



# 数字图像处理

Digital Image Processing

信息工程学院

School of Information Engineering

## 4.3 图像傅里叶变换频谱分析

郭志强 主讲

## 4.3 图像的傅里叶频谱特性分析

### 1、图像傅里叶频谱关于 $(M/2, N/2)$ 的对称性

设 $f(x,y)$ 是一幅大小为 $M \times N$ 的图像，根据离散傅立叶变换的周期性公式：

$$F(u,v) = F(u+mM, v+nN)$$

有：

$$|F(u,v)| = |F(u+M, v+N)| \quad (4.33)$$

再根据离散傅立叶变换的共轭对称性式：

$$|F(u,v)| = |F(-u, -v)|$$

就可得：

$$|F(u,v)| = |F(M-u, N-v)| \quad (4.34)$$



## 4.3 图像的傅里叶频谱特性分析

### 1、图像傅里叶频谱关于 $(M/2, N/2)$ 的对称性

根据(4.34)，对于 $u = 0$ ：

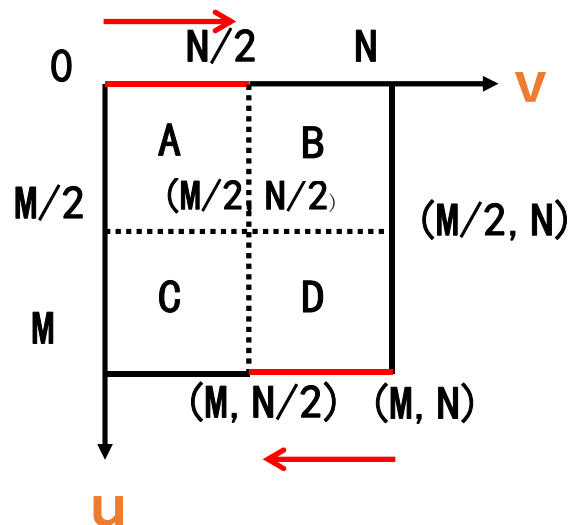
当 $v = 0$ 时：  $|F(0,0)| = |F(M,N)|$

当 $v = 1$ 时：  $|F(0,1)| = |F(M,N-1)|$

当 $v = 2$ 时：  $|F(0,2)| = |F(M,N-2)|$

⋮

当 $v = N/2$ 时：  $|F(0,N/2)| = |F(M,N/2)|$



## 4.3 图像的傅里叶频谱特性分析

### 1、图像傅里叶频谱关于 $(M/2, N/2)$ 的对称性

同理，对于 $v = 0$ ：

当 $u = 0$ 时： $|F(0,0)| = |F(M,N)|$

当 $u = 1$ 时： $|F(1,0)| = |F(M-1,N)|$

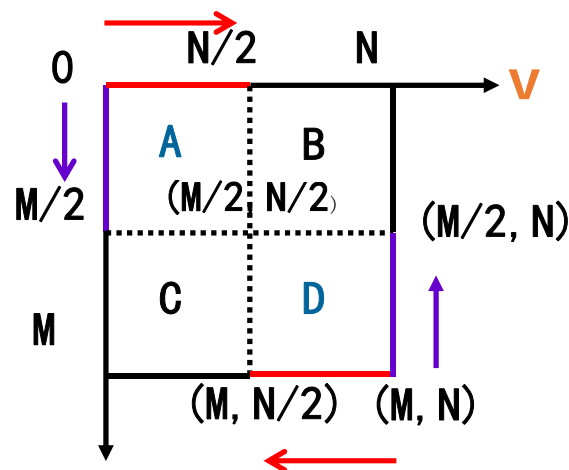
当 $u = 2$ 时： $|F(2,0)| = |F(M-2,N)|$

⋮

当 $u = M/2$ 时： $|F(M/2,0)| = |F(M/2,N)|$

由此可得：

频谱图A区与D区和B区与C区关于坐标 $(M/2, N/2)$ 对称。



## 4.3 图像的傅里叶频谱特性分析

### 1、图像傅里叶频谱关于 $(M/2, N/2)$ 的对称性

图4.4和图4.5是原点坐标位于 $(0,0)$ 的图像的傅里叶变换频谱关于 $(M/2, N/2)$ 对称的两个例子。

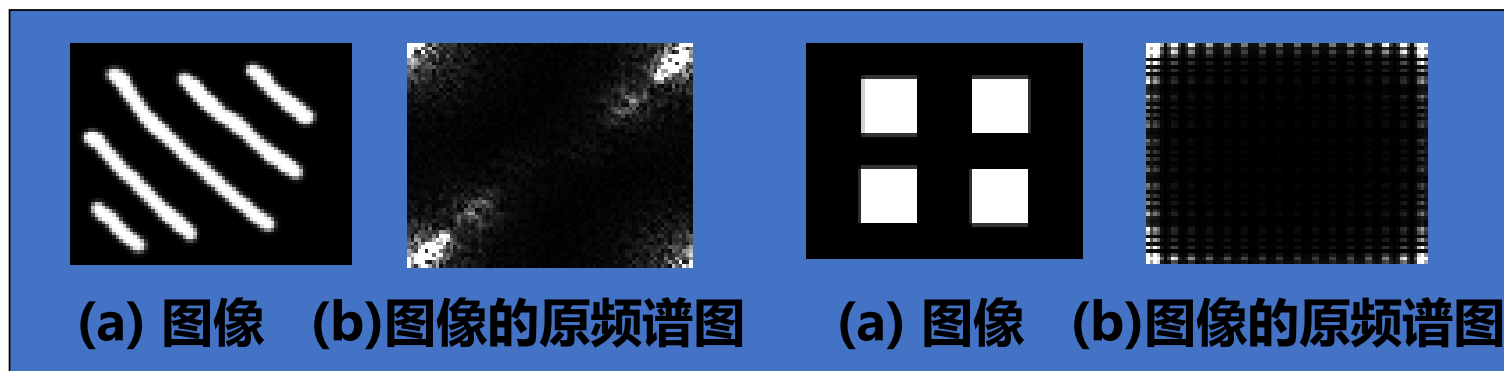
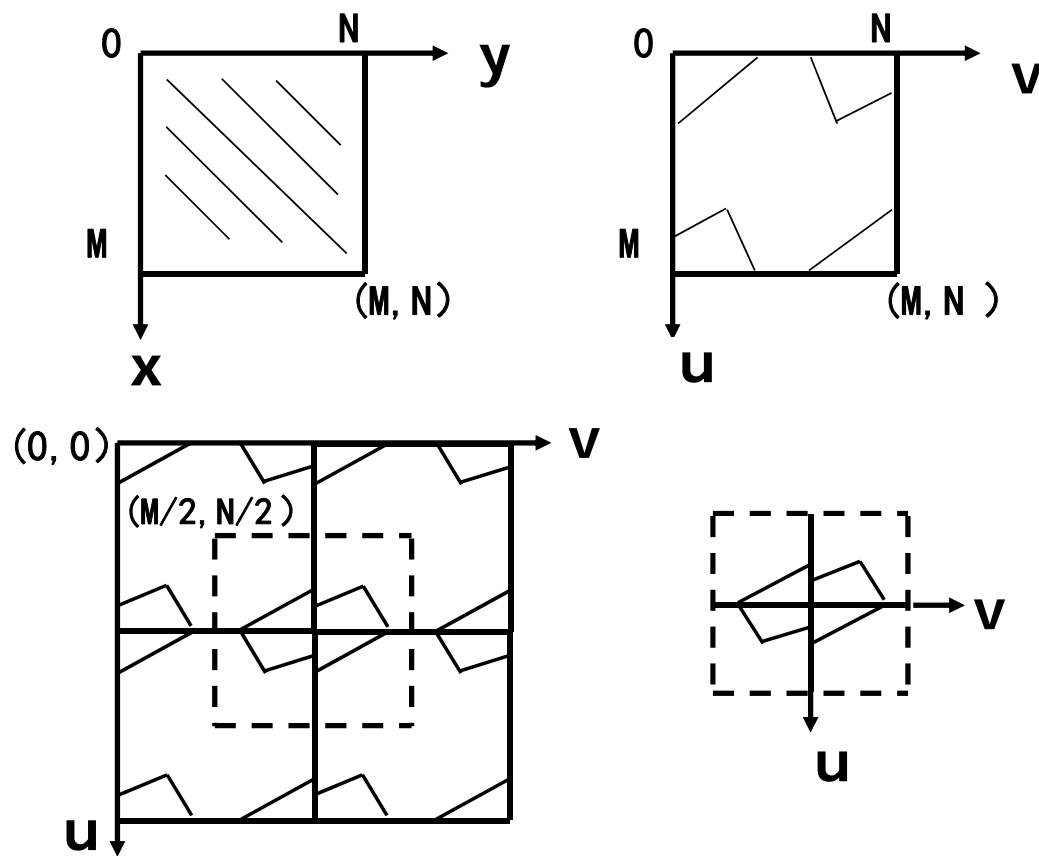


图4.4 / 图4.5 关于 $(M/2, N/2)$ 对称示例1 / 示例2

Matlab:fft2(I)

## 4.3 图像的傅里叶频谱特性分析

### 2、图像傅里叶频谱特性及其频谱图



## 4.3 图像的傅里叶频谱特性分析

### 2、图像傅里叶频谱特性及其频谱图

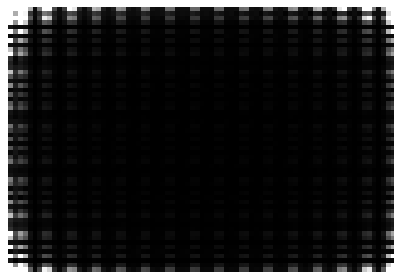
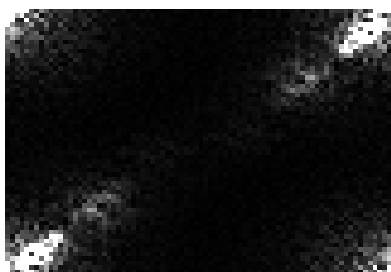


图4.4(b)/图4.5(b)的原频谱图 - 原点在(0,0)时的频谱图

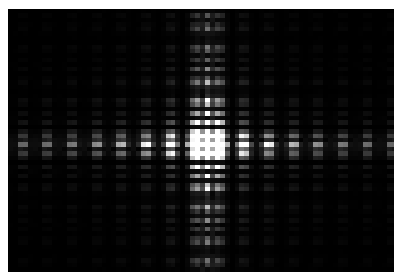
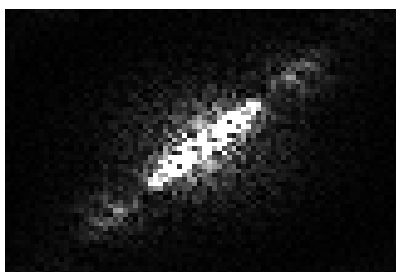


图4.7的频谱图(a)和(b) - 原点平移到(M/2, N/2)后的频谱图

Matlab:fftshif(I)



## 4.3 图像的傅里叶频谱特性分析

### 2、图像傅里叶频谱特性及其频谱图

对于式(4.43):  $f(x, y) \exp \left[ j2\pi \left( \frac{u_0 x}{M} + \frac{v_0 y}{N} \right) \right] \leftrightarrow F(u - u_0, v - v_0)$

当  $u_0 = M/2$  ,  $v_0 = N/2$  时, 有

$$\exp \left[ j2\pi \left( \frac{u_0 x}{M} + \frac{v_0 y}{N} \right) \right] = \exp \left[ j2\pi \left( \frac{M}{2} \cdot \frac{x}{M} + \frac{N}{2} \cdot \frac{y}{N} \right) \right]$$

$$e^{j\pi(x+y)} = (e^{j\pi})^{(x+y)} = (\cos\pi + j\sin\pi)^{(x+y)} = (-1)^{(x+y)}$$

也即  $f(x, y)(-1)^{(x+y)} \leftrightarrow F(u - \frac{M}{2}, v - \frac{N}{2})$

也就是说, 图4.7的频谱图(a)和(b)实质上是函数  $f(x, y)(-1)^{(x+y)}$  的傅里叶频谱图。

课堂问题: 上述方法实现了对图像频谱的搬移, 在通信上称为什么方法?

## 4.3 图像的傅里叶频谱特性分析

### 3、傅里叶变换在图像处理中的应用

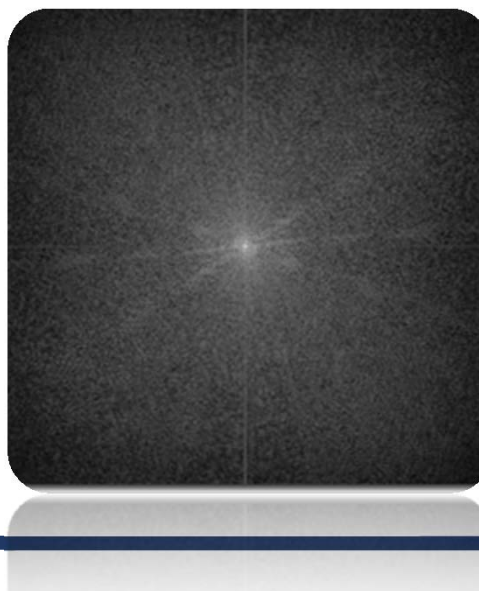
**基本思路是：**

先用 $(-1)^{(x+y)}$ 乘以图像得 $(-1)^{(x+y)}f(x, y)$ ；然后对其进行傅里叶正变换得到原点在 $(M/2, N/2)$ 之处的 $F(u, v)$ ；接着根据图像的频率特性，利用有关的低通频率滤波器，或高通频率滤波器等，对其进行滤波处理；再将处理的结果进行傅里叶反变换；最后给反变换的结果再乘以 $(-1)^{(x+y)}$ 就可得到最终的结果。

**典型的应用有：**

去除图像噪声、图像数据压缩、图像识别、图像重构和图像描述等。

```
I=imread('f:\lena.jpg'); %读入图像
F=fft2(im2double(I)); %FFT
F=fftshift(F); %FFT频谱平移
F=real(F);
T=log(F+1); %频谱对数变换
subplot(1,2,1),imshow(I),title('原始图像');
subplot(1,2,2),imshow(T,[]),title('原始图像其频谱图');
```





谢谢

THANK YOU