

理论攻坚-C 类特色立体图形

(讲义+笔记)

主讲教师: 谢笑

授课时间: 2023.12.07



粉笔公考·官方微信

理论攻坚-C 类特色立体图形 (讲义)

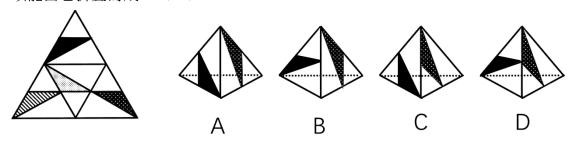
判断推理 理论攻坚 3

学习任务:

- 1. 课程内容: 四面体、三视图、截面图、立体拼合、不规则立体图形
- 2. 授课时长: 2 小时
- 3. 对应讲义: 86 页~93 页
- 4. 重点内容:
- (1) 四面体的相邻面(公共边、画边法)
- (2) 三视图的观察角度与做题方法
- (3) 常见截面图的切割方式
- (4) 立体图形的拼合方式
- (5) 不规则立体图形的快速解题技巧

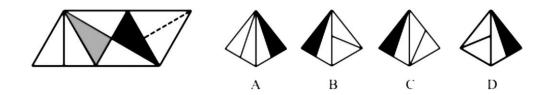
二、四面体

【例 7】(2021 联考)下列图形中,左图是纸盒外表面的展开图,右边哪一项能由它折叠而成?()

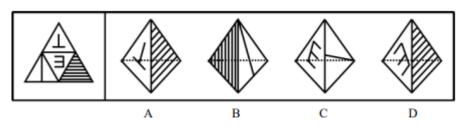


【例 8】(2020 联考)左边给定的是纸盒外表面的展开图,右边哪一项能由它折叠而成?()

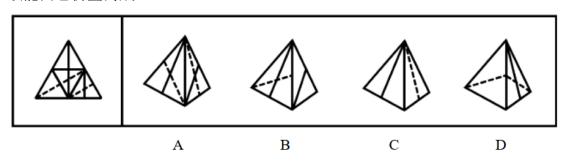
予 粉笔直播课



【例 9】(2023 河南) 左边给定的是纸盒外表面的展开图, 右边哪一项能由它折叠而成?请把它找出来。()

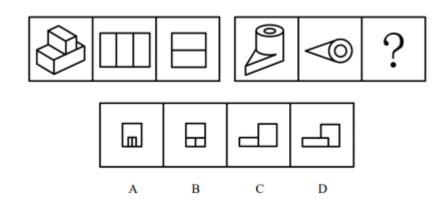


【例 10】(2021 江苏公务员) 左边给定的是纸盒外表面的展开图, 右边哪一项能由它折叠而成? ()

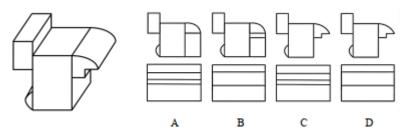


三、三视图

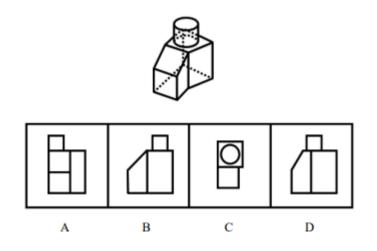
【例 11】(2022 福建)填入问号处最恰当的是()。



【例 12】(2021 广东) 如图所示, 所给立体图形的正视图和右视图是()。



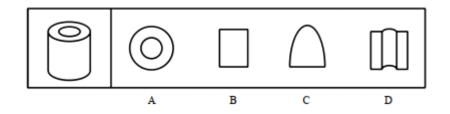
【例 13】(2022 四川下公务员)下图是给定的立体图形,以下哪一项是该立体图形的俯视图和侧视图? ()



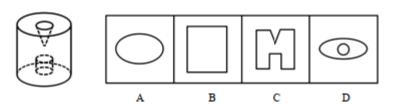
四、截面图

【例 14】(2020 河北)将如下最左边的立体图形随意剖开一次,不可能出现的截面是()。

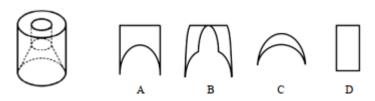
Fb 粉笔直播课



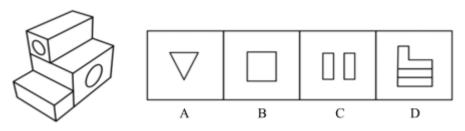
【例 15】(2019 广东公务员)从一个圆柱体中挖去一个圆柱体和一个圆锥体,得到的立体图形如左图所示。则右边不可能是它的截面的是()。



【例 16】(2020 浙江) 左边是给定的立体图形,将其从任一面剖开,右边哪一项不可能是该立体图形的截面? ()



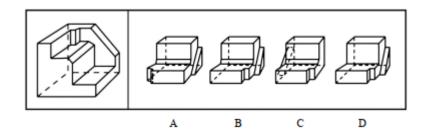
【例 17】(2021 联考)下列图形中,左图为给定的多面体,将其从任一面剖开,右边哪一项不可能是该多面体的截面? ()



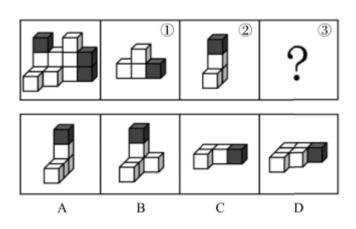
五、立体拼合

【例 18】(2019 公务员联考)正方体切掉一块后剩余部分如下图左侧所示,右侧哪一项是其切去部分的形状?()

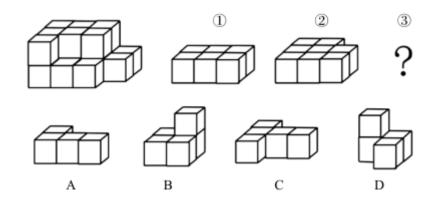
予 粉笔直播课



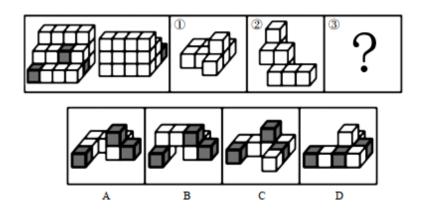
【例 19】(2023 湖北)左图为由相同大小的白色和灰色正方体组合而成的多面体,该多面体可由①、②和③组成,下列哪项可以填入问号处?()



【例 20】(2021 浙江) 左边的立体图形是由①、②和③组成的,下列哪项可以填入问号处? ()

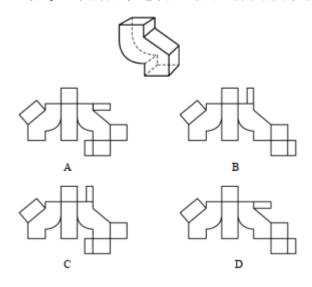


【例 21】(2020 联考)左图给定的是由相同大小的 21 个白色立方体和 3 个灰色立方体堆叠而成多面体的正视图和后视图,该多面体可以由①、②和③三个多面体组合而成,则以下哪一项能填入问号处?()

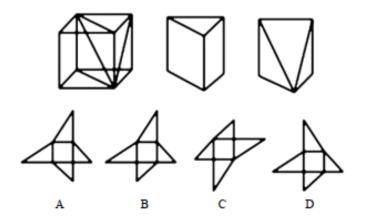


六、不规则立体图形

【例 22】(2019 联考)下列哪个选项是封闭立体图形的外表面? ()



【例 23】(2020 联考)下图第一行中的第三个图是由一个立方体切割掉一半之后,再切割掉一个顶点形成的立体图形,下列哪个选项可以折叠成该立体图形?



理论攻坚-C 类特色立体图形(笔记)

高频考点六:空间类

四面体

三视图

截面图

立体拼合

不规则立体图形

【注意】

- 1. 本节课讲解图形推理剩下的部分,是空间类立体图形,比较难,零基础的同学要保持平稳的心态,这部分的知识点需要反复琢磨,也需要练习题目,如果有精力,可以听回放,或者练习课上的例题,或额外做题进行巩固。本节课内容不是听完之后就能立刻理解并运用到题目上的,需要有练习的过程。
 - 2. 本节课预计 2. 5 个小时,课程时间充足,会慢慢讲解题目的解题方法。

二、四面体

四面体的基本特征

四面体的立体图和展开图:

- 1. 由四面组成
- 2. 每两个面都含有公共边,每三个面都含有公共顶点





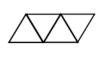


图 1

图 2

图 3

- (1) 展开图中构成一条直线的两条边是同一条边
- (2) 平行四边形两条短边是同一条边





图 4 图 5

【注意】四面体:

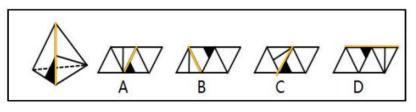
- 1. 之前已经学习了六面体的空间重构,本节课学习四面体空间重构。四面体也是重构性质的题目,需要"折纸盒",基础解题思路与六面体类似,需要把展开图往里折叠,把展开图画出的图案暴露出来。做题时,要尽可能地用排除思路解题,排除错误选项,留下的就是正确答案。
- 2. 四面体的图形与六面体不一样,需要先了解四面体的立体图、展开图分别是什么样子。
 - (1) 四面体类似三棱锥,由四个三角形面构成,如图 1。
- (2)四面体和六面体最大的区别在于面与面之间的关系。六面体有相对面、相邻面,但四面体没有相对面,四面体任意 2 个面都是相邻的,有公共边,任意 3 个面都有公共点。
 - (3) 例:
- ①如图 1,是四面体,左面和右面有公共边,是相邻的;右面和背面也有公共边,是相邻的。
- ②如图 1,最上面的尖是顶点,连接左面、右面、后面,任意 3 个面有公共顶点。同理,右边的顶点连接右面、背面、底面,3 个面有公共顶点。
 - (4) 四面体展开图:
 - ①大三角形展开图:里面有4个三角形面,如图2。
 - ②平行四边形展开图:里面有4个三角形面,如图3。
- 3. 立体图中,任意 2 个面相邻,有公共边,要了解展开图中如何判断公共边:
- (1)展开图中构成同一条直线的2条边是同一条边(这个方法比较普适、简单)。
- ①如图 4,大三角形展开图,2条绿边构成一条直线,折叠之后重合为公共边,意味着面1和面4相邻,而且这2个面的公共边是绿边,绿边将面1和面4连在一起。
- ②如图 5,平行四边形展开图,2条绿边构成一条直线,折叠之后重合为公共边,意味着面2和面4相邻,且公共边是绿边。

Fb 粉笔直播课

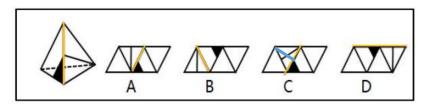
- (2) 平行四边形 2 条平行短边是同一条边。如图 5, 平行四边形展开图,相当于 4 面共线的状态, 把 4 个面都往里折,相当于平行四边形绕一圈,两头能连在一起,折叠之后,两头的 2 条蓝边会重合在一起,重合之后,面 1 和面 4 会相邻在一起,即面 1 和面 4 的公共边是展开图 2 条平行的短边。
 - 4. 四面体主要用到的方法是相邻面的方法,看相邻关系是否正确。

四面体的解题方法

1. 公共边法: 两个相邻面的公共边与两个面的相对位置不变



图一



图二

【注意】四面体的解题方法:

- 1. 公共边法:这个方法是最好用的,可优先用这个方法。先找出题干和选项的 2 个面,再分析这 2 个面的图案、线条具体有什么关系、相对位置是什么,找清楚之后就能在两边进行比对。如果选项公共边的图案、线条关系与题干保持一致,那么选项正确;如果选项 2 个面的相对位置与题干不同,就排除。
- 2. 例:如上图,题干是立体图形,选项是展开图,可以用公共边的方法解题。题干能看到 2 个面,即黑色三角形面、中线面,2 个面相邻,公共边是中间的黄边,分析公共边与面内的图案、线条的相对位置。题干公共边直接挨着黑色三角形,公共边与中线面相交于公共边的中点。
- (1) A 项: 找出黑色三角形面和中线面,中间的边就是二者的公共边。选项的公共边挨着黑色三角形,与题干一致;题干公共边与中线相交于公共边中点,但是选项中线没有相交于公共边中点,排除。
 - (2) B项:找出黑色三角形面和中线面,描出公共边(黄边)。选项公共

边没有挨着黑色三角形 (离着十万八千里),排除。

- (3) C 项:找出黑色三角形面和中线面,描出公共边(黄边)。选项公共边挨着黑色三角形,但中线没有相交于公共边的中点(而是相交于顶点,如上图,蓝边才是相交于公共边中点),排除。A、B、C 项都错误,故 D 项当选,考试时选出 D 项即可,因为此时是学习,所以老师会给同学们分析 D 项。
- (4) D项:展开图中构成同一条直线的 2条边,折叠后会重合,是 2个面的公共边,选项公共边直接挨着黑色三角形,且中线相交于公共边中点,与题干一致,当选。
- (5) 答疑: 无需判断左右,找出公共边,看选项的公共边与2个面的图案的关系是否与题干一致即可。也可以认为题干中线要与黑色三角形面相交于1点。
 - 2. 画边法
 - ①结合选项,找一个特殊面的唯一点
 - ②顺时针方向画边,并标出序号
 - ③题干与选项对应: 面不一致排除

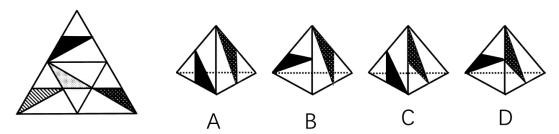




【注意】画边法:

- 1. 不是所有题看完公共边都能解题,如果公共边无法解题,就用画边法解题。六面体也用画边法"兜底",四面体的画边法和六面体操作一致,也是三步走。
- 2. 如上图,立体图左面为面 b,右面为面 a,相邻关系没有问题,所以考虑画边。面 a 小白色三角形顶点可以作为唯一点,面 b 引出中线的顶点也能作为唯一点,哪个特点更突出,就选用哪个点作为唯一点。以面 b 发出线条的点作为唯一点,从唯一点出发,在展开图与立体图的面 b 上顺时针画边标号为1~3,展开图边 1 对应面 c,选项边 1 对应面 a,对应面不一致,排除。四面体的唯一点更容易找,特点更突出,所以四面体用画边法会比六面体更简单。

【例 7】(2021 联考)下列图形中,左图是纸盒外表面的展开图,右边哪一项能由它折叠而成?()



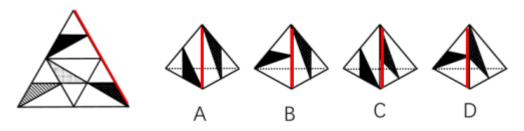
【解析】7.4个选项的面都是黑色三角形面,可以放在一起分析,优先用公共边进行判断。展开图中构成同一条直线的2条边,折叠后会重叠在一起,是公共边,如下图,2条红边是2个黑色三角形面的公共边。题干公共边与上面的黑色三角形相交于公共边项点,公共边与下面黑色三角形的边直接重合。

A 项:中间的边是 2 个黑色三角形面的公共边, 2 个黑色三角形都没有与公共边相交于中点,也没有与公共边重合,排除。

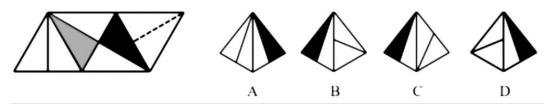
B项:中间的边是2个黑色三角形面的公共边,公共边与其中1个黑色三角形相交于公共边的中点,但是另一个三角形的边与公共边不重合,排除。

C项:中间的边是 2 个黑色三角形面的公共边,公用边与右面的黑色三角形的边重合,但公共边没有与左边黑色三角形相交于重点,排除。

A、B、C 项均排除, D 项当选。【选 D】



【例 8】(2020 联考)左边给定的是纸盒外表面的展开图,右边哪一项能由它折叠而成?()



【解析】8. 题干给出展开图,4个选项都是黑白三角形面和中线面,可以4个选项放在一起分析。先考虑简单、好用的公共边,展开图中构成同一条直线的

2条边折叠后会重叠在一起,是公共边。题干公共边直接挨着黑白三角形面的白色三角形,公共边与实线中线面的线条相交于公共边中点。

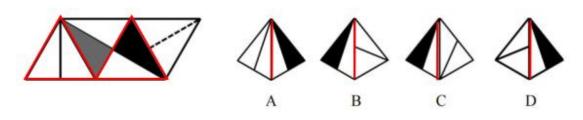
A、C 项:实线中线面的中线没有相交于公共边的中点,均排除。

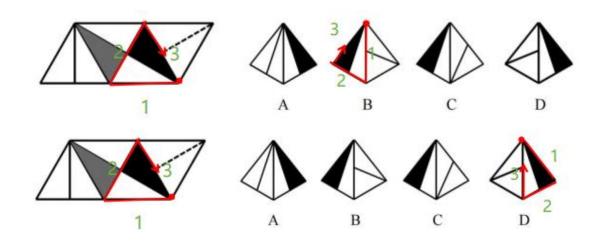
B、C 项:公共边没有问题,用画边法进行"兜底",均保留。

考虑画边法,先找唯一点,B、D 项的 2 个面都有唯一点,尽量选用特点更突出的点进行画边。黑白三角形面有黑有白,比单纯的线条更好看一些,所以用黑白三角形面画边,以半黑半白的顶点为唯一点为起点,在题干和选项的黑白三角形面上顺时针画边标号 $1\sim3$,边 1 对应实线中线面,B 项也如此,没有问题;题干边 3 对应虚线中线面,D 项边 3 对应实线中线面,对应不一致,D 项排除,B 项当选。

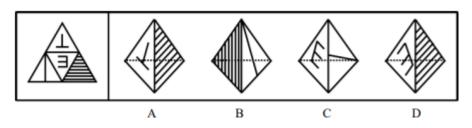
答疑:

- (1)如果空间想象能力好,可以认为公共边在黑色三角形面的右边,因为 折叠的时候需要旋转,所以不推荐所有同学都用这个方法,想象能力不好的时候, 一转就会乱。
- (2) 题干实线中线相交于 2 个面公共边的中点,但 A、C 项实线中线均相交于公共边的顶点,所以均排除。
- (3)选用独一无二的顶点作为唯一点进行画边即可,黑白三角形面中,半 黑半白的顶点占有了2个颜色,所以特点最突出,以此进行画边。
- (4) 展开图边 1 挨着白色三角形,有同学认为应该把 D 项挨着白色三角形的边标为 1,但绝对不能这样想。画边法需要遵循"三同"原则,必须按照同一方向画边,题干用顺时针画边,选项也用顺时针画边,题干边 1 内部挨着白色三角形,但 D 项边 1 内部挨着黑色三角形,标同一数字的边内部对应的图案不一致,说明 D 项有问题,绝对不能改变画边方向,建议都用顺时针去画边,不容易乱,也可以题干和选项都用逆时针画边。【选 B】





【例 9】(2023 河南)左边给定的是纸盒外表面的展开图,右边哪一项能由它折叠而成?请把它找出来。()



【解析】9. 题干给出展开图,后面给出 4 个选项,给题干的面依次标号为面 a~d。

A 项: 左边是面 a, 右边是面 d, 构成同一条直线的 2 条边是公共边, 公共边没有问题, 放一放, 保留。

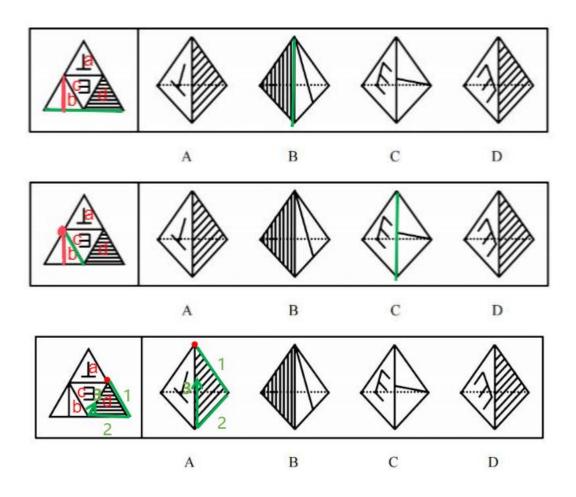
B 项: 左边是面 d, 右边是面 b, 构成同一条直线的 2 条边是公共边, 题干面 b 中线相交于公共边的中点, 选项面 b 中线相交于 2 个面的顶点, 排除。

C 项: 左边是面 c, 右边是面 b, 优先看公共边, 题干面 b 的中线相交于公共边的一头(交于顶点), 选项面 b 中线相交于公共边的中点, 排除。

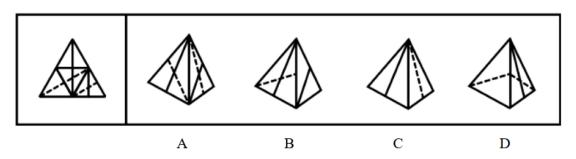
D项: 左边是面 c, 右边是面 d, 公共边没有问题, 保留。

A、D 项公共边没问题,用画边法"兜底"。A 项面 d 的图案更突出,所以用面 d 画边,面 d 有很多线条,构成多个三角形,三角形的尖都是同一个,以小三角形的顶点作为唯一点,在题干和选项中顺时针画边标号 1~3。题干边 3 对应面 c,选项边 3 对应面 a,对应面不一致,A、B、C 项均排除,D 项当选。

课后要多练习,活用画边法,解题会更轻松一些。A 项用公共边来分析看不出问题,面 d 的线条都与公共边相交,只能用画边法来排除。【选 D】



【例 10】(2021 江苏公务员) 左边给定的是纸盒外表面的展开图, 右边哪一项能由它折叠而成? ()



【解析】10. 本题有难度,给题干的面标号为面 $a\sim d$,出现"双胞胎"面,需要耐心一些,尝试它的可能性。

A项:出现"双胞胎"面,分别是面 c 和面 d,不清楚谁是谁,可进行尝试。 左侧可能是面 c 或面 d,分别进行假设,假设左侧是面 c,公共边没有发现突出 的问题,考虑用"兜底"的画边法,面 c、面 d 有很多线条,正好与顶点相交, 以面 c 发出实线的顶点作为唯一点,从唯一点出发,在题干和选项的面 c 上顺时 针画边标号 1~3,题干边 1 对应面 b,选项边 1 对应面 d,对应不一致,因此左

Fb 粉笔直播课

侧不是面 c。假设左侧是面 d,公共边没有明显问题,考虑画边法,以面 d 发出 实线的顶点作为唯一点,从唯一点出发在题干和选项的面 d 上顺时针画边标号 1~3。展开图中构成同一条直线的 2 条边是公共边,折叠之后重合,题干边 1 对应面 a,选项边 1 对应面 c,对应不一致,因此左侧也不是面 d,两种情况都不成立,选项一定错误,排除。

B项: 左侧是"双胞胎"面,右侧是面 a,从面 a 入手,公共边不好判断,考虑画边,从能确定的面 a 入手找唯一点,以发出面 a 直线的顶点为唯一点,在题干和选项的面 a 上顺时针画边标号 1~3,题干边 1 对应面 d,选项也可以对应面 d,线条也没问题,保留。

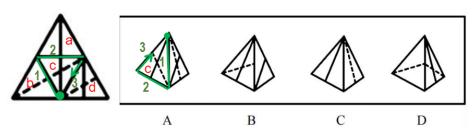
C 项: 左侧是面 a,右侧是面 b,公共边不好发现问题,考虑画边法,之前已经用面 a 画过边,所以继续用面 a 画边,以发出面 a 直线的顶点为唯一点,在题干和选项的面 a 上顺时针画边标号 $1\sim3$,题干边 1 对应面 d,选项边 1 对应面 b,排除。

D项: 左侧是面 b,右侧是"双胞胎"面,从能确定的面 b 入手画边,以发出直线的顶点出发,顺时针画边标号 $1\sim3$ 。题干和选项的边 2 都对应面 c,但是线条有"坑",题干面 c 的虚线正确,但实线与边 2、边 3 的顶点相交,选项面 c 的实线与边 1、边 2 的顶点相交,选项的实线走向错误,排除。

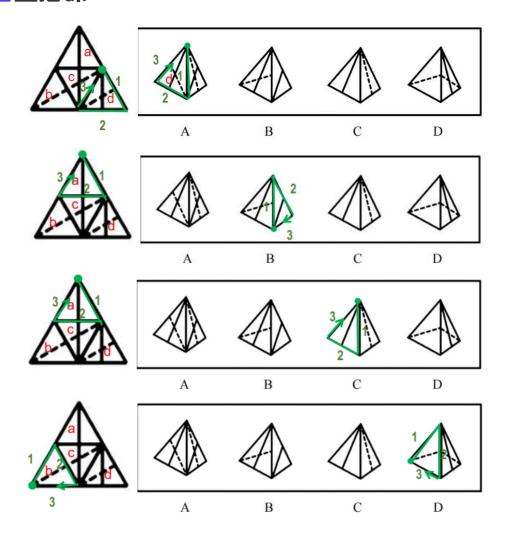
课后可以反复梳理这道题,D 项是近几年增加题目难度的出题思路,除了分析面是否正确,还要分析面内线条是否正确。

四面体折叠方法与六面体一样,要把图案暴露出来。

答疑:本题是难题,所以比较耗时,如果是例 8、例 9,画边法不慢,找出唯一点之后依然很快,正常画边即可,简单题可快速解题,遇到难题,可用 1.5~2 分钟解题,如果时间不够,遇到难题也可以放一放。【选 B】



予 粉笔直播课



四面体的解题方法

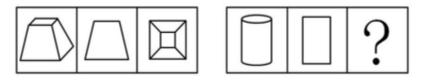
- 1. 公共边法
- 2. 画边法
- ①结合选项,找一个特殊面的唯一点
- ②顺时针方向画边,并标出序号
- ③题干与选项对应: 面不一致排除

【注意】四面体的解题方法: 先考虑公共边,无法解题再用画边法。联考 C 类的四面体容易考难题,所以课上设置了比较难的例 10 给同学们感受一下,了解"坑"会出现在哪些地方、了解难题的解题思路。

三、三视图

题型判定:

- 1. 左图为给定的多面体,从任一角度观看,下面哪一项(不)可能是该多面体的视图?
- 2. 从所给四个选项中,选择最合适的一个填入问号处,使之呈现一定规律性:



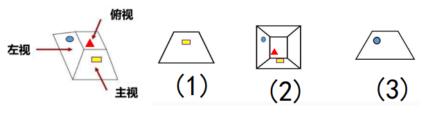
图一

考查立体图形的多个观察角度:

主视图 (从正面看)

俯视图 (从上向下看)

左视图 (从左侧看)



图二

【注意】三视图:

1. 题型判定:

- (1)常见提问: 左图为给定的多面体,从任一角度观看,下面哪一项(不)可能是该多面体的视图。题干直接给出"视图"二字,一定与三视图相关,结题时要小心问法,注意是选是题还是选非题。
- (2)特殊问法:从所给四个选项中,选择最合适的一个填入问号处,使 之呈现一定规律性。问法平平无奇,与大多数图形推理题问法一致,但题干画 法不同,为1个立体图形+2个平面图形,要求通过观察立体图形得到平面图, 依然考查三视图相关的知识。
 - 2. 考查立体图形的多个观察角度:
- (1) 常见的三个观察角度: 主视图(从前往后,从正面观察),俯视图(从上向下、低头观察),左视图(假设人站在左边,从左往右观察)。
 - (2) 其他观察角度:与主视图相对应的是后视图,从后往前看;与俯视

图相对应的是仰视图,从下面抬头从下往上看;与左视图相对应的是右视图,人站在右边,从右往左看。

(3) 左视图和右视图有时候会放在一起,合称为侧视图,如果题目问侧视图,要知道里面包含两种观察角度,具体的角度要根据题干图形的画法判定。

解题原则

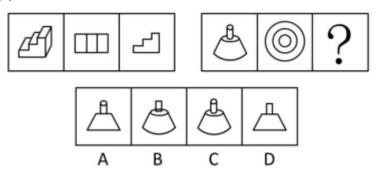
(1) 观察到的三视图都是平面图





图一

例:从所给四个选项中,选择最合适的一个填入问号处,使之呈现一定的规律性。



(2) 原图有线就有线,原图没线就没线







图二

(3) 当被遮挡住时,看不见被遮挡部分









图三

(4) 有些角度下弧会被压平





Fb 粉笔直播课

图四

看的方向与弧所在的面平行时, 弧会被压平

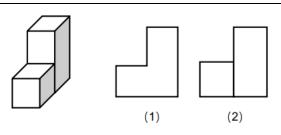
【注意】三视图的解题原则:

- 1. 观察到的三视图都是平面图。
- (1) 观察的过程相当于把立体图形拍扁的过程,把立体图形变为二维图形,所以观察到的视图都是平面图。
- (2)如例题,文字问法平平无奇,但图比较"有意识",第一组图给出 1个立体图+2个平面图,考查三视图,要选平面图,选择二维的画法。A、B、C项出现圆柱、圆台等画法,是立体图形,都错误,故 D 项当选。
- 2. 要忠于原图,观察到的视图都脱胎于立体图形,立体图形是什么样,视图也是什么样,原图有线就有线,原图没线就没线。如图二,左边是1个立体图,右边是2个平面视图,1个视图中间无横线,1个视图中间有横线,从左前方观察立体图形,拱形内部没有多余线条,原图没线就没线,所以视图上边内部无线,第一个视图正确,第二个视图错误。
- 3. 当被遮挡住时,看不见被遮挡部分,依然是忠于原图的意思,不过这个原则针对比较特殊/复杂的情况。如果图形有多个立体图形,可能存在遮挡的情况。如图三,从左前方观察,圆锥和六面体会遮挡三棱柱,因为没有透视眼,所以被遮挡的部分是看不见的,看不见的部分可以不画线,也可以画虚线(代表存在,但看不见),不画成实线即可。
- 4. 有些角度下弧会被压平。圆柱里面有圆等曲线,如果观察的方向正好与弧线、曲线所在的面平行,那么弧线、曲线会被压平,变为直线。如图四,矿泉水瓶接近圆柱的样子,如果从正前方往后看,观察方向正好与弧线平行,那么弧线被压平。如果从正前方往后看,观察的方向与圆柱的弧线一致,那么弧线会被"抻平",看到的是直线。

解题思路:

外部轮廓定方向

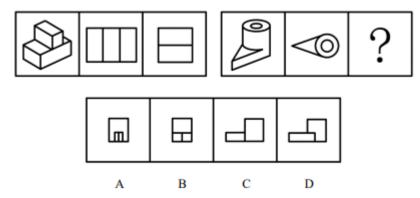
内部线条判对错



【注意】三视图的解题思路:

- 1. 两步走:外部轮廓定方向,内部线条判对错。
- 2. 例: 左边是立体图, 右边是 2 个视图。
- (1)先结合视图外部轮廓定确定观察方向。2个视图的外轮廓的形状都类似"¹",左低右高。人站在立体图右边,从右往左观察立体图形,可以看到"¹"。
- (2)判断内部线条的细节。图(2)内部有竖线,图(1)内部无竖线,忠于原图,立体图中间是2个四边形拼在一起,中间有竖线,所以视图中间也要有竖线,图(2)正确。

【例 11】(2022 福建)填入问号处最恰当的是()。



【解析】11. 文字问法不特殊,但题干图形比较有意识,给出 1 个立体图、2 个平面图,本质上考查三视图相关的知识点。

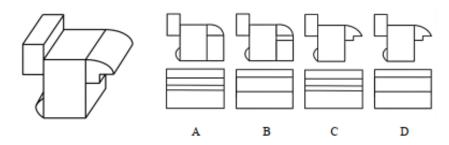
第一组图,图 2 是 3 个并排放的矩形,从上往下观察图 1 可以得到图 2;图 3 是 2 个叠在一起的矩形,从左前方观察图 1 可以得到图 3。

第二组图,从上往下看图 1 得到图 2,"?"处应从左前方观察图 1 得来,从左前方看的时候,与圆柱的曲线所在的面平行,所以应该把圆柱的曲线压平,看到的大轮廓应该是矩形,C、D 项多出一块,均排除。

比较 A、B 项的区别,区别在于内部下边中间的竖线,从左前方观察立体图

形,视图内部下方只能看到中间1条线,再往两边看就是边界线,所以中间应该只有1条竖线,B项当选。【选B】

【例 12】(2021 广东) 如图所示, 所给立体图形的正视图和右视图是()。



【解析】12. 本题比较人性化,题干给出观察角度,要找立体图形的正视图和右视图。已经给出观察角度,无需再判断观察方向,直接根据内部细节判断选项即可。

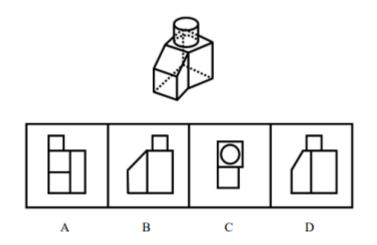
为了快速解题,所以先对比选项找区别,从区别入手判断对错。A、B 项右下角是完整的矩形,C、D 项右下角是空的。正视图需要从前往后看,右上角像是"屋檐",右下角是空的,无多余线条,所以排除 A、B 项

比较 C、D 项: 右视图最大的区别在于内部横线数量。右视图是从右往左观察,从上往下判断线条的数量,最上方有 1 条横线(与后面的线重叠),最上方横线偏下的位置有 1 条横线(与后面的线重叠),再下面"屋檐"的位置也有 1 条横线,继续往下,还有 1 条横线,最下面还有 1 条横线,共 5 条横线,C 项当选。【选 C】



【例 13】(2022 四川下公务员)下图是给定的立体图形,以下哪一项是该立体图形的俯视图和侧视图? ()

耐 粉筆直播课



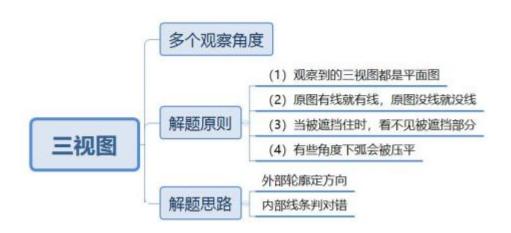
【解析】13. 问"下图是给定的立体图形,以下哪一项是该立体图形的俯视图和侧视图",考查三视图相关的知识点,问"可能",属于选是题。有同学把四个选项都分析一遍,发现每个选项观察角度都不同,还要看细节,十分费劲。做这类题不一定要分析完四个选项,可优先分析长得相似的选项。问"可能/不可能",都能优先观察相似的选项。

如果出题人想要设错,一般不会凭空造一个错误的视图,否则会错得过于明显,让题目过于简单,因此,出题人会改动已有的视图,一旦对已有的视图进行改动,就容易看出改动前、改动后的视图,会有两个类似的选项,一般一个是对的,一个是错的,因此,问"可能/不可能",都优先看类似的选项,一般都能找到对应的答案。

B、D 项轮廓差不多,先分析 B、D 项。B、D 项下方都有 2 个分开的面,1 个是梯形,1 个是四边形,上方有 1 个小矩形,应该从右前方观察立体图形得来,下方正好能看到梯形、四边形,上方的小圆柱从右往左"拍扁"之后就能得到上方的小矩形。确定方向之后看细节,从右前方看,左下是梯形面,右下是矩形面,但 D 项左下的不是梯形面,上方多出 1 条边,有拐弯,有问题;而且题干圆柱应该在矩形面正上方,视图中,小矩形也应该在大矩形正上方,D 项的小矩形在 2 个图形上方,没有在大矩形正上方,而 B 项符合立体图右视图的特点,故 D 项排除, B 项当选。

A项: 左下方是两个并排的矩形,需要从左前方观察立体图形,题干圆柱是居中放置的,在两个并排矩形的中间,而不是贴边放的,选项与题干不一致,排除。

C项:可以看到圆形,需要从上往下看,圆柱所在的面不是标准的矩形,而是类似梯形的样子,排除。【选 B】



四、截面图

题型判定:

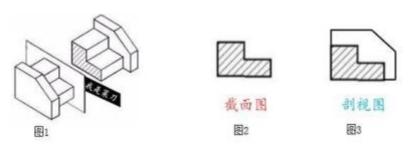
题干中给出一个立体图形,问哪项能够(或不能)成为其截面。

什么是截面图?

截面图——指的是被切部分的形状。

区分:截面图——指的是被切部分的形状。

剖视图——假想用一个剖切平面将物体剖开,移去介于观察者和 剖切平面之间的部分,对于剩余部分向投影面所做的 正投影图。



【注意】截面图:考频较高,容易出现难题,出题的创新度、变化度较高。 1. 题型判定:题干中给出一个立体图形,问哪项能够(或不能)成为其截面。题干直接说明是"截面",很容易辨认,但要看清楚题目是选是题还是选非题。

- 2. 截面图:截面是用刀去切立体图形时,刀面与立体图形接触过的形状。如上图,刀将立体图形切成两半,刀和立体图形接触的部分是截面图,这个阴影部分的形状就是截面图。
- 3. 剖视图: 一刀把立体图形切成两半,再拿走其中一半,再从切开的角度去观察剩下的部分,观察到的视图就是剖视图。
- 4. 考试所考的基本都是截面图,而不是剖视图,所以要看的是刀经过的截面。







注意:切到挖空面时,一定没有线封口

【注意】

- 1. 例:掏空胡萝卜之后,用刀把胡萝卜切开成两半,切开的截面图应该是2个分离的矩形,而不是3个并排的矩形。如果刀被涂黑,则胡萝卜被刀面沾黑色的部分就是截面。切完之后,从切开的角度去观察,才能得到3个并排的矩形,此时是剖视图,不是截面图。
- 2. 注意: 切到被挖空的部分时,空心没有任何实体,没有东西与到面接触,所以是敞开的,不会有线条封口。

怎么切截面?

解题原则:一刀切

- ①刀无限大,一刀切到底
- ②不能拐弯

【注意】怎么切截面:解题原则是一刀切。

- 1. 设定刀是无限大的,与宇宙一样大,必须一刀切到底,贯穿立体图形, 不会只切一半。
 - 2. 刀不能拐弯, 怎么切进去, 就怎么切出来, 不能改变方向。

常见立体图形截面(以最常见的六面体、圆柱、圆锥、圆台等基础图形为例)

1. 六面体

(1) 矩形(拦腰切、上下切、斜切)









(2) 梯形(斜切)



(3) 三角形 (从棱上的某一点开始斜着切到面)





PS: 只能是锐角三角形

对于六面体中任意一个三角形截面(比如面 ABC)

BC2=BD2+CD2

AB2=AD2+BD2

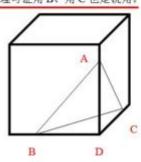
 $AC^2=AD^2+CD^2$

所以 AB2+ AC2=2AD2+BD2+CD2, 又 BC2=BD2+CD2

所以 AB2+ AC2> BC2, 所以角 A 是锐角

(两条边的平方和大于第三边的平方, 对应的角是锐角)

同理可证角B、角C也是锐角。



2. 圆柱(1)圆(横切)(2)椭圆(斜切)(3)矩形(竖切)













注意:圆柱斜切,切不出梯形和矩形。

3. 圆锥(1)圆(横切)(2)椭圆(斜切)(3)三角形(竖切)







4. 圆台(1)圆(横切)(2)椭圆(斜切)(3)梯形(竖切)







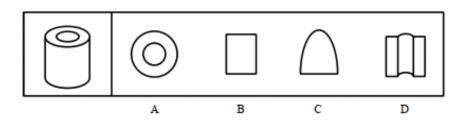
【注意】

- 1. 截面图的变化性较高, 打好基础就能应对, 万变不离其宗, 要学习常见、常考的立体图形的截面。
 - 2. 六面体:
 - (1) 矩形:
- ①可以横着拦腰切、竖着切、斜切,斜切时要注意入刀方向要与六面体的 棱/边平行,如第一行图的图 3。
- ②从顶点或边上的一点入到斜切,保证刀经过六面体的4个面,可以切出 菱形/平行四边形。
- (2) 梯形: 从面到面斜切,但不与棱平行,通常是按照对角线的方向斜切,确保上边和下边不等长。
- (3) 三角形:从边上的点或顶点入到斜切,保证刀面经过3个面,得到三角形。六面体只能切出锐角三角形,不可能切出钝角三角形和直角三角形。刀越倾斜,切出的2条线的夹角越小,所以三角形的角度不可能太大,只能切出锐角。
 - 3. 圆柱:
 - (1) 横切得到圆,斜切得到椭圆,竖切得到矩形。
- (2) 从圆柱侧曲面入刀斜切,从下表面出刀,截面是拱门、半个椭圆、正弦图、抛物线的形状,总而言之,切出来的图案上面会尖一点,类似椭圆的一部分。斜切圆柱,相当于把切椭圆的截面往下平移,椭圆没切完就贯穿了立体图形,所以得到的截面是不完整的椭圆、椭圆的一部分。
 - (3) 从圆柱上表面入刀斜切,从下表面出刀,得到的截面类似于鼓形、

花瓶形状、酒瓶形状,总而言之,两侧的线条是曲线。如果圆柱足够长,从侧 曲线斜切刀侧面应该得到椭圆,但现在圆柱不够长,去掉上下部分,从上表面 入刀斜切到下表面出刀,所以得到的截面是椭圆的中间部分。

- (4) 刀斜着切曲面,得到曲线,不会得到直线。
- 4. 圆锥: 横切得到圆,斜切得到椭圆,从顶点竖直切得到三角形。
- 5. 圆台: 横切得到圆,斜切得到椭圆,从顶面竖切到底面得到梯形。

【例 14】(2020 河北)将如下最左边的立体图形随意剖开一次,不可能出现的截面是()。



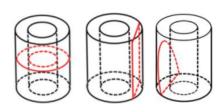
【解析】14. 问"哪项不可能是它的截面",选非题。题干给出空心圆柱。

A 项: 该项是圆环,横切空心圆柱,经过外部大圆柱得到外面的大圆,经过空心小圆柱得到小圆,可以得出,排除。

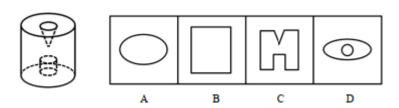
B项: 避开空心部分, 竖直切圆柱可以得到矩形, 排除。

C项: 避开空心部分,从侧曲面入刀,斜着切到下底面,得到椭圆的一部分,排除。

D项:经过空心部分竖直切圆柱,但中间是空心的,不会有线条封口,应该是敞开的,而该项有线条线相连,无法得出,当选。【选 D】



【例 15】(2019 广东公务员)从一个圆柱体中挖去一个圆柱体和一个圆锥体,得到的立体图形如左图所示。则右边不可能是它的截面的是()。



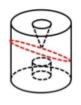
【解析】15. 从一个圆柱体中挖去一个圆柱和一个圆锥,问"右边不可能是它的截面的是",选非题。

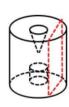
A项: 避开空心部分,斜着切即可得到椭圆,排除。

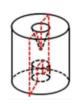
B项: 避开空心部分,竖直切圆柱得到矩形,排除。

C项:截面外轮廓类似矩形,圆柱竖切可以得出矩形;截面内部有切口,经过空心部分竖切,经过挖空圆锥,得到三角形缺口,经过空心圆柱,得到矩形缺口,可以得出,排除。

D项:在圆柱中切椭圆要斜切,从圆柱中切正圆要横切,方向不同,不可能一刀切出。如果要切,要么内外都是圆,要么内外都是椭圆,选非题,当选。【选D】







【例 16】(2020 浙江) 左边是给定的立体图形,将其从任一面剖开,右边哪一项不可能是该立体图形的截面? ()











【解析】16. 本题有难度,问"不可能",是选非题。题干给出立体图形, 从一个圆柱体中挖去一个圆柱和一个圆台,把截面往自己的熟悉的立体图去套。

A 项: 截面图外轮廓类似矩形,圆柱要切出矩形就要竖切,因为下半部分是 挖空的圆台,竖切一定会经过挖空的圆台,竖切经过空心圆台的曲面,所以下方 有曲线的缺口,该项可以得出,排除。

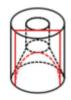
B项:截面不规整,先看外轮廓,外轮廓类似于鼓形、花瓶形状,上下是直

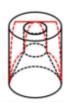
线。要想得出该轮廓,需要从顶面入刀,斜着切,要经过内部的缺口,就要经过空心部分,贴着空心圆柱、圆台斜切,可以得到外部轮廓、内部空心,经过挖空圆柱可得出类似椭圆的切口,经过空心圆台可以得到 2 条曲线的缺口,该项可以得出,排除。

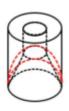
C项:截面类似"月亮",由上下 2条曲线构成,优先考虑如何切出曲线。 刀斜切曲面可以得到曲线,从圆柱侧面下刀斜切经过外侧面可以得到 1条曲线, 经过内部空心圆台可以得到内部的曲线(即选项下方的曲线),该项可以得出, 排除。

D项:参考 A项,矩形需要竖切,无论从哪个角度且,都会切到空心的圆台, 下边一定有曲线缺口,不可能是完整的矩形,无法得出,选非题,当选。

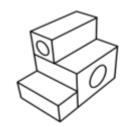
遇到不规整的截面,先结合外部轮廓判断大致的切法,再分析内部细节(比如缺口),分析从哪个位置可以把细节切出来。【选 D】

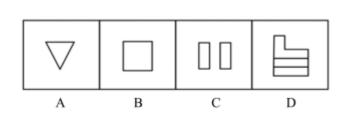






【例 17】(2021 联考)下列图形中,左图为给定的多面体,将其从任一面剖开,右边哪一项不可能是该多面体的截面? ()





【解析】17. 问"下列图形中,左图为给定的多面体,将其从任一面剖开,右边哪一项不可能是该多面体的截面",选非题。题干立体图形比较复杂,但相当于3个六面体叠在一起,有2个六面体内部挖空了圆柱,按照之前学习的思路进行梳理即可。

A 项:从一个点入到斜切六面体,可得出三角形,排除。

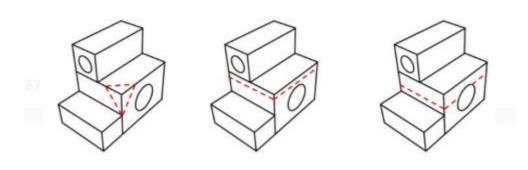
B项:选项是矩形,横切或竖切都能得出矩形,排除。

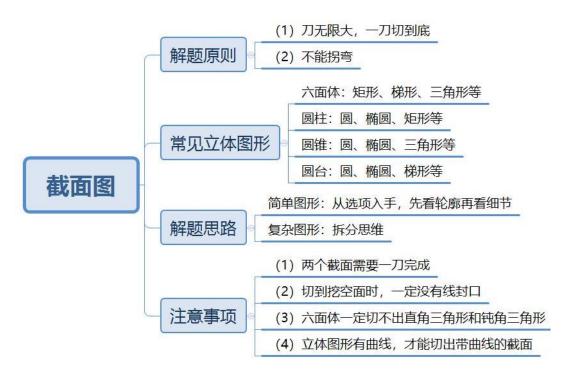
C项:选项是2个分开的矩形,经过空心部分可以得出2个分开的矩形,比

如"空心胡萝卜"。题干有2个六面体都有空心部分,需要经过空心部分去切即可得出2个分开的矩形,排除。

D项:上方是"L"形,下面是2个并排的矩形,从最高处下刀(平行于左侧面)竖切经过宽度不同的位置,或者经过次高的部分(平行右侧面)竖切,也可以得出"L"形,无论如何,都需要经过空心的部分,中间必定会有空心(有缺口),该项无法得出,当选。

课后可以用橡皮切一切,会更清晰。【选D】



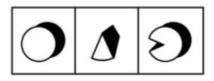


【注意】截面图:难度较高,课后复习一定要多花精力,掌握常见的立体图形如何切出,还要分析简单截面、复杂截面应该怎么看,比如圆柱里面挖空"窟窿"、多个六面体叠在一起,要归拢到自己所熟悉的领域,课上的例题是比较有价值的。

五、立体拼合

解颢原则

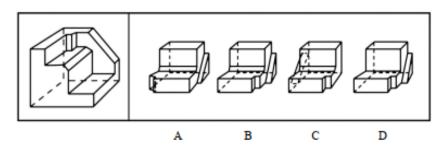
凹凸有致:有凹必有凸,有凸必有凹



【注意】立体拼合:没有太多的知识点,学做题思路、方法就能做题。

- 1. 立体拼合类似于小时候玩的积木,要把2个积木堆在一块,有的积木凹下去一块,有的积木凸出一块,凹凸对应就能拼合在一起。
- 2. 原则:有凹必有凸,有凸必有凹。分析立体图形哪里有凹陷、凸起,对应在一起就能把 2 个立体图形拼合在一块。如上图所示,图 3 有扇形凹陷,图 2 是扇形凸起,将二者拼合,得到完整的立体图形。

【例 18】(2019 公务员联考)正方体切掉一块后剩余部分如下图左侧所示,右侧哪一项是其切去部分的形状?()



【解析】18. 问法比较特殊,问"正方体切掉一块后剩余部分如下图左侧所示,右侧哪一项是其切去部分的形状",说明要把选项图形与题干拼成完整的立方体,是立体拼合题,按照凹凸对应的原则解题。

先观察题干有特点的凹陷与凸起,原图中间凸出的小台阶有小斜坡,选项应该有凹陷与之对应,D项中间位置是直角,无凹陷的斜坡,排除。

对比 A、B、C 项的区别,最大的区别在于凹陷的方块和凸起的三角形的位置, 题干凸起的方块和凹陷的三角形在同一侧(都在背面),所以选项凹陷的方块和 凸起的三角形应该在同一侧,唯有 B 项满足,故 B 项当选。【选 B】

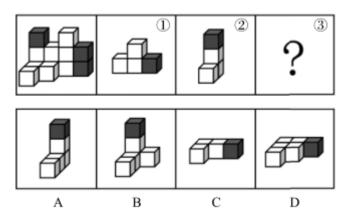
【注意】小技巧: 从特殊形状入手, 凹凸一致。

方块类立体拼合常用方法:

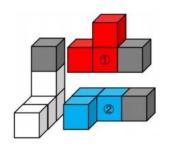
- (1) 选项个数不同,优先数个数
- (2) 选项个数相同,优先找最大、最特殊部分
- (3) 关注带颜色的方块位置

【注意】

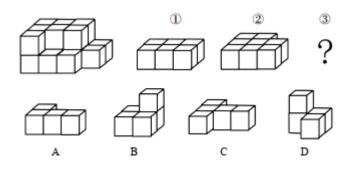
- 1. 现在很少考例 18 这种规整的立体图形, 更喜欢用小方块考查立体拼合。
- 2. 方块类立体拼合常用方法: 因为方块个数确定, 所以可关注方块个数。
- (1) 选项方块个数不同,优先数方块个数,看能否选出答案。
- (2)数个数选不出唯一答案,或者选项方块个数相同,则需要拼合,优先 找最大、最特殊的部分,将其作为基地,再填入其他方块。
- (3) 关注黑块、灰块等带颜色的方块,带颜色的方块一般自带考点,先拼 合这些方块会好拼合一些。
- 【例 19】(2023 湖北)左图为由相同大小的白色和灰色正方体组合而成的多面体,该多面体可由①、②和③组成,下列哪项可以填入问号处?()



【解析】19. 问"哪项可以填入问号处",先数选项的方块数量,A 项是 4 个 白块,B 项是 5 个白块,C 项是 3 个白块,D 项是 5 个白块。选项的方块个数有区别,先根据方块数量排除错误选项。题干有 10 个白块,图①有 3 个白块,图②有 3 个白块,所以"?"处应该有 4 个白块,对应 A 项。拼合后的图形如下图所示。【选 A】



【例 20】(2021 浙江) 左边的立体图形是由①、②和③组成的,下列哪项可以填入问号处? ()

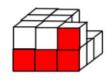


【解析】20. 题干立体图形由图①②③拼合而成,先看选项的方块数量,A、D 项都有 4 个方块,B、C 项有 5 个方块,方块个数不同,先根据方块数量排除错误选项。题干第一层有 7 块,第二层有 7+4=11 块,共 18 块。图①有 6 块,图②有 8 块,则"?"处需要 4 块,可排除 B、C 项。

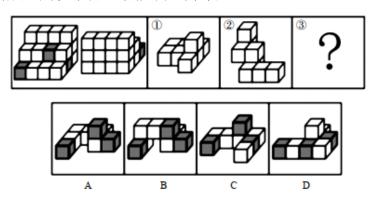
拼合时要从最大、最特殊的方块入手,图②有8块,最大,从此入手。图② 右后方有缺口,题干右前方底层也有缺口,可把图②填入底层右半部分。图①是 6块,3块一排,可以拼在题干上层。

从前往后观察,上层左前方 1 块、底层左边一列的 3 块都没有拼完,类似 "L"形,对应 A 项。拼入图②的时候需要转一下,让图②的缺口与题干底层的 缺口对应上。

答疑: A 项确实可填入题干上层 3 块,但这样会让上层剩下 4 块无法拼合, 所以用最简单的方法拼即可。【选 A】



【例 21】(2020 联考)左图给定的是由相同大小的 21 个白色立方体和 3 个 灰色立方体堆叠而成多面体的正视图和后视图,该多面体可以由①、②和③三个 多面体组合而成,则以下哪一项能填入问号处? ()



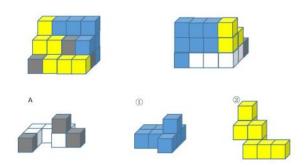
【解析】21. 本题黑白块数量相同,需要进行拼合。题干有 3 个黑块,先拼带颜色的方块。题干从前往后看,第一排左下角有 1 个黑块,第二排上下各有 1 个黑块。

A、B项: 第一排左下角有1个黑块,第二排上下各有1个黑块,均保留。

C项:第一排左下角没有黑块,第二排左右各有1个黑块,第三排上边有1个黑块,与题干对应不上,排除。

D项:第一排有2个黑块,与题干对应不上,排除。

从最大、最特殊的入手拼合,图②块数多,特点与原图最接近,可类似台阶, 把图②直接填入题干,此时第二排上方的黑块左边已经有2个白块,所以选项第 二排上方黑块的左边无需再有白块,B项第二排上方黑块左边还有2个白块,与 图②冲突,所以排除B项,A项当选。【选A】





【注意】立体拼合的知识点不是很多,主要掌握解题方法、思路。先看数量, 无法解题就进行拼合。

六、不规则立体图形

解题思维: 排除思维

1. 中间图形位于同一直线,两侧有一样的底面:

该底面的边数=其他面个数

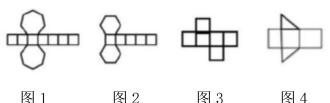


图 1 图 2 图 3

2. 公共边一定要等长,且成对出现("V"字形或者构成直角)

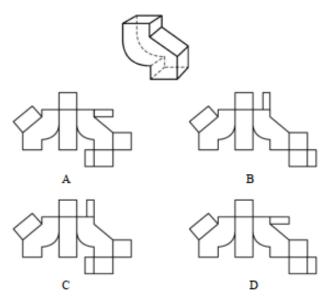


【注意】不规则立体图形:

- 1. 考查不多,不是重点内容,知道如何做题,了解解题思路即可。
- 2. 不规则立体拼合:给出展开图,可能要拼合成立体图;或者给出立体图, 要求选择展开图,用排除法解题,无需真正折叠,排除错误选项即可解题。
- (1) 中间图形位于同一直线,两侧有一样的底面:该底面的边数=其他面 个数。遇到特殊的展开图,如图 1~图 4,中间给出一些面,上下 2 个面,类 似"翅膀",把上下2个底面往里扣,剩下的面绕着底面一圈就能拼成,中间 的面数量要与底面的边数量相等,这样才能拼成严丝合缝的立体图形。
- ①结合数量的特点,如果中间的面数量和底面的边数量一样,那么展开图 没问题,图1上下底面都是七边形,中间有7个面,底面的边数=其他面个数, 能拼合为完整的立体图形。

- ②如果中间的面数量和底面的边数量不相等,则不可能折叠成的立体图形。如图 2 上下底面都是六边形,中间有 5 个面,底面的边数≠其他面个数,不能拼合为完整的立体图形,排除即可。
- (2)公共边是折叠后能重合的边,公共边要想重合,长度就应该想啊等,一长一短就会有缺口(会漏风),可利用这个特点解题。公共边长度相等就是可以的,公共边长度不等就排除。不规则展开图中,构成"V"字的2条边折叠后会重合,如图5,右上构成"V"字的在2个三角形面往里扣之后会重叠在一起,得到图6;如图7,上边2条边也是构成"V"字,折叠之后会严丝合缝地合在一起。构成直角的2条边也会重合在一起,也是公共边,如图7左上角。

【例 22】(2019 联考)下列哪个选项是封闭立体图形的外表面? ()

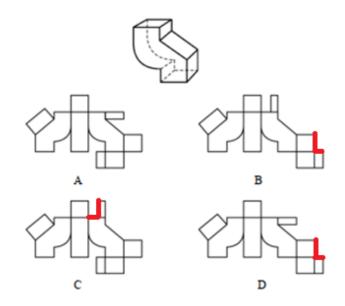


【解析】22. 问"下列哪个选项是封闭立体图形的外表面",立体图很奇怪,不能折叠,可以对比选项,找4个选项之间的区别,从不同之处入手,判断细节的对错。选项右下角不同,构成直角的2条边是公共边,公共边应该等长。

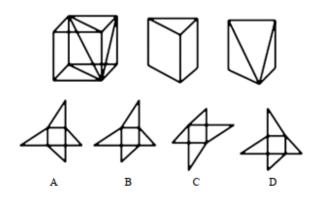
B、D 项: 右下角构成直角的 2 条边是公共边,选项的公共边不等长,均排除。

C项: 右上角构成直角的 2 条边是公共边,公共边应该等长,但选项的公共边并不等长,竖着的长,横着的短,排除。

这类题对比照区别即可,无需折叠。【选 A】



【例 23】(2020 联考)下图第一行中的第三个图是由一个立方体切割掉一半之后,再切割掉一个顶点形成的立体图形,下列哪个选项可以折叠成该立体图形?



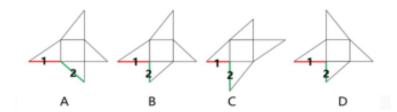
【解析】23. 题干是立方体切割掉一半之后,再切割掉一个顶点形成的立体 图形,无需折叠与重构,用排除法解题,对比选项找区别。选项左下角构成直角 的2条边是公共边,线条应该等长。

A项: 左下角的边构成"V"字,是公共边,长度应该相等,保留。

B项: 左下角的边构成直角,但公共边不等长,边1明显较长,排除。

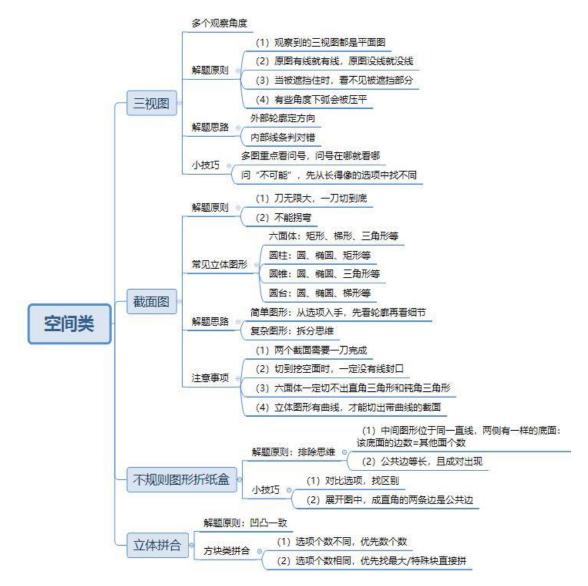
C项: 左下角的边构成直角,但公共边不等长,边1明显较短,边2明显较长,排除。

D 项: 左下角的边构成直角,但公共边不等长,边 1 明显较长,排除。【选 A】





【注意】不规则图形折纸盒不是重点,做题时无需想得太多,了解做题技巧,对比选项找区别,重点看公共边是否等长,长度不等就排除即可。



【注意】重点听懂本节课上的方法,课后练习例题,把思路与解题结合在一起,消化吸收即可。

【答案汇总】

7-10: DBDB; 11-15: BCBDD; 16-20: DDBAA; 21-23: AAA

遇见不一样的自己

Be your better self

