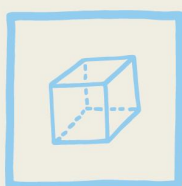


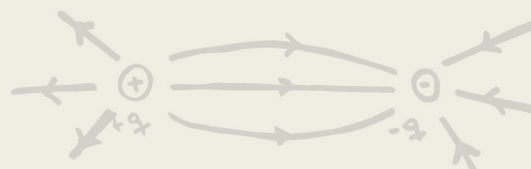
meSalva!



## FUNÇÕES II EXPONENCIAIS E LOGARITMOS



AFIXOS  
CONTROLADO → MENTE  
SUFIXO  
CAFETERIA



**MÓDULOS CONTEMPLADOS**

- ✓ IXPN - Introdução a exponenciais
- ✓ EQXP - Equações exponenciais (redução de base)
- ✓ LOGT - Logaritmos
- ✓ PLOG - Propriedades dos logaritmos
- ✓ EQLG - Equações logarítmicas
- ✓ FEXP - Funções exponenciais
- ✓ FLOG - Funções logarítmicas
- ✓ EXLG - Exercícios de Exponenciais e Logaritmos
- ✓ INXP - Inequações logarítmicas e exponenciais



meSalva!

**CURSO****DISCIPLINA****CAPÍTULO****PROFESSORES****EXTENSIVO 2017****MATEMÁTICA****FUNÇÕES II - APÊNDICE****TAMARA SALVATORI, ARTHUR  
LOVATO****mesalva.com**

Todos os direitos reservados © Me Salva! 2017.

## FUNÇÕES II - APÊNDICE

## DEMONSTRAÇÕES DAS PROPRIEDADES LOGARÍTMICAS

Veja abaixo as demonstrações das propriedades que vimos na apostila de Funções II. Para as duas primeiras precisamos lembrar de uma consequência da definição:

$$\log_a a^n = n$$

## LOGARITMO DO PRODUTO

Lembre que  $a^x \cdot a^y = a^{(x+y)}$ .

A partir disso, acompanhe o logaritmo do produto:

$$\log_2(4 \cdot 8) = \log_2(2^2 \cdot 2^3) = \log_2 2^{(2+3)}$$

Lembrando da consequência da definição, somamos os expoentes para ter a resposta:  $2 + 3 = 5$ .

Agora veja a soma de logaritmos:

$$\log_2 4 + \log_2 8 = \log_2 2^2 + \log_2 2^3$$

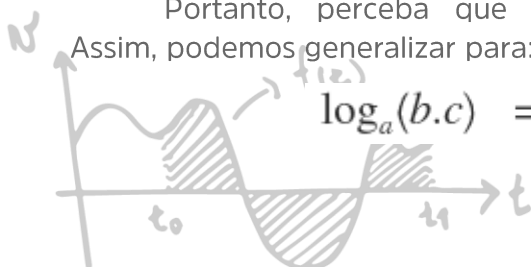
A partir da consequência da definição, teremos que  $2 + 3 = 5$ .

$$\log_2(4 \cdot 8) = \log_2 4 + \log_2 8$$

Portanto, perceba que

Assim, podemos generalizar para:

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$





## LOGARITMO DO QUOCIENTE

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{(x-y)}$$

A partir disso, acompanhe o logaritmo do quociente:

$$\log_2\left(\frac{16}{4}\right) = \log_2\left(\frac{2^4}{2^2}\right) = \log_2 2^{(4-2)}$$

Lembrando da consequência da definição, devemos resolver o expoente  $4 - 2 = 2$ .

Agora veja a subtração de logaritmos:

$$\log_2 16 - \log_2 4 = \log_2 2^4 - \log_2 2^2$$

A partir da consequência da definição, teremos que  $4 - 2 = 2$ .

$$\log_2\left(\frac{16}{4}\right) = \log_2 16 - \log_2 4$$

Portanto, veja que  
Assim, generalizamos para:

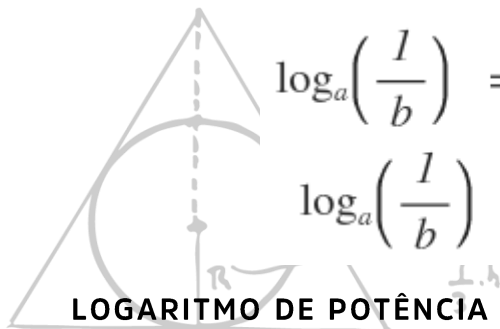
$$\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a\left(\frac{1}{b}\right) = \log_a 1 - \log_a b$$

✓ Caso particular:

Lembrando de outra consequência da definição:  
 $\log_a 1 = 0$ , então:





$$\log_a\left(\frac{1}{b}\right) = 0 - \log_a b$$

$$\log_a\left(\frac{1}{b}\right) = -\log_a b$$

## LOGARITMO DE POTÊNCIA

Veja o logaritmo de potência igualado a  $x$ :  $\log_a b^n = x$  e outro logaritmo igualado a  $y$ :  $\log_a b = y$ . Resolvendo, teremos que:  $ax = bn$  e  $ay = b$ . Perceba que  $bn = (ay)n$ , já que  $b = ay$ , então  $bn = ay n = ax$ . Se  $ay n = ax$ , então  $yn = x$ , ou  $x = yn$ . Lembre que  $\log_a b^n = x$  e  $\log_a b = y$ , assim:

$$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$$

## MUDANÇA DE BASE

A mudança de base é feita aplicando a seguinte fórmula:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

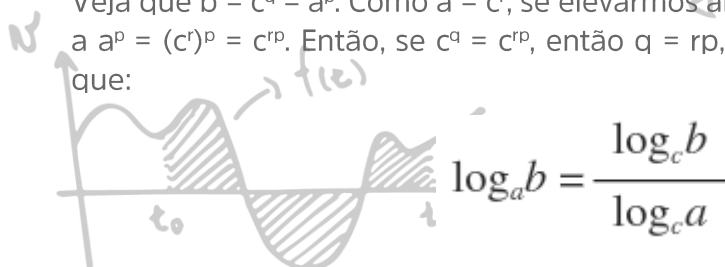
. Vamos considerar que:

$$\log_a b = p$$

$$\log_c b = q$$

$$\log_c a = r$$

Resolvendo esses logaritmos, chegaremos em  $a^p = b$ ,  $c^q = b$  e  $c^r = a$ . Veja que  $b = c^q = a^p$ . Como  $a = c^r$ , se elevarmos ambos lados a  $p$ , chegaremos a  $a^p = (c^r)^p = c^{rp}$ . Então, se  $c^q = c^{rp}$ , então  $q = rp$ , ou  $p = q/r$ , que é o mesmo que:

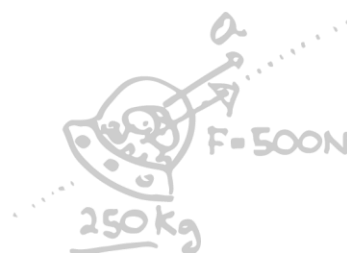
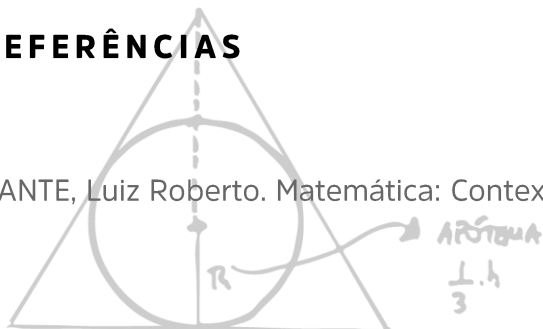


$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$



## REFERÊNCIAS

DANTE, Luiz Roberto. Matemática: Contexto & Aplicações. São Paulo: Ática, 2010.



meSalva!

