

# 傅立叶变换 ( I )

计算机科学的及滕裙陆

大学博士

浙江大学

图像表示

PRIORI依据自然图像

# 基本指数信号 ( I )

- 基本构建信号  $\ddot{E}^{JT}$  和  $\ddot{E}^{JN}$ 
  - $\ddot{E}^{JT}$  和  $\ddot{E}^{JN}$  表示在连续时间和离散时间域中的弧度频率，分别。

- 连续时间指数信号的属性

$$\ddot{E}^{JT}$$

- 这是一个 **定期** 信号
  - 基本周期  $T = 2\pi / \omega$

$$\ddot{E}^{JT} = \ddot{E}^{J\omega} (\check{T}KT) = \ddot{E}^{J\omega} T K \frac{2\pi}{\omega}$$

- 幅度较大  $\omega$ ，较高速率的信号的振荡。

- $\ddot{E}^{J\omega_1}$  和  $\ddot{E}^{J\omega_2}$  是正交对方只要  $|\omega_1| \neq |\omega_2|$

证明  $\ddot{E}^{j_1 \check{T}}$  和  $\ddot{E}^{j_2 \check{T}}$  是正交 对方只要  $| \cdot_1 | \cdot | \cdot_2 |$

因为它们是周期性的信号，我们只需要证明他们共同的期限内是相互正交的。

现在假设  $\check{T}$  是最小公倍数  $\check{T}_1 = 2 \cdot / \cdot_1$  和  $\check{T}_2 = 2 \cdot / \cdot_2$

假设子介子介  $\cdot_{11} \cdot_1 \frac{2 \cdot}{\cdot_1}$  和  $T_k$  子介  $\cdot_{22} \cdot_2 \frac{2 \cdot}{\cdot_2}$  ( $K \check{K} \check{Z}_2 \cdot \cdot$ )

$$\cdot \overset{\check{T}}{E \overset{j_1 \check{T}}{E} \overset{j_2 \check{T}}{D} \check{T}} \cdot \overset{\check{T}}{E}^{j(\cdot_1 \cdot \cdot_2) \check{T}} \overset{\check{T}}{DT} \cdot \frac{1}{(\cdot_1 \cdot \cdot_2)} E J^{j(\cdot_1 \cdot \cdot_2) \check{T}} \Bigg| \check{T} \\ 0 \quad 0 \quad \quad \quad 0$$

$$\cdot \frac{1}{(\cdot_1 \cdot \cdot_2)} (E J^{j(\cdot_1 \cdot \cdot_2) \check{T}} \cdot 1) \cdot 0$$

# 基本指数信号 ( II )

- 离散时间指数信号的属性

$$\ddot{E}^{JN}$$

$$\ddot{E}^{JN} = \ddot{E}^{j \cdot (N \cdot \tilde{n})} = \ddot{E}^{j \cdot (\tilde{n} \cdot 2 \cdot \pi)}$$

- 是不定期为随意值。

- 只有当  $\cdot/2 \cdot = \pi/N$  (  $\pi$  和  $\tilde{n}$  是整数, 即只有当  $\cdot/2 \cdot$  为有理数 )

- 但  $\ddot{E}^{JN}$  是 **定期** 信号 WRT  $\cdot$ 。

$$\ddot{E}^{JN} = \ddot{E}^{j \cdot (\cdot \cdot 2 \cdot) \tilde{n}}$$

- $\ddot{E}^{JN}$  是不不同, 与频率的信号  $\cdot_0$  是相同的同频率的信号 (  $\cdot_0 \cdot 2 \cdot$  ) (  $4 \cdot$  )
- 等等 (  $\cdot_0 \cdot 2 \cdot K$  ) 。

# $\ddot{E}^{JT}$ 与 $\ddot{E}^{JN}$

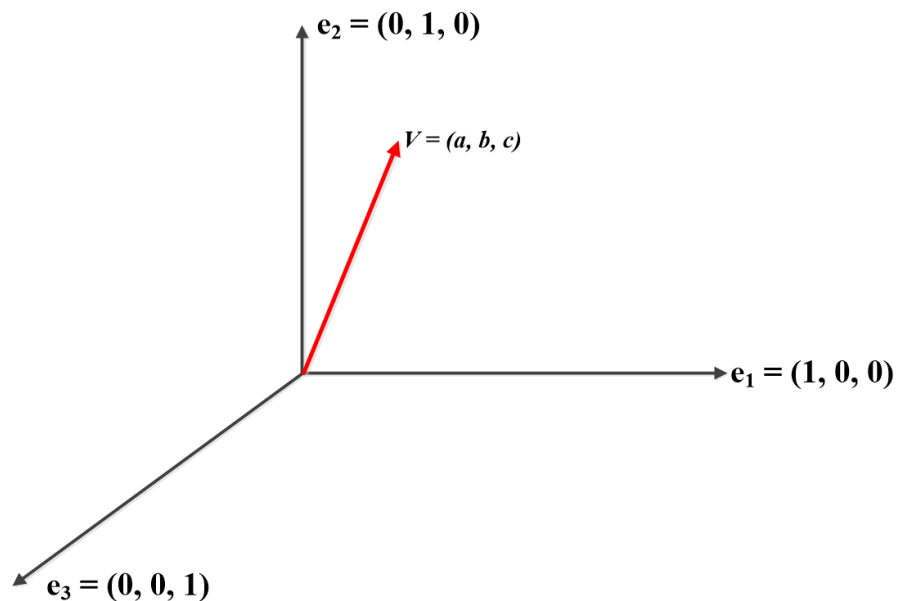
$\ddot{E}^{JT}$	$\ddot{E}^{JN}$
对于不同的不同信号 大小的 •	在频率指数相同的信号通过2分离 •
定期对任何选择 • 定期 除非 • <sub>0</sub> = 2 • ( $M/N$ )	对于一些整数 $\tilde{n} > 0$ 米
基本频率 • <sub>0</sub>	如果是周期性的基波频率 : • <sub>0</sub> / 米
基本周期 • <sub>0</sub> = 0 : 未定义 • <sub>0</sub> • 0 : 2 • / • <sub>0</sub>	基本周期 , 如果它是周期性 • <sub>0</sub> = 0 : 未定义 • <sub>0</sub> • 0 : $M ( 2 \bullet / \bullet_0 )$

$\vec{E}_1^j$  和  $\vec{E}_2^j$  是正交 只要  $|\vec{E}_1| \cdot |\vec{E}_2|$

## 欧氏几何空间

- 3D欧氏几何空间

- 3个基本矢量



- 分析

$V = a\vec{e}_1 + b\vec{e}_2 + c\vec{e}_3$

- 合成

$\vec{V} = a\vec{e}_1 + b\vec{e}_2 + c\vec{e}_3$

## 信号空间

- 基本信号的数目是无限的。

- 这是一个复杂的空间

- 分析

$$X(\cdot) = \begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix} X^T E D^T$$

- 合成

$$X(\cdot) = \begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix} X^T E D^T$$

# 连续时间傅立叶 转变

- 的连续时间的表示 非周期性 信号

- 分析

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad \text{或} \quad X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt$$

- 合成

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad \text{或} \quad x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi f t} df$$



# 狄利克雷条件

- 连续时间 **非周期性** 信号  $X(t)$  的只有当它满足以下条件的傅立叶变换：

- 1)  $X(t)$  的绝对可积，即

$$\int_{-\infty}^{\infty} |X(t)| dt < \infty$$

- 2)  $X(t)$  的具有任何有限区间内的最大和最小值的仅有限数量。
- 3)  $X(t)$  的具有任何有限区间内的不连续的仅有限数量。

# 参考

- [1] AV奥本海姆，AS Willsky和IT青年，信号与系统，普伦蒂斯霍尔，1983年。

**谢谢！**

锡群Lu博士

xqlu@zju.edu.cn