傅立叶变换（III）

- **DFT**

计算机科学的及滕褚陆

大学博士

浙江大学

图像表示

PRIORI依据自然图像

离散傅立叶变换（DFT）

- 有限的持续时间的非周期信号 *X [N]*，*X [n]的=* 0区间之外0 • *ñ* • *ñ* 1。
- 构建一个周期信号 X̃[N] 随着期 *ñ*（ *ñ* • *ñ* 1），在一个周期 X̃[N] = *X [n]的（* 0 • *ñ<* *N）。*
  - 根据离散时间傅立叶级数的DFT *X [n]的* 通常被写成

$$(\sim) \bullet \quad k \bullet \text{——} \bullet \sum_{\tilde{n} \bullet 0}^{\tilde{n} \bullet 1} X[1 \quad] \quad \bullet \quad \frac{2\bullet}{N\ JKN还} \quad , \quad \bullet \quad , 0, \bullet 1 \quad , \tilde{N}ken \bullet 1 \tilde{N}AK$$

  - 合成公式

$$\bullet \bullet \sum_{k \bullet 0}^{\tilde{n} \bullet 1} (\sim] [\quad X) NX \quad \frac{2\bullet}{N\ JKN还} \quad , \quad \bullet \quad , 0, \bullet 1 \quad , \tilde{n}NEK \bullet 1$$

DFT分析的矩阵定

矢量形式

ñ • 1 • 2•

N JKN还

( ) • • — • [1 X] , • , 0, • 1 , ÑkenxÑAK

k,

ñ• 0

• 0 ( ) • • ,00 • WW ,ñ0 • 1 • • 0 I •

• • • • • • • • • • • • • •

• • • • • • • • • • •

• NXX( ) • • ñ • ,01 • WW • ,NN 1 • • ñXX [ ] •

哪里

w ^ KN, • 1 — 简 • JK 2• — N还 N

DFT基础

- DFT矩阵

$$W_N = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & e^{-j2\pi/N} & \cdots & e^{-j2\pi(N-1)/N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & e^{-j2\pi(N-1)/N} & \cdots & e^{-j2\pi(N-1)(N-1)/N} \end{bmatrix}$$

该DFT 分析 在矩阵向量形成

$$
\begin{bmatrix} \tilde{X}(0) \\ \vdots \\ \tilde{X}(N-1) \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
W_{0,0} & \cdots & W_{0,N-1} \begin{bmatrix} x[0] \\ \vdots \\ x[N-1] \end{bmatrix} \\
 & \vdots & \\
W_{N-1,0} & \cdots & W_{N-1,N-1} \begin{bmatrix} x[0] \\ \vdots \\ x[N-1] \end{bmatrix}
\end{bmatrix}
$$

逆DFT基础

$$
W^H = \begin{bmatrix}
1 & 1 & \cdots & 1 \\
1 & e^{j2\pi/N} & \cdots & e^{j2\pi(N-1)/N} \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
1 & e^{j2\pi(N-1)/N} & \cdots & e^{j2\pi(N-1)(N-1)/N}
\end{bmatrix}
$$

该DFT 合成 在矩阵向量形成

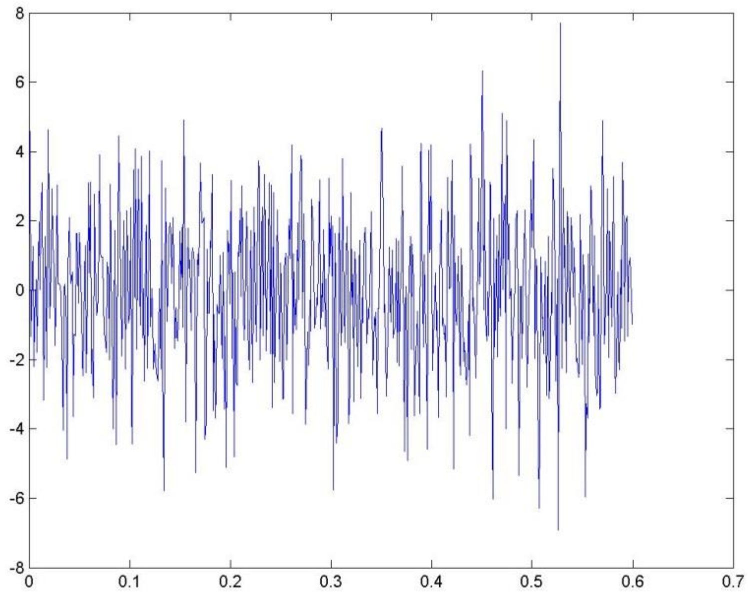
$$\bullet \quad \bullet \, (\smile)] \, [\quad \sum_{k \bullet 0}^{\tilde{n} \bullet 1} X \, NX \frac{2 \bullet}{N \, JKN还} \, , \quad \bullet \quad , 0 \bullet 1 \quad , \tilde{n} NEK \bullet 1$$

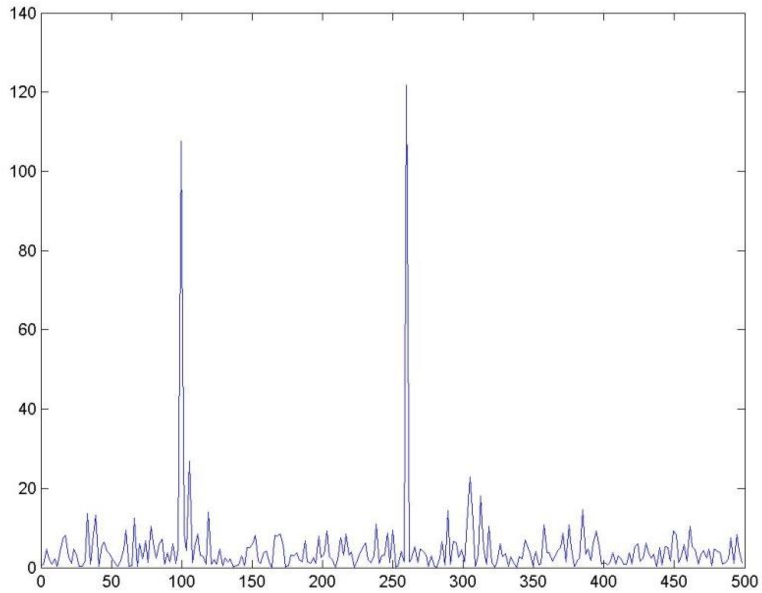
$$\begin{bmatrix} X[0] \\ \vdots \\ \times [N个 \bullet 1] \end{bmatrix} \bullet \tilde{X}(0) \begin{bmatrix} w^{\wedge *}_{0,0} \\ \vdots \\ w^{\wedge *}_{0,\tilde{n} \bullet} \end{bmatrix} \bullet \cdots \tilde{X}N(\bullet 1) \begin{bmatrix} w^{\wedge *}_{\tilde{n} \bullet 1,0} \\ \vdots \\ w^{\wedge *}_{\tilde{n} \tilde{n} 1,1 \bullet} \end{bmatrix}$$

哪里

$$宽 E^{*}_{KN} \bullet JK \frac{2 \bullet}{N} N还$$

的傅立叶分析实例





t = 0时：0.001：0.6;　　　F = 1000 *（0：255）/ 512;

X = **COS（** 2 * PI * 100 * T）+ **罪（** 2 * PI * 260 * T）;

Y = X + 2 * randn（大小（T））; Y = FFT（Y，512）;

P = Y. *缀（Y）/ 512;

图1）; 图（T，Y）; 图（2）; 情节（F，P（1：256））;

参考

- [1] AV奥本海姆，AS Willsky和IT青年，信号与系统，普伦蒂斯霍尔，1983年。

谢谢！

锡群Lu博士

xqlu@zju.edu.cn