a$. Veja que $b = c^q = a^p$. Como $a = c^r$, se elevarmos ambos lados a p , chegaremos a $a^p = (c^r)^p = c^{rp}$. Então, se $c^q = c^{rp}$, então $q = rp$, ou $p = q/r$, que é o mesmo que:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

REFERÊNCIAS

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: Contexto & Aplicações. São Paulo: Ática, 2010.



meSalva!

