粉笔直播课

强化练习-数学运算 2

(讲义+笔记)

主讲教师：李百

授课时间：2024.01.21

粉笔公考·官方微信

强化练习-数学运算 2（讲义）

1.某铁路桥长 1440 米，一列动车从桥上通过，测得动车从开始上桥到完全下桥用了 21 秒，动车的速度为 288km/h，则整列动车完全在桥上的时间为（　）秒。

A.18　　B.16

C.15　　D.12

2.某小学组织学生排成队步行去郊游，每分钟步行 60 米。队尾的李老师以每分钟 150 米的速度赶到排头，然后立即返回队尾，共用了 10 分钟。队伍的长度是（　）米。

A.630　　B.750

C.900　　D.1500

3.在 400 米环形跑道上，甲、乙两人同时从起点背向练习跑步。已知甲每秒跑 5 米，乙每秒跑 3 米。当他们第 4 次相遇时，甲还需要跑多少秒才返回起点？（　）

A.40　　B.45

C.50　　D.55

4.随着人们生活水平的提高，汽车拥有量迅速增长，汽车牌照号码需要扩容。某地级市交通管理部门出台了一种小型汽车牌照组成办法，每个汽车牌照后五位的要求必须是：前三位为阿拉伯数字，后两位为两个不重复的英文字母（字母 O、I 不参与组牌），那么用这种方法可以给该地区汽车上牌照的数量为（　）。

A.397440 辆　　B.402400 辆

C.552000 辆　　D.576000 辆

5.单位工会组织拔河比赛，每支参赛队都由 3 名男职工和 3 名女职工组成。假设比赛时要求 3 名男职工的站位不能全部连在一起，则每支队伍有几种不同的

站位方式？（　）

A. 432　　B. 504

C. 576　　D. 720

6. 要将不同的五种商品 A、B、C、D、E 在货柜上排成一排，其中 A、B 必须排在一起，C、D 不能排在一起，则有（　）种不同的排列方式。

A. 12　　B. 20

C. 24　　D. 48

7. 某单位的会议室有 5 排共 40 个座位，每排座位数相同。小张和小李随机入座，则他们坐在同一排的概率（　）。

A. 不高于 15%　　B. 高于 15%但低于 20%

C. 正好为 20%　　D. 高于 20%

8. 乒乓球比赛的规则是五局三胜制，甲、乙两球员的胜率分别为 60%和 40%，在一次比赛中，若甲先连胜了前面两局，则甲最后获胜的概率是（　）。

A. 60%　　B. 在 81%～85%之间

C. 在 86%～90%之间　　D. 在 91%以上

9. 某大学有一批研究生参加面试。面试考生从 5 个面试题中抽取 2 个答题。无论怎样抽题，结果还是有 3 名考生的试题相同。问该大学至少有多少名研究生参加面试？（　）

A. 14　　B. 21

C. 31　　D. 41

10. 商场某销售人员每月销售电视的台数都不相同，2022 年下半年他共销售电视 150 台，已知 2022 年他的销售量逐月递增，12 月的销售量是 7 月的 2 倍，那么他 8 月的销售量最少可能是多少台？（　）

A. 16　　B. 17

C. 18　　　　D. 19

11. 一个长方体实心零件，长、宽、高分别为 12 厘米、8 厘米和 4 厘米。如将其最大面朝下放在另一个长方体水槽中，零件将被完全淹没，且水面上升 3 厘米。问零件最大面的面积比水槽底面积小多少平方厘米？（　）

A. 32　　　　B. 64

C. 96　　　　D. 128

12. 一个圆形人工湖的半径为 150 米，小张从距离湖边 150 米的 A 处出发向湖边正对面湖岸位置的 B 处行进，并在到达后返回 A 处。如他全程不得进入湖内行走，则他最少走（　）。

A. 不到 1000 米　　　　B. 1000～1200 米之间

C. 1200～1400 米之间　　　　D. 超过 1400 米

13. 乙地在甲地的正东方 26 千米处，丙地在甲、乙两地连线的北方，且与甲、乙的距离分别为 24 千米和 10 千米。一辆车从甲、乙两地中点位置出发向正北方行驶，在经过甲、丙连线时，与丙地的距离在以下哪个范围内？（　）

A. 不到 8 千米　　　　B. 8～9 千米之间

C. 9～10 千米之间　　　　D. 10 千米以上

14. 某班期末考试结束后统计，物理、化学均不及格的人数占全班的 14%，物理及格的人数比化学及格的人数多 10 人，且化学及格的人数占全班人数的 60%。已知全班人数不超过 70 人，问物理及格的人中化学也及格的有多少人？（　）

A. 25　　　　B. 26

C. 27　　　　D. 28

15. 一次期末考试，某班同学成绩统计如下表：

数学 90 分以上	语文 90 分以上	英语 90 分以上	数学和英语 90 分以上	数学和语文 90 分以上	语文和英语 90 分以上	三门功课没有一门 90 分以上
23 人	21 人	20 人	8 人	6 人	10 人	5 人

求：这个班最多有多少人？（　）

A. 45　　B. 51

C. 53　　D. 55

16. 有一瓶浓度为 15%的盐水 500 克，每次加入 34 克浓度为 60%的盐水，则至少加（　）次该盐水，能使这瓶盐水的浓度超过 30%。

A. 6　　B. 7

C. 8　　D. 9

强化练习-数学运算 2（笔记）

强化课程说明

1.课程目标：通过题目，回顾与强化理论课知识点，温故知新

2.课程设置：每节课约 2.5～3 小时，课中休息一次

课程	内容
数学运算2	行程问题+排列组合与概率问题+最值+几何+容斥+其他

3.课堂要求：①课前预习②积极互动

4.课后答疑：课前+课间

【注意】强化课程说明：

1.课程目标：通过题目，回顾与强化理论课知识点，温故知新。

2.课程设置：每节课约 2.5～3 小时，课中休息一次，休息 5 分钟左右。今天学习的内容：行程问题+排列组合与概率问题+最值+几何+容斥+其他。

3.课堂要求：课前预习，积极互动。

4.课后答疑：课前+课间。

行程问题

三量关系：路程=速度*时间

常考题型：

1.基础行程

2.相对行程

【注意】行程问题：

1.三量关系：路程=速度*时间（S=V*T）。

2.常考题型：

（1）基础行程。题型相对简单，考试中遇到了，可以挑出来做。

（2）相对行程。最容易出难题。

一、基础行程（S=V*T）

火车过桥

关键词：火车/车队过桥/隧道

火车过桥：路程=桥长+火车长

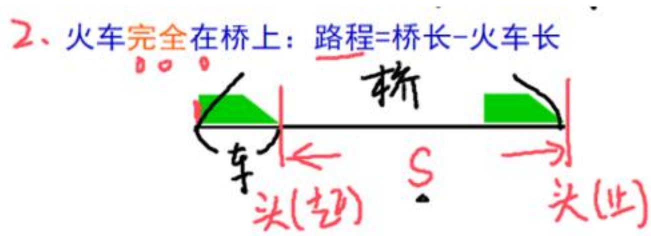
火车完全在桥上：路程=桥长-火车长

【注意】基础行程（S=V*T）——火车过桥问题：

1.关键词：火车或车队过桥、过隧道。

2.火车过桥：路程=桥长+火车长。分析：看示意图，绿色代表火车，要完全通过桥，要找到起点和终点，从车头上桥开始（起点），到车尾刚刚通过（终点），就是完全通过桥，即黑色实线（桥长）+绿色车长，则路程=桥长+火车长。

3.火车完全在桥上：路程=桥长-火车长。分析，完全在桥上，那么车头和车尾都要在桥上，从车尾上桥是开始，到车头刚要离开还没有离开是结束，这个过程是完全在桥上，则路程=桥长-火车长。



4.火车完全通过桥：两个长度相加；火车完全在桥上：两个长度作差。

1.某铁路桥长 1440 米，一列动车从桥上通过，测得动车从开始上桥到完全下桥用了 21 秒，动车的速度为 288km/h，则整列动车完全在桥上的时间为（　）秒。

A.18　　B.16

C.15　　D.12

【解析】1.问“完全在桥上”的时间，火车过桥问题。完全通过桥，S=桥长

+车身长度，假设车身长度为 L，桥长单位是“米”，时间单位是“秒”，动车速度单位是“千米/小时”，统一单位，1 千米/小时=1/3.6 米/秒，288 千米/小时=（288/3.6）米/秒=80 米/秒，根据 S=V*T，则 1440+L=80*21→L=1680-1440=240 米。完全在桥上，S=桥长-动车长，则 1440-240=80*T，解得 T=15 秒，对应 C 项。

【选 C】

二、相对行程

题型一：基础相遇追及问题

核心公式：

路程和=（$V_{甲}$+$V_{乙}$）*相遇时间，$S_{和}=V_{和}*t$

路程差=（$V_{甲}$-$V_{乙}$）*追及时间，$S_{差}=V_{和}*t$

题型二：多次运动问题（路程关系）

①线形两端出发第 n 次相遇，路程和 $S_{和}$=（2n-1）*S=$V_{和}*t$

②环形第 n 次相遇，路程和 $S_{和}$=n 圈=$V_{和}*t$

③环形第 n 次追及，路程差 $S_{差}$=n 圈=$V_{差}*t$

题型三：流水行船问题（速度关系）

顺水速度=船速+水速

逆水速度=船速-水速

【注意】相对行程：往往会涉及两个主体相对运动。要注意两个主体的运动方向，一左一右相对行驶是相遇，同向行驶是追及。有直线相遇、追及，还有环形相遇、追及。直线追及、相遇区分：两人同时出发相向行驶是相遇问题，两人同时出发同向行驶是追及问题。环形追及、相遇区分：两人同时同点相向出发是环形相遇问题，两人同时同点同向出发是环形追及问题。为什么相对行程容易出难题，有一些题需要根据题目画出示意图，相遇问题需要根据图形找路程和，然后才能代入公式计算。

	相遇	追及
直线	同时，相向	同时，同向
环形	同时，同点，相向	同时，同点，同向

1.基础相遇追及问题：

（1）路程和=（$V_{甲}$+$V_{乙}$）*相遇时间→$S_{和}$=$V_{和}$*t。先画图，根据图找路程和。

（2）路程差=（$V_{甲}$-$V_{乙}$）*追及时间→$S_{差}$=$V_{差}$*t。先画图，根据图找路程差。

2.多次运动问题（路程关系）：

（1）线形两端出发第 n 次相遇，路程和 $S_{和}$=（2n-1）*S=$V_{和}$*t。甲乙同时从 A、B 两地相向出发，第一次相遇两人合走 1 个 AB，令 AB=S，相遇后继续走，从第一次相遇到第二次相遇路程和为 2S，从第二次相遇到第三次相遇路程和为 2S，因此除了第一次相遇，此后的每次相遇路程和都是 2S，因此路程和是“（2n-1）*S”。

（2）环形第 n 次相遇，相遇一次，合走 1 圈，$S_{和}$=n 圈=$V_{和}$*t。

（3）环形第 n 次追及，每追上一次，快的比慢的多跑 1 圈，套圈原则，则 $S_{差}$=n 圈=$V_{差}$*t。

3.流水行船问题（速度关系）：分析速度之间的关系，速度指船速和水速。

（1）顺流：船速和水速方向一样，顺水速度=船速+水速。

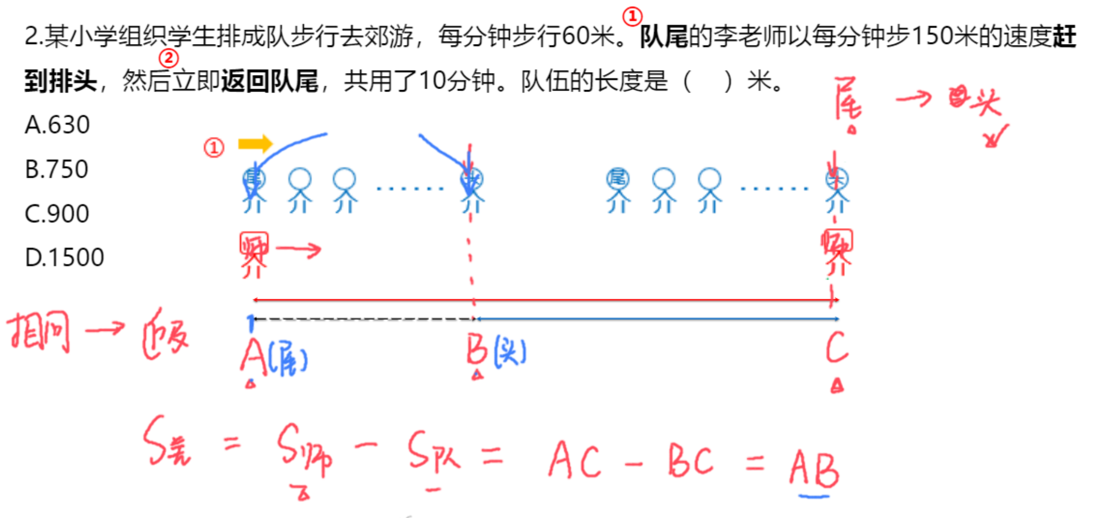
（2）逆流：船速和水速方向相反，逆水速度=船速-水速。

2.某小学组织学生排成队步行去郊游，每分钟步行 60 米。队尾的李老师以每分钟 150 米的速度赶到排头，然后立即返回队尾，共用了 10 分钟。队伍的长度是（　）米。

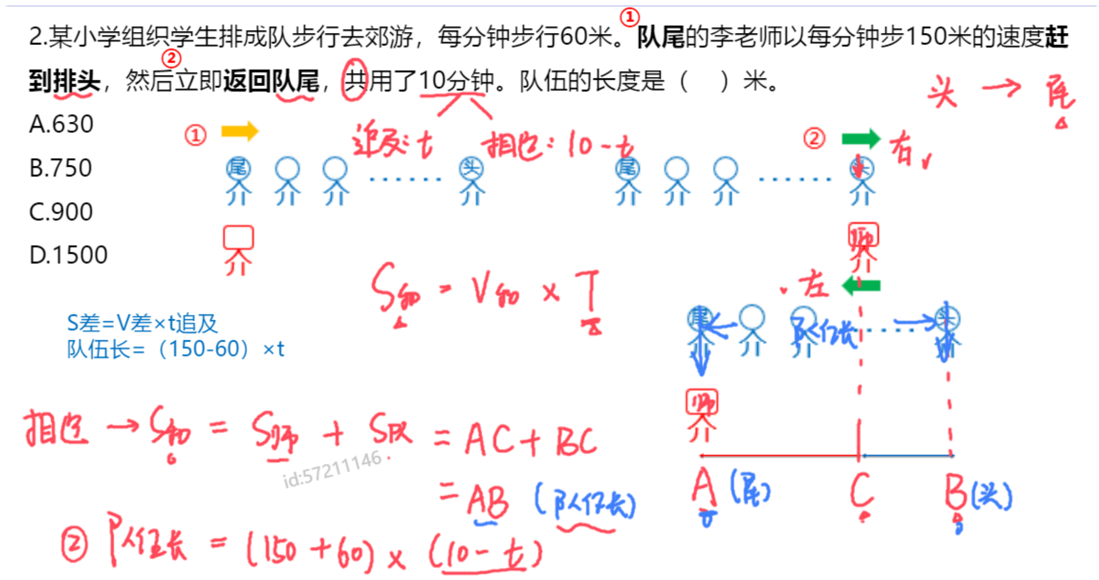
A.630　　　　B.750

C.900　　　　D.1500

【解析】2.相对运动会涉及两个主体：队伍和李老师，分析队伍和李老师行驶方向的关系，同向→追及→找 $S_{差}$，相向→相遇→找 $S_{和}$。有两个方向，画图分析，第一次：李老师从队尾赶到队头，假设红色的是老师，一开始老师在队尾，设队尾的点为 A，排头的点为 B，李老师从队尾到排头（往前走），队伍也是往前走，队伍和老师同向运动，同向运动为追及过程。假设一段时间后排头到 C 点，此时老师也走到 C 点，老师走了 AC，排头走了 BC，$S_{差}$=$S_{老师}$-$S_{队伍}$=AC-BC=AB，路程差即为队伍长度，$S_{差}$=$V_{差}$*t，设追及时间为 t，队伍长度=（150-60）*t=90t ①。



第二次：李老师从排头立即返回队尾，队伍方向不变，继续往前走，老师返回队尾，需要往后走，队伍和老师行驶方向一左一右，方向相反是相遇的过程。假设一段时间后，老师从排头 C 点返回队尾 A 点，队伍排头从 C 点走到了 B 点，老师行驶路程 AC，队伍行驶路程 BC，$S_{和}=S_{老师}+S_{队伍}$=AC+BC=AB，路程和仍旧是队伍长度。两个过程共用了 10 分钟，追及时间为 t，则相遇时间为 10-t，$S_{和}=V_{和}*t$，队伍长度=（150+60）*（10-t）=210*（10-t）②。



①=②，则 90t=210*（10-t）→300t=2100→t=7 分钟，代入①式，队伍长度=90t=630 米，对应 A 项。【选 A】

A 2.某小学组织学生排成队步行去郊游，每分钟步行60米。①**队尾**的李老师以每分钟步150米的速度**赶到排头**，然后②立即**返回队尾**，共用了10分钟。队伍的长度是（　）米。

A.630

B.750

C.900

D.1500

S差=V差×t追及

① 队伍长=（150-60）×t = $\boxed{90\times t}$ √

S和=V和×t相遇

② 队伍长=（150+60）×（10-t）= $210\times(10-t)$

①=②　$90t=210\times(10-t)$

$90t=2100-210t$

$300t=2100$

$t=7$分 √

代①　队伍长 $=90\times7=630$米

【注意】

1. 总结（人和有长度的物体相对运动）：从队尾→队首，$S_{差}$=队伍长，从队首→队尾，$S_{和}$=队伍长。

2. 结合倍数关系，①：队伍长度=90t→90 的倍数，排除 B、D 项；②：队伍长度=210t→210 的倍数，排除 C 项，对应 A 项。

S差=V差×t追及

① 队伍长=（150-60）×t ⇨ **队伍长为90倍**

S和=V和×t相遇

② 队伍长=（150+60）×（10-t）⇨ **队伍长为210倍**

3. 在 400 米环形跑道上，甲、乙两人同时从起点背向练习跑步。已知甲每秒跑 5 米，乙每秒跑 3 米。当他们第 4 次相遇时，甲还需要跑多少秒才返回起点？（　）

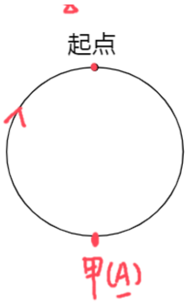
A. 40　　　　B. 45

C. 50　　　　D. 55

【解析】3. 同时同点背向出发，环形相遇问题，每相遇一次，合跑一圈，相遇 n 次，$S_{和}$=n 圈=$V_{和}$*T。“他们第 4 次相遇”，相遇次数 n=4，$S_{和}$=4 圈=（5+3）*T→4*400=8T→T=1600/8=200 秒。问“甲还需要跑多少秒才返回起点”，只分析

甲，$S_{甲}$=200*5=1000 米，一圈 400 米，1000=400+400+200→2.5 圈，到了起点对面，甲要返回起点，还要跑半圈（400/2=200 米），所求=200/5=40 秒，对应 A 项。【选 A】

A. 40
B. 45
C. 50
D. 55



$n=4$次

$S_{和}=4圈=(5+3)\times T$

$4\times 400=8\times T$

$T=1600\div 8=200$秒

$S_{甲}=200\times 5=1000$米 $(400+400+200\rightarrow 2.5圈)$

还跑 $\frac{400}{2}=200$米 → 所求 $\frac{200}{5}=40$秒

环形相遇：S和=n圈=V和×T（同时同地点背向）

示例 1. 从 8 个语文教师、5 个数学教师中任选一人，有多少选法？

示例 2. 从 8 个语文教师、5 个数学教师中各选一人，有多少选法？

【示例 1】3 男 3 女站一排，女生必须相邻，共有几种排列方式？

【示例 2】3 男 3 女站一排，女生不能相邻，共有几种排列方式？

【注意】排列组合与概率：

1. 排列组合：

（1）基础概念：涉及两组概念区分。

①加法和乘法：

a. 分类用加法（每一类情况直接相加，区分时可以用造句，“要么……要

么……”，“或”关系，用加法）。

b.分步用乘法（每个步骤的情况直接相乘，区分时可以用造句，“既……又……”，“且”关系，用乘法）。

（2）示例：

①从 8 个语文教师、5 个数学教师中任选一人，有多少选法？

答：任选一人，第一类从 8 个语文老师中选一人，有 8 种情况；第二类是从 5 个数学教师中选一人，有 5 种情况。分类相加，有 8+5=13 种情况。或者造句，任选一人，要么从语文老师中选一人，要么从数学老师中选一人，“或”关系，用加法。

②从 8 个语文教师、5 个数学教师中各选一人，有多少选法？

答：各选一人说明缺一不可，两个科目都要选。先从 8 个语文中选 1 个，有 8 种情况，再从 5 个数学中选 1 个，有 5 种情况，分步相乘，有 8*5=40 种情况。或者造句，各选一人，既要从语文老师中选 1 个，又要从数学老师中选 1 个，“且”关系，用乘法。

（3）排列和组合：考虑顺序是排列，不考虑顺序是组合。判定标准：随便选出两个主体，交换顺序，若交换之后不一样，说明顺序对结果有影响，用排列 A；若交换之后一样，说明顺序对结果没有影响，用组合 C。对人进行排列，排除一行、一列或放到座位里，一定是排列，用 A。甲乙排队，甲在左乙在右，调换顺序，乙在左甲在右，结果不同，用 A。

①有序用排列（打乱顺序有影响）。

②无序用组合（打乱顺序无影响）。

（4）特定题型：

①必须相邻：捆绑法，先捆再排。先将相邻的捆绑，捆绑后看成一个整体，再与其他元素排列，注意捆绑内部有无顺序（有顺序需要分析内部顺序）。

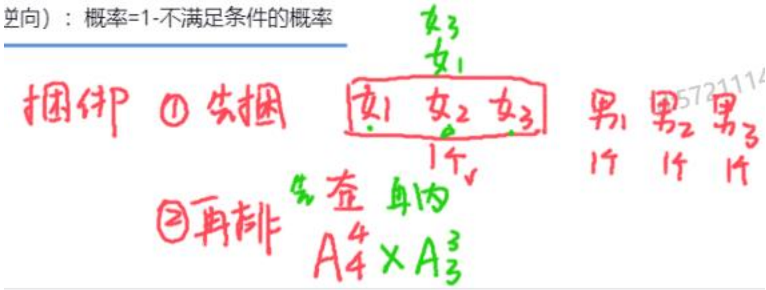
②不能相邻：插空法，先排再插。先排可以相邻的元素，形成空位，再对不相邻的元素进行插空。

（5）示例：

①3 男 3 女站一排，女生必须相邻，共有几种排列方式？

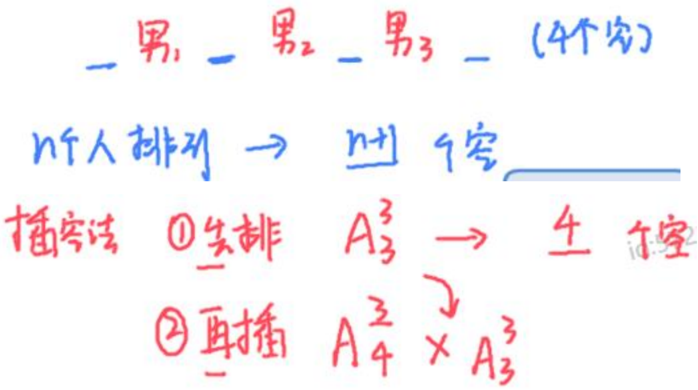
答：出现“女性必须相邻”，用捆绑法。先捆：3 个女生捆成一个整体（女 $_1$、

女$_2$、女$_3$）。再排：将 3 个女生的整体看成一个，再和 3 个男生进行排列，有 4 个整体，4 个整体全排列，为 A（4,4）。注意捆绑内部有顺序，可以女$_2$在中间，也可以女$_1$在中间，还可以女$_3$在中间，捆绑内部有顺序，3 个女生内部全排列，为 A（3,3）。既整体，又内部，分步相乘，为 A（3,3）*A（4,4）。



②3 男 3 女站一排，女生不能相邻，共有几种排列方式？

答：出现“女生不能相邻”，用插空法。先排：先排可以相邻的，女生不相邻，说明男生可以相邻，将 3 个男生全排列，为 A（3,3）；3 个男生排好后形成 4 个空（男$_1$、男$_2$之间有一个，男$_2$、男$_3$之间有一个，开头和末尾也各有一个，n 个人排好后应该形成 n+1 个空），将不能相邻的 3 个女生插空，一个空只能放一个女生，从 4 个空位中选 3 个排入女生，为 A（4,3）。先……再……，分步相乘，为 A（3,3）*A（4,3）。



2. 概率问题：

（1）给情况求概率：满足要求的情况数/所有的情况数，用排列组合求出分子和分母。

（2）给概率求概率：分类用加法，分步用乘法。

（3）正难则反（逆向）：概率=1-不满足条件的概率（P$_反$），排列组合也有正难则反（特征：至少、不全、不都）。

4. 随着人们生活水平的提高，汽车拥有量迅速增长，汽车牌照号码需要扩容。某地级市交通管理部门出台了一种小型汽车牌照组成办法，每个汽车牌照后五位的要求必须是：前三位为阿拉伯数字，后两位为两个不重复的英文字母（字母 O、I 不参与组牌），那么用这种方法可以给该地区汽车上牌照的数量为（　）。

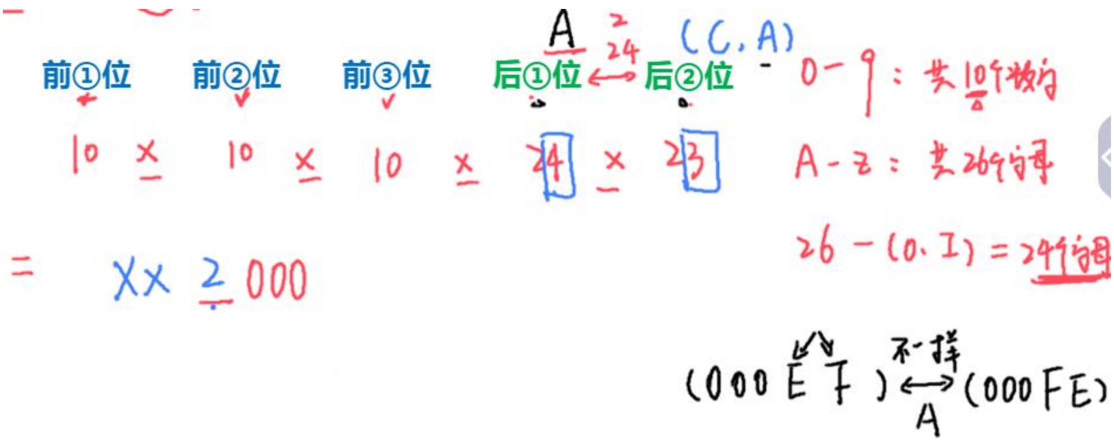
A. 397440 辆　　　　B. 402400 辆

C. 552000 辆　　　　D. 576000 辆

【解析】4. 分析隐含条件，英文字母是不能重复的，没有说明阿拉伯数字不能重复，说明数字可以重复。前三位为阿拉伯数字（0～9），一共 10 个数字，前①位可以从 10 个数字中任选 1 个，有 10 种情况；可以重复，前②位从 10 个数字中任选 1 个，有 10 种情况；前③位从 10 个数字中任选 1 个，有 10 种情况。

“后两位为两个不重复的英文字母（字母 O、I 不参与组牌）”，A 到 Z 总共 26 个英文字母，除了字母 O、I 还有 26-2=24 个英文字母，从 24 个字母中选 2 个，选两个主体颠倒顺序看结果是否一样，假设数字都是 0，字母是 E、F，000EF、000FE，调换顺序结果不同，顺序对结果有影响，A（24,2）=24*23。

先排数字，再排字母，分步用乘法；数字和字母都要有，“且”关系，用乘法，所求=10*10*10*24*23=10³*24*23，后三位为 3 个 0，排除 A、B 项；末第四位为 4*3=2，最后四位是 2000，对应 C 项。【选 C】



5. 单位工会组织拔河比赛，每支参赛队都由 3 名男职工和 3 名女职工组成。假设比赛时要求 3 名男职工的站位不能全部连在一起，则每支队伍有几种不同的站位方式？（　）

A. 432　　　　B. 504

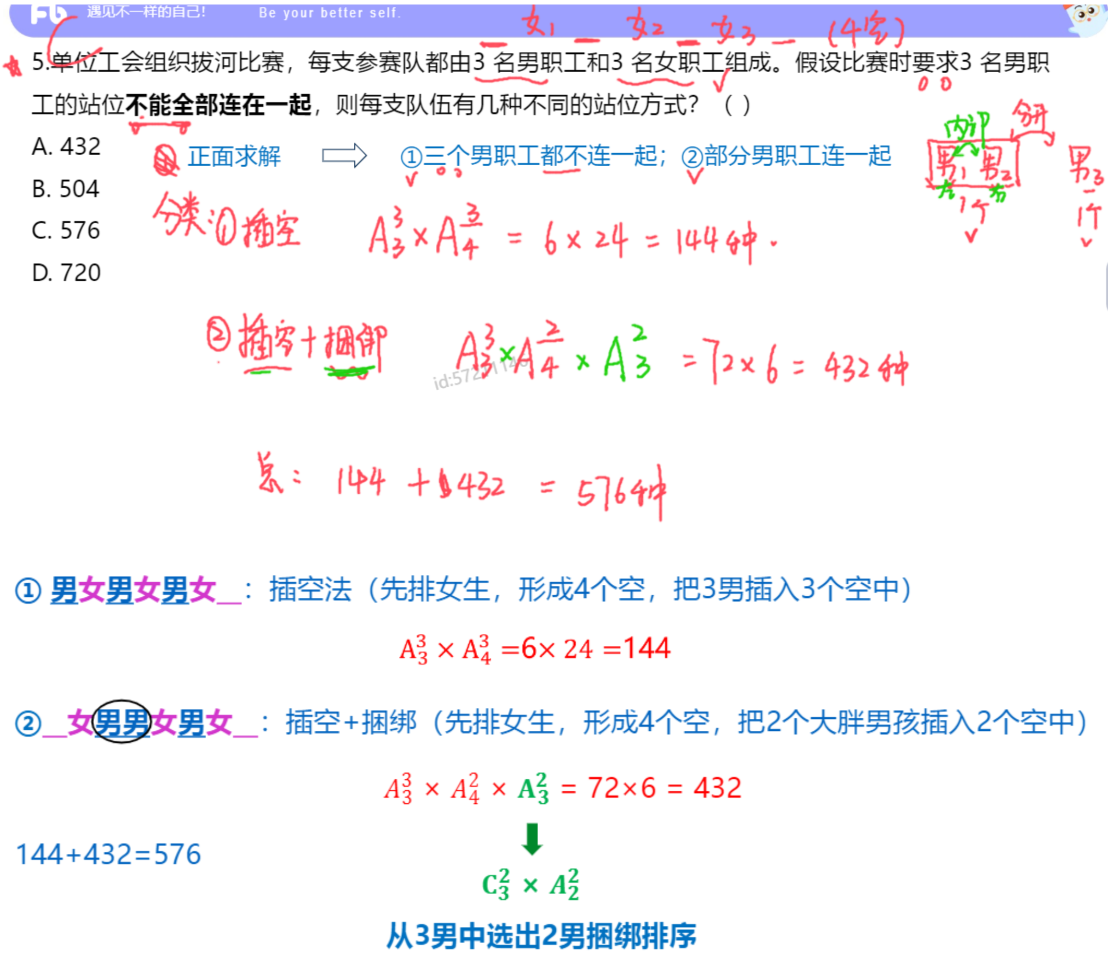
C. 576　　　　　　　　　　　　　　D. 720

【解析】5. 方法一：正面求解，“3 名男职工的站位不能全部连在一起”：

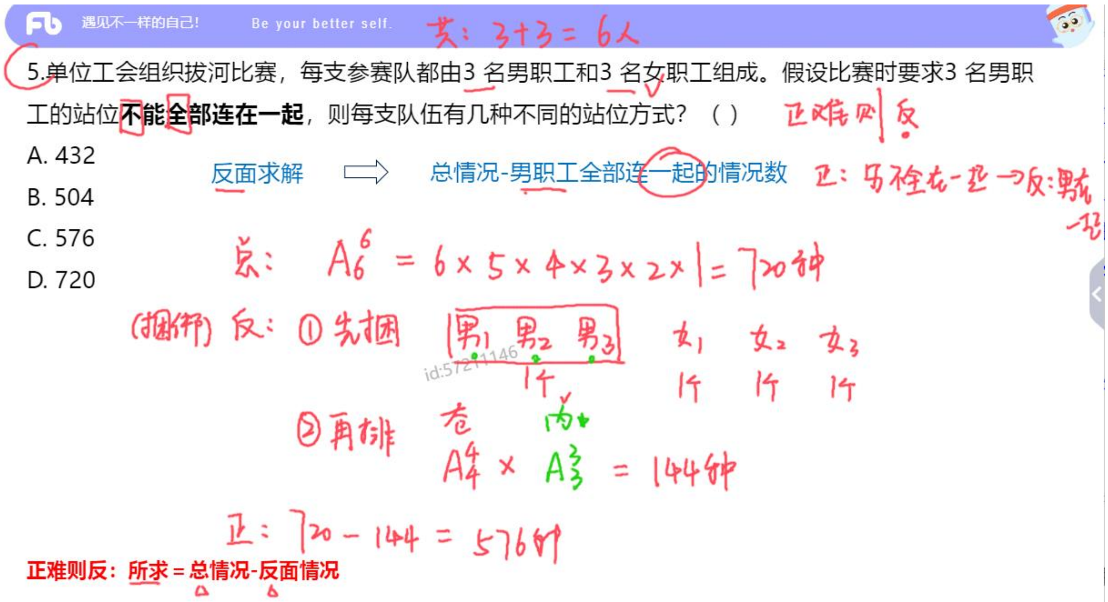
（1）3 个男职工都不在一起，用插空法，先排 3 个女职工，有 A（3,3）=6 种情况；3 个女职工形成 4 个空（女 $_1$ 和女 $_2$ 之间、女 $_2$ 和女 $_3$ 之间、开头和末尾各一个空），一个空插入一个男职工，有 A（4,3）=24 种情况。先……再……，分步相乘，6*24=144 种情况。

（2）部分男职工连一起，即 2 个男职工连一起，且第 3 个男职工不和前两个男职工连一起。既有插空，又有捆绑。男职工插空，先排可以相邻的 3 个女职工，有 A（3,3）种情况；3 个女职工形成 4 个空，其中两个男职工捆一起，需要对两个大胖男孩插空，有 A（4,2）种情况；选捆绑的 2 个男职工，从 3 名男职工中选 2 名，内部有顺序，为 A（3,2）。既要捆绑，又要插空，分步相乘，共有 A（3,3）*A（4,2）*C（3,2）*A（2,2）=72*6=432 种情况。

分类相加，总情况为 144+432=576，对应 C 项。



方法二：出现“不全”，正难则反，反面求解。所求=总情况-男职工全部连一起的情况数。总情况：“每支参赛队都由 3 名男职工和 3 名女职工组成”，一共有 3+3=6 个人，6 个人全排列，A（6,6）=6*5*4*3*2*1=720 种情况。反面情况：正面要求是“3 名男职工的站位不能全部连在一起”，则反面为“3 名男职工全在一起”，用捆绑法，先捆：将 3 名男职工捆在一起；再排：将捆好的男职工与 3 名女职工进行排列。女职工没有捆绑，4 个整体全排列，为 A（4,4）；捆绑内部有顺序，男 $_1$ 在中间、男 $_2$ 在中间、男 $_3$ 在中间是不同的，为 A（3,3）。既整体，又内部，“且”关系，分步相乘，反面情况数=A（4,4）*A（3,3）=144。所求=720-144=576，对应 C 项。【选 C】



正难则反：所求=总情况-反面情况

6.要将不同的五种商品 A、B、C、D、E 在货柜上排成一排，其中 A、B 必须排在一起，C、D 不能排在一起，则有（　）种不同的排列方式。

A.12　　　　B.20

C.24　　　　D.48

【解析】6.既有捆绑（A、B 必须排在一起），又有插空（C、D 不能排在一起）。“不能排在一起”的先放一边，先排可以相邻的，A、B、E 排列。“A、B 必须排在一起”，将 A、B 捆绑，再排列，A、B 这个整体和 E 共 2 个整体排列，为 A（2,2）；

A、B 这两种不同商品有内部顺序，为 A（2,2）；此时 2 个大元素形成 3 个空位（A、B 和 E 中间有一个空，头和尾也各有一个空）；最后插空，一个空放一个商品，C、D 插空，为 A（3,2）。先……，再……，最后……，分步相乘，有 A（2,2）*A（2,2）*A（3,2）=4*6=24 种情况，对应 C 项。【选 C】

1、排列组合问题-排在一起、不能排在一起——捆绑法+插空法

2、先捆：_ A B _ E _

再排：$A_2^2 \times A_2^2$

最后插空：A_3^2

分步用乘：$A_2^2 \times A_2^2 \times A_3^2$=24种

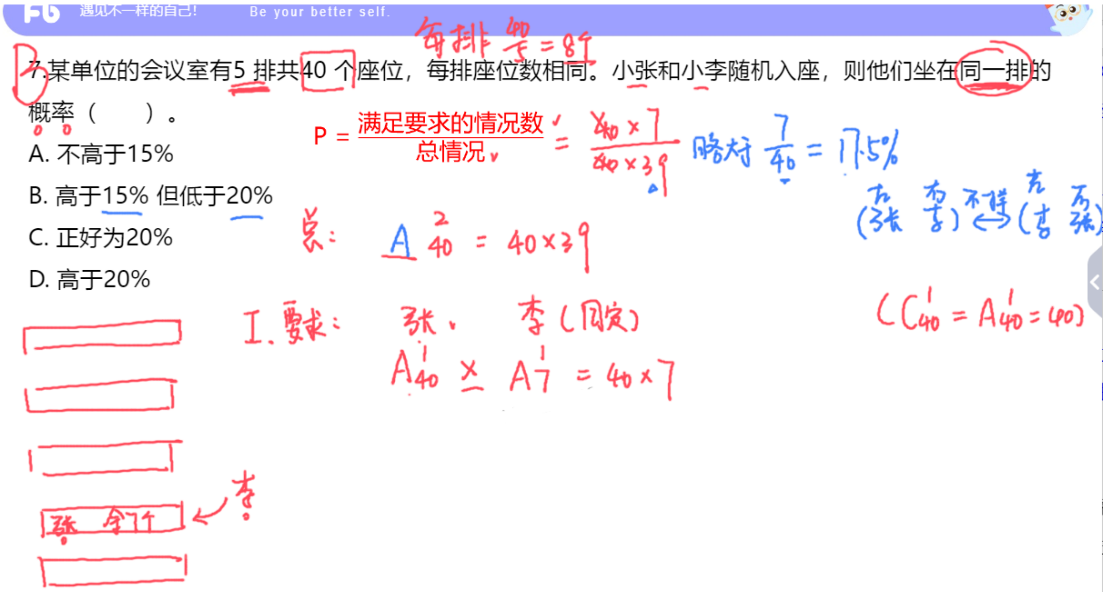
7. 某单位的会议室有 5 排共 40 个座位，每排座位数相同。小张和小李随机入座，则他们坐在同一排的概率（　）。

A. 不高于 15%　　　　B. 高于 15%但低于 20%

C. 正好为 20%　　　　D. 高于 20%

【解析】7. 有 5 排共 40 个座位，每排有 40/5=8 个座位。给情况求概率，P=满足要求的情况数/总情况数。总情况数：小张、小李在 40 个座位中随便坐，一个人坐一个座位，从 40 个座位中选 2 个，对人排序有顺序，张左李右、李左张右是不一样的，总情况数=A（40,2）=40*39。满足要求的情况数：张和李坐同一排。

方法一：小张、小李中先按排其中一个人，假设先排小张，40 个座位中随便选一个坐，A（40,1）。小张排好，小李的位置就基本固定了，假设小张坐在第四排，要小张和小李坐在同一排，小李只能坐小张所在的那一排；小张已经坐了一个，每排 8 个座位，第四排还剩余的 7 个座位，小李从 7 个座位中选 1 个，A（7,1）。既要排小张，又要排小李，相乘，A（40,1）*A（7,1）=40*7。P=（40*7）/（40*39）=7/39＞7/40=17.5%，结果比 17.5%略大，在 15%～20%之间，对应 B 项。



方法二：一共有 5 排座位，要求小张和小李坐同一排，先选出 1 排，5 排选 1 排为 C（5,1），假设选了第五排，从这 8 个座位中选出 2 个，还要对张、李排序，为 A（8,2）。既……，又……，分步相乘，为 C（5,1）*A（8,2）=5*8*7=40*7。对应 B 项。【选 B】

8.乒乓球比赛的规则是五局三胜制，甲、乙两球员的胜率分别为 60%和 40%，在一次比赛中，若甲先连胜了前面两局，则甲最后获胜的概率是（ ）。

A.60%　　B.在 81%～85%之间

C.在 86%～90%之间　　D.在 91%以上

【解析】8.胜率+负率=100%，甲、乙两球员的胜率分别为 60%和 40%，甲、乙两球员的败率分别为 1-60%=40%和 1-40%=60%。“若甲先连胜了前面两局”，这是已经发生的事，不需要再分析。要想甲获胜，说明甲 5 局中要胜 3 局。甲前两局已经连胜，即甲第 3、4、5 局中还要再胜 1 局。可能是第 3 局赢、第 4 局赢、第 5 局赢。

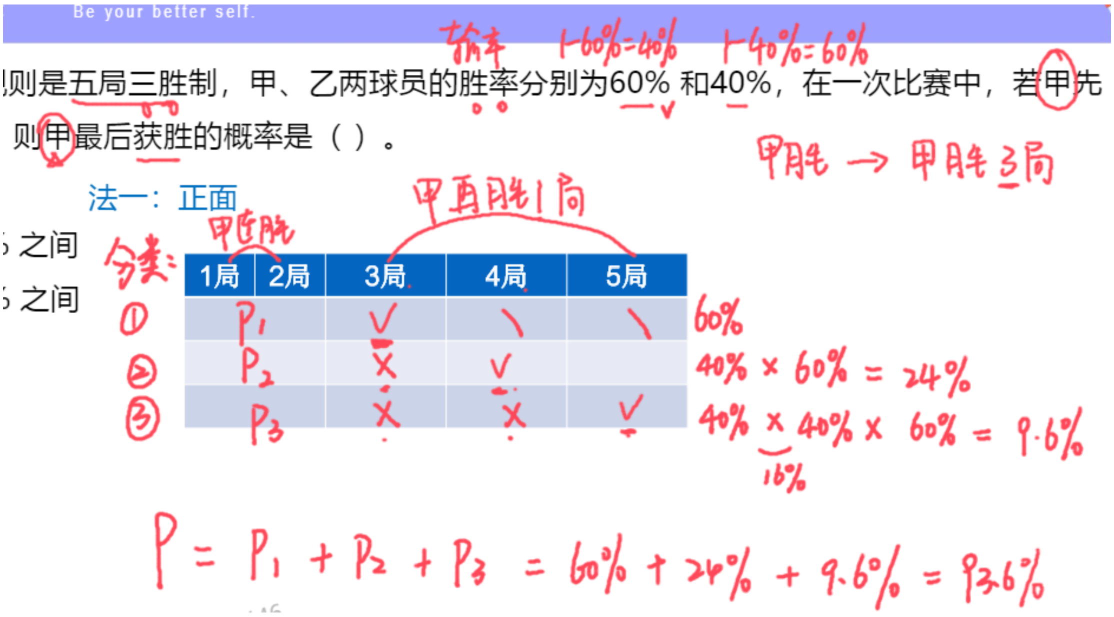
方法一：正面。

（1）甲第 3 局获胜：甲此时已经获胜，不管后两局比的情况都是甲获胜，P_1=60%。

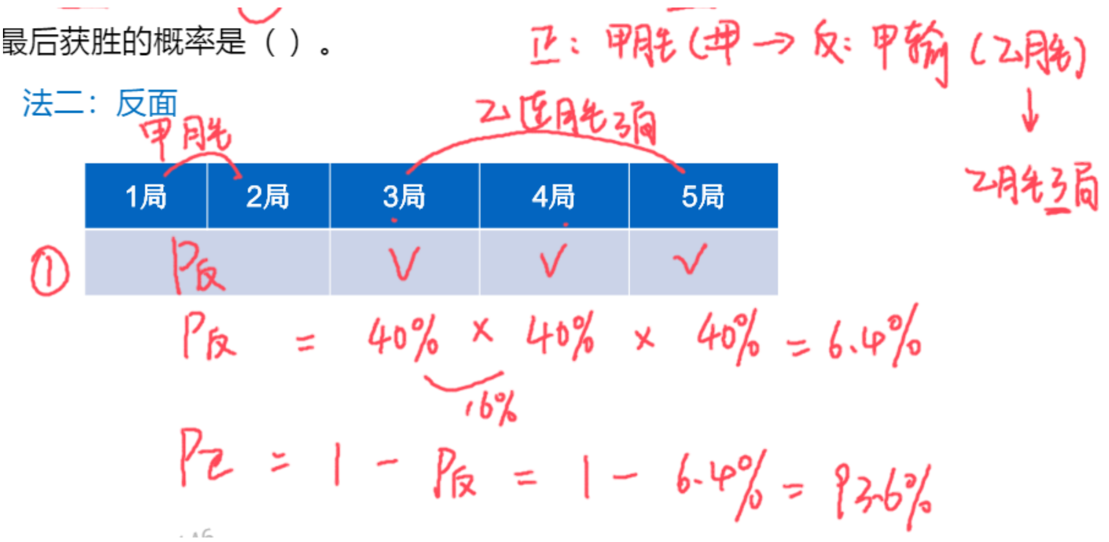
（2）甲第 3 局输，第 4 局获胜：第 5 局不用比，第 3、第 4 局都要比，用乘法，P_2=40%*60%=24%。

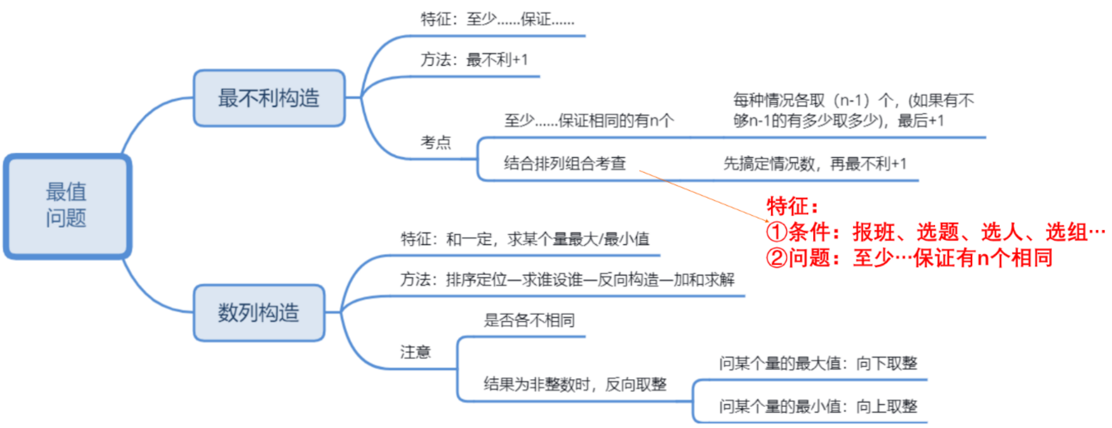
（3）甲第 3、第 4 局都输，第 5 局获胜：P_3=40%*40%*60%=9.6%。

分类相加，$P=P_1+P_2+P_3$=60%+24%+9.6%=93.6%，对应 D 项。



方法二：反面。甲胜的反面是甲输，表明乙胜，5 局 3 胜，前两局是甲获胜的，那么在第 3、4、5 局乙必须获胜，$P_{反}$=40%*40%*40%=6.4%，则 $P_{正}=1-P_{反}$=1-6.4%=93.6%，对应 D 项。【选 D】





【注意】最值问题：

1.最不利构造：

（1）特征：至少……保证……。

（2）方法：最不利+1。先算出最不利的情况，再“+1”。重点在于“最不利”，假设 60 分及格，分数都是整数，考 59 分是最倒霉的情况，离成功一线之差。

（3）考点：

①至少……保证有 n 个相同：每种情况取 n-1 个，不够 n-1 的有多少取多少，最后“+1”。

②结合排列组合考查：

a.条件：报班、选课、选人、选组……。根据条件先把情况数搞定。

b.问题：至少……保证有 n 个相同。构造最不利，最后再+1。

2.数列构造：

（1）特征：和一定，求某个量的最大/最小值。

（2）方法：排序定位→求谁设谁→反向构造→加和求解。甲乙两个人一共吃了 100 个包子，求乙最多可以吃多少个。和一定，求乙最多吃多少个，乙要尽可能多，则甲要尽可能少，甲最少吃 0 个，100 个包子都给乙。

（3）注意：

①是否各不相同。没有说各不相同，就可以相同。

②结果为非整数时，反向取整。

a.问某个量的最大值：向下取整、向少取整。

b.问某个量的最小值：向上取整、向多取整。

9.某大学有一批研究生参加面试。面试考生从 5 个面试题中抽取 2 个答题。无论怎样抽题，结果还是有 3 名考生的试题相同。问该大学至少有多少名研究生参加面试？（　）

A.14　　　　B.21

C.31　　　　D.41

【解析】9.“无论怎样抽题，结果还是……”，说明一定要保证结果可以产生，相当于问“学校至少有多少研究生参加面试，才能保证有 3 名考生的试题相同”，最不利构造问题。3 名考试试题相同，n=3，最不利情况是每种情况各取 n-1=2，最后再+1。没有给情况数，给了选题的条件，从 5 个面试题中抽取 2 个答题，假设选 1 号和 2 号，先 1 号后 2 号，调换顺序为先 2 号后 1 号，最终答的都是 1 号、2 号这两道题，调换顺序对结果没有影响，组合问题，为 C（5,2）=10 种。每种情况各取 2 名，一共 10 种情况，所求=10*2+1=21 名，对应 B 项。【选 B】

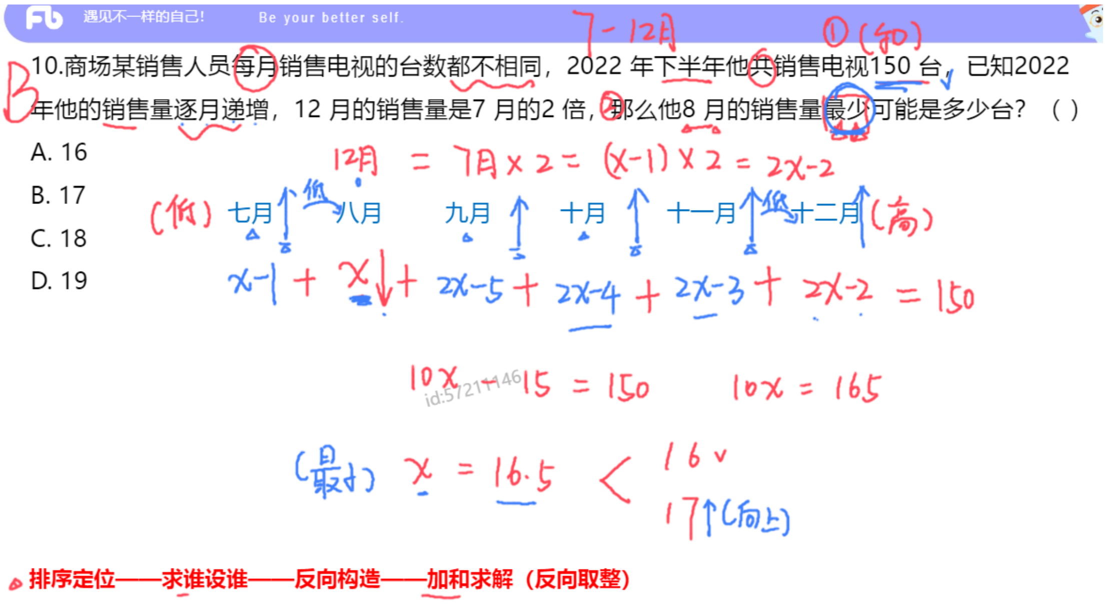
10.商场某销售人员每月销售电视的台数都不相同，2022 年下半年他共销售电视 150 台，已知 2022 年他的销售量逐月递增，12 月的销售量是 7 月的 2 倍，那么他 8 月的销售量最少可能是多少台？（　）

A.16　　　　B.17

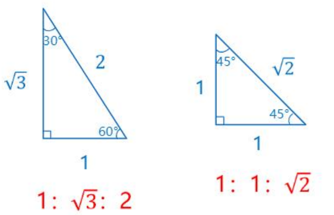
C.18　　　　D.19

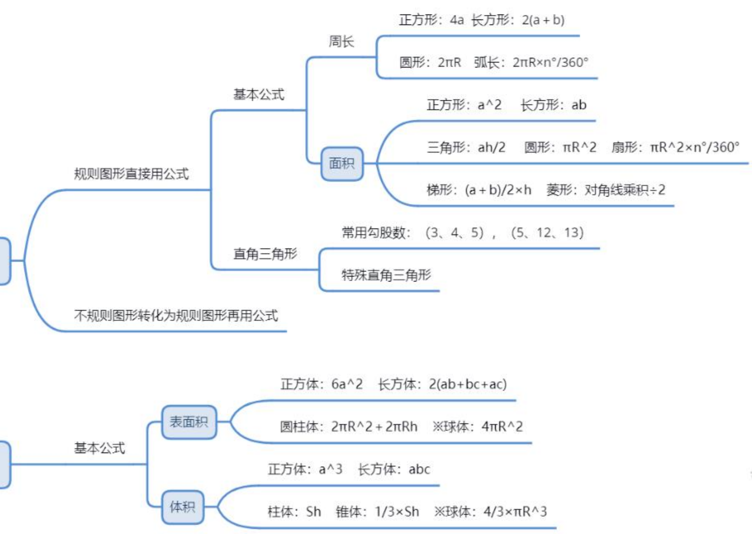
【解析】10.“每月销售电视的台数都不相同”、“2022 年下半年他共销售电视 150 台”，下半年对应 7～12 月，销量之和一定。“2022 年他的销售量逐月递增”，说明销量每个月比上个月要高。“12 月的销售量是 7 月的 2 倍”，12 月=7 月*2。问“8 月的销售量最少可能是多少台”，和一定，求某一个主体的最小值，数列构造问题。（1）排序定位：“2022 年他的销售量逐月递增”，按照销量从低到高依次排序为 7～12 月。（2）求谁设谁：问“8 月的销售量最少可能是多少台”，设 8 月的销售量为 x。（3）反推其他：求 x 的最小值，总和固定，则其他月份的销售量尽可能高。“2022 年他的销售量逐月递增”、“每月销售电视的台数都不相同”，7 月的销售量比 8 月低，7 月销量最多为 x-1；“12 月的销售量是 7 月的 2 倍”，12 月的销售量为（x-1）*2=2x-2；销量逐月递增，11 月的销售量比 12 月低，11 月销售量最多为 2x-3；10 月的销售量最多为 2x-4，9 月的销售量最多为

2x-5。（4）加和求解：（x-1）+x+（2x-5）+（2x-4）+（2x-3）+（2x-2）=150→10x-15=150→x=165/10=16.5 台，电视台数一定是整数，问“最少”，16.5 是下限，不能比 16.5 小，向上取整，取 17 台，对应 B 项。【选 B】



【注意】反向取整，x=13.8，求 x 的最大值，对 13.8 取整，13.8 是最大值，向下取整取 13。





【注意】几何问题：

1. 平面几何：

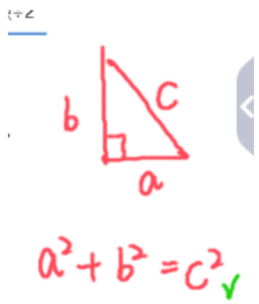
（1）规则图形直接用公式：联考特别爱考直接三角形。

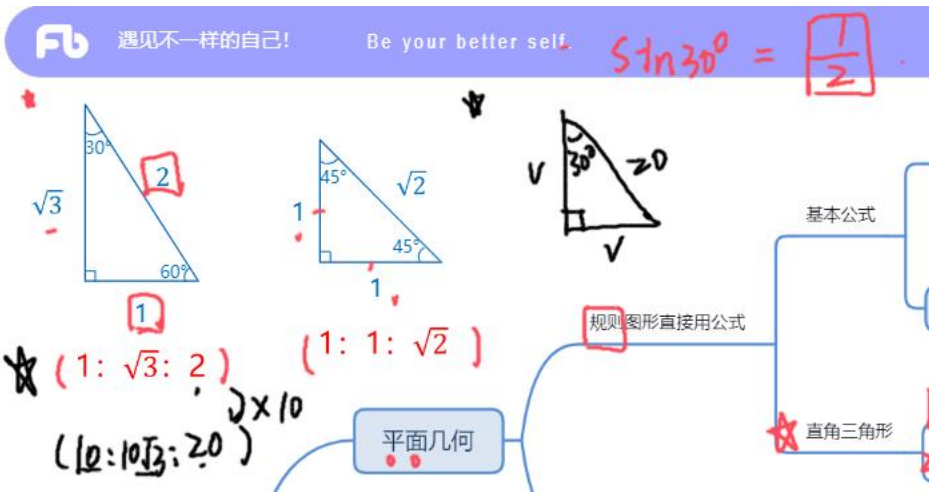
①勾股定理：直角三角形的两条直角边分别为 a、b，斜边为 c，勾股定理：$a^2+b^2=c^2$。常见的勾股数为（3、4、5），（5、12、13），这两组数据经常考，昨天的题就有 30、40、50。比如已知一个三角形是直角三角形，斜边是 13，一个直角边是 5，不需要计算，另一个直角边就是 12。（5、12、13）扩大 2 倍为（10、24、26），10、24、26 构成的三角形也是直角三角形，在勾股数的基础至少无论扩大/缩小多少倍，都是等比例扩大/缩小。

②特殊角的直角三角形：

a. 30° 直角三角形：sin30° =1/2，30° 角所对直角边为斜边的一半，赋值斜边为 2，30° 角所对直角边为 1，则另一条直角边为$\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，三边比例为 1：$\sqrt{3}$：2。已经知道是 30° 直角三角形，三边比例为 1：$\sqrt{3}$：2，斜边是 20，根据比例，2→20 是扩大 10 倍，另外两条直角边为 10、$10\sqrt{3}$，不需要用勾股定理开方，节省计算时间。

b. 45° 直角三角形：45° 直角三角形的两个直角边相等，赋值两个直角边为 1，则斜边为$\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，为三边比例为 1：1：$\sqrt{2}$。





（2）不规则图形转化（割补平移）为规则图形再用公式。

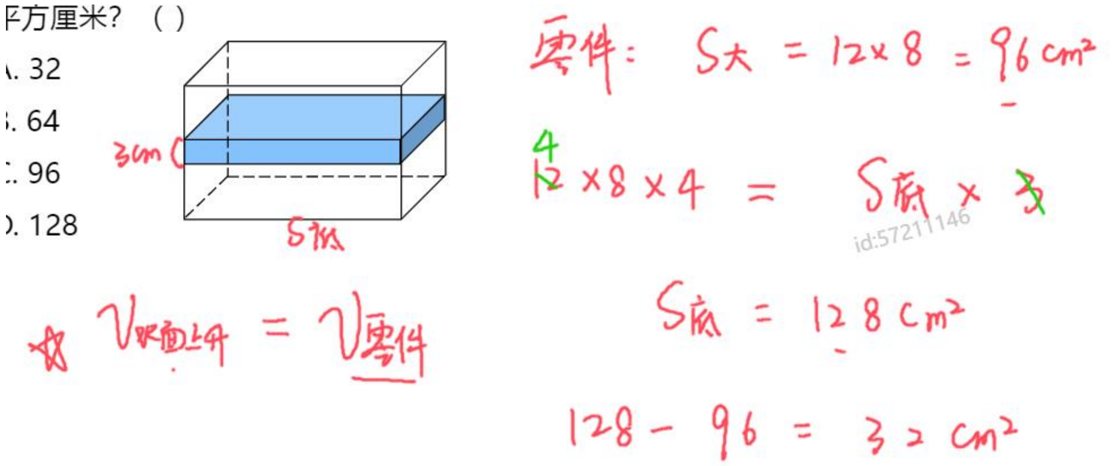
2. 立体几何。

11. 一个长方体实心零件，长、宽、高分别为 12 厘米、8 厘米和 4 厘米。如将其最大面朝下放在另一个长方体水槽中，零件将被完全淹没，且水面上升 3 厘米。问零件最大面的面积比水槽底面积小多少平方厘米？（　）

A. 32　　　　B. 64

C. 96　　　　D. 128

【解析】11. 水面上升是因为本身实心零件有体积，浸入水中会让水面上升，$V_{水面上升}=V_{零件}$。“长方体实心零件，长、宽、高分别为 12 厘米、8 厘米和 4 厘米”，$S_{最大面}=12*8=96cm^3$ 。把长方体实心零件全部浸没在长方体水槽中，水面上升 3 厘米，水槽底面积为 $S_{底}$，$V_{零件}=V_{水面}$→$12*8*4=S_{底}*3$→$S_{底}=128cm^3$，所求=$S_{底}-S_{最大面}$ $=128-96=32cm^2$，对应 A 项。【选 A】



【注意】存在差值关系，D 项-C 项=A 项，问零件最大面的面积比水槽底面积小多少平方厘米，D 项（S 水槽）-C 项（S 最大）=A 项，猜 A 项。。

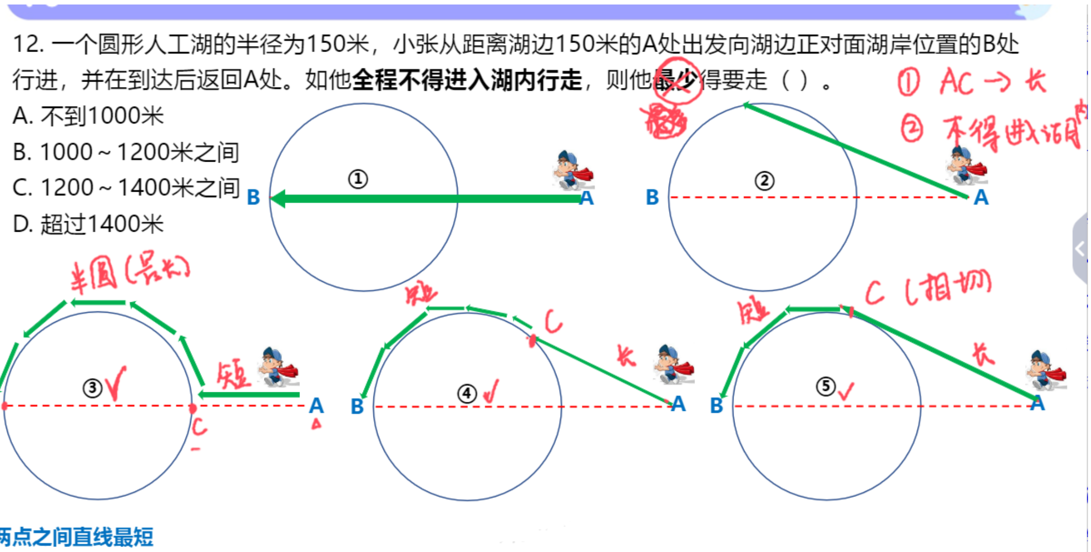
12. 一个圆形人工湖的半径为 150 米，小张从距离湖边 150 米的 A 处出发向湖边正对面湖岸位置的 B 处行进，并在到达后返回 A 处。如他全程不得进入湖内行走，则他最少走（　）。

A. 不到 1000 米　　　　B. 1000～1200 米之间

C. 1200～1400 米之间　　　　D. 超过 1400 米

【解析】12. 小张是 A→B→A，$S_{张}=2S_{AB}$，最短路径问题。小张走的距离要短，那么 S_{AB} 就要短，找 A→B 的最短距离。小张从距离湖边 150 米的 A 点出发，到达湖边 C 点，再从湖边正对岸的 B 点，A→B 包括两段：A→C→B，AC 是直线，BC 是一段圆弧，S_{AB}=直线+曲线，两点之间直线最短，多走直线，少走曲线，AC 要长，CB 才能短。

如果没有“全程不得进入湖内行走”，则两点之间直线最短，直接连接 AB 就是最短距离。要求“全程不得进入湖内行走”，①方式不行；②方式 AC 很长，但是有一段在湖内，不行；③方式，AC 直线距离最短，BC 曲线距离是半个圆（最长）；④方式，AC 直线距离变长，BC 曲线距离变短；⑤方式，AC 与圆相切，AC 直线距离最长，BC 曲线距离最短，整体路程就是最短的。



求独立直线需要放在直角三角形中，AC 与圆相切，C 是切点，连接 OC，OC⊥AC，此时 AC 在 Rt△ACO 中。OC=半径=150，AO=150+半径=150+150=300，$AC^2+150^2=300^2$，不好算，150/300=1/2，符合 30° 角的正弦定理，∠OAC=30°，30° 角的直角三角形三边之比为 1：$\sqrt{3}$：2，2→300 是扩大了 150 倍，故 AC=$150\sqrt{3}$。

求 BC，$C_{圆}=2\pi r=2\pi*150=300\pi$，∠COA=60°，则∠COB=120°，$\widehat{BC}$=（n°/360°）$*C_{圆}$=（120°/360°）$*300\pi$=（1/3）$*300\pi=100\pi$，$S_{最短}=2*（150\sqrt{3}+100\pi）=300\sqrt{3}+200\pi\approx300*1.73+200*3.14=519+628=1147$，对应 B 项。【选 B】

12.一个圆形人工湖的半径为150 米，小张从距离湖边150 米的A 处出发向湖边正对面湖岸位置的B 处行进，并在到达后返回A 处。如他**全程不得进入湖内行走**，则他**最少**走（ ）$\frac{150}{300}=\frac{1}{2}$（切点）

A. 不到1000 米

B. 1000 ～ 1200 米之间

C. 1200 ～ 1400 米之间

D. 超过1400 米

求 $2\times(AC+\overset{\frown}{BC})$

$=2\times(150\sqrt{3}+100\pi)$

$=300\sqrt{3}+200\pi$

$\approx 519+628$

$=1147$米

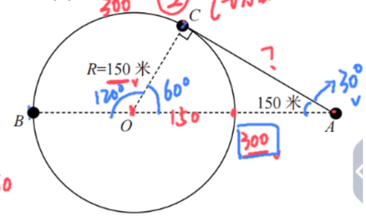
$AC=150\sqrt{3}$

$\overset{\frown}{BC}=\frac{n^\circ}{360^\circ}\times C_{圆}$

$=\frac{120^\circ}{360^\circ}\times 2\pi\cdot 150$

$=\frac{1}{3}\times 300\pi$

$=100\pi$



AC 在 Rt△ACO中 (30°)

1. $AC^2+150^2=300^2$

2. $(1:\sqrt{3}:2)$

$(150:150\sqrt{3}:300)$ ×150

$180^\circ-60^\circ=120^\circ$

$\sqrt{2}\approx1.41$

$\sqrt{3}\approx1.73$ ×300

$\pi\approx3.14$ ×200

两点之间直线最短；求直线长度，构造直角三角形

【注意】

1. 两点之间直线最短；求直线长度，构造直角三角形。

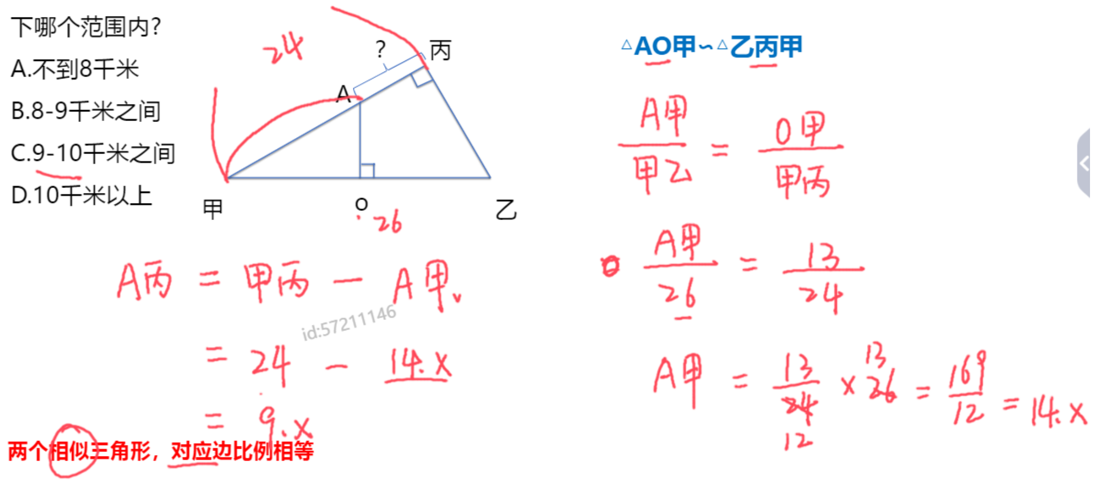
2. $\sqrt{2}\approx1.414$、$\sqrt{3}\approx1.732$，π ≈3.14。

13. 乙地在甲地的正东方 26 千米处，丙地在甲、乙两地连线的北方，且与甲、乙的距离分别为 24 千米和 10 千米。一辆车从甲、乙两地中点位置出发向正北方行驶，在经过甲、丙连线时，与丙地的距离在以下哪个范围内？（　）

A. 不到 8 千米　　　　B. 8～9 千米之间

C. 9～10 千米之间　　　　D. 10 千米以上

【解析】13. 根据“上北、下南、左西、右东”画图，甲、乙、丙连线恰好构成三角形，三条边分别为 10、24、26，是 5：12：13 等比例扩大 2 倍，△甲乙丙为直角三角形。“从甲、乙两地中点位置出发向正北方行驶”，设甲乙中点为 O 点，从 O 点作垂线交甲丙于 A 点；问“在经过甲、丙连线时，与丙地的距离”，所求=A 丙。有两个直角三角形：△乙丙甲、△AO 甲，∠1：90°（都是直角，相等），∠2：∠A 甲 O=∠丙甲乙（相等），内角和为 180°，因此∠3 也是相等的，三个角相等的两个三角形相似，△AO 甲∽△乙丙甲。A 丙=甲丙-A 甲=24-A 甲，求出 A 甲即可。△AO 甲∽△乙丙甲，相似比=对应边之比，A 甲/甲乙=O 丙/丙甲→A 甲/26=13/24→A 甲=13*26/24=169/12=14. x，A 丙=24-A 甲=24-14. x=9. x，对应 C 项。【选 C】



【注意】两个相似三角形，对应边比例相等。

容斥原理

一、两集合容斥

二、三集合容斥

【注意】容斥原理：

1. 两集合容斥。总人数分成两个类别。总人数分成会唱歌、会跳舞，就是两集合。

2. 三集合容斥。总人数分成三个类别。总人数分成会唱歌、会跳舞、会画画，就是三集合。

3. 总数→两个类别或三个类别→加和→去重补漏。

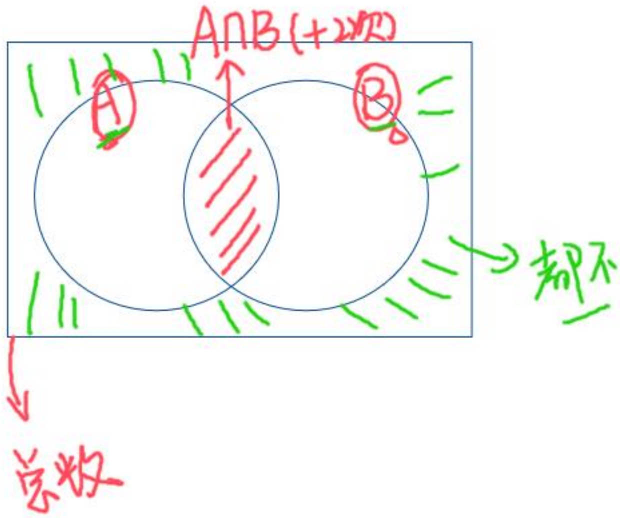
一、两集合容斥：A+B-A∩B=总数-都不

羽：25 人　　　乒：22 人　　　都喜欢：20 人

总：32 人　　　都不喜欢的有多少人？

【注意】两集合容斥：

1. 公式：A+B-A∩B=总数-都不。两个集合画两个圆，A+B 时 A∩B 加了 2 次，去掉 1 次，去重后得到两个圆圈的总数，两个圆外面的框就是总数，圈外框内的部分都是都不，总数-都不=A+B-A∩B。



2. 例：喜欢羽毛球的有 25 人，喜欢乒乓球的有 22 人，都喜欢的有 20 人，一共有 32 人。问：都不喜欢的有多少人？

答：把总数分成两个集合，“喜欢羽毛球的”相当于 A 集合，“喜欢乒乓球的”相当于 B 集合，“都喜欢的”相当于“A∩B”，A+B-A∩B=总数-都不，25+22-20=32-都不，解得都不=5 人。

二、三集合容斥

标准型　A+B+C-A∩B-A∩C-B∩C+A∩B∩C=总数-都不

羽：50 人　　乒：40 人　　排：30 人

既羽又乒：10 人　　既羽又排：8 人

既乒又排：7 人　　三种都喜欢：3 人

总：100 人　　都不喜欢的有多少人？

非标准型　A+B+C-满足两项-满足三项*2=总数-都不

羽：50 人　　乒：40 人　　排：30 人

喜欢两种：16 人　　三种都喜欢：3 人

总：100 人　　都不喜欢的有多少人？

【区分】

标准型：既……又……（A 和 B 都……、同时选 A 和 B）；题干长

A+B+C-A∩B-A∩C-B∩C+A∩B∩C=总数-都不

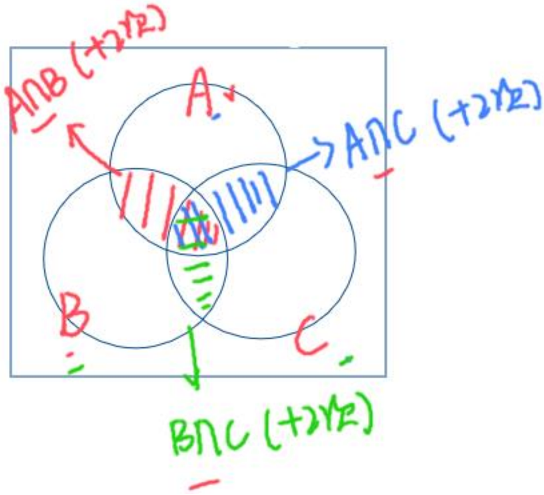
非标准型：满足两项；题干短

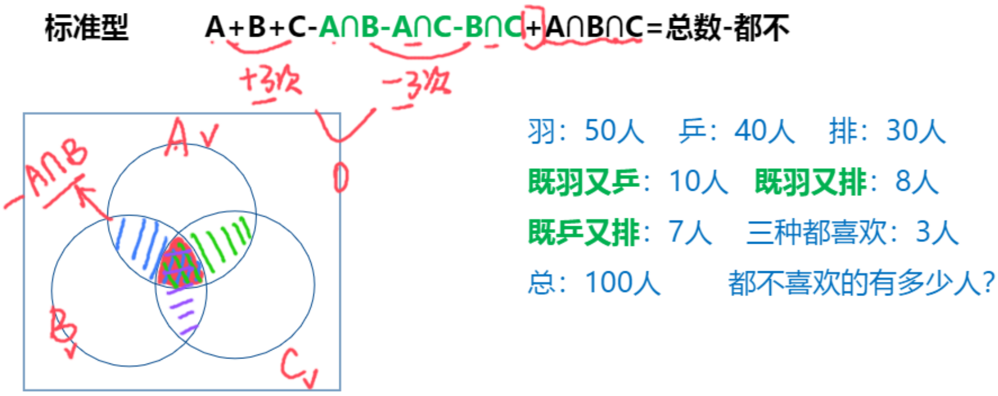
A+B+C-满足两项-满足三项*2=总数-都不

【注意】三集合容斥：

1. 标准型：

（1）公式：A+B+C-A∩B-A∩C-B∩C+A∩B∩C=总数-都不。有三个集合就画三个圆，A+B+C，A∩B、A∩C、B∩C 均加了 2 次，需要各去掉 1 次；A∩B∩C 是三个集合相交的部分（最中间的小三角），A+B+C 时加了 3 次，-A∩B-A∩C-B∩C 时减了 3 次，最后需要加上 1 次。方框是总数，圆圈以外方框以内是都不，总数-都不就是圆圈的部分。



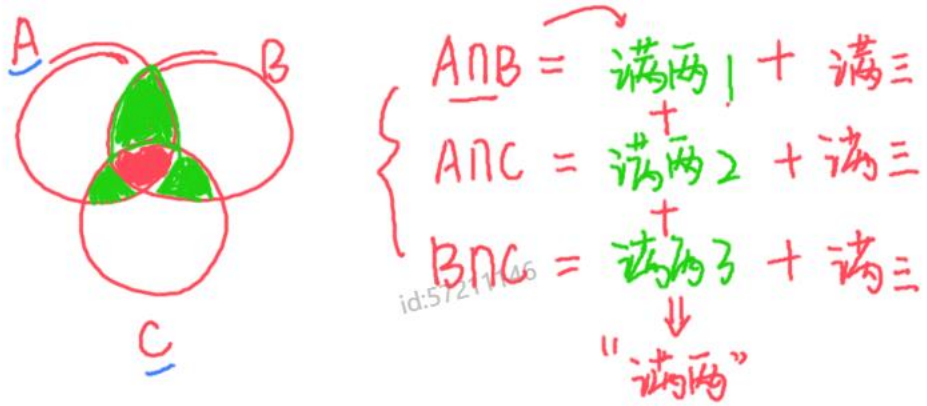


（2）例：喜欢羽毛球的有 50 人，喜欢乒乓球的有 40 人，喜欢排球的有 30 人，既喜欢羽毛球又喜欢乒乓球的有 10 人，既喜欢羽毛球又喜欢排球的有 8 人，既喜欢乒乓球又喜欢排球的有 7 人，三种都喜欢的有 3 人，一共有 100 人。问：都不喜欢的有多少人？

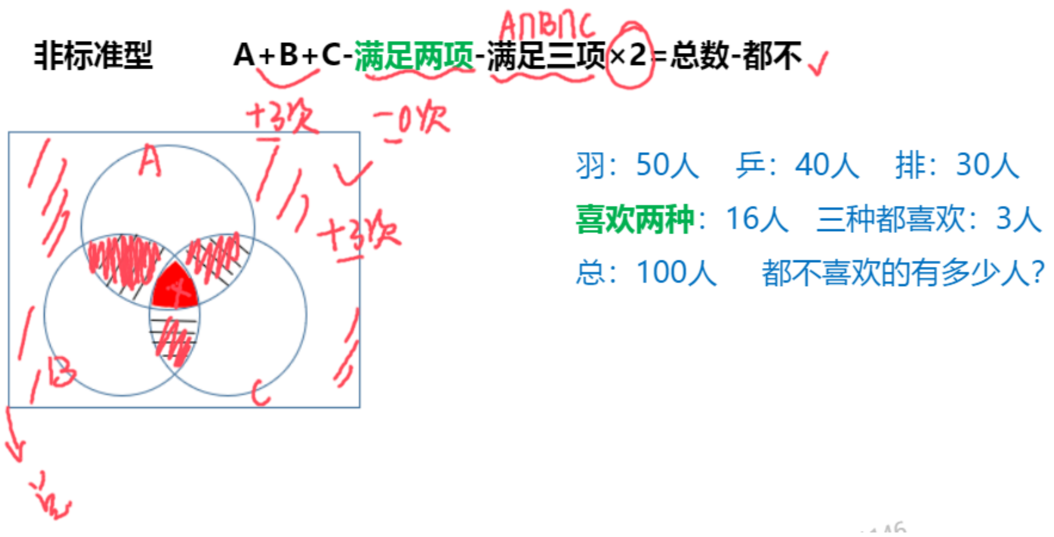
答：有三个集合，三个既又就是 A∩B、A∩C、B∩C，代入三集合标准型公式，A+B+C-A∩B-A∩C-B∩C+A∩B∩C=总数-都不，50+40+30-10-8-7+3=100-都不。

2. 非标准型：

（1）公式：A+B+C-满足两项-满足三项*2=总数-都不。A+B+C 加和之后减的是满足两项，为了方便理解，在满足两项前加“只”，只满足两项=满足两项，满足三项就是 A∩B∩C。三个集合就画三个圆，A∩B 被切割成两个部分组成的，前半部分长得像“鱼嘴”的绿色部分就是“满足两项 $_1$”，后半部分（红色三角）就是“满足三项”，A∩B=满足两项 $_1$+满足三项。A∩C 也是由两个部分组成，A∩C=满足两项 $_2$+满足三项，同理，B∩C=满足两项 $_3$+满足三项。因此满足两项 $_1$+满足两项 $_2$+满足三项 $_3$=满足两项。



满足两项就是①+②+③，在 A+B+C 中①、②、③均加了 2 次，需要去掉 1 次满足两项；最中间的小三角形（满足三项），在 A+B+C 中加了 3 次，满足两项中没有满足三项，需要去掉 2 次。



（2）例：喜欢羽毛球的有 50 人，喜欢乒乓球的有 40 人，喜欢排球的有 30 人，喜欢两种的有 16 人，三种都喜欢的有 3 人，一共有 100 人。问：都不喜欢

的有多少人？

答：有三个集合，“喜欢两种的”相当于“满足两项”，“三种都喜欢的”相当于 A∩B∩C=3，代入三集合非标准型公式，A+B+C-满足两项-满足三项*2=总数-都不，50+40+30-16-2*3=100-都不。

3. 区分：

（1）标准型：

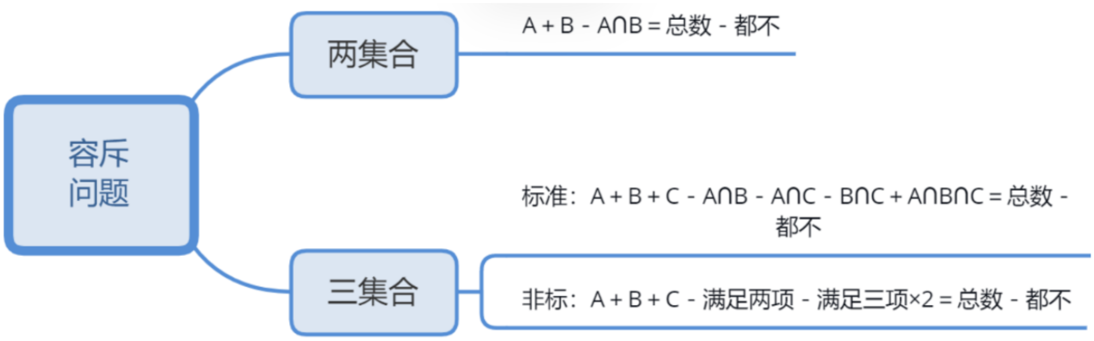
①题干：既……又……（A 和 B 都……、同时选 A 和 B）；有排比句，题干长。

②公式：A+B+C-A∩B-A∩C-B∩C+A∩B∩C=总数-都不。

（2）非标准型：

①题干：满足两项；题干短。

②公式：A+B+C-满足两项-满足三项*2=总数-都不。



14. 某班期末考试结束后统计，物理、化学均不及格的人数占全班的 14%，物理及格的人数比化学及格的人数多 10 人，且化学及格的人数占全班人数的 60%。已知全班人数不超过 70 人，问物理及格的人中化学也及格的有多少人？（　）

A. 25　　　　B. 26

C. 27　　　　D. 28

【解析】14. “全班人数不超过 70 人”，全班≤70。问物理及格的人中化学也及格的有多少人，即求物理、化学都及格。出现“物理及格”和“化学及格”，两集合容斥。“物理、化学均不及格的人数占全班的 14%”，都不/总数=14/100=7/50，说明全班是 50 的倍数，且全班≤70，全班是 50 人，则物理、化学均不及格的人数为 7 人。“物理及格的人数比化学及格的人数多 10 人，且化学

及格的人数占全班人数的 60%”，化学及格的有 50*60%=30 人，物理及格的有 30+10=40 人。代入两集合公式：A+B-A∩B=总数-都不，30+40-A∩B=50-7，解得 A∩B=27 人，对应 C 项。【选 C】

15. 一次期末考试，某班同学成绩统计如下表：

数学 90 分以上	语文 90 分以上	英语 90 分以上	数学和英语 90 分以上	数学和语文 90 分以上	语文和英语 90 分以上	三门功课没有一门 90 分以上
23 人	21 人	20 人	8 人	6 人	10 人	5 人

求：这个班最多有多少人？（　）

A. 45　　B. 51

C. 53　　D. 55

【解析】15. “数学 90 分以上、语文 90 分以上、英语 90 分以上”，分成三个科目，三集合容斥。考虑用标准型（排比句），还是非标准型（满足两项）。表格分别给出 A∩B、A∩C、B∩C，三集合标准型公式：A+B+C-A∩B-A∩C-B∩C+A∩B∩C=总数-都不，三门功课没有一门 90 分以上就是都不。题干中没有给 A∩B∩C，求的是总数，设 A∩B∩C=x、总数=y，23+21+20-8-6-10+x=y-5，y=x+45。求 y 的最大值，则 x 尽可能大，转化为求 x 的最大值，x 设的是 A∩B∩C，画图分析，A∩B=8、A∩C=6、B∩C=10，类比木桶原理，木桶最多能装多少水取决于最短的木板，x_{max}=6，则 y_{max}=45+6=51，对应 B 项。【选 B】

【注意】木桶原理，桶中能装多少水，取决于最短的那块板。

浓度问题

三量关系：浓度=溶质/溶液

溶液混合解题思路：

1. 方程法：抓住混合过程中溶质质量不变，列式求解

2. 线段法：浓度差与溶液质量成反比

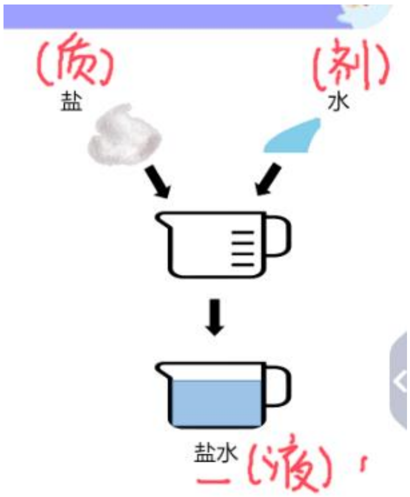
混合之前写两端

混合之后写中间

距离与量成反比

【注意】浓度问题：

1. 三量关系：浓度=溶质/溶液。盐（固体物质）就是溶质，水是溶剂，盐和水混合后就是溶液，溶液=溶质+溶剂，浓度=盐/盐水，浓度越高，盐的占比越高，盐水越咸；浓度月底，盐的占比越低，盐水越淡。溶质=溶液*浓度，溶液=溶质/浓度。



2. 溶液混合解题思路：

（1）方程法：抓住混合过程中溶质质量不变，列式求解。甲、乙溶液混合得到丙溶液。甲溶液中的溶质记为溶质 $_1$，乙溶液中的溶质记为溶质 $_2$，丙溶液中的溶质记为溶质 $_3$，溶质 $_1$+溶质 $_2$=溶质 $_3$。

（2）线段法：浓度差与溶液质量成反比。

①混合之前写两端。甲、乙溶液混合得到丙溶液。混合之前是甲和乙，写在线段两端。

②混合之后写中间，不是正中间。混合之后是丙，丙写在甲乙之间。

③距离与量成反比。距离之比指的是两条线段的长度之比（甲丙：乙丙），根据浓度差值计算；量指的是溶液的质量（甲溶液：乙溶液）。

16.有一瓶浓度为15%的盐水500克，每次加入34克浓度为60%的盐水，则至少加（　）次该盐水，能使这瓶盐水的浓度超过30%。

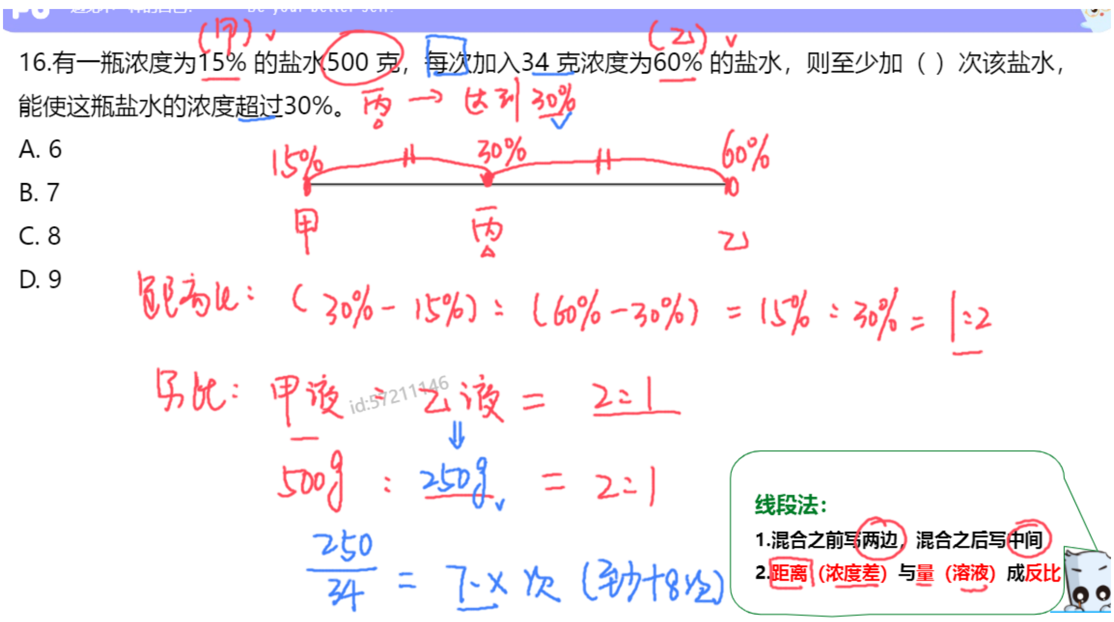
A.6　　　　B.7

C.8　　　　D.9

【解析】16.“超过”就是“＞”，不等式不好算，先算混合后的浓度等于30%的情况。

方法一：抓住溶质总量不变列式求解。溶质=溶液*浓度，每次甲34g，设至少加x次，500*15%+34x*60%=（500+34x）*30%→34x*0.3=75，解得x=75/10.2≈7.几，要超过30%，至少需要加入8次，对应C项。

方法二：线段法，画线段，混合之前写两边，混合之后写中间，把混合之前的甲、乙写在两端，混合之后的丙写在中间，距离之比=甲丙：丙乙=（30%-15%）：（60%-30%）=15%：30%=1：2，距离与量成反比，则量之比=甲溶液：乙溶液=2：1→500：34x=2：1，乙溶液需要加250g，每次加34g，250/34≈7.几次，要超过30%，加的次数要比7.几次多，至少需要加8次，对应C项。【选C】



【注意】溶液问题：

1. 核心公式：浓度=溶质/溶液；溶质=溶液*浓度。

2. 方法：抓住溶质总量不变列式求解。

3. 线段法：

（1）混合之前写两边，混合之后写中间。

（2）距离（浓度差）与量（溶液）成反比。

本节课猜题技巧总结

1. 根据选项关系——以坑治坑

11. 一个长方体实心零件，长、宽、高分别为 12 厘米、8 厘米和 4 厘米。如将其最大面朝下放在另一个长方体水槽中，零件将被完全淹没，且水面上升 3 厘米。问零件最大面的面积比水槽底面积小多少平方厘米？（A）

A. 32　　　　B. 64

C. 96　　　　D. 128

（零件最大面面积为 96，C、D 差值为 32，答案为 A）

2. 根据倍数关系猜题

2. 某小学组织学生排成队步行去郊游，每分钟步行 60 米。队尾的李老师以每分钟 150 米的速度赶到排头，然后立即返回队尾，共用了 10 分钟。队伍的长

度是（A）米。

A.630　　B.750

C.900　　D.1500

（是速度和210、速度差90的倍数）

【注意】本节课猜题技巧总结：

1.根据选项关系“以坑治坑”：D项-C项=A项，直接猜测答案为A项。

2.根据倍数关系猜题：队伍长度是速度和210的倍数，也要满足速度差90的倍数，只有A项符合。

【答案汇总】

1-5：CAACC；6-10：CBDBB；11-15：ABCCB；16：C

遇见不一样的自己

Be your better self