

3-2 结点电压法

1、结点电压法

以结点电压为独立变量列写电路方程的分析方法。

结点电压：任意选择某一结点为参考结点，

其他结点为独立结点。

结点电压：独立结点与参考结点之间的电压。

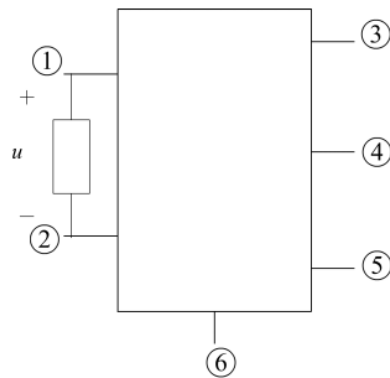
参考极性：以独立结点为正。参考结点为负。

由KVL可知，支路电压就是两个结点电压之差。

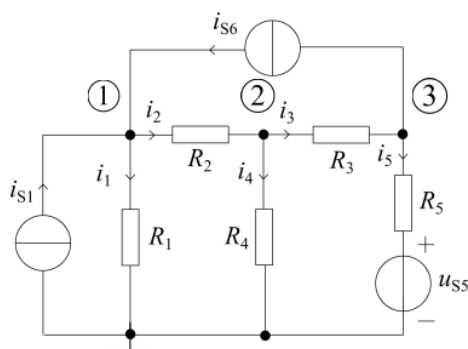
$$u = u_{n1} - u_{n2}$$

所有的支路电压都可用结点电压表示。KVL自动满足。

支路电流可用结点电压来表示。



结点电压法：以结点电压为独立变量，列写独立结点的KCL方程，共有 $(n-1)$ 个独立方程，称为结点电压方程。



$G_{12} = G_{21} = -G_2$ 结点1与结点2之间的互电导。

$G_{23} = G_{32} = -G_3$ 结点2与结点3之间的互电导。

互电导为两结点之间所有支路的电导之和，总为负值。

$i_{Sn1} = i_{S1} + i_{S6}$ 流入结点1的电流源电流的代数和。

$i_{Sn3} = -i_{S6} + \frac{U_{S5}}{R_5}$ 流入结点3的电流源电流的代数和。

$$G_{11}u_{n1} + G_{12}u_{n2} + G_{13}u_{n3} = i_{Sn1}$$

$$G_{21}u_{n1} + G_{22}u_{n2} + G_{23}u_{n3} = i_{Sn2}$$

$$G_{31}u_{n1} + G_{32}u_{n2} + G_{33}u_{n3} = i_{Sn3}$$

$$G_{11} = G_1 + G_2 \quad \text{结点1的自电导}$$

$$G_{22} = G_2 + G_3 + G_4 \quad \text{结点2的自电导}$$

$$G_{33} = G_3 + G_5 \quad \text{结点3的自电导}$$

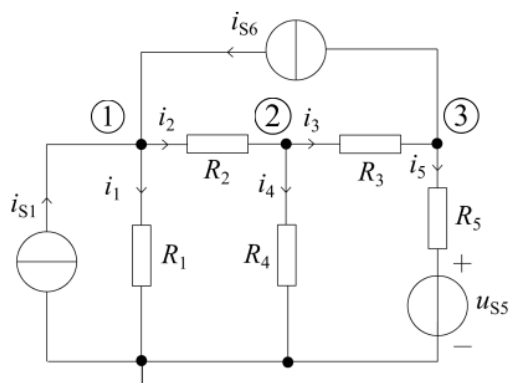
流入结点电流源电流前取正号

流出结点电流源电流前取负号

求出结点电压后，可求得支路电压。

支路电流可用结点电压求出。

2、 结点电压方程的列写



把支路电流用结点电压表示

$$\begin{aligned} \frac{u_{n1}}{R_1} + \frac{u_{n1} - u_{n2}}{R_2} &= i_{S1} + i_{S6} \\ -\frac{u_{n1} - u_{n2}}{R_2} + \frac{u_{n2} - u_{n3}}{R_3} + \frac{u_{n2}}{R_4} &= 0 \\ -\frac{u_{n2} - u_{n3}}{R_3} + \frac{u_{n3} - u_{S5}}{R_5} &= -i_{S6} \end{aligned}$$

① 选定参考结点，标明 $(n-1)$ 个独立结点编号。

将方程整理得

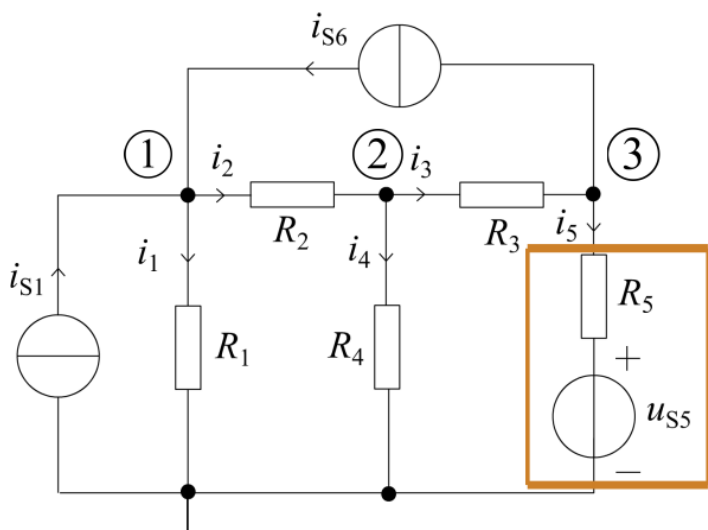
② 列KCL方程：

$$i_1 + i_2 = i_{S1} + i_{S6}$$

$$-i_2 + i_3 + i_4 = 0$$

$$-i_3 + i_5 = -i_{S6}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)u_{n1} - \frac{1}{R_2}u_{n2} &= i_{S1} + i_{S6} \\ -\frac{1}{R_2}u_{n1} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)u_{n2} - \frac{1}{R_3}u_{n3} &= 0 \\ -\frac{1}{R_3}u_{n2} + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}\right)u_{n3} &= -i_{S6} + \frac{1}{R_5}u_{S5} \end{aligned}$$



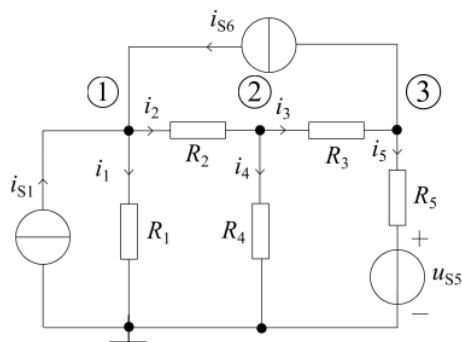
$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)u_{n1} - \frac{1}{R_2}u_{n2} &= i_{S1} + i_{S6} \\ -\frac{1}{R_2}u_{n1} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)u_{n2} - \frac{1}{R_3}u_{n3} &= 0 \\ -\frac{1}{R_3}u_{n2} + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}\right)u_{n3} &= -i_{S6} + \frac{1}{R_5}u_{S5} \end{aligned}$$

令 $G_K = 1/R_K$, $K=1,2,3,\dots$ 上式简记为：

$$G_{11}u_{n1} + G_{12}u_{n2} + G_{13}u_{n3} = i_{Sn1}$$

$$G_{21}u_{n1} + G_{22}u_{n2} + G_{23}u_{n3} = i_{Sn2}$$

$$G_{31}u_{n1} + G_{32}u_{n2} + G_{33}u_{n3} = i_{Sn3}$$



$G_{12} = G_{21} = -G_2$ 结点1 与结点2之间的互电导。

$G_{23} = G_{32} = -G_3$ 结点2与结点3之间的互电导。

互电导为两结点之间所有支路的电导之和，总为负值。

$i_{Sn1} = i_{S1} + i_{S6}$ 流入结点1的电流源电流的代数和。

$i_{Sn3} = -i_{S6} + \frac{U_{S5}}{R_5}$ 流入结点3的电流源电流的代数和。

$$G_{11}u_{n1} + G_{12}u_{n2} + G_{13}u_{n3} = i_{Sn1}$$

$$G_{21}u_{n1} + G_{22}u_{n2} + G_{23}u_{n3} = i_{Sn2}$$

$$G_{31}u_{n1} + G_{32}u_{n2} + G_{33}u_{n3} = i_{Sn3}$$

$$G_{11} = G_1 + G_2 \quad \text{结点1的自电导}$$

$$G_{22} = G_2 + G_3 + G_4 \quad \text{结点2的自电导}$$

$$G_{33} = G_3 + G_5 \quad \text{结点3的自电导}$$

流入结点电流源电流前取正号

流出结点电流源电流前取负号

求出结点电压后，可求得支路电压。

支路电流可用结点电压求出。

所以，自电导等于接在该结点上所有支路的电导之和。自导总为正。

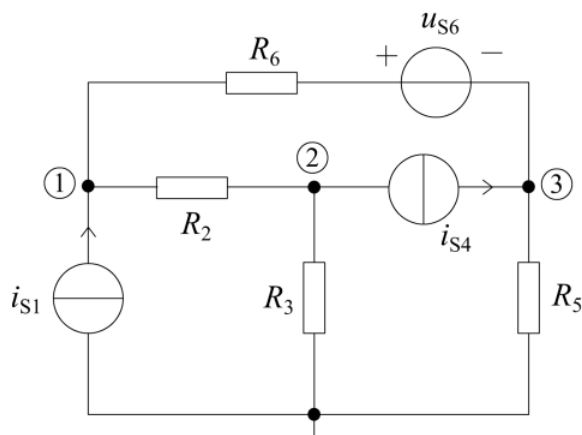
结点电压法的一般步骤：

- 1、选定参考结点，标定 $(n-1)$ 个独立结点编号。
- 2、对 $(n-1)$ 个独立结点，以结点电压为独立变量，列结点电压方程。
- 3、求解结点电压方程，得到 $(n-1)$ 个结点电压。
- 4、通过结点电压求各支路电流。
- 5、其他分析。

其中步骤1和2是关键。

结点电压方程是KCL方程。

例：



结点1：

$$\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_6}\right)u_{n1} - \frac{1}{R_2}u_{n2} - \frac{1}{R_6}u_{n3} = i_{S1} + \frac{U_{S6}}{R_6}$$

结点2：

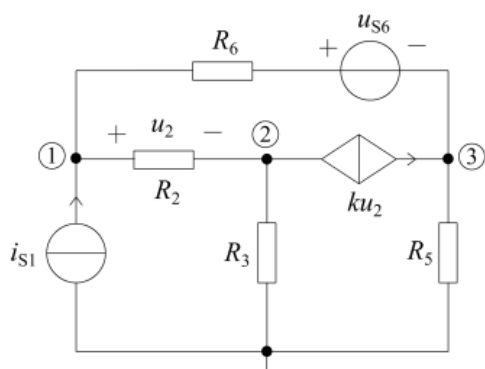
$$-\frac{1}{R_2}u_{n1} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)u_{n2} = -i_{S4}$$

结点3：

$$-\frac{1}{R_6}u_{n1} + \left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}\right)u_{n3} = i_{S4} - \frac{U_{S6}}{R_6}$$

通过这个例题可以看出，当没有受控源时， $G_{kj}=G_{jk}$

3、含有受控源的结点电压方程：



将受控源看作独立源列方程。

结点1： $\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_6}\right)u_{n1} - \frac{1}{R_2}u_{n2} - \frac{1}{R_6}u_{n3} = i_{S1} + \frac{U_{S6}}{R_6}$

结点2： $-\frac{1}{R_2}u_{n1} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)u_{n2} = -k(u_{n1} - u_{n2})$

结点3： $-\frac{1}{R_6}u_{n1} + \left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}\right)u_{n3} = \text{↑} - \frac{U_{S6}}{R_6} + k(u_{n1} - u_{n2})$

将受控源控制量用结点电压表示。将含有结点电压的项移到方程左端并整理。

$$ku_2 = k(u_{n1} - u_{n2})$$

将此式代入结点电压方程。

$$\begin{aligned} (k - \frac{1}{R_1})u_{n1} + (\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} - k)u_{n3} &= 0 \\ -(k + \frac{1}{R_6})u_{n1} + ku_{n2} + (\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6})u_{n3} &= -\frac{U_{S6}}{R_5} \end{aligned}$$