GEOMETRIA
PLANA II

MÓDULOS CONTEMPLADOS

- ✓ ANGL - Ângulos
- ✓ TRGL - Triângulos
- ✓ PITG - Teorema de Pitágoras
- ✓ STRT - Semelhança de Triângulos e Teorema de Tales
- ✓ TRET - Trigonometria do Triângulo Retângulo
- ✓ EXPL - Exercícios de geometria plana II

CURSO	EXTENSIVO 2017
DISCIPLINA	MATEMÁTICA
CAPÍTULO	GEOMETRIA PLANA II
PROFESSORES	ARTHUR LOVATO, TAMARA SALVATORI

GEOMETRIA PLANA II

ÂNGULOS

Nesse período intenso de estudos que você está vivendo, já deve ter passado por situações em que sentia dor nas costas devido à má postura durante a leitura de suas apostilas, certo? Essas dores acometem geralmente pessoas que passam bastante tempo sentadas trabalhando/estudando. Por esse motivo, é importante que as cadeiras utilizadas por essas pessoas sejam adequadas a seus corpos e a seus postos de trabalho e, ainda, que estejam com o encosto na inclinação correta, para evitar desconfortos posteriores. Essa inclinação é dada por um ângulo entre as costas e as pernas do trabalhador/estudante, de modo que ele fique confortável para realizar suas tarefas.

Pensando nessa questão, vamos aprender a partir de agora quais são os tipos de ângulos que existem e como eles se relacionam com o nosso cotidiano. Você vai ver que trabalha com ângulos muito mais do que imagina: desde a rua íngreme que você pretende subir de bicicleta até o cálculo mental que precisa fazer para encaçapar uma bola num jogo de sinuca.

ÂNGULO RETO

É formado por duas retas perpendiculares, resultando em um ângulo de 90°. É representado como um quadrado com um pontinho no meio, como é possível ver na figura abaixo. Esses ângulos são vastamente utilizados. É possível observá-los em cantos de portas, em quinas de mesas e de goleiras, no encontro entre a parede e o chão, entre outros diversos exemplos.

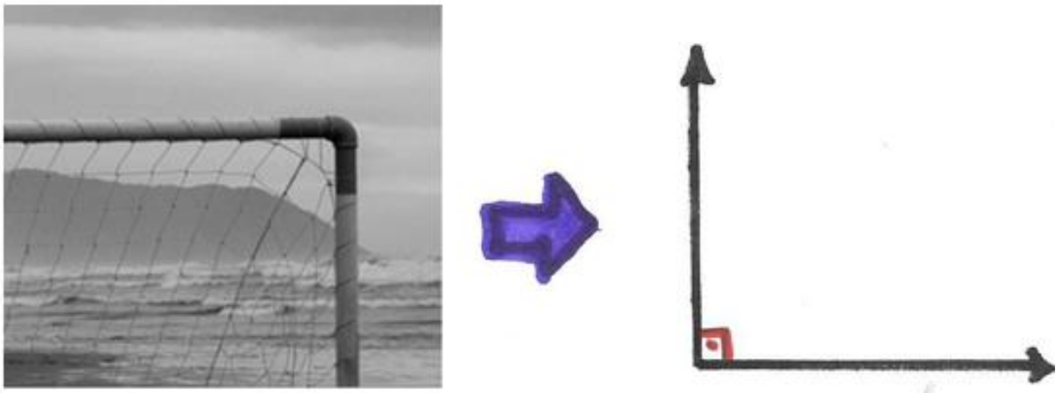


IMAGEM 1: CANTO DE GOLEIRA E ÂNGULO RETO.

ÂNGULO AGUDO

Os ângulos menores do que 90° são denominados ângulos agudos. Dentre as inúmeras aplicações, estão as rampas de acesso para pessoas com deficiência ou para garagens de automóveis.

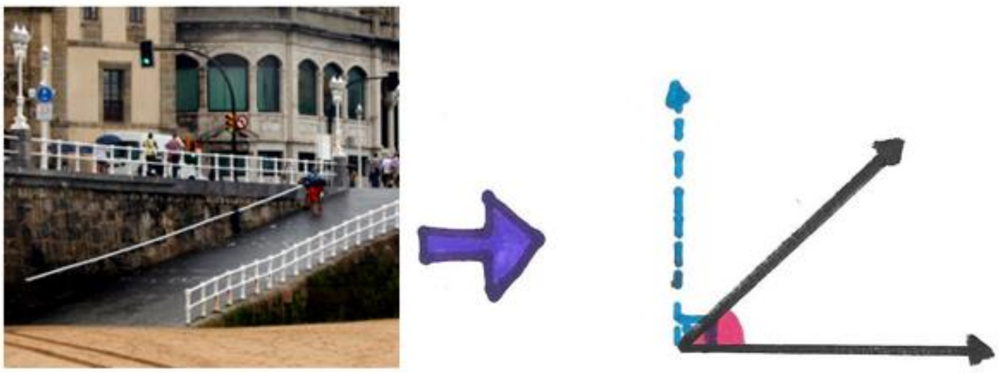


IMAGEM 2: RAMPA E ÂNGULO AGUDO.

ÂNGULO OBTUSO

Os ângulos maiores do que 90° são chamados de ângulo obtusos. Você encontra ângulos desse tipo enquanto lê essa apostila, certo?

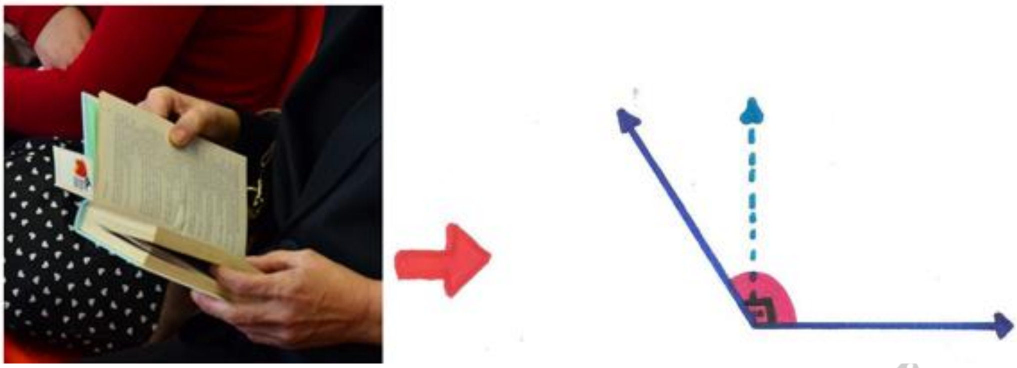


IMAGEM 3: ABERTURA DE UM LIVRO E ÂNGULO OBTUSO.

Agora que já sabemos os "nomes" de cada tipo de ângulo, vamos ver como eles se relacionam entre si?

ÂNGULOS COMPLEMENTARES E SUPLEMENTARES

Temos ângulos complementares se a soma dos ângulos resulta em 90°:

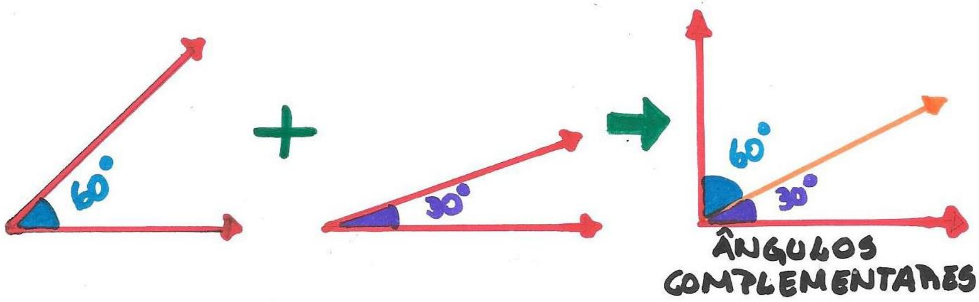


IMAGEM 4: SOMA DE ÂNGULOS FORMANDO ÂNGULOS COMPLEMENTARES.

Mas, se a soma resultar em 180°, teremos, então, ângulos suplementares:

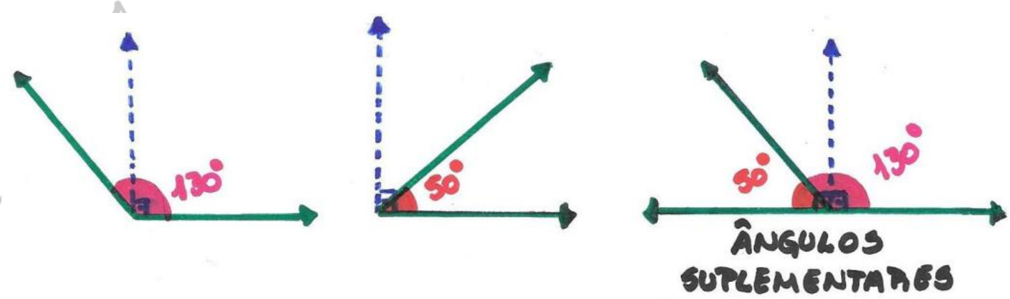


IMAGEM 5: SOMA DE ÂNGULOS FORMANDO ÂNGULOS SUPLEMENTARES.

Podemos, ainda, fazer relações entre os ângulos formados entre duas retas paralelas cortadas por uma transversal. A "interação" entre os ângulos que será abordada nessa etapa vai nos ajudar bastante e sempre!

ÂNGULOS ALTERNOS INTERNOS

São ângulos formados entre as retas paralelas. Assim, no caso dos ângulos abaixo, d é o ângulo alterno interno de f e c é alterno interno de e.

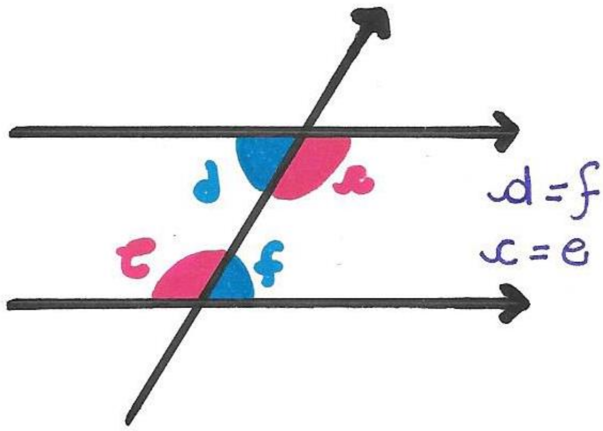


IMAGEM 6: REPRESENTAÇÃO DOS ÂNGULOS ALTERNOS INTERNOS.

ÂNGULOS ALTERNOS EXTERNOS

São os ângulos formados acima ou abaixo das retas paralelas. No caso abaixo, a é alterno externo de g e b é alterno externo de h.

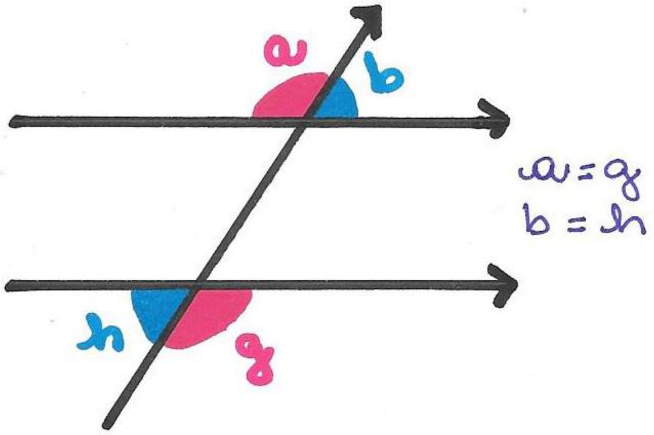


IMAGEM 7: REPRESENTAÇÃO DOS ÂNGULOS ALTERNOS EXTERNOS.

ÂNGULOS COLATERAIS INTERNOS

Ângulos colaterais entre duas retas paralelas, se somados, devem resultar em 180° e portanto, também são ângulos complementares. Como são internos, são os ângulos entre as retas paralelas.

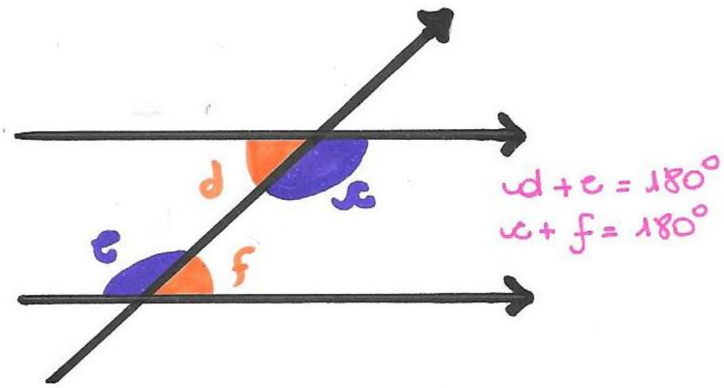


IMAGEM 8: REPRESENTAÇÃO DOS ÂNGULOS COLATERAIS INTERNOS.

Perceba que além de d + e = 180 e c + f = 180, os ângulos d + c e e + f também resultam em 180°.

ÂNGULOS COLATERAIS EXTERNOS

Já sabemos que a soma deles deve resultar em 180°. Como são externos, são os ângulos acima ou abaixo das retas paralelas

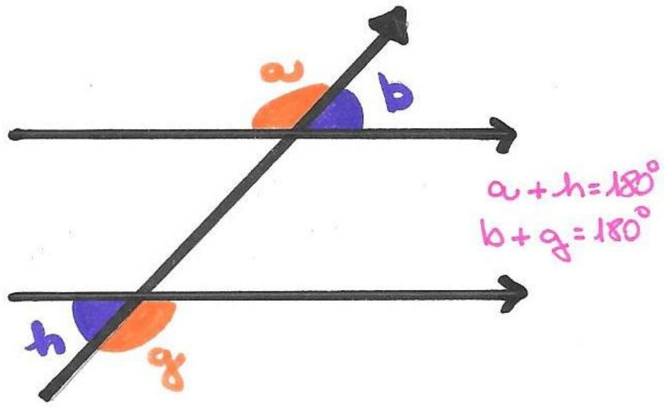


IMAGEM 9: REPRESENTAÇÃO DOS ÂNGULOS COLATERAIS EXTERNOS.

Assim como no caso anterior, note que além de a + h = 180° e b + g = 180°, os ângulos a + b e h + g também resultam em 180°.

ÂNGULOS CONGRUENTES

São ângulos iguais! Perceba que a primeira reta horizontal cortada pela transversal tem os mesmos ângulos que a segunda reta horizontal cortada pela mesma transversal.

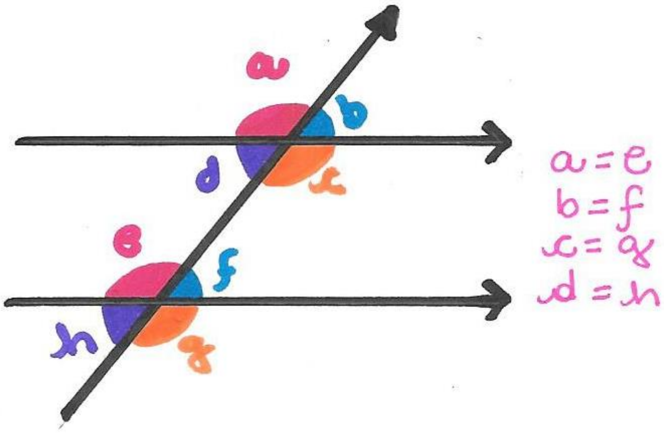


IMAGEM 10: REPRESENTAÇÃO DOS ÂNGULOS CONGRUENTES.

Ótimo! Agora que já vimos tudo isso, que tal voltarmos ao problema inicial da postura na cadeira? Dê uma olhada na figura abaixo:

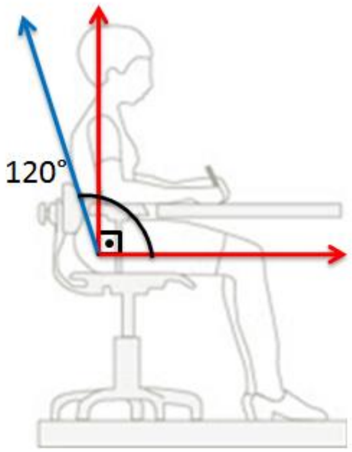


IMAGEM 11: INCLINAÇÃO DAS COSTAS DE UMA PESSOA ENQUANTO ESTUDA.

Perceba que temos um ângulo reto (de 90°) e um ângulo obtuso de 120°, né? Então, segundo a ergonomia, o ângulo formado entre as pernas e as costas do estudante deve estar entre 90° e 120° para evitar problemas na coluna. É claro que não é apenas isso que conta para que a pessoa tenha uma boa postura ao ficar nessa posição. Também há a questão da altura da mesa, da altura da cadeira, etc., mas é importante que você perceba como os ângulos estão presentes onde menos esperamos!

Na próxima seção faremos relações entre esses ângulos que já estudamos e os triÂNGULOS, mas antes resolva os exercícios abaixo.

O ângulo complementar o 40° é:

a) 40°

b) 20°

c) 140°

d) 320°

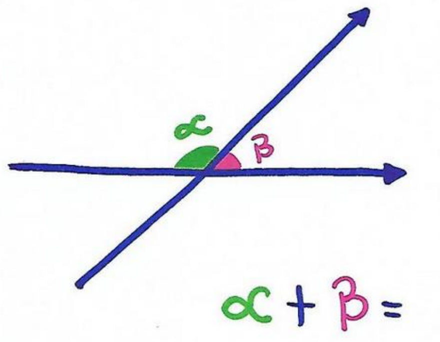
e) 50°

Alternativa correta: E

Módulo: ANGL – Ângulos

Lista: ANGL04EX – Exercícios de Compreensão #2

Quanto vale a soma dos ângulos da figura abaixo?



a) 0°

b) 45°

c) 90°

d) 180°

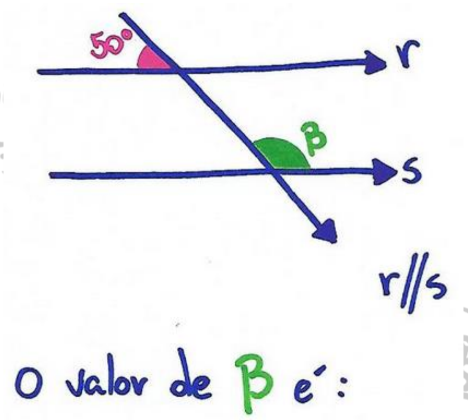
e) 360°

Alternativa correta: D

Módulo: ANGL – Ângulos

Lista: ANGL06EX – Exercícios de Compreensão #1

Na figura abaixo, quanto vale o ângulo β?



a) 50°

b) 40°

c) 25°

d) 130°

e) 310°

Alternativa correta: D

Módulo: ANGL – Ângulos

Lista: ANGL06EX – Exercícios de Compreensão #2

TRIÂNGULOS

Você, com certeza, tem bastante familiaridade com triângulos desde a infância, quando aprendeu as formas geométricas (juntamente com o quadrado e o círculo), mas já parou para pensar nas inúmeras aplicações dessa forma e o quanto ela é utilizada? Assim como você manipula triângulos desde criancinha, a humanidade os explora desde as primeiras civilizações, utilizando-os em construções ou para calcular distâncias impossíveis de medir, como a distância da Terra à Lua, e ainda para saber as horas, com os relógios de sol. Então, já que os triângulos são tão importantes, vamos abordar quais são seus principais tipos?

Primeiramente, a soma dos três ângulos de um tri-ângulo é SEMPRE 180°. Se a conta não fechar, ou não está certa, ou não é um triângulo, ok? Se você quiser ver a prova disso, dá uma olhada nos Apêndices dessa apostila. Contudo, os ângulos de um triângulo podem variar, fazendo com que eles, apesar de triângulos, tenham configurações diferentes. É isso que veremos a partir de agora!

TRIÂNGULO RETÂNGULO

Pense nesse triângulo como um retângulo cortado na diagonal. Isso significa que um dos ângulos será de 90° e os outros dois se complementam (a soma resulta em 90°, lembra?), para que, ao todo, tenhamos 180°. Consegue enxergar um triângulo retângulo (ou vários) nas gangorras da figura abaixo? Essa é apenas uma das formas de encontrá-lo no nosso dia a dia.

IMAGEM 12: GANGORRAS E TRIÂNGULO RETÂNGULO.

TRIÂNGULO EQUILÁTERO

Triângulos equiláteros possuem os três lados iguais (equi = igual, latero = lado) e os três ângulos iguais. Isso significa que seus ângulos só podem medir 60° (60° x 3 = 180°). Na imagem abaixo, em cada lado do triângulo cabem 5 bolas de sinuca; assim, temos um triângulo equilátero.

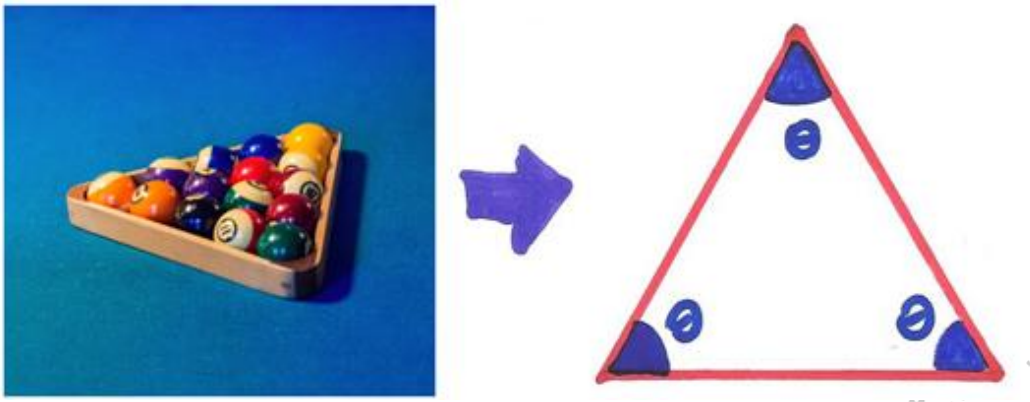


IMAGEM 13: TRIÂNGULO ORGANIZANDO BOLAS DE SINUCA E TRIÂNGULO EQUILÁTERO.

Triângulo qualquer: Percebe que o telhado da construção da figura é bastante irregular, certo? Então, um triângulo qualquer, além de ter medidas de lados diferentes, possui ângulos diferentes.

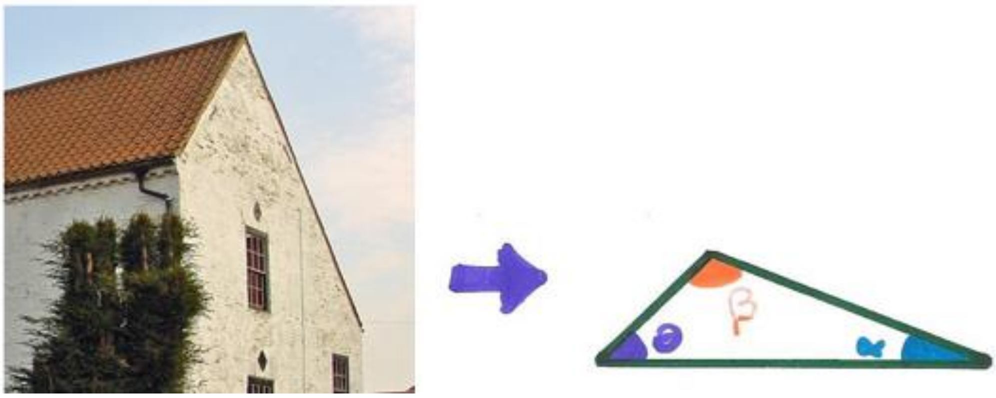


IMAGEM 14: TELHADO IRREGULAR E TRIÂNGULO QUALQUER.

Agora que você já sabe quais são os tipos de triângulo, vamos dar uma olhada no relógio de sol da figura abaixo.

IMAGEM 15: RELÓGIO DE SOL.

Ao centro, temos um triângulo retângulo que, conforme o Sol incide, forma uma sombra, indicando o horário. Genial, né? É por isso que os triângulos são tão amados e você vai amá-los também! ;)

Resolva os exercícios abaixo:

A soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é:

a) 90°

b) 100°

c) 150°

d) 180°

e) 360°

Alternativa correta: D

Módulo: TRGL – Triângulos

Lista: TRGL04EX – Exercícios de Compreensão #1

O valor dos ângulos em um triângulo equilátero, obrigatoriamente é:

a) 30°

b) 60°

c) 80°

d) 90°

e) 180°

Alternativa correta: B

Módulo: TRGL – Triângulos

Lista: TRGL04EX – Exercícios de Compreensão #2

A partir de agora seremos capazes de realizar cálculos utilizando os triângulos. Primeiramente, vamos utilizar os lados para depois podermos relacionar os ângulos. Animado? Então, vamos lá!

PITÁGORAS

Considere uma situação em que você quer construir uma casinha para seu cachorro e decidiu seguir o desenho abaixo.

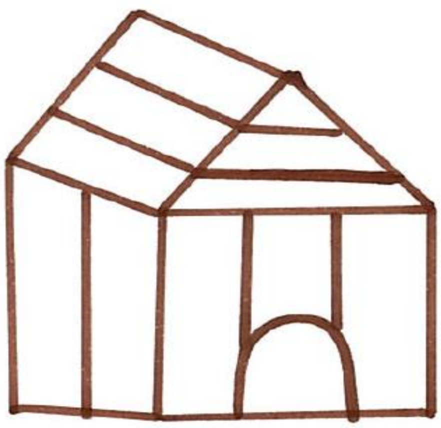


IMAGEM 16: REPRESENTAÇÃO DA CASINHA DO CACHORRO.

A base foi fácil e você já fez: é um cubo de 80 centímetros de lado. A próxima etapa é construir o telhado. Você já definiu que ele terá 30 centímetros de altura (a partir da base), mas agora precisa saber o tamanho das madeiras que deve comprar para as laterais desse telhado, que formam um triângulo. E agora? Como resolver esse problema? Temos aqui relações trigonométricas e geométricas envolvidas e, para resolvê-lo, será necessário que você domine o Teorema de Pitágoras, que abordaremos a seguir!

TEOREMA DE PITÁGORAS

Para que possamos entender alguns conceitos, costumamos iniciar por situações mais simples. Então dá uma olhada nesse triângulo aí embaixo. Sabendo que um dos ângulos dele é de 90° você já consegue perceber que é um triângulo retângulo, né?

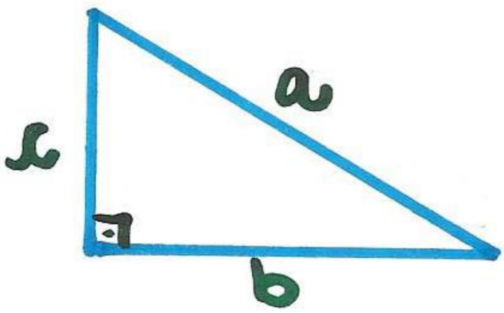


IMAGEM 17: TRIÂNGULO RETÂNGULO.

Beleza! O tal Teorema de Pitágoras apresenta uma relação entre os lados de um triângulo retângulo, dada por essa equação aí embaixo:

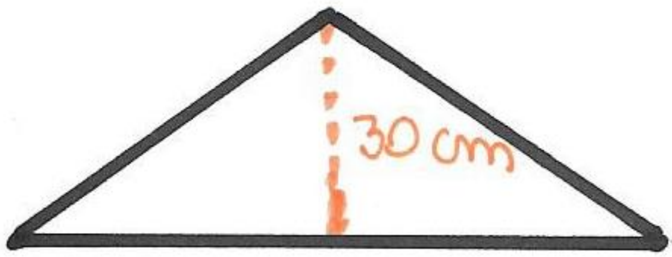
$$a^2 = b^2 + c^2$$

Se você quiser, pode ver a demonstração desse teorema no Apêndice, ok?

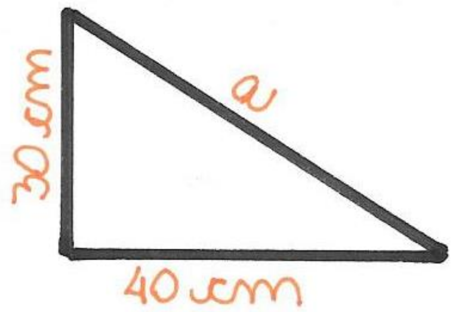
Cada um desses lados tem um "nome" diferente. Então, a é a hipotenusa e b e c os catetos. Essa relação possibilita que a gente calcule a, b ou c tendo informação sobre os outros dois.

Tá, mas e como isso influencia no problema da casinha do cachorro? Vamos ver!

Vamos lembrar que a base da casinha tem 80 centímetros de lado e que é um cubo, ou seja, todos os seus lados são iguais. Além disso, você já tinha definido que a altura do telhado seria de 30 centímetros, certo? Então, vamos colocar isso em uma desenho, assim fica mais fácil de perceber:



Ok, mas não temos como aplicar o Teorema de Pitágoras da forma como desenhamos nosso triângulo, afinal, é necessário que seja um triângulo retângulo para funcionar, certo? Então, vamos tentar de outra forma; vamos cortar esse triângulo ao meio, nomeando a parte que queremos identificar como a.



Opa! Agora já temos algo que nos interessa! Está exatamente na mesma forma que vimos antes. Queremos encontrar justamente a, que é o tamanho da madeira que você precisa comprar. Então, vamos aplicar o teorema!

$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$a^2 = 30^2 + 40^2$$
$$a = \sqrt{30^2 + 40^2}$$
$$a = \sqrt{2500}$$
$$a = 50 \text{ centímetros}$$

Agora você já sabe, portanto, que precisa comprar quatro pedaços de madeira de 50 cm de comprimento para construir a base do telhado e fez isso utilizando Pitágoras! O seu amigo canino agora tem um abrigo! =D

Resolva os exercícios abaixo:

O único triângulo retângulo abaixo é:

a) 1 , 2 , 3

b) 3 , 3 , 5

c) 12 , 16 , 20

d) 16 , 20 , 50

e) 10 , 10 , 100

Alternativa correta: C

Módulo: PITG – Teorema de Pitágoras

Lista: PITG04EX – Exercícios de Compreensão #1

Para que um triângulo com catetos 5cm e 12cm seja retângulo, o valor da hipotenusa deve obrigatoriamente ser:

a) 10

b) 11

c) 12

d) 13

e) 14

Alternativa correta: D

Módulo: PITG – Teorema de Pitágoras

Lista: PITG04EX – Exercícios de Compreensão #2

SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Enquanto alguns estudantes, durante as férias, vão à praia ou ficam na cidade, Beto foi visitar seus tios em um lugar privilegiado no interior. Depois de tanto descansar, Beto pediu que seu tio o deixasse ajudar em uma tarefa específica: a construção de uma ponte para que fosse mais fácil visitar os parentes do outro lado do rio. O grande problema é que o tio não sabia qual era a distância entre uma margem e outra.

Felizmente, Beto prestou bastante atenção às aulas de geometria e explicou ao tio que era uma questão simples de resolver utilizando o método da paralaxe e a semelhança de triângulos. Com algumas medidas de um lado do rio, poucos minutos depois Beto já tinha conseguido o resultado da distância. Você tem ideia de como Beto resolveu esse problema tão facilmente? Então, vamos dar uma olhada nesses conceitos de semelhança, assim ficará mais claro!

IMAGEM 18: PLATAFORMA SOBRE O RIO EM QUE O TIO DE BETO QUER CONSTRUIR UMA PONTE.

A semelhança de triângulos pode ser entendida da seguinte forma. Vamos traçar uma linha DE paralela ao lado AB do triângulo abaixo:

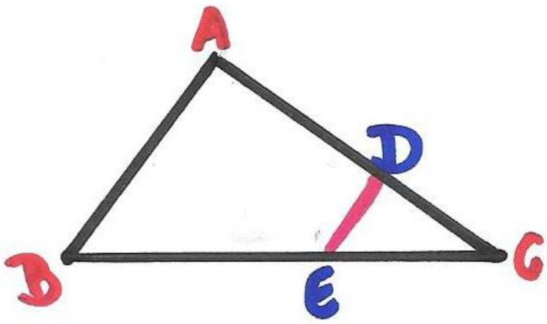


IMAGEM 19: TRIÂNGULO CORTADO POR UMA RETA DE.

Consegue perceber que podemos desenhar dois triângulos a partir disso? Olha aí:

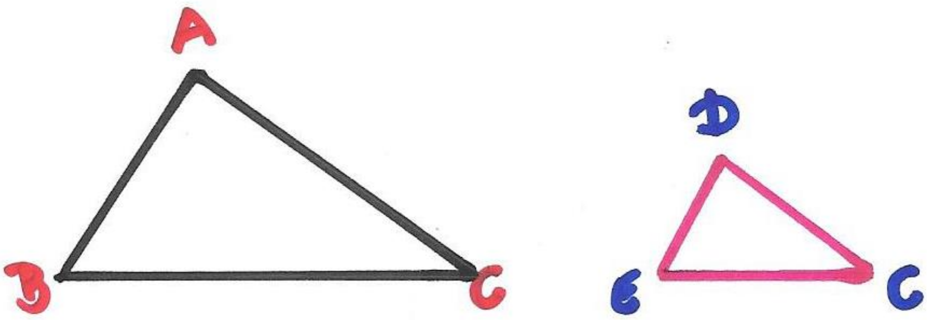


IMAGEM 20: DOIS TRIÂNGULOS FORMADOS A PARTIR DA FIGURA ANTERIOR.

E, a partir dessa “semelhança” entre esses dois triângulos, que na verdade são um só, chegaremos à relação entre os lados dos triângulos, que será bastante útil no futuro:

$$\frac{AB}{DE} = \frac{CA}{CD} = \frac{CB}{CE}$$

Para tentar facilitar a visualização de triângulos semelhantes, é interessante entender como eles podem aparecer nos nossos problemas. Preste atenção:

1ª situação: os triângulos possuem dois ângulos congruentes.

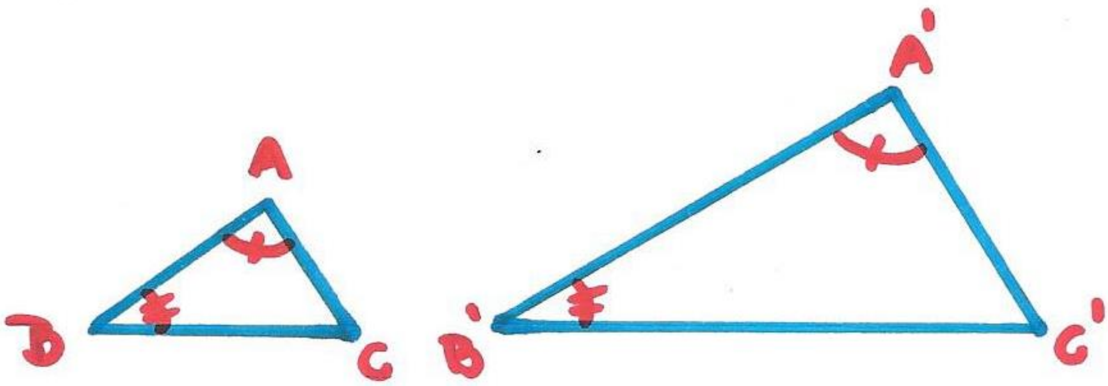


IMAGEM 21: TRIÂNGULOS SEMELHANTES A PARTIR DE DOIS ÂNGULOS CONGRUENTES.

Note que, como há dois ângulos congruentes (iguais) entre os triângulos, o terceiro ângulo, por consequência, também será congruente.

2ª situação: dois lados dos triângulos são proporcionais e os ângulos entre esses lados são congruentes.

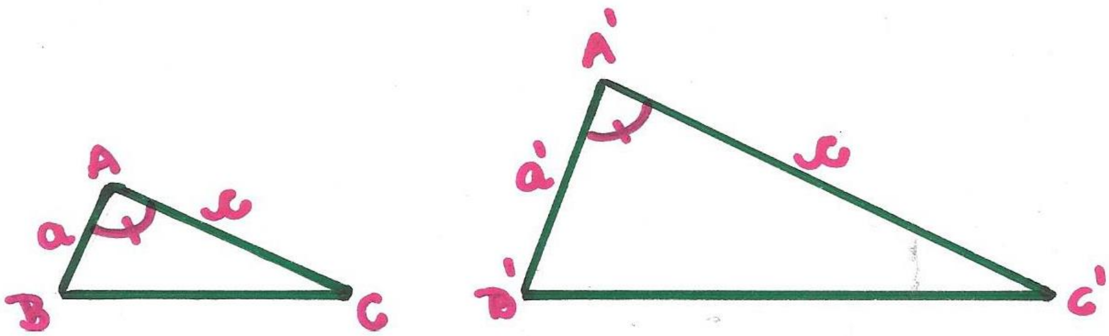


IMAGEM 22: TRIÂNGULOS SEMELHANTES A PARTIR DE DOIS LADOS PROPORCIONAIS E UM ÂNGULO CONGRUENTE.

Como temos dois lados proporcionais (com ângulos entre eles congruentes), por consequência, o terceiro lado deles também será proporcional.

3ª situação: os três lados dos triângulos são proporcionais.

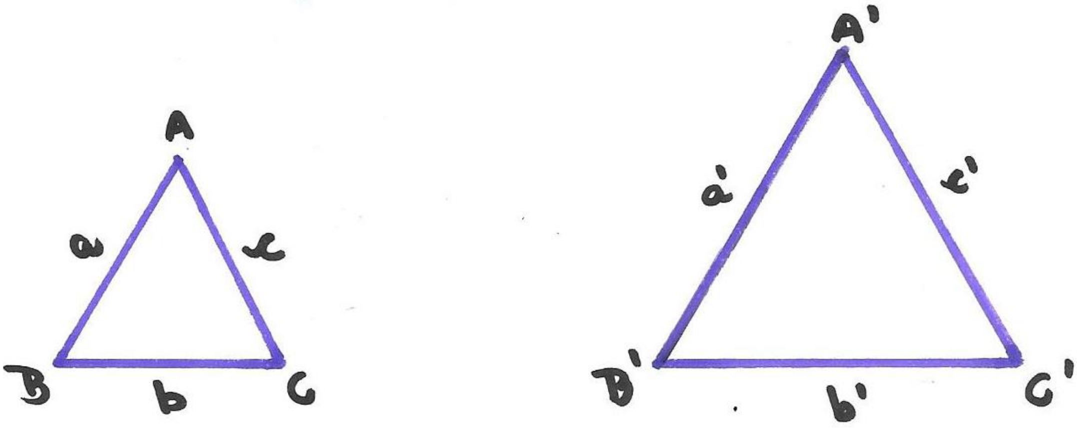


IMAGEM 23: TRIÂNGULOS SEMELHANTES A PARTIR DOS LADOS PROPORCIONAIS.

Ótimo! Então, agora que já entendemos como a semelhança de triângulos funciona, vamos ver o que o Beto fez para calcular a largura do rio. Vamos fazer um esquema como se fosse visto do alto do rio para facilitar, ok? Perceba que, se Beto estivesse no ponto B, ele teria a visão em linha reta até o outro lado do rio, no ponto A; já se Beto estivesse no ponto C, teria uma leve inclinação nessa linha (na linha de visão). Podemos traçar um triângulo imaginário com ABC, certo? As dimensões da plataforma em que o Beto se encontra foram medidas por ele mesmo. Assim, ele sabe que BC vale 3 m. Para poder usar a semelhança de triângulos, Beto traça uma reta DE (que vale 2 m, já que é a largura da plataforma) e mede o segmento CE, chegando ao valor de 0,5 m.

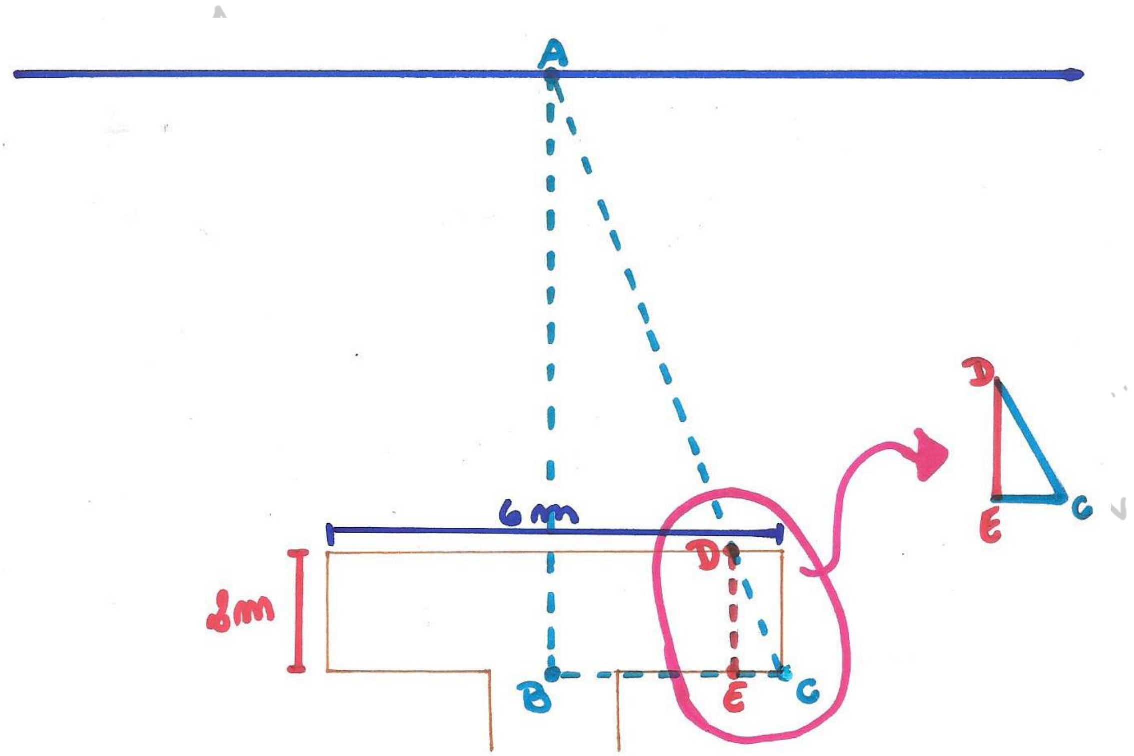


IMAGEM 24: REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DA DISTÂNCIA ENTRE A PLATAFORMA DE UM LADO DO RIO ATÉ O OUTRO LADO.

Agora que ele já traçou os triângulos e sabe os valores dos lados que interessam, basta aplicar a relação da semelhança de triângulos para encontrar a largura do rio:

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EC}$$

$$\frac{AB}{2} = \frac{3}{0{,}5}$$

$$AB = 6.2$$

$$AB = 12 \ m$$

O segmento AB vale 12 m, mas não necessariamente essa é a largura do rio, concorda? Lembra que ele está considerando 2 m de largura da plataforma. Então, no fim das contas, a distância entre uma margem do rio e a outra é de 10 m. Assim, o tio do Beto resolveu o problema, com a ajuda da nossa maravilhosa geometria e do método da paralaxe! Aliás, esse método é muito utilizado pelos astrônomos/astrofísicos para calcular a distância de estrelas!

Resolva os exercícios abaixo:

Quando dizemos que dois triângulos são semelhantes, podemos concluir que eles

a) são iguais

b) possuem dois lados iguais

c) possuem lados iguais, porém talvez ângulos diferentes

d) possuem ângulos iguais, porém talvez lados diferentes

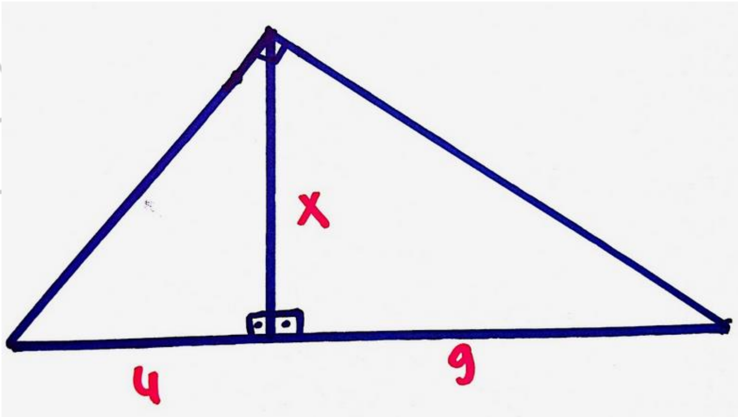
e) possuem a mesma área

Alternativa correta: D

Módulo: STRT – Semelhança de triângulos e teorema de Tales

Lista: STRT6EX – Exercícios de Compreensão #1

Qual a medida do segmento x?



a) 5

b) 6

c) 7

d) 8

e) 9

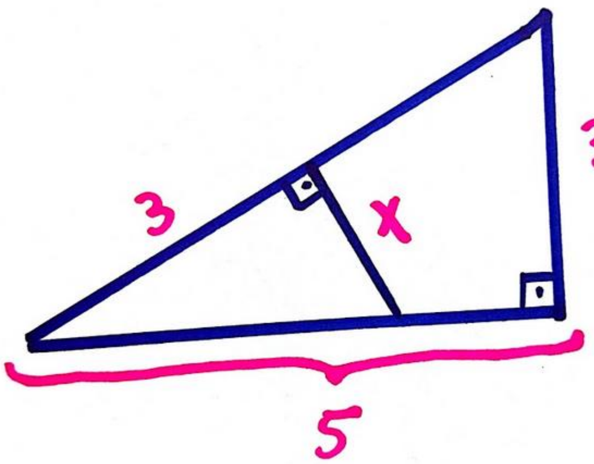
Alternativa correta: B

Módulo: STRT – Semelhança de triângulos e teorema de Tales

Lista: STRT08EX – Exercícios de Compreensão #3

]

Qual a medida do segmento x?



a) 1,2

b) 1,4

c) 1,6

d) 1,8

e) 2

Alternativa correta: D

Módulo: STRT – Semelhança de triângulos e teorema de Tales

Lista: STRT08EX – Exercícios de Compreensão #1

TRIGONOMETRIA DO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Agora que você está imerso no mundo da Geometria e da Trigonometria, deve estar enxergando ângulos e triângulos por todos os lados, certo? Então, se eu dissesse que sei a altura de uma escada e qual é a distância entre ela e a parede, você conseguiria dizer qual é o ângulo formado entre a escada e o chão?

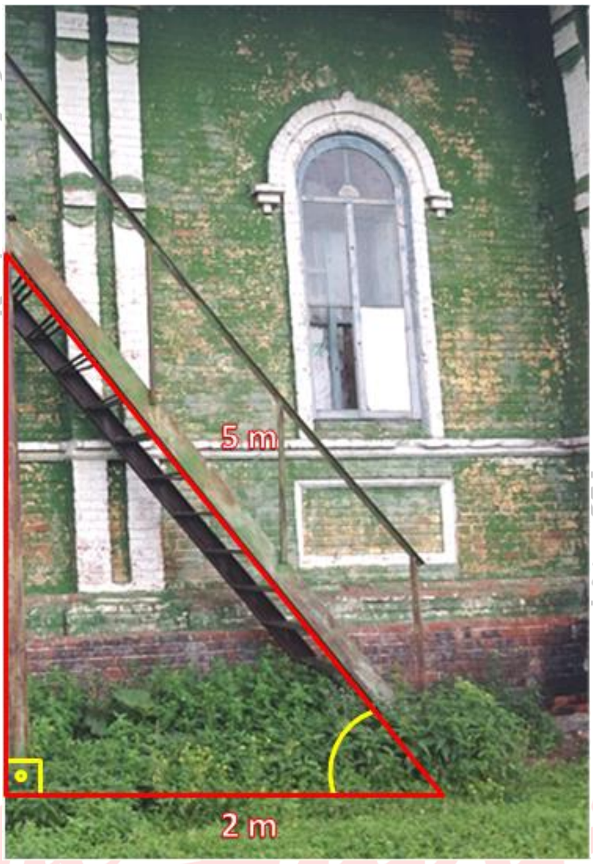


IMAGEM 25: ÂNGULO FORMADO ENTRE O CHÃO E A ESCADA.

Vamos pensar: utilizando seus conhecimentos sobre ângulos, você certamente diria que é um ângulo agudo, já que é menor do que 90°; como você sabe quais são os tipos de triângulos mais comuns, acertaria em dizer que a escada apoiada na parede forma um triângulo retângulo; utilizando o teorema de Pitágoras, conseguiria calcular qual é a altura dessa parede, assim como utilizando a semelhança de triângulos.

Então, mesmo com todos esses conhecimentos, não seria possível, ainda, responder qual é o ângulo que estamos procurando, certo? Para tornar isso possível, vou te levar agora para entender a trigonometria do triângulo retângulo, que envolve os ângulos desse triângulo e seus lados, fazendo relações entre as razões dos lados e o ângulo.

Primeiramente, vamos considerar a representação de um triângulo retângulo:

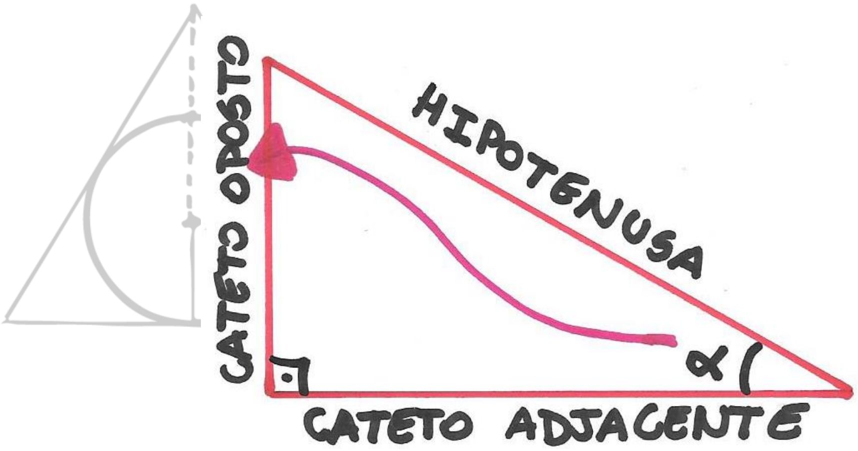


IMAGEM 26: REPRESENTAÇÃO DO TRIÂNGULO RETÂNGULO COM SEUS LADOS IDENTIFICADOS.

Você precisa estar atento a um detalhe quando for analisar os lados de um triângulo retângulo: quais são os catetos? Precisamos diferenciá-los em cateto oposto e em cateto adjacente. Bom, primeiramente, você precisa definir qual é o ângulo que está interessado. Essa é a chave! Depois que esse ângulo for definido, o cateto oposto é aquele em que nenhum lado encosta no ângulo; já o cateto adjacente é aquele que faz parte do ângulo. Assim ficou mais fácil, né? Vamos partir para a segunda parte. Podemos calcular os senos, cossenos e tangentes dos ângulos utilizando as relações dos casos abaixo.

Caso 1 - cálculo do seno de um ângulo

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{CO}{H}$$

Caso 2 – cálculo do cosseno de um ângulo

$$\cos\alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos\alpha = \frac{CA}{H}$$

Caso 3 – cálculo da tangente de um ângulo

$$tg\,\alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

$$tg\,\alpha = \frac{CO}{CA}$$

É muito detalhe para decorar? Então, tenta gravar como SOH-CAH-TOA. A primeira sílaba nos dá a relação do primeiro caso (**S**eno cateto **O**posto **H**ipotenusa); em seguida temos a relação do cosseno (**C**osseno cateto **A**djacente **H**ipotenusa) e por último a razão da tangente (**T**angente cateto **O**posto cateto **A**djacente). A ordem importa, viu? A primeira letra é o que vem antes da igualdade, depois temos o numerador e por fim o denominador.

Agora que entendemos isso, vamos voltar ao nosso problema inicial. Como calcular aquele ângulo? Vamos ver quais são os catetos para saber qual das relações utilizar.

IMAGEM 27: REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA DO TRIÂNGULO FORMADO ENTRE A ESCADA, O CHÃO E A PAREDE E SEUS LADOS.

Temos informação apenas sobre o cateto adjacente, que sabemos que vale 2 m, e sobre a hipotenusa, que vale 5 m. Relembrando o SOH-CAH-TOA, percebemos que o mais simples é utilizar o CAH, ou seja, o cosseno do ângulo. Perceba que podemos descobrir qual é o valor do cateto oposto a partir do teorema de Pitágoras, mas esse não é o nosso foco agora. Então vamos aplicar esses valores às razões que aprendemos antes:

$$\cos\alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$$

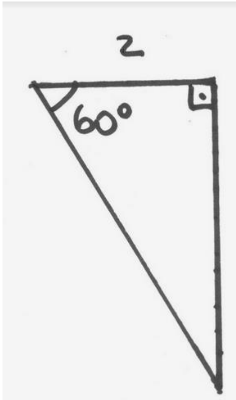
$$\cos\alpha = \frac{2}{5}$$

$$\cos\alpha = 0{,}4$$

Ótimo! Encontramos o cosseno do nosso tão querido ângulo. Mas, peraí! A questão não era encontrar o cosseno do ângulo, mas encontrar o ângulo! Tanto o cosseno, quanto o seno e a tangente possuem valores tabelados para os ângulos. Então, para saber qual é o ângulo precisamos consultar uma tabela ou utilizar a calculadora. Procurando na tabela de cossenos qual é o ângulo que equivale a 0,4 chegaremos em $66{,}42^{o}$ (supondo que a nossa tabela é super completa e que tem a informação sobre todos os ângulos). Assim, o ângulo que a escada faz com o chão é de $66{,}42^{o}$.

Resolva os exercícios a seguir:

Sabendo que o cosseno de 60° vale 0,5, qual o valor da hipotenusa do triângulo a seguir?



a) 2

b) 0,5

c) 1

d) 3

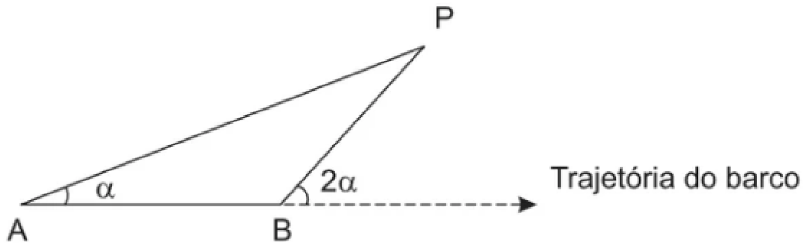
e) 4

Alternativa correta: E

Módulo: TRET – Trigonometria no triângulo retângulo

Lista: TRET02EX – Exercícios de Compreensão #2

(ENEM) Para determinar a distância de um barco até a praia, um navegante utilizou o seguinte procedimento: a partir de um ponto A, mediu o ângulo visual α fazendo mira em um ponto fixo P da praia. Mantendo o barco no mesmo sentido, ele seguiu até um ponto B de modo que fosse possível ver o mesmo ponto P da praia, no entanto sob um ângulo visual 2α A figura ilustra essa situação:



Suponha que o navegante tenha medido o ângulo $\alpha = 30^{o}$ e, ao chegar ao ponto B, verificou que o barco havia percorrido a distância AB = 2000 m. Com base nesses dados e mantendo a mesma trajetória, a menor distância do barco até o ponto fixo P será:

a) 1000

b) $1000\sqrt{3}$

c) $\frac{2000\sqrt{3}}{3}$

d) 2000

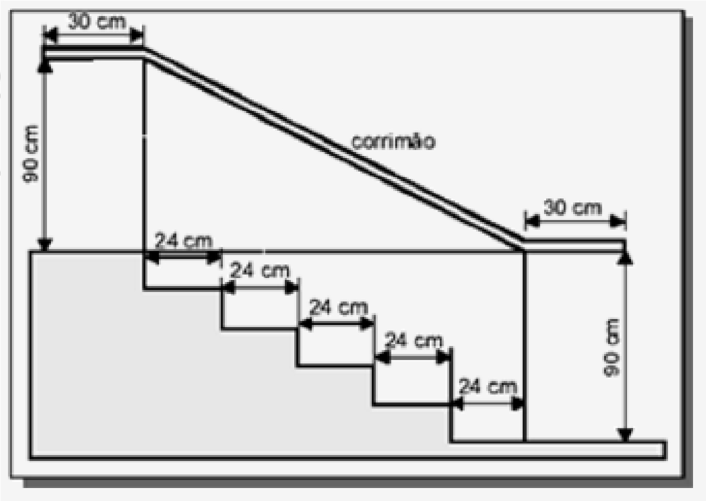
e) $2000\sqrt{3}$

Alternativa correta: B

Módulo: EXPL – Exercícios de Geometria Plana II

Lista: EXPLEX – Exercícios de Fixação #1

(ENEM) Na figura abaixo, que representa o projeto de uma escada com 5 degraus de mesma altura, o comprimento total do corrimão é igual a:



a) 1,8

b) 1,9

c) 2

d) 2,1

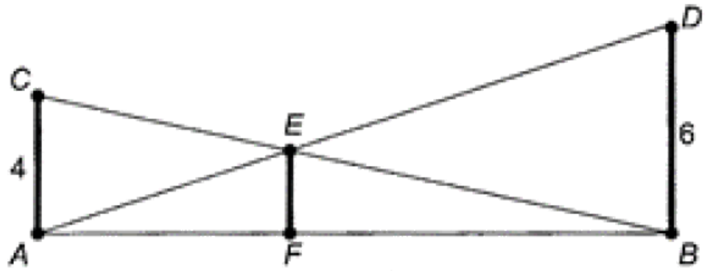
e) 2,2

Alternativa correta: D

Módulo: EXPL – Exercícios de Geometria Plana II

Lista: EXPLEX – Exercícios de Fixação #2

(ENEM 2013) O dono de um sítio pretende colocar uma haste de sustentação para melhor firmar dois postes de comprimentos iguais a 6m e 4m. A figura representa a situação real na qual os postes são descritos pelos segmentos AC e BD e a haste é representada pelo segmento EF, todos perpendiculares ao solo, que é indicado pelo segmento de reta AB. Os segmentos AD e BC representam cabos de aço que serão instalados.



Qual deve ser o valor do comprimento da haste EF?

a) 1

b) 2

c) 2,4

d) 3

e) 3,5

Alternativa correta: C

Módulo: EXPL – Exercícios de Geometria Plana II

Lista: EXPLEX – Exercícios de Fixação #4

REFERÊNCIAS

BARRETO FILHO, Benigno; SILVA, Claudio Xavier da. Matemática: Aula por aula. São Paulo: FTD, 2000. 670 p.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José Roberto. Matemática Completa: 1ª série – ensino médio. 2. ed. São Paulo: FTD, 2005. 3 v.