

特勒根定理

互易定理

对偶原理

邹建龙

主要内容

- 特勒根定理1
- 特勒根定理2
- 互易定理
- 对偶原理（不考试，但很重要）
- 不同定理之比较

特勒根定理1

在关联参考方向下，所有支路上的电压电流乘积的总和为零。

$$\sum_{k=1}^b u_k i_k = 0$$

特勒根定理1实际上反映了功率守恒，
特勒根定理适用于线性和非线性电路。

思考：非关联怎么办？

特勒根定理1-证明

设电路共有 n 个结点，第 p 、 q 个结点之间的电压为 u_{pq} ，电流为 i_{pq}

$$\sum_{k=1}^b u_k i_k = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n u_{pq} i_{pq} = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^n \sum_{q=1}^n (u_p - u_q) i_{pq}$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{p=1}^n u_p \sum_{q=1}^n i_{pq} - \frac{1}{2} \sum_{q=1}^n u_q \sum_{p=1}^n i_{pq}$$

$$= 0$$

特勒根定理2

若两个电路具有相同的图，且电压电流为关联参考方向，则有

$$\sum_{k=1}^b \hat{u}_k i_k = 0$$

$$\sum_{k=1}^b u_k \hat{i}_k = 0$$

思考：如果为非关联参考方向会怎样？

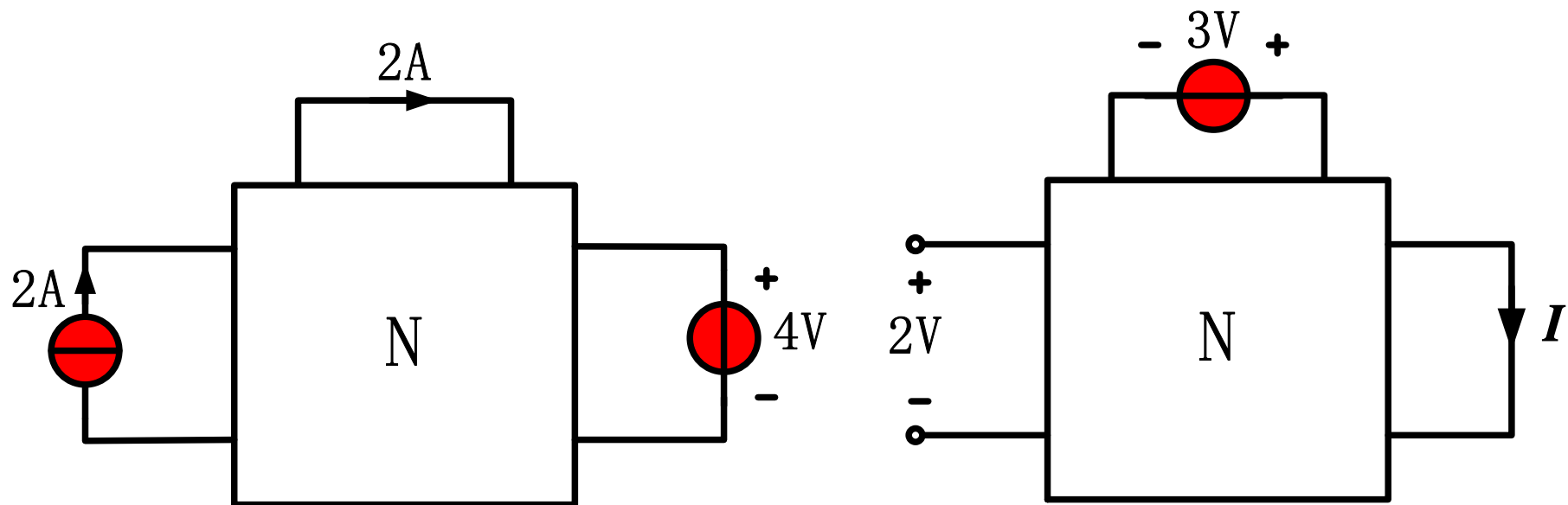
特勒根定理2一个重要推论

两个结构相同的电路中包含相同的纯电阻网络，则有

$$\sum_{k=1}^r \hat{u}_k \dot{i}_k = \sum_{k=1}^r u_k \hat{\dot{i}}_k$$

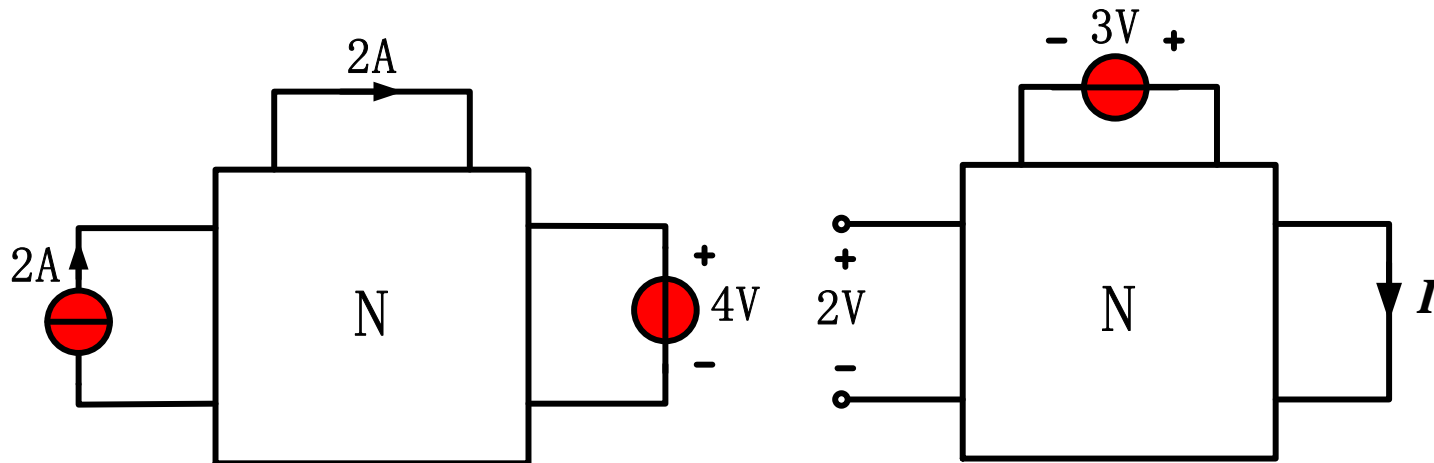
式中， r 为除去纯电阻网络外的支路总数

特勒根定理2的应用



N为纯电阻网络，求 I

特勒根定理2的应用



N为纯电阻网络，求 I

左侧电流乘以对应右侧电压=左侧电压乘以对应右侧电流

$$-(2 \times 2) - (2 \times 3) + 0 = 0 + 0 + (4 \times I)$$

$$I = -2.5A$$

注：短路电压为0；开路电流为0；0乘以任何数等于0.

互易定理

如果只含有线性电阻和一个激励源，

那么将激励和响应的位置互换后，

激励与响应的比值保持不变

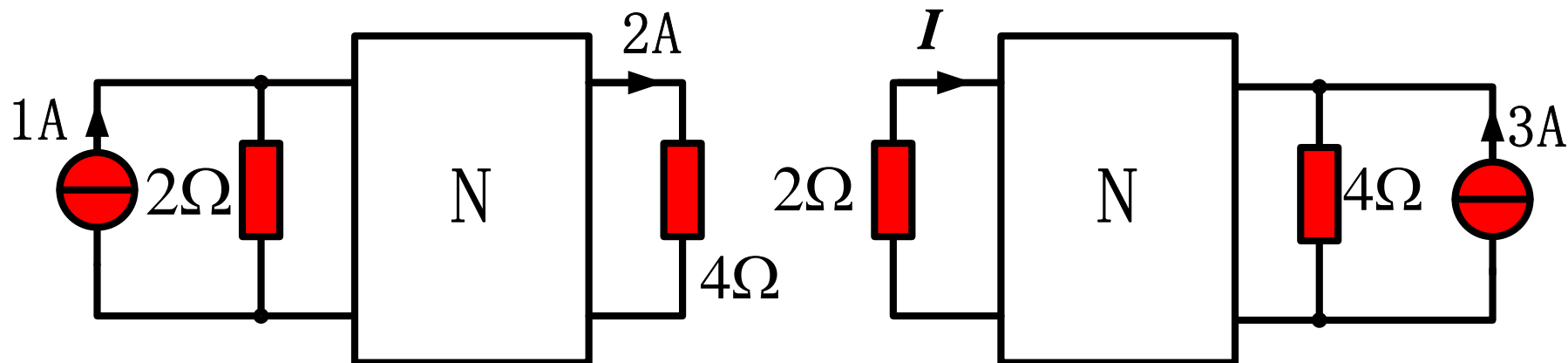
互易定理的证明

互易定理有三种形式，

用特勒根定理2的推论可以证明

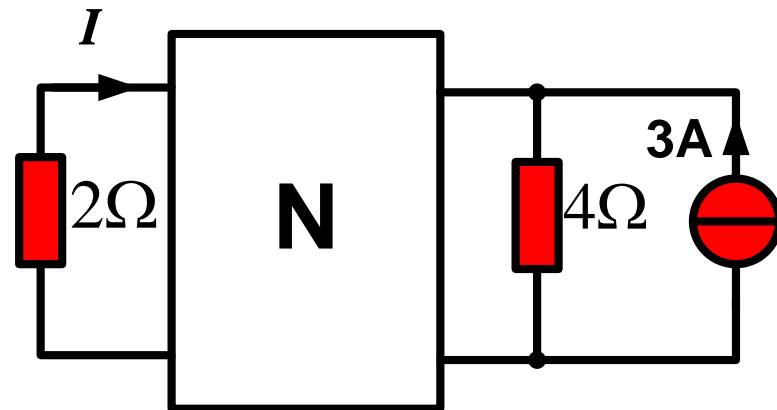
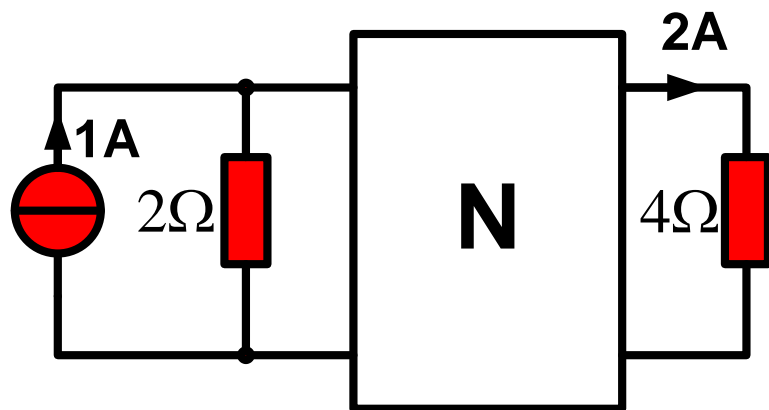
互易定理实际上是特勒根定理2的一个特例

互易定理的应用

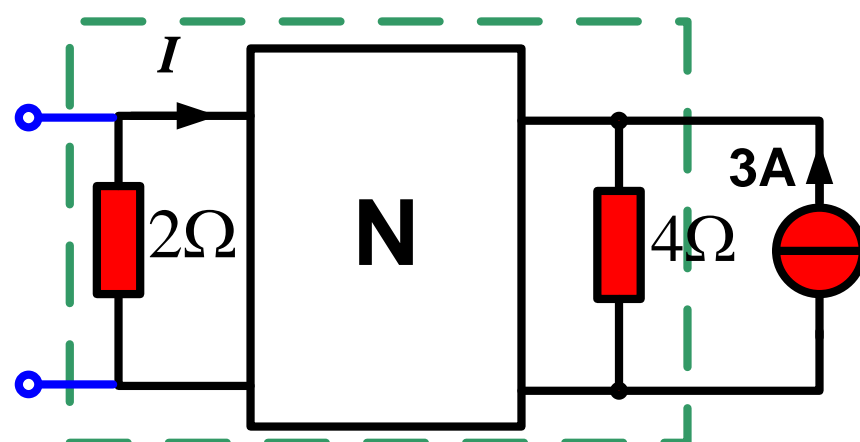
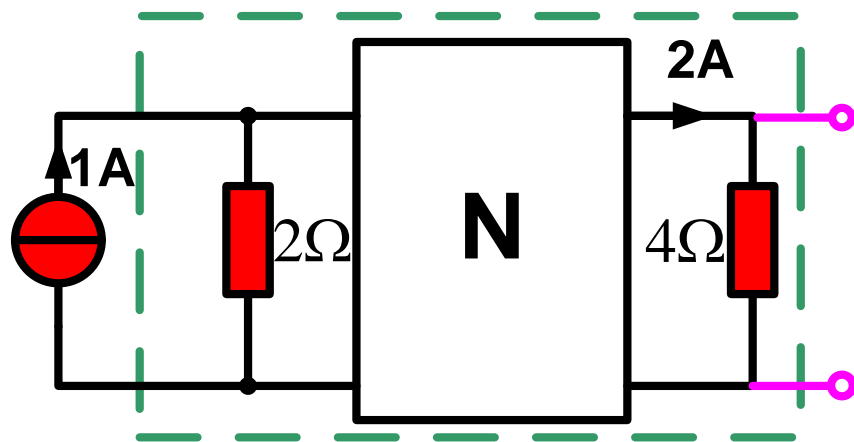
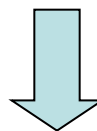


N为纯电阻网络，求 I

互易定理的应用



N为纯电阻网络，求I

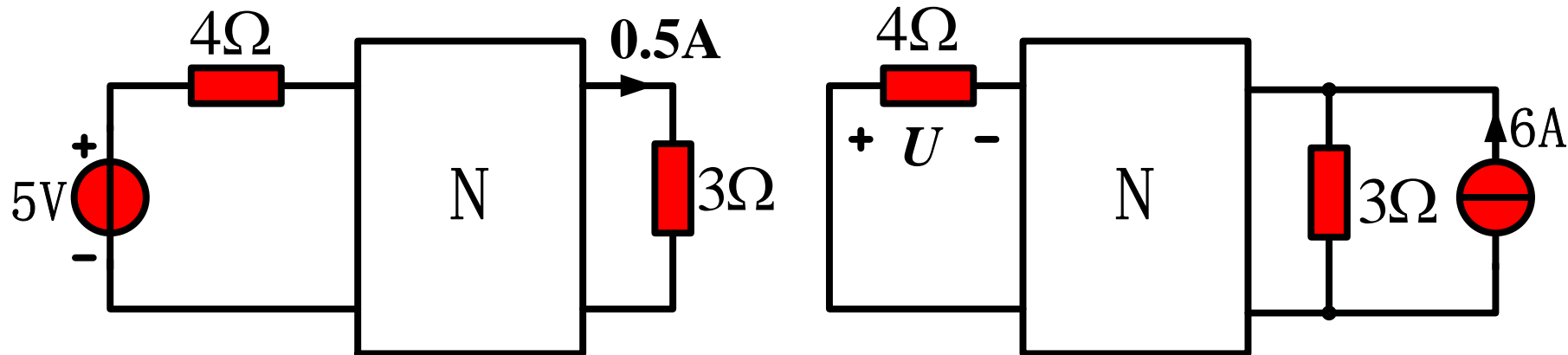


$$\frac{1}{8} = \frac{3}{-2I}$$

$$I = -12A$$

此题体现了两个技巧：无中生有；兼容并包

特勒根定理2和互易定理的应用



N 为纯电阻网络，求 U

答案: $U = -7.2V$

对偶原理（非考试内容，但很重要！）

如果两个东西通过元素互换既能由此及彼，也能由彼及此，则称二者互为对偶，两者具有完全相同的特性

例如

将KCL中的电流换成电压，就变成了KVL；

如果将KVL中的电压变成电流，就变成了KCL；

所以KCL和KVL互为对偶

对偶原理的作用在于减少重复、启发思考

对偶原理——对偶的元素

互换的元素我们称为对偶元素

对偶元素很多：

电压——电流

电阻——电导

电感——电容

串联——并联

回路——结点

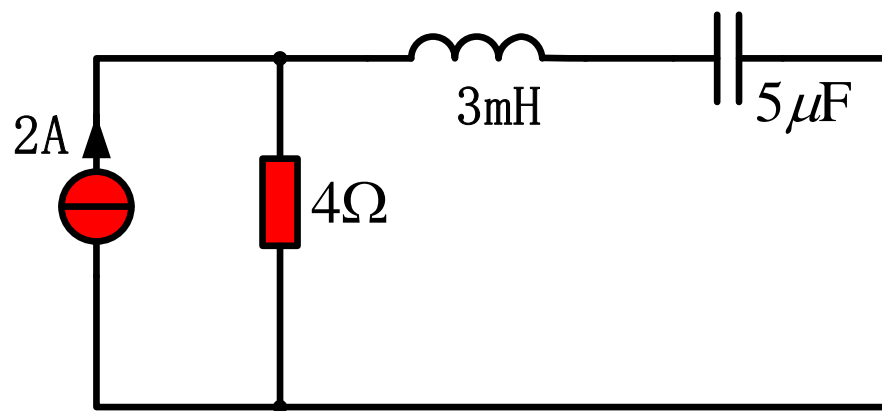
.....

对偶原理——如何得到对偶电路

将回路变成结点，结点与结点连接，与每一个电路元件交叉，将其变为对偶的电路元件。

细节问题：电压与电流都取关联参考方向，对偶电路的支路电流方向通过原电路支路顺时针旋转得到。

如何得到对偶电路-例题



求对偶电路

各定理之比较

	适用 条件	相互 关系	内容	注意事项
叠加	线性电路		总=各独立源单独作用之和	含受控源时保持不动
齐性	线性电路	叠加的推论	所有独立源变K倍，响应也变K倍	
替代	线性 非线性	一元件	已知支路电压或电流，可用同值电压源或电流源替代	
戴维宁	线性电路	二元件 ↑	含源一端口可用电压源与电阻串联等效	有的电路无戴维宁
诺顿	线性电路	↓ 二元件	含源一端口可用电流源与电导并联等效	有的电路无诺顿
特勒根1	线性 非线性	单电路	所有支路电压电流乘积之和为零	关联参考
特勒根2	线性 非线性	两电路	两个同拓扑电路，电压电流乘积之和为零	关联参考
互易	线性电路	特勒根2的特例	一激励线性电阻网络激励响应互换，比值不变	关联参考
对偶	线性电路	两电路	所有元素对偶后，新电路特性与原电路完全相同	