

傅立叶变换 (II)

计算机科学的及滕裙陆

大学博士

浙江大学

图像表示

PRIORI依据自然图像

连续时间傅立叶级数

- 假设 $x(t)$ 的是一个连续时间 定期 一个信号： $x(t) = x(t + KT_0)$

- 基本信号 $e^{jK\omega_0 t}$ ($K=0, \pm 1, \pm 2, \dots$) ($\omega_0 = 2\pi/T_0$)

- 分析

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T_0} X_k e^{jK\omega_0 t} DT$$

- 系数 $\{X_k\}$ 通常被称为傅立叶级数系数或频谱系数 $x(t)$ 的

- 合成

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_k e^{jK\omega_0 t}$$

- 如果 $x(t)$ 的是实数信号，然后 一个 $X_{-k} = X_k^*$

狄利克雷条件

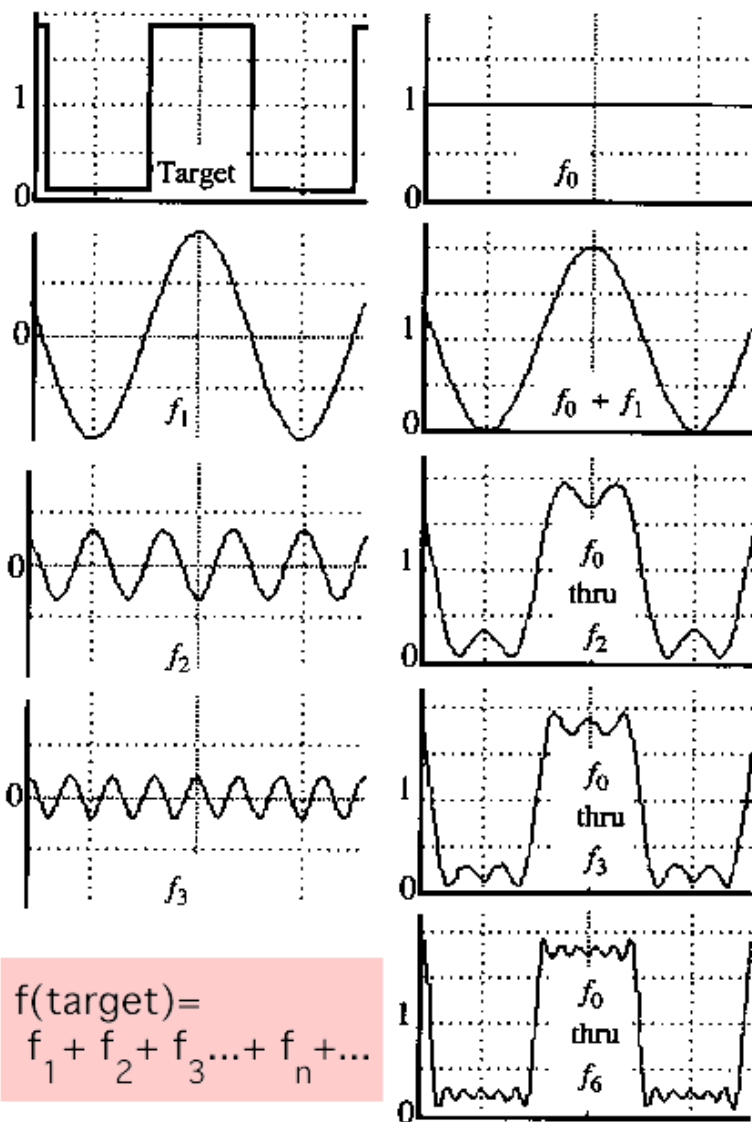
- 一个 **定期** 信号 $X(t)$ 的，有傅立叶级数只有当它满足以下条件：

- 1) $X(t)$ 的超过任何时期绝对可积，即

$$\int_{-\infty}^{\infty} |X(t)| dt < \infty$$

- 2) $X(t)$ 的有在任何周期的最大和最小值的仅有限数量的
- 3) $X(t)$ 的有超过任何时期不连续性只有有限数量的

一个周期性的方波



离散时间傅立叶级数

- 怎么样 $X[n]$ 的是 离散时间 定期 信号？

- $X[n] = X[\tilde{n} + N]$ 要么 $X[n] = X[\tilde{n} + kN] \ (k \in \mathbb{Z})$

- 现在，如果我们把圆 2π 分成 \tilde{N} 点，我们会得到 \tilde{N}

不同离散频率
$$e^{jK \frac{2\pi}{N} n}, k \in \{0, 1, \dots, \tilde{N}-1\}$$
 或

$k \in \{1, 2, \dots, N\}$ ，等等。 ($K = \langle N \rangle$)

- $e^{jK_1 \frac{2\pi}{N} n}$ 和 $e^{jK_2 \frac{2\pi}{N} n}$ 是彼此正交的，每当 k_1

• k_2 和 k_1 ， $k_2 \neq k_1$ (所述一组 N 个连续整数号码)

- 一个重要的区别 在离散时间设定谐波相关信号的和连续时间之间是

• 有 只要 \tilde{N} 不同的信号

$$e^{jK \frac{2\pi}{N} n} \text{ 在集 } K = 0, 1, 2, \dots, \tilde{N}-1$$

•

• 而所有的
$$e^{jK \frac{2\pi}{N} n} \text{ (} K = 0, 1, 2, \dots \text{) 是不同。}$$

离散时间傅立叶级数

- 假设 $X[n]$ 的是在离散时间域中的周期信号

- 请记住，我们只有 \tilde{n} 在该组不同的信号 $K=0, \cdot 1, \cdot 2, \cdot$

- 分析

$$X[n] = \sum_{\tilde{n}} X[\tilde{n}] e^{jK \frac{2\pi}{N} n}$$

- 合成

$$X[n] = \sum_{\tilde{n}} X[\tilde{n}] e^{jK \frac{2\pi}{N} n}$$

离散时间傅里叶变换

- 现在假设 $x[n]$ 的是一个非周期性在信号离散时域

- 分析

$$x[n] e^{j\omega n} \quad \cdot \quad \omega$$

- 合成

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega$$

- 连续周期性在频域中

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(e^{j(\omega - 2\pi k)})$$

基准信号的总结

- 连续时间

- 傅里叶级数周期信号 •

$$\ddot{E}^{\dot{j}_k \quad 0 \quad \dot{T}}$$

- 傅里叶变换非周期信号 •

$$\ddot{E}^{\dot{J}T}$$

- 离散时间

- 离散傅里叶级数周期信号 •

$$\ddot{E}^{\dot{j}_k \frac{2 \cdot}{\tilde{n}} \tilde{n}}$$

- 离散傅立叶变换的非周期信号

- $\ddot{E}^{\dot{J}N}$

参考

- [1] AV奥本海姆，AS Willsky和IT青年，信号与系统，普伦蒂斯霍尔，1983年。

谢谢！

锡群Lu博士

xqlu@zju.edu.cn