数字图像处理
Digital Image Processing

信息工程学院
School of Information Engineering

7.2　变长编码

郭志强　主讲

7.2.1　变长编码

1. 费诺码

费诺编码方法认为：在数字形式的码字中的0和1是相互独立的，因而其出现的概率也应是相等的（为0.5或接近 0.5），这样就可确保传输的每一位码含有1比特的信息量。

若设输入的离散信源符号集为$X=\{x_0,x_1,\dots,x_n\}$，其出现概率为$P(x_i)$，欲求的费诺码为$W=\{w_0,w_1,\dots,w_n\}$，则费诺码编码方法的步骤为：

7.2.1 变长编码

费诺码编码方法的步骤：

（1）把输入的信源符号和其出现的概率按概率值的非递增顺序从上到下依次并列排列。

（2）按概率之和相等或相近的原则把X分成两组，并给上面或概率之和较大的组赋值1，给下面或概率之和较小的组赋值0。

（3）再按概率之和相等或相近的原则把现有的组分成两组，并给上面或概率之和较大的组赋值1，给下面或概率之和较小的组赋值0。

（4）重复（3）的分组和赋值过程，直至每个组只有一个符号为止。

（5）把对每个符号所赋的值依次排列，就可得到信源符号集X的费诺码。

7.2.1 变长编码

1. 费诺码

例7.1 设有信源符号集$X=\{x_1,x_2,\ldots,x_8\}$，其概率分布为

$P(x_1)=0.25$， $P(x_2)=0.25$， $P(x_3)=0.125$，
$P(x_4)=0.125$， $P(x_5)=0.0625$，$P(x_6)=0.0625$，
$P(x_7)=0.0625$，$P(x_8)=0.0625$，

求其费诺码$W=\{w_1,w_2,w_3,w_4,w_5,w_6,w_7,w_8\}$。

即有：$P(x_1)=0.25=1/4$ $P(x_2)=0.25=1/4$
$P(x_3)=0.125=1/8$ $P(x_4)=0.125=1/8$
$P(x_5)=0.0625=1/16$ $P(x_6)=0.0625=1/16$
$P(x_7)=0.0625=1/16$ $P(x_8)=0.0625=1/16$

7.2.1 变长编码

解：

符号 x_i	概率 $P(x_i)$					编码结果
x_1	1/4	1	1			11
x_2	1/4		0			10
x_3	1/8	0	1	1		011
x_4	1/8			0		010
x_5	1/16		0	1	1	0011
x_6	1/16				0	0010
x_7	1/16			0	1	0001
x_8	1/16				0	0000

平均码字长度：$\bar{L} = \sum_{i=1}^{8} P(x_i)\cdot l_i$

$$= \frac{1}{4}\times 2 + \frac{1}{4}\times 2 + \frac{1}{8}\times 3 + \frac{1}{8}\times 3 + \frac{1}{16}\times 4 + \frac{1}{16}\times 4 + \frac{1}{16}\times 4 + \frac{1}{16}\times 4$$

$$= 2\frac{3}{4}(bit)$$

7.2.1 变长编码

2. 霍夫曼编码(Huffman coding)

诺设输入的离散信源符号集为$X=\{x_0,x_1,\ldots,x_n\}$，其出现概率为$P(x_i)$，欲求的霍夫曼编码为$W=\{w_0,w_1,\ldots,w_n\}$，则霍夫曼编码方法的步骤为：

霍夫曼编码方法的步骤：

① 把输入的信源符号和其出现的概率按概率值的大小顺序从上到下依次并列排列。

② 把最末两个具有最小概率的元素的概率进行相加，再把相加得到的概率与其余概率按大小顺序从上到下进行排列。

7.2.1 变长编码

2. 霍夫曼编码(Huffman coding)

③ 重复（2），直到最后只剩下两个概率为止。如果再把剩余的两个概率合并作为树根，那么从后向前直至每个信源符号（的初始概率）就形成了**一棵二叉树**。

④ 从最后的二叉树根开始为每个节点的分支逐步向前进行编码，**给概率较大（上方）的分支赋予0，给概率较小（下方）的分支赋予1**。

⑤ 从树根到每个树叶的所有节点上的0或1就构成了该树叶，也即对应的信源符号的编码。

7.2.1　变长编码

2. 霍夫曼编码(Huffman coding)

例7.2 设有信源符号集$X=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6\}$，其概率分布分别为：

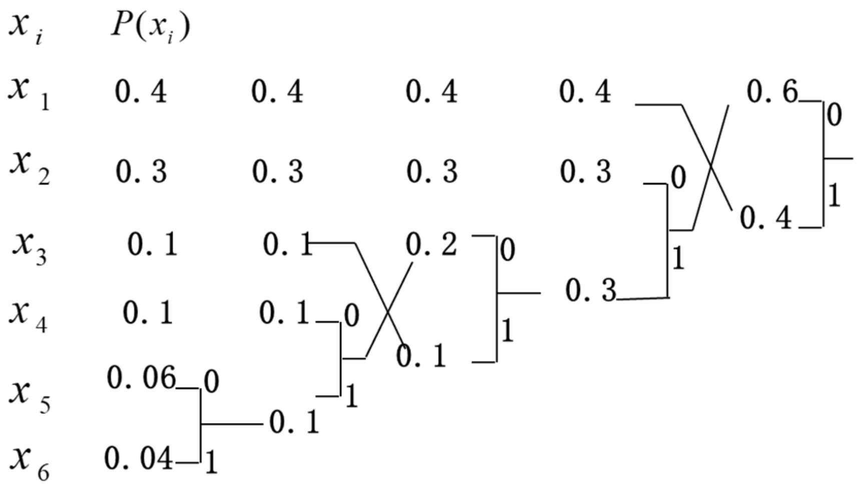
$P(x_1)=0.4$，$P(x_2)=0.3$，$P(x_3)=0.1$

$P(x_4)=0.1$，$P(x_5)=0.06$，$P(x_6)=0.04$

求其霍夫曼编码$W=\{w_1,w_2,w_3,w_4,w_5,w_6\}$。

7.2.1 变长编码

例7.2 解：编码过程为



编码w_i：	1	00	011	0100	01010	01011
信源符号：	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6
概率$P(x_i)$：	0.4	0.3	0.1	0.1	0.06	0.04

7.2.1 变长编码

例7.2

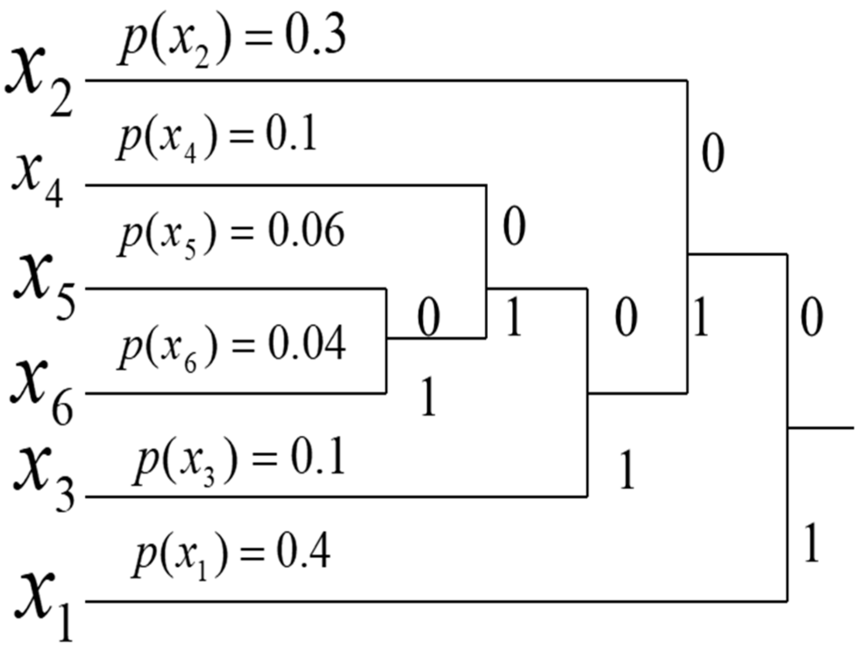


图6.1 例6.2的霍夫编码二叉树

```
I=imread('F:\\1_1.jpg');
[M,N] = size(I);
I1 = I(:);
P = zeros(1,256); %获取各符号的概率；
for i = 0:255
 P(i+1) = length(find(I1 == i))/(M*N);
end
k = 0:255;
dict = huffmandict(k,P); %生成字典
enco = huffmanenco(I1,dict); %编码
deco = huffmandeco(enco,dict); %解码
---------------------
```

7.2.1 变长编码

2. 霍夫曼编码(Huffman coding)

霍夫曼编码的优点：

① 当对独立信源符号进行编码时，霍夫曼编码可对每个信源符号产生可能是**最少数量**（最短）码元的码字。

② 霍夫曼编码是所有变长编码中平均码长**最短的**。如果所有信源符号的概率都是2的指数，霍夫曼编码的平均长度将达到最低限，即**信源的熵**。

③ 对于二进制的霍夫曼编码，平均码字的平均长度满足关系： $H < \bar{L} < H+1$


谢 谢
THANK YOU