|  |  |
| --- | --- |
| 序号 |  |
| 1 | 根据Gauss’ theorem    Ω是一个有界的分段连续曲面包围的区域 |
| 2 | 使用格林第二定理 |
| 3 |  |
| 4 | 为了获得边界积分方程，要对公式3做如下改动：   1. 将公式3中的替换成kelvin基础解，其中y是奇异点，也称源点（source point，collect point），也是**网格上的顶点**（vertex），x是场点（field point）。**Source point =** **Collect point = mesh vertex** 2. 在y点出建立边界积分方程域：和 3. 进行积分：x趋于y   最终，得到  3D ***displacement*** BIE:    ，注意：**法线指的是场点处的法线，引入场点处的法线是由格林公式造成的**  3D ***traction*** BIE:  与此同时，对于dual 方程，将U对源点y求导数（注意T(y,x)与W(y,x)是不同的）得到，将W带入公式3，得到：    ，  **The singular point y can be located at corners,vertices**, etc.  **注意：T 和 U ， V 和 W 之间是法线导数关系，而且这个法线是X处的法线**.  ， **引入场点处的法线是由格林公式造成的** |
| 5 | Kelvin foundation solutions:      ,注意最后的法线是**源点的法线**. 公式中的指的是在场点x处的法线，只有在W,V的外侧会乘上源点y处的法线，这是由于中红色部分决定的，其中s等同于源点y。    ,E is Young’s Modulus and ν Poisson’s ratio.  ,法线导数要服从爱因斯坦求和约定 |
| 6 | 得到向量形式的边界积分方程  Displacement BIEs：    Traction BIEs：    积分区域： |
| 7 | 我们假设位移u在源点y处满足Holder 连续条件： |
| 8 | 对于积分区域，有    将公式5的积分区域拆分，有：  ，带入      公式左侧，加上，减去，有：    将其中的减去项，与上式第二项合并，得到：    其中，第二项在极限过程中，趋近于零，即：    第三项，变成了free term 或者 jump term  ，其中  The free-term coefficient only depends upon the local geometry at y. As well known, at smooth boundary points it is c(y) = 1/2.自由项只和源点y处的几何相关（2D,3D）. |
| 9 | 最终，对于标量函数的边界积分方程，可以表示成（**半解析结果**）：    向量函数的边界积分方程，可以表示为：    引入柯西主值积分（Cauchy principal value，CPV），公式18可以写成 |
| 10 | 对于超奇异边界积分方程（Hypersingular boundary integral equations，HBIE）  将位移和受力进一步展开，得到：    同样的，在公式5，加上，减去，    得到半解析边界积分方程：    可知，公式21的第二行，在极限情况下趋于零：    公式21，第三行的第一部分为free term：    公式21，第三行的第二部分可以忽略  ，其中b会被抵消掉，a对于直线边的情况下为0.  最终，对于标量函数的超奇异边界积分方程为：    注意：自由项乘以的是位移或施力的**导数**。  对于向量函数的超奇异边界积分方程为：    其中，a在直线边的情况下为0，b由于采用球域，导致最终被抵消了。 |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |