



数字图像处理

Digital Image Processing

信息工程学院

School of Information Engineering

6.6 逆滤波和维纳滤波

曹 辉 主讲

主要内容

教学目标：

1. 了解逆滤波原理。
2. 了解最小均方滤波器原理。

教学内容：

1. 逆滤波的基本原理。
2. 维纳滤波基本原理。



6.6 逆滤波 (Inverse Filtering)

逆滤波原理

对于线性移不变系统而言

$$\begin{aligned} g(x, y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\alpha, \beta) h(x - \alpha, y - \beta) d\alpha d\beta + n(x, y) \\ &= f(x, y) * h(x, y) + n(x, y) \end{aligned}$$

对上式两边进行傅立叶变换得

$$G(u, v) = F(u, v)H(u, v) + N(u, v)$$

$H(u, v)$ 称为系统的传递函数。从频率域角度看，它使图像退化，因而反映了成像系统的性能。

6.6 逆滤波 (Inverse Filtering)

通常在无噪声的理想情况下，上式可简化为

$$G(u, v) = F(u, v)H(u, v)$$

则 $F(u, v) = G(u, v) / H(u, v)$

进行反傅立叶变换可得到 $f(x, y)$ 。

但实际获取的影像都有噪声，因而只能求 $F(u, v)$ 的估计值 $\hat{F}(u, v)$ 。

$$\hat{F}(u, v) = F(u, v) + \frac{N(u, v)}{H(u, v)}$$

再作傅立叶逆变换得

$$\hat{f}(x, y) = f(x, y) + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [N(u, v)H^{-1}(u, v)] e^{j2\pi(ux+vy)} du dv$$

1. 实验证明，当退化图像的噪声较小，即轻度降质时，采用逆滤波恢复的方法可以获得较好的结果。
2. 当噪声作用范围很大时，逆滤波不能从噪声中提取图像。

6.7 最小均方误差滤波-维纳滤波 (Minimum Mean Square Error Filtering-Wiener Filtering)

逆滤波恢复方法对噪声极为敏感，要求信噪比较高，通常不满足该条件。

为了解决高噪声情况下的图像恢复问题，可采用最小均方滤波器来解决，其中，用得最多的是维纳滤波器。

最小均方误差滤波：

找出图像 f 的估计值 \hat{f} ，使得它们之间的均方误差最小。

$$e^2 = E\{(f - \hat{f})^2\}$$

6.7 最小均方误差滤波-维纳滤波 (Minimum Mean Square Error Filtering-Wiener Filtering)

维纳滤波

目标函数:采用拉格朗日乘数法,在有噪声条件下,从退化图像 $g(x, y)$ 复原出 $f(x, y)$ 的估计值。

用向量 $\mathbf{f}, \mathbf{g}, \mathbf{n}$ 来表示 $f(x, y), g(x, y), n(x, y)$, \mathbf{Q} 为对 \mathbf{f} 的线性算子,在约束条件,即估计误差为:

$$\|\mathbf{g} - \mathbf{H}\mathbf{f}\| = \mathbf{n}$$

求 $\mathbf{Q}\mathbf{f}$ 的最小化而得到 \mathbf{f} 的最佳估计。

用拉格朗日乘数法建立目标函数: $\min J(\hat{\mathbf{f}}) = \|\mathbf{Q}\mathbf{f}\|^2 + \alpha \left[\|\mathbf{g} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{f}}\|^2 - \|\mathbf{n}\|^2 \right]$

求解之后写成频域形式
$$\hat{F}(u, v) = \left[\frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \gamma [S_n(u, v) / S_f(u, v)]} \right] G(u, v)$$

6.7 最小均方误差滤波-维纳滤波 (Minimum Mean Square Error Filtering-Wiener Filtering)

维纳滤波器

$$\hat{F}(u, v) = \left[\frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + S_n(u, v) / S_f(u, v)} \right] G(u, v)$$

括号中的项组成的滤波器就是最小均方误差滤波器。

$H(u, v)$ 退化函数

$H^*(u, v)$ $H(u, v)$ 的复共轭

$|H(u, v)|^2$ $H^*(u, v)H(u, v)$

$S_n(u, v) = |N(u, v)|^2$ 噪声的功率谱

$S_f(u, v) = |F(u, v)|^2$ 未退化图像的功率谱

逆滤波没有说明怎样处理噪声，维纳滤波综合考虑退化函数和噪声统计特征。

6.7 最小均方误差滤波 –维纳滤波 (Minimum Mean Square Error Filtering-Wiener Filtering)

➤ 采用维纳滤波要求:

未退化图像和噪声的功率必须是已知的。

➤ 一般用下式近似，也可以得到比较好的效果（K为特殊常数）：

$$\hat{F}(u, v) = \left[\frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + K} \right] G(u, v)$$

6.7 最小均方误差滤波-维纳滤波 (Minimum Mean Square Error Filtering-Wiener Filtering)



a b c

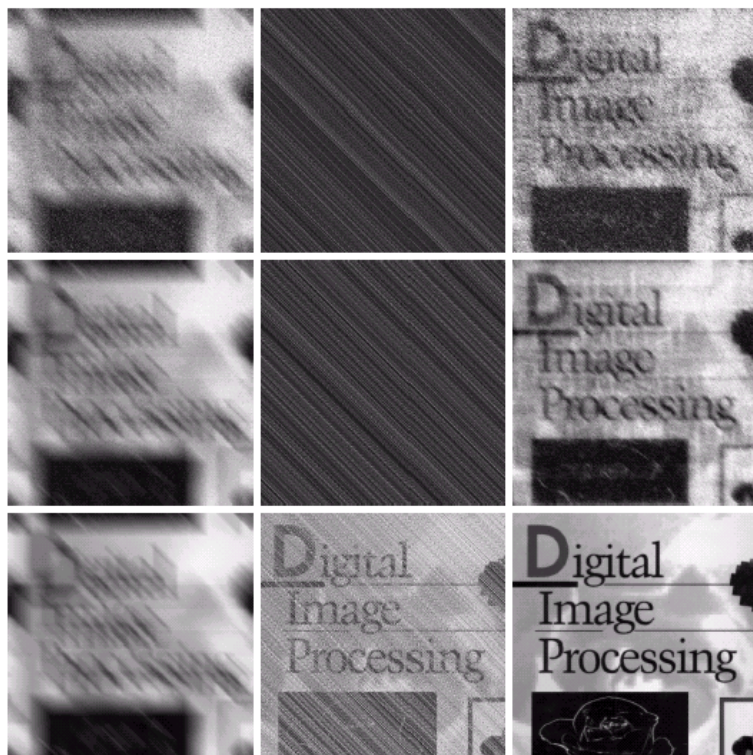
FIGURE 5.28 Comparison of inverse- and Wiener filtering. (a) Result of full inverse filtering of Fig. 5.25(b). (b) Radially limited inverse filter result. (c) Wiener filter result.

逆滤波和维纳滤波的比较

- a) 全逆滤波结果
- b) 半径受限的逆滤波结果
- c) 维纳滤波的结果 (交互选择K)

维纳滤波的结果非常接近原始图像,比逆滤波要好

6.7 最小均方误差滤波-维纳滤波 (Minimum Mean Square Error Filtering-Wiener Filtering)



a b c
d e f
g h i

FIGURE 5.29 (a) Image corrupted by motion blur and additive noise. (b) Result of inverse filtering. (c) Result of Wiener filtering. (d)-(f) Same sequence, but with noise variance one order of magnitude less. (g)-(i) Same sequence, but noise variance reduced by five orders of magnitude from (a). Note in (h) how the deblurred image is quite visible through a "curtain" of noise.

- ✓ (a) 由运动模糊及均值为0方差为650的加性高斯噪声污染的图像
- ✓ (b) 逆滤波的结果
- ✓ (c) 维纳滤波的结果
- ✓ (d)-(f) 噪声幅度的方差比(a)小一个数量级
- ✓ (g)-(i) 噪声方差比(a)小5个数量级

6.7 最小均方误差滤波-维纳滤波 (Minimum Mean Square Error Filtering-Wiener Filtering)

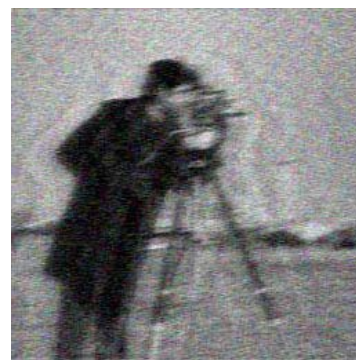
【例6.8】对运动模糊退化且加噪声的图像进行维纳滤波复原。



(a)



(b)



(c)



(d)

(a) 运动模糊退化且加噪声后的图像

(b) 不带参数的维纳滤波复原

(c) 带噪信比参数的维纳滤波复原

(d) 带自相关函数参数的维纳滤波复原

比较复原结果图不难发现，在对图像和噪声信息都未知情况下采用不带参数的维纳滤波形式进行复原的效果很不好，在已知噪信比NSR参数情况下的维纳滤波复原效果有了较大的改善，在已知噪声和原图像自相关函数等参数情况下的维纳滤波复原效果最佳。

小结

1. 讲解了逆滤波的基本原理。
2. 讲解了最小均方误差滤波-维纳滤波的基本原理。
3. 对相关实验结果进行对比分析。





谢谢

THANK YOU