



西安交通大学
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY



电气工程学院

XJTU school of electrical engineering

正弦稳态电路的有功功率和无功功率

主讲教师： 邹建龙

主要内容

- 问题的提出
- 电路概念和生活实例的类比
- 有功功率和无功功率表达式的推导
- 电阻、电容和电感的有功功率和无功功率
- 例题

问题的提出

正弦稳态电路中，

电阻、电容和电感的电压和电流都随时间呈正弦周期变化，

它们的功率也随时间周期变化：

- 电阻的功率始终大于等于零，也就是始终吸收功率
- 电容和电感在半个周期内发出功率，

在另外半个周期内吸收功率，且发出功率等于吸收功率

（以上内容通过视频中示波器显示的波形可以看出，

并由此提出后面的两个关键问题）

问题的提出

- 第一个问题:

电阻始终吸收功率比较容易理解，而电容和电感在一个周期内发出功率等于吸收功率，那岂不是好象电容和电感什么都没做，没有起到任何作用？

- 第二个问题:

正弦稳态电路的支路功率都随时间变化，我们又该怎样定量的衡量正弦稳态电路的功率呢？

电路概念和生活实例的类比



(动画演示过程见视频)

陕西洛川的苹果树

苹果

公路

我

超市



电源

功率

导线

电阻

电感和电容

超市没有吃掉苹果，但仍很重要，其作用是苹果的中转站。

同样，电容和电感一个周期内发出功率等于吸收功率，表面看没有起作用，但实际上起到中转（吞吐）功率的作用。

有功功率和无功功率表达式的推导

设正弦稳态电路任意一条支路

电压 $u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \varphi_u)$ 电流 $i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \varphi_i)$

则该支路任一时刻的功率为

$$\begin{aligned} p(t) &= u(t)i(t) = 2UI \cos(\omega t + \varphi_u) \cos(\omega t + \varphi_i) \\ &= UI \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i) + UI \cos(\varphi_u - \varphi_i) \\ &= UI \cos(2\omega t + \varphi_u - \varphi_u + \varphi_u + \varphi_i) + UI \cos(\varphi_u - \varphi_i) \\ &= UI \cos[2\omega t + 2\varphi_u - (\varphi_u - \varphi_i)] + UI \cos(\varphi_u - \varphi_i) \\ &= UI \cos(2\omega t + 2\varphi_u) \cos(\varphi_u - \varphi_i) + UI \sin(2\omega t + 2\varphi_u) \sin(\varphi_u - \varphi_i) + UI \cos(\varphi_u - \varphi_i) \\ &= UI \cos \varphi [1 + \cos(2\omega t + 2\varphi_u)] + UI \sin \varphi \sin(2\omega t + 2\varphi_u) \quad \varphi = \varphi_u - \varphi_i \end{aligned}$$

有功功率和无功功率表达式的推导

$$p(t) = UI \cos \varphi [1 + UI \cos(2\omega t + 2\varphi_u)] + UI \sin \varphi \sin(2\omega t + 2\varphi_u)$$

定义 $P = UI \cos \varphi$ 为有功功率 单位为瓦特 (W)

定义 $Q = UI \sin \varphi$ 为无功功率 单位为乏 (var)

(有功功率和无功功率的动态演示见视频)

有功功率表征了电阻、电源等平均吸收或者发出功率的能力。

有功功率又称平均功率。

无功功率表征了电容、电感等中转（吞吐）功率的能力。

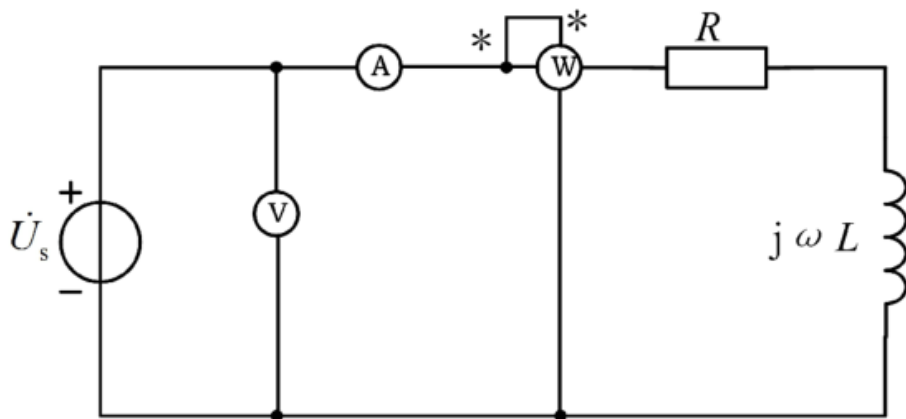
电阻、电容和电感的有功功率和无功功率

元件	$\varphi = \varphi_u - \varphi_i$	有功功率	无功功率
电阻	0	UI	0
电容	-90°	0	$-UI$
电感	90°	0	UI

电阻仅吸收有功功率，无功功率为零

电容和电感仅有无功功率，有功功率为零

例题



已知正弦稳态电路 $\omega = 100\text{rad/s}$,
电压表读数 $U = 50\text{V}$, 电流表读数 $I = 1\text{A}$,
功率表读数 $P = 30\text{W}$,
求 R , L 和电感的无功功率。

$$P_R = U_R I = I^2 R$$

$$\Rightarrow R = 30\Omega$$

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} \quad |Z| = \frac{U}{I} = \frac{50}{1} = 50$$

$$Z = R + j\omega L$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} = 50$$

$$\Rightarrow L = 0.4\text{H}$$

$$Q_L = U_L I = \omega L I^2 = 40\text{var}$$