数值代数实验报告 6

马天开

2023 年 12 月 15 日

1 问题描述

1.1 求多项式方程的模最大根

1.1.1

用 C++ 编制利用幂法求多项式方程

$$f(x) = x^n + \alpha_{n-1}x^{n-1} + \cdots + \alpha_1 x + \alpha_0 = 0$$

的模最大根的通用子程序。

1.1.2

利用你所编制的子程序求下列各高次方程的模最大根

1. $x^3 + x^2 - 5x + 3 = 0$;

2. $x^3 - 3x - 1 = 0$;

3. $x^8 + 101x^7 + 208.01x^6 + 10891.01x^5 + 9802.08x^4 + 79108.9x^3 - 99902x^2 + 790x - 1000 = 0$.

要求输出迭代次数，用时和最大根的值（注意正负）

1.2 求实矩阵的全部特征值

1.2.1

用 C++ 编制利用隐式 QR 算法 (课本算法 6.4.3) 求一个实矩阵的全部特征值的通用子程序。

1.2.2 利用你所编制的子程序计算方程

$$x^{41} + x^3 + 1 = 0$$

的全部根。

1.2.3

设

$$A = \begin{bmatrix} 9.1 & 3.0 & 2.6 & 4.0 \\ 4.2 & 5.3 & 4.7 & 1.6 \\ 3.2 & 1.7 & 9.4 & x \\ 6.1 & 4.9 & 3.5 & 6.2 \end{bmatrix}$$

求当 $x = 0.9, 1.0, 1.1$ 时 A 的全部特征值，并观察并在报告中叙述分析特征值实部、虚部和模长的变化情况。

要求输出迭代次数、用时和所有特征值。

2 算法说明

必须实现的算法有：

1. 幂法求模最大根 ⇒ IterationMethod/PowerIteration

2. Hessenberg 分解 ⇒ HouseHolderMethod/HessenbergMethod

3. 双重步位移的 QR 迭代 ⇒ QRMethod/DoubleStepQRIteration

4. 隐式 QR 算法 ⇒ QRMethod/QRMethod

有一些英文命名并不是很规范，有时间会调整的。

3 运行结果

```
------ Q 6.1 ------
Polynomial is [1,-5,3]
Max root for polynomial is 3
Iteration times is 100000
Time cost is 7580 microseconds
Polynomial is [0,-3,-1]
Max root for polynomial is 1.879385242
Iteration times is 100000
Time cost is 16660 microseconds
Polynomial is [101,208.01,10891.01,9802.08,79108.9,-99902,790,-1000]
Max root for polynomial is 100
Iteration times is 100000
Time cost is 39453 microseconds


------ Q 6.2(2) ------
Roots for polynomial are:
[0.9377142935,0.9968532977,0.8160073098,1.479041989,1.339234306,0.1165772655,0.4187154748,0.19676
```

```
Iteration times is 4644
Time cost is 1786975 microseconds


------ Q 6.2(3) ------
x = 0.9
Eigen values are:
17.41702451 + 0i
2.955106057 + 0.8459755059i
2.955106057 + -0.8459755059i
6.672764737 + 0i
Iteration times is 10
Time cost is 71 microseconds


x = 1
Eigen values are:
17.45296588 + 0i
6.520993181 + 0i
3.013020446 + 1.163763663i
3.013020446 + -1.163763663i
Iteration times is 8
Time cost is 53 microseconds


x = 1.1
Eigen values are:
17.48872623 + 0i
6.506068455 + 0i
3.002575229 + 1.394322746i
3.002575229 + -1.394322746i
Iteration times is 7
Time cost is 51 microseconds
```