

理论攻坚-数学运算 1

(讲义+笔记)

主讲教师：王义

授课时间：2023.12.13



粉笔公考·官方微信

C. 32; 58

D. 34; 59

【例 3】（2023 上海）为进一步推进垃圾分类工作，某街道准备张贴宣传广告，设计了甲、乙两种广告准备印制。已知制作一张甲类宣传广告需要 4 分钟，制作一张乙类宣传广告需要 7 分钟。若只有一台机器且每次仅能制作一张，恰好 143 分钟后所有宣传广告制作完毕，那么至多制作（ ）张乙类宣传广告。（假设制作两张广告之间的时间忽略不计）

A. 16

B. 17

C. 18

D. 19

第二节 倍数特性法

一、余数型

若 $ax+b=\text{答案}$ ，则（答案 $-b$ ）是 a 的倍数（ a 、 x 均为整数）

若 $ax-b=\text{答案}$ ，则（答案 $+b$ ）是 a 的倍数（ a 、 x 均为整数）

【例 1】（2019 黑龙江）三个运动员跨台阶，台阶总数在 100~150 级之间，第一位运动员每次跨 3 级台阶，最后一步还剩 2 级台阶。第二位运动员每次跨 4 级台阶，最后一步还剩 3 级台阶。第三位运动员每次跨 5 级台阶，最后一步还剩 4 级台阶。这些台阶总共有（ ）级。

A. 119

B. 121

C. 129

D. 131

【例 2】（2019 安徽）某公司举行年会，若 5 名男员工和 3 名女员工坐一桌，则男员工多出 4 名，女员工刚好分配完；若 7 名男员工和 3 名女员工坐一桌，则男员工刚好分配完，女员工多出 12 名。那么该公司男员工和女员工共有（ ）名。

A. 108

B. 120

C. 132

D. 144

二、比例型

若 $A/B=m/n$ (A 、 B 均为整数, m/n 为最简整数比), 则:

A 是 m 的倍数

B 是 n 的倍数

$A+B$ 是 $m+n$ 的倍数

$A-B$ 是 $m-n$ 的倍数

【例 3】(2022 联考) 某幼儿园的育才班和育人班两个班级的图书数量比为 7: 9, 当育人班拿出 18 本书给育才班后, 育才班和育人班两个班级的图书数量比为 9: 7。问两个班级共有图书多少本? ()

- A. 144
- B. 153
- C. 171
- D. 189

【例 4】(2021 上海) 某小区进行绿化改造, 为居民提供了 A、B 两套方案。最初支持方案 A 的人数比支持方案 B 的人数多四分之一, 后来有 6 位选择方案 A 的居民改选了方案 B, 最后方案 B 以多出方案 A 两票胜出, 则参与投票的共有() 位居民。

- A. 85
- B. 90
- C. 95
- D. 100

【例 5】(2021 军队文职) 罐中装有各色小球, 其中红球占 30%, 黄球占 35%。从罐中倒出一半数量的小球, 其中包含红球 24 个, 黄球 17 个。此时罐中红球占 20%。罐中还有 () 个黄球。

- A. 24
- B. 36
- C. 25
- D. 34

【例 6】(2020 联考) 一堆棋子中, 黑棋子的数量是白棋子的 4 倍。从这堆棋子中每次取出黑棋子 6 颗, 白棋子 4 颗, 当黑棋子剩 42 颗时, 白棋子还剩 3 颗。问这堆棋子中黑棋子比白棋子多多少颗? ()

A. 30

B. 35

C. 40

D. 45

第三节 方程法

1. 普通方程

(1) 方法：设未知数、列方程、解方程

(2) 技巧：问谁设谁、设小不设大、设中间量、出现比例设份数

2. 不定方程

方法：

① 奇偶特性：未知数前的系数一奇一偶

② 尾数特性：未知数前的系数的尾数为 0 或 5

③ 倍数特性：常数与某个未知数前的系数有公因数

④ 代入选项：代入排除

【例 1】（2023 广东公务员）某单位去年报名参加志愿活动的党员与非党员之比为 1：3。今年的报名总人数提高了 20%，党员与非党员之比为 1：2，党员人数比去年多了 6 人。则今年该单位报名参加志愿活动的党员共有（ ）人。

A. 16

B. 24

C. 32

D. 48

【例 2】（2021 农发行）某学校组织学生春游，共有 213 名学生，现租用大、小两种客车，已知除司机外大客车有 41 个座位，小客车有 15 个座位。为保证每个学生均有座位，且车上没有空座，则需大客车的辆数是（ ）。

A. 2

B. 3

C. 4

D. 1

【例 3】（2019 联考）某单位购买 A 和 B 两种耗材，单价分别为 50 元/件和 70 元/件，共花费 710 元，且所购耗材中 A 的件数占比不到一半。问该单位共购买 A、B 耗材多少件？（ ）

A. 11

B. 12

C. 13

D. 14

【例 4】（2021 辽宁）小王去超市进行采购，结账后发现用了 13 个购物袋共花费 5.7 元，大、中、小购物袋的价格分别为 0.5 元、0.3 元和 0.2 元，则小王最多使用了（ ）个小购物袋。

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

理论攻坚-数学运算 1（笔记）

数量关系 理论攻坚 1

学习任务：

1. 课程内容：代入排除法、倍数特性法、方程法
2. 授课时长：2.5 小时
3. 对应讲义：122 页~126 页
4. 重点内容：
 - （1）掌握代入排除法的适用范围及使用方法
 - （2）掌握应用倍数特性法的题型特征及解题思路
 - （3）掌握设未知数的技巧及不定方程的求解方法

数学运算课程安排				
内容	数学运算一	数学运算二	数学运算三	数学运算四
	代入排除法 倍数特性法 方程法	工程问题 经济利润	行程问题 几何问题	排列组合与 概率 最值问题

【注意】数学运算：

1. 课程：总共四节课，每节课预计时长为 2.5h。本节课学习三大方法：代入排除法、倍数特性法、方程法，用于解决和差倍比问题（会给出几个主体的关系，求另外一个主体的值），后三节课会进入具体题型。有些小题型，如植树问题、容斥原理问题、星期日期问题，会放在强化阶段补充，以及学霸养成课中也会讲到。

2. 题量：全国联考（A、B、C、D、E 类）都是 5 道题。

3. 分值：官方没有公布过，可以参考地方性考试的分值，卷子上直接写出分值，如 2021 年下半年云南考试，数学运算 1 分/题、资料分析 1.5 分/题；2022 年上半年陕西考试，数学运算 1 分/题、资料分析 2 分/题。

4. 目标：考试平均正确率为 40%，但学习目标是 60%的正确率，5 道题要答

对 3 题（做对蒙对都可以），这个模块就不会拖后腿。

5. 时间：6 分钟解决 3 道题。

6. 秒杀：冲刺阶段会补充，学习初期不要抱有秒杀心理。

7. 答疑：课前、课中休息不答疑，课上有问题及时敲出来，课后有问题可以
微博私信老师：@粉笔王义。

第一节 代入排除法

1. 什么时候用

- (1) 看题型：年龄、余数、多位数、不定方程
- (2) 选项是一组数（ ≥ 2 个数）
- (3) 条件多，题意乱或难求解

2. 怎么用

- (1) 先排除，再代入
- (2) 代入原则：①最值原则；②从简原则

一、代入排除法什么时候用？——1. 特定题型

①年龄：涉及到年龄的问题（年龄差不变）

②余数：出现“余”字；平均分，有剩余

【例】一个数，除以 7 余 3，除以 8 余 2，除以 9 余 1……

A. 10

B. 11

③多位数：三位数/四位数；出现位数的变化

【例】一个三位数，十位和个位对调，比原来大 9……

A. 121

B. 123

④不定方程：未知数个数多于方程个数

【例】 $3x+2y=10$ ，求：x、y 的值

A. 3、2

B. 2、2

代入排除法什么时候用？——2. 选项是一组数（ ≥ 2 个数）

【例】甲、乙两支足球队练习时共进球 20 个，甲队比乙队多进 8 个。甲、乙两队分别进球多少个？

A. 13, 7

B. 14, 6

C. 12, 8

D. 11, 9

代入排除法什么时候用？——3. 条件多，题意乱或难求解

例. $10/x + 6/(x-2) = 4$ ，问： $x = ?$

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

二、代入排除法怎么用？

先排除：利用奇偶、倍数、尾数等特性（本节课后半部分）

再代入：最值，问最大从最大开始代入，问最小从最小开始代入

好算，整十/整百……

【例】姐的年龄是4的倍数，在25~45岁之间，除以6余2，该位女士芳龄最小几岁？

A. 24

B. 30

C. 36

D. 49

【注意】代入排除法：

1. 什么时候用：

（1）特定题型：年龄、余数、多位数、不定方程。

①年龄：涉及到年龄的问题（隐含条件：年龄差不变）。今年：王义老师28岁，王三石老师48岁，年龄差为20岁；10年后：王义老师38岁，王三石老师58岁，年龄差仍为20岁，不管哪一年，王三石老师都比王义老师大20岁。

②余数：出现“余”字，平均分组，有剩余。

例：一个数，除以7余3，除以8余2，除以9余1……。

A. 10

B. 11

答：余数问题，考虑代入排除，A项：10除以7余3、除以8余2、除以9余1，满足所有条件，当选。

③多位数：三位数/四位数（可能是银行保险柜密码、高校人数、车牌号）；出现位数的变化。

例：一个三位数，十位上的数字比百位多1，十位和个位对调，比原来大9……。

A. 121

B. 123

答：多位数问题，考虑代入排除，A项：十位是2，百位是1，满足“十位上的数字比百位多1”；十位和个位对调为112，要比原来小，不满足“比原来大9”，排除；B项：十位是2，百位是1，满足“十位上的数字比百位多1”；十位和个位对调为132， $132-123=9$ ，满足“比原来大9”，当选。如果多位数问题中出现对调条件，则优先验证，这是解题关键。

④不定方程：未知数个数多于方程个数。如 $5x+4=24$ ，一个未知数、一个等号（一个方程），未知数个数=方程个数，属于普通方程；再如 $3x+2y=10$ ，两个未知数、一个等号（一个方程），未知数个数>方程个数，属于不定方程。

例： $3x+2y=10$ ，求：x、y 的值。

A. 3、2

B. 2、2

答：不定方程问题，考虑代入排除，A项：当 $x=3$ 、 $y=2$ 时， $3x+2y=9+4=13 \neq 10$ ，排除；B项：当 $x=2$ 、 $y=2$ 时， $3x+2y=6+4=10$ ，满足，当选。

（2）选项是一组数：每个选项中的数字个数 ≥ 2 个数。

例：甲、乙两支足球队练习时共进球20个，甲队比乙队多进8个。甲、乙两队分别进球多少个？

A. 13, 7

B. 14, 6

C. 12, 8

D. 11, 9

答：四个选项中均有2个数，即选项为一组数，考虑代入排除。根据题意可知，甲+乙=20、甲-乙=8。A项： $13+7=20$ ，满足； $13-7=6 \neq 8$ ，不满足，排除。B项： $16+4=20$ ，满足； $14-6=8$ ，满足，当选。

（3）条件多，题意乱或难求解（兜底方法）。

例： $10/x+6/(x-2)=4$ ，问：x=?

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

答：未知数在分母上，常规做法是将等式两边同时乘 $x*(x-2)$ ，去分母很麻烦，属于难求解，考虑代入排除，A项：当 $x=5$ 时， $(10/5)+6/(5-2)=2+2=4$ ，满足，当选。

2. 怎么用：

（1）方法：虽然代入排除法的名字是代入在前、排除在后，但实际操作是

先排除、再代入。

①先排除：利用奇偶、倍数、尾数等特性（本节课后半部分详细展开讲）。

②再代入：

a. 最值原则：问最大，从最大开始代入；问最小，从最小开始代入。

b. 好算原则：整十、整百……。

（2）例：姐的年龄是 4 的倍数，在 25~45 岁之间，除以 6 余 2，问该位女士芳龄最小几岁？

A. 24

B. 32

C. 35

D. 40

答：年龄问题，考虑代入排除。先排除，根据“年龄是 4 的倍数”，排除 C 项；根据“在 25~45 岁之间”，排除 A 项；剩下 B、D 项，再代入，问最小，从小的选项开始代入，B 项： $32/6=5\cdots\cdots 2$ ，满足“除以 6 余 2”，当选。

（3）剩二代一，必出答案。上述引例中，最后剩下 B、D 项，由于答案是唯一的，若 B 项符合要求就选 B 项，B 项不符合要求就选 D 项。

3. 数学运算做题：整体两个维度。

（1）识别：先判定是什么题型，有什么特点。

（2）方法。

【例 1】（2019 江苏）一只密码箱的密码是一个三位数，满足：3 个数字之和为 19，十位上的数比个位上的数大 2。若将百位上的数与个位上的数对调，得到一个新密码，且新密码数比原密码数大 99，则原密码数是：

A. 397

B. 586

C. 675

D. 964

【解析】1. 出现“三位数”，属于多位数问题，考虑代入排除，先排除、再代入。已知“将百位上的数与个位上的数对调，得到新密码，且新密码比原密码大 99”，即新密码-原来密码=99，出现对调条件先验证。A 项：百位和个位对调后为 793， $793-397\approx 400$ ，排除；B 项：百位和个位对调后为 685， $685-586=99$ ，符合；C 项：百位和个位对调后为 576， $576-675=$ 负数，排除；D 项：百位和个位对调后为 469， $469-964=$ 负数，排除，对应 B 项。【选 B】

【例 2】（2019 天津）爸爸对小华说：“当我的岁数和你现在的一样时，你才 7 岁。”小华对爸爸说：“当我到您现在的这个岁数时，您将有 82 岁。”则小华和爸爸现在的年龄分别是（ ）岁和（ ）岁。

- A. 31; 56
B. 32; 57
C. 32; 58
D. 34; 59

【解析】2. 从题型入手，年龄问题，考虑代入排除；从选项入手，选项为一组数，考虑代入排除。本题在读题的时候可能会读不懂，先用一个例子来理解，甲今年 28 岁，乙今年 21 岁，年龄差为 7 岁，甲对乙说“我像你这么大的时候，你几岁”，即甲 21 岁的时候乙几岁，年龄差始终不变，则乙为 $21-7=14$ 岁。回到本题，没有最值、好算，从头开始代入。

A 项：现在小华 31 岁，爸爸 56 岁，年龄差为 $56-31=25$ 岁；“当我的岁数和你现在的一样时，你才 7 岁”→当爸爸 31 岁时，小华 7 岁，年龄差为 $31-7=24$ 岁，年龄差发生改变，排除。

B 项：现在小华 32 岁，爸爸 57 岁，年龄差为 $57-32=25$ 岁；“当我的岁数和你现在的一样时，你才 7 岁”→当爸爸 32 岁时，小华 7 岁，年龄差为 $32-7=25$ 岁；“当我到您现在的这个岁数时，您将有 82 岁”→当小华 57 岁时，爸爸 82 岁，年龄差为 $82-57=25$ 岁，满足题干所有条件，当选。【选 B】

A图

	爸爸	小华	差
现在	56	31	25
①	31	7	24 x
②			

B图

	爸爸	小华	差
现在	57	32	25
①	32	7	25
②	82	57	25

【例 3】（2023 上海）为进一步推进垃圾分类工作，某街道准备张贴宣传广告，设计了甲、乙两种广告准备印制。已知制作一张甲类宣传广告需要 4 分钟，制作一张乙类宣传广告需要 7 分钟。若只有一台机器且每次仅能制作一张，恰好 143 分钟后所有宣传广告制作完毕，那么至多制作（ ）张乙类宣传广告。（假设制作两张广告之间的时间忽略不计）

A. 16

B. 17

C. 18

D. 19

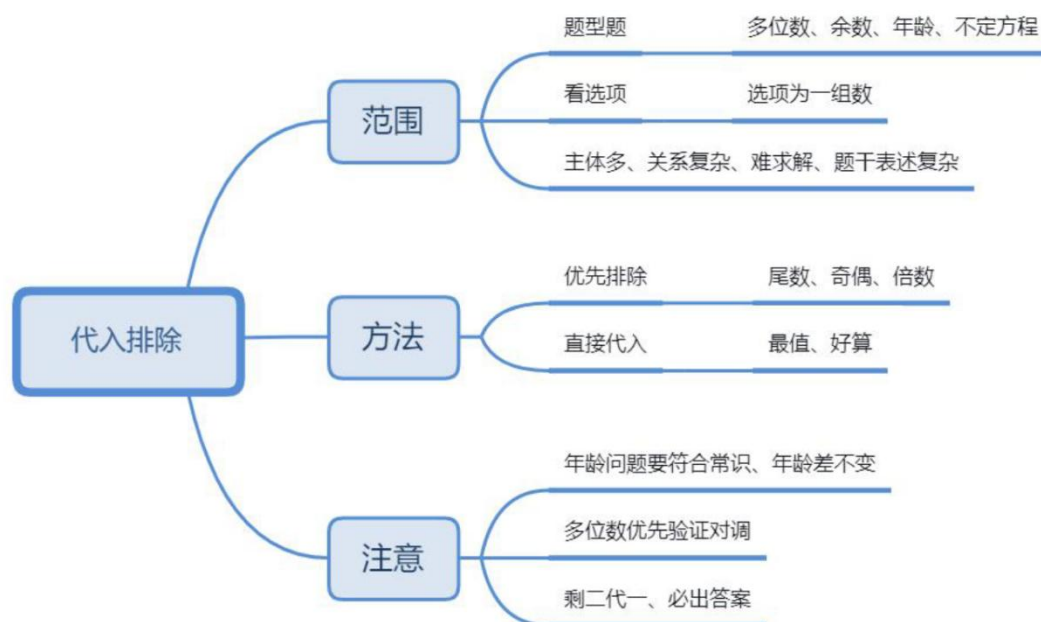
【解析】3. 根据题意可知，制作一张甲要 4 分钟，制作一张乙要 7 分钟，只有一台机器且每次只能制作一张，恰好用 143 分钟制作完所有广告。数量未知，设需要制作 x 张甲、 y 张乙，列式： $4x+7y=143$ ，属于不定方程问题，考虑代入排除，问最多，从最大的选项开始代入。D 项：当 $y=19$ 时， $4x+7*19=143 \rightarrow 4x+133=143 \rightarrow x=2.5$ ，广告不能做两张半，排除。C 项：当 $y=18$ 时， $4x+7*18=143 \rightarrow 4x+126=143 \rightarrow x=17/4$ ，不是整数，排除。B 项：当 $y=17$ 时， $4x+7*17=143 \rightarrow 4x+119=143 \rightarrow x=6$ ，满足题干所有条件，对应 B 项。【选 B】

【注意】

1. 本节课后面会补充用奇偶特性解这道题。

2. 至多为什么不能假设 x 为 0？

答： $143/7=20\cdots\cdots 3$ ，最后会剩 3 分钟，题目的意思是 143 分钟正好用完，并不是问在 143 分钟的限定时间内最多能生产多少。



【注意】代入排除法：

1. 范围：

(1) 看题型：多位数、余数、年龄、不定方程。

(2) 看选项：选项是一组数。

(3) 主体多、关系复杂、难求解、题干表述复杂。

2. 方法：

(1) 优先排除：尾数、奇偶、倍数。

(2) 直接代入：最值、好算。

3. 注意：

(1) 年龄问题要符合常识（不符合常识的情况：十几岁生孩子、妈妈比孩子大 12 岁、年龄为小数）、年龄差不变。

(2) 多位数优先验证对调。

(3) 剩二代一，必出答案。

第二节 倍数特性法

（利用条件中的倍数，排除答案）

例：5 人一组开黑，人数刚好够分，人数（ ）？

A. 10

B. 11

C. 12

D. 13

1、余数型

2、比例型

【注意】倍数特性：利用条件当中的倍数，排除答案。

1. 例：5 人一组开黑，人数刚好够分，人数（ ）？

A. 10

B. 11

C. 12

D. 13

答：总人数=5*组数，则总人数是 5 的倍数，只有 A 项符合。

2. 考查形式：

(1) 余数型。

(2) 比例型。

一、余数型

若 $ax+b=\text{答案}$ ，则（答案-b）是 a 的倍数（a、x 均为整数）

若 $ax-b=\text{答案}$, 则 $(\text{答案}+b)$ 是 a 的倍数 (a, x 均为整数)

常见形式：平均分，有剩余/缺少

答案 $=ax \pm b$ ，那么（答案 $\mp b$ ）能被 a 整除（ a 、 x 均为整数）

【例】一堆苹果平均每人分 10 个，还剩 3 个，则苹果有多少个？

- A. 117
B. 120
C. 123
D. 126

【例】一堆苹果平均每人分 10 个，还缺 3 个，则苹果有多少个？

- A. 117
B. 120
C. 123
D. 126

【注意】 余数型:

1. 常见形式：平均分，有剩余/缺少，求总数。
2. 方法：答案 $=ax \pm b$ ，那么（答案 $\mp b$ ）能被 a 整除（ a 、 x 均为整数）。
3. 例：

(1) 一堆苹果平均每人分 10 个，还剩 3 个，则苹果有多少个？

- A. 117
B. 120
C. 123
D. 126

答：苹果总数=10*人数+3，带了一个小尾巴不好看，移项转化为：苹果总数-3=10*人数，即（苹果总数-3）是10的倍数，选项-3依次为：114、117、120、123，只有120是10的倍数，对应C项。

(2) 一堆苹果平均每人分 10 个，还缺 3 个，则苹果有多少个？

- A. 117
B. 120
C. 123
D. 126

答：苹果总数=10*人数-3→苹果总数+3=10*人数，即（苹果总数+3）是10的倍数，选项+3依次为：120、123、126、129，只有120是10的倍数，对应A项。

4. 口诀：多退少补。

(1) 多退：题目出现多几个/余几个/剩几个，多几个就在总数上退几个，正正好好。如引例 1，剩 3 个就是多 3 个，在总数上退回去（减法），这样每人

C. 97

D. 98

【解析】拓展。“该园共有不超过一百名小朋友”→这个条件没用，因为选项均满足；已知“9 人一组剩 7 人”，剩 7 人=多 7 人，多就退回去，总数-7=9*组数=9 的倍数，选项-7 依次为：88、89、90、91，只有 90 是 9 的倍数，对应 C 项。【选 C】

【注意】

1. 倍数特性和代入排除是结合使用的，代入排除的第一步就是利用奇偶、倍数、尾数特性排除，不要分隔开看。
2. 如果通过一个条件可以排除三个错误选项的话，其余条件不用看。

【例 2】（2019 安徽）某公司举行年会，若 5 名男员工和 3 名女员工坐一桌，则男员工多出 4 名，女员工刚好分配完；若 7 名男员工和 3 名女员工坐一桌，则男员工刚好分配完，女员工多出 12 名。那么该公司男员工和女员工共有（ ）名。

A. 108

B. 120

C. 132

D. 144

【解析】2. 问该公司男员工和女员工共有多少名，即总数，所以做题的时候可以不考虑性别。“5 名男员工和 3 名女员工坐一桌，则男员工多出 4 名”→8 人一桌多 4 人，多就退回去，总数-4=8 的倍数；“若 7 名男员工和 3 名女员工坐一桌，则男员工刚好分配完，女员工多出 12 名”→10 人一桌多 12 人，多就退回去，总数-12=10 的倍数。10 的倍数好看，先看 10 的倍数，选项-12 依次为：96、108、120、132，只有 120 是 10 的倍数，对应 C 项。【选 C】

二、比例型

若 $A/B=m/n$ （A、B 均为整数， m/n 为最简整数比），则：

A 是 m 的倍数

B 是 n 的倍数

A+B 是 $m+n$ 的倍数

A-B 是 $m-n$ 的倍数

比例型倍数特性：什么时候用？出现分数、百分数、比例、倍数，可考虑倍数特性

- (1) 男女生人数之比是 3:5 (比例)
- (2) 男生是女生人数的 $\frac{3}{5}$ (分数)
- (3) 男生是女生人数的 60% (百分数)
- (4) 男生是女生人数的 0.6 倍 (倍数)

已知某班级学生：男生/女生= $\frac{3}{5}$ ，问：

- ①男同学人数是 () 的倍数
- ②女同学人数是 () 的倍数
- ③同学总数是 () 的倍数
- ④女同学和男同学相差 () 的倍数

已知 A 事物/B 事物= $\frac{m}{n}$ (最简整数比)

- ①A 事物是 m 的倍数
- ②B 事物是 n 的倍数
- ③A+B 是 $m+n$ 的倍数
- ④A-B 是 $m-n$ 的倍数

【注意】比例型倍数特性：非常重要，2023 年考了很多。

1. 什么时候用？出现分数、百分数、比例、倍数，可考虑倍数特性。

- (1) 男女生人数之比是 3:5 (比例) → 男/女= $\frac{3}{5}$ 。
- (2) 男生是女生人数的 $\frac{3}{5}$ (分数) → 男=女 \times ($\frac{3}{5}$) → 男/女= $\frac{3}{5}$ 。
- (3) 男生是女生人数的 60% (百分数) → 男=女 \times 60% → 男=女 \times ($\frac{60}{100}$) → 男=女 \times ($\frac{3}{5}$) → 男/女= $\frac{3}{5}$ 。
- (4) 男生是女生人数的 0.6 倍 (倍数) → 男=女 \times 0.6 → 男=女 \times ($\frac{3}{5}$) → 男/女= $\frac{3}{5}$ 。

2. 已知某班级学生：男生/女生= $\frac{3}{5}$ ，可以是 3 人/5 人、30 人/50 人、300 人/500 人，问：

- (1) 男同学人数是 3 的倍数。分子对应分子的倍数。

(2) 女同学人数是 5 的倍数。分母对应分母的倍数。

(3) 同学总数是 8 的倍数。左边分子分母相加对应右边分子分母相加的倍数。

(4) 女同学和男同学相差 2 的倍数。左边分子分母相减对应右边分子分母相减的倍数。

3. 练习：A/B=2/7，则 A 是 2 的倍数，B 是 7 的倍数，A+B 是 9 的倍数，B-A 是 5 的倍数。

4. 已知 A 事物/B 事物=m/n（最简整数比，即不能再约分）。错误示范：男生/女生=6/10，则男生是 6 的倍数，可能是 6、12、18、24……；正确示范：男生/女生=6/10=3/5，则男生是 3 的倍数，可能是 3、6、9、12、15、18、21、24、27……。对比发现，错误做法会漏掉“3、9、15、21、27……”。

(1) A 事物是 m 的倍数。

(2) B 事物是 n 的倍数。

(3) A+B 是 m+n 的倍数。

(4) A-B 是 m-n 的倍数。

【例 3】（2022 联考）某幼儿园的育才班和育人班两个班级的图书数量比为 7：9，当育人班拿出 18 本书给育才班后，育才班和育人班两个班级的图书数量比为 9：7。问两个班级共有图书多少本？（ ）

A. 144

B. 153

C. 171

D. 189

【解析】3. 出现比例，考虑比例型的倍数特性。“育才班和育人班两个班级的图书数量比为 7：9”→育才班/育人班=7/9，结论：①育才班是 7 的倍数，②育人班是 9 的倍数，③（育才班+育人班）是 16 的倍数，④（育人班-育才班）是 2 的倍数。问两个班级共有多少本图书，要用到③，总数是 16 的倍数，一定也是偶数，只有 A 项符合。【选 A】

【注意】倍数特性的优点在于不需要用到题目所有条件，只要有一个条件能排除所有错误选项，其余条件就不用管，这些条件是给方程法用的。

【拓展】（2023 内蒙古）已知今年小玉的年龄是母亲年龄的 $\frac{1}{3}$ ，小玉哥哥的年龄是父亲年龄的 $\frac{2}{5}$ ，三年后小玉的父亲年龄之和为 82 岁，小玉兄妹年龄之和为 34 岁，则小玉父亲今年（ ）岁。

- A. 39 B. 40
C. 41 D. 42

【解析】拓展. 出现分数，考虑比例型的倍数特性。用哪一个比例取决于问题，问小玉父亲今年多少岁，第一个分数和母亲有关，用第二个分数，“（今年）小玉哥哥的年龄是父亲年龄的 $\frac{2}{5}$ ” \rightarrow 哥哥/父亲= $\frac{2}{5}$ ，则父亲今年年龄是 5 的倍数，只有 B 项满足。【选 B】

【注意】小玉/母亲= $\frac{1}{3}$ ，哥哥/父亲= $\frac{2}{5}$ ，不能说（母亲+父亲）是 $3+5=8$ 的倍数。

男生人数比女生人数多 $\frac{1}{5}$

A 比 B 少 $\frac{2}{7}$

黑球比白球多 25%

甲比乙多 1.5 倍

课堂笔记：谁比谁，谁除以谁；

分母不变；

分子：若多，分母加分子；若少，分母减分子

【注意】多或少+比例：重难点。

1. 男生人数比女生人数多 $\frac{1}{5}$ ：不能写成“男生/女生= $\frac{1}{5}$ ”。

（1）原理（了解即可，不用掌握）：多 $\frac{1}{5}$ 是指多了“比”字之后的 $\frac{1}{5}$ ，即男生比女生多了女生的 $\frac{1}{5}$ ，男生-女生= $(\frac{1}{5}) \times$ 女生 $\rightarrow 5 \times$ 男生-5 \times 女生=女生 $\rightarrow 5 \times$ 男生=6 \times 女生 \rightarrow 男生/女生= $\frac{6}{5}$ 。

（2）方法：谁比谁，谁除以谁。分母 \rightarrow 不变。分子 \rightarrow 若多，分母加分子；若少，分母减分子。男比女，则男/女；分母不变，为 5；多 \rightarrow 分子写成分母加分子，为 $5+1=6$ ，即男/女= $\frac{6}{5}$ 。

2. 练习:

(1) A 比 B 多 $\frac{2}{7}$: 谁比谁, 谁除以谁, A 比 B, 则 A/B ; 分母不变, 为 7;
多 \rightarrow 分子写成分母加分子, 为 $2+7=9$, 即 $A/B=9/7$ 。

(2) A 比 B 少 $\frac{2}{7}$: 谁比谁, 谁除以谁, A 比 B, 则 A/B ; 分母不变, 为 7;
少 \rightarrow 分子写成分母减分子, 为 $7-2=5$, 即 $A/B=5/7$ 。

(3) 黑球比白球多 25%: $25\% = 1/4$, 谁比谁, 谁除以谁, 黑球比白球, 则黑球/白球; 分母不变, 为 4; 多 \rightarrow 分子写成分母加分子, 为 $1+4=5$, 即黑球/白球 $=5/4$ 。

(4) 甲比乙多 1.5 倍: $1.5=3/2$, 谁比谁, 谁除以谁, 甲比乙, 则甲/乙;
分母不变, 为 2; 多→分子写成分母加分子, 为 $3+2=5$, 即甲/乙=5/2。

【例 4】（2021 上海）某小区进行绿化改造，为居民提供了 A、B 两套方案。最初支持方案 A 的人数比支持方案 B 的人数多四分之一，后来有 6 位选择方案 A 的居民改选了方案 B，最后方案 B 以多出方案 A 两票胜出，则参与投票的共有（ ）位居民。

- A. 85
B. 90
C. 95
D. 100

【解析】4. 出现比例，考虑比例型的倍数特性。“最初支持方案 A 的人数比支持方案 B 的人数多四分之一”→谁比谁，谁除以谁， A/B ；分母不变，为 4；多→分子写成分母加分子，为 $1+4=5$ ，即 $A/B=5/4$ ，结论：①A 是 5 的倍数，②B 是 4 的倍数，③ $(A+B)$ 是 $5+4=9$ 的倍数，④ $(A-B)$ 是 $5-4=1$ 的倍数，问参与投票的共有多少人，要用到③，总数是 9 的倍数，只有 B 项满足。【选 B】

【例 5】(2021 军队文职) 罐中装有各色小球, 其中红球占 30%, 黄球占 35%。从罐中倒出一半数量的小球, 其中包含红球 24 个, 黄球 17 个。此时罐中红球占 20%。罐中还有 () 个黄球。

- A. 24
B. 36
C. 25
D. 34

【解析】5. 出现百分数，问黄球，条件分别给了原来的情况、倒出的情况、

剩余的情况，问剩余的黄球。根据题意，原来的黄球/原来的总数=35%=35/100=7/20（最简），则原来的黄球是7的倍数，剩余的黄球=原来的黄球-倒出的黄球，则答案=7的倍数-17→答案+17=7的倍数，选项+17分别为41、53、42、51，只有C项（42）符合7的倍数。【选C】

Fb 粉笔 遇见不一样的自己

C【例5】（2021军队文职）罐中装有各色小球，其中红球占30%，黄球占35%。从罐中倒出一半数量的小球，其中包含红球24个，黄球17个。此时罐中红球占20%。罐中还有（ ）个黄球。

A. 24 $+17=41$ X
 B. 36 $+17=53$ X
 C. 25 $+17=42$ ✓
 D. 34 $+17=51$ X

原黄 = 7 倍数

$\frac{\text{原黄}}{\text{原总}} = 35\% = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$

$\text{剩余黄球} = \text{原来黄} - \text{倒出的黄}$
 $\text{答案} = 7\text{倍} - 17$
 $\text{答案} + 17 = 7\text{倍}$

【例6】（2020 联考）一堆棋子中，黑棋子的数量是白棋子的4倍。从这堆棋子中每次取出黑棋子6颗，白棋子4颗，当黑棋子剩42颗时，白棋子还剩3颗。问这堆棋子中黑棋子比白棋子多多少颗？（ ）

- A. 30
 B. 35
 C. 40
 D. 45

【解析】6. 方法一：题目有原来、取出、剩余三个情况，问“这堆棋子”指的是原来的棋子，取走的次数不知道，设取n次（n可以为1、2、3……），黑棋子取走6n颗还剩42颗，则原来的黑棋子有6n+42颗；白棋子取走4n颗还剩3颗，则原来的白棋子有4n+3颗，求的是原来的黑棋子比白棋子多多少，列式： $6n+42-(4n+3)=39+2n$ 。当n=1， $39+2n=41$ ，没有选项；当n=2， $39+2n=43$ ，没有选项；当n=3， $39+2n=45$ ，对应D项。注意n为正整数，结果一定大于39，且如果 $39+2n=40$ （C项），则n=0.5，不能取半次，故D项正确。

~~A 30~~
~~B 35~~
~~C 40~~
~~D 45~~

设取 n 次 ($n=1, 2, 3, \dots$)
 $39 + 2n$ $n=1$ $n=2$ $n=3$
 41 43 45

	黑棋子数量	白棋子数量
原来	$(6n+42)$	$(4n+3)$
取走	每次6颗	每次4颗
n 次	$6n$	$4n$
剩余	剩42颗	剩3颗

$(6n+42) - (4n+3) = 6n+42-4n-3 = 2n+39 > 39$
 $= 40$
 $n=0.5$ 次

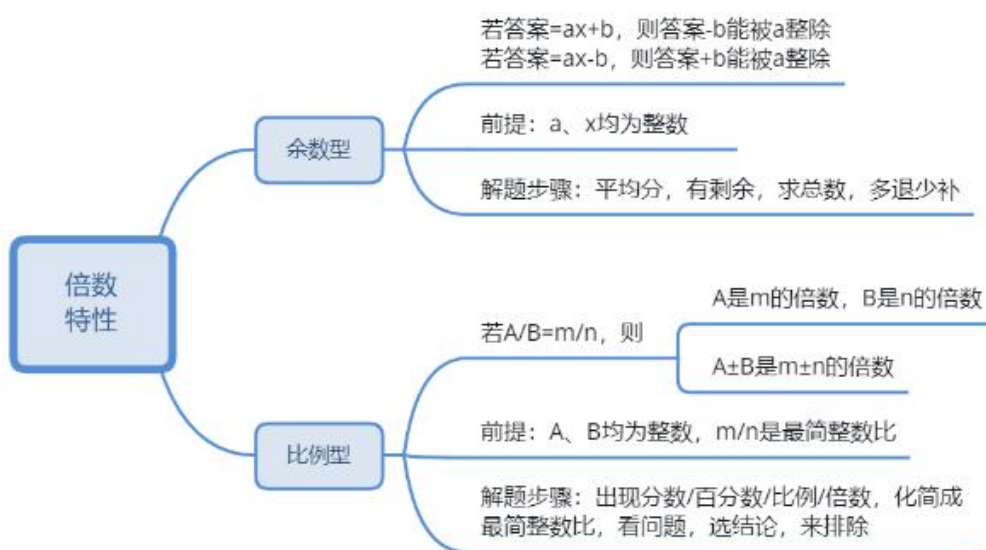
方法二：题目出现倍数，黑棋子的数量是白棋子的4倍，设原来的白棋子为 x 颗，原来的黑棋子为 $4x$ 颗，求黑-白，为 $4x-x=3x$ ，结果是3的倍数，排除B、C项。剩下A、D项，剩二代一必出答案，代入好算的A项：黑比白多30颗，则 $3x=30$ ，解得 $x=10$ ， $4x=40$ ，原来黑棋子40颗，每次取6颗黑棋，取了很多次之后最终剩下42颗黑棋，越取越多，不符合题意，排除A项，对应D项。【选D】

30
 35
 40
 45

代入A项 黑比白多30
 X $3x=30$
 $x=10$

	黑棋子数量	白棋子数量
原来	40 $4x$	10 x
取走	每次6颗	每次4颗
剩余	剩42颗	剩3颗

$40-6-6\dots=42$



【注意】倍数特性：

1. 余数型：若答案 $=ax+b$ ，则答案 $-b$ 能被 a 整除；若答案 $=ax-b$ ，则答案 $+b$ 能被 a 整除。

(1) 前提： a 、 x 均为整数。

(2) 解题步骤：平均分，有剩余；求总数，多退少补。

2. 比例型：

(1) 若 $A/B=m/n$ ，则 A 是 m 的倍数， B 是 n 的倍数， $A\pm B$ 是 $m\pm n$ 的倍数。

(2) 前提： A 、 B 均为整数， m/n 是最简整数比。

(3) 解题步骤：出现分数、百分数、比例、倍数，化简成最简整数比。看问题，选结论，来排除。

第三节 方程法

一、普通方程（组）

未知数的个数=方程个数

$$4x+8=28$$

$$2x+3y=70, 3x+7y=110$$

二、不定方程（组）

未知数的个数 $>$ 方程个数。

$$4x+y=18$$

$$2x+3y+5z=160, 3x+7y+2z=230$$

【注意】方程法：

1. 普通方程（组）：未知数的个数=方程个数。

(1) $4x+8=28$ 。

(2) $2x+3y=70, 3x+7y=110$ 。

2. 不定方程（组）：未知数的个数 $>$ 方程个数。

(1) $4x+y=18$ 。

(2) $2x+3y+5z=160, 3x+7y+2z=230$ 。

一、普通方程（组）

（找、设、列、解）

找等量关系

- ①相等/一样。
- ②……比……多/少……。
- ③……是……的几倍。
- ④总共。

设未知数技巧

- ①设小不设大（减少分数计算）：甲是乙的两倍
- ②设中间量（方便列式）：甲是乙的 1.5 倍，丙是乙的 3 倍
- ③有比例设份数：甲：乙=3：4
- ④问谁设谁（避免陷阱，不会设）：甲和乙总共 100 个，求甲

【注意】普通方程（组）：先设未知数，再找等量关系列方程。

1. 设未知数技巧：

（1）设小不设大（减少分数计算，重点）：通常设“是”字或者“比”字之后的为未知数。

（2）设中间量（方便列式）：甲是乙的 1.5 倍，丙是乙的 3 倍。两个等量关系都有中间量乙，设乙为 x ，则甲为 $1.5x$ ，丙为 $3x$ 。

（3）有比例设份数：甲：乙=3：4。原理：设每份为 x ，甲为 3 份，则甲为 $3x$ ，乙为 4 份，乙为 $4x$ 。

（4）问谁设谁（避免陷阱，不会设）：甲和乙总共 100 个，求甲，设甲为 x ，则乙为 $100-x$ 。

2. 找等量关系：

（1）相等/一样。重点。如我和你买衣服的钱相等，即我买衣服的钱=你买衣服的钱。

（2）……比……多/少……。如我比你多 60 件，我买的-你买的=60 件。

（3）……是……的几倍。

（4）总共。如有 20 个小朋友租了 4 辆车，一共买了 4 件衣服花了 2000 元。

【例 1】（2023 广东公务员）某单位去年报名参加志愿活动的党员与非党员之比为 1：3。今年的报名总人数提高了 20%，党员与非党员之比为 1：2，党员

人数比去年多了 6 人。则今年该单位报名参加志愿活动的党员共有 () 人。

- A. 16
C. 32
B. 24
D. 48

【解析】1. 方法一：题目有今年和去年，为多个时间段，有党员和非党员，为多个主体，题目有多个时间段或多个主体，考虑列表。“去年报名参加志愿活动的党员与非党员之比为 1:3”，今年整体的情况是“比”去年，设去年党员为 x ，非党员为 $3x$ ，去年总人数为 $4x$ ；今年：“今年的报名总人数提高了 20%”，今年总人数 $= 4x \times (1+20\%) = 4.8x$ ，“党员多了 6 人”，今年党员人数为 $x+6$ ，“今年……党员与非党员之比为 1:2”，则今年非党员人数为 $2 \times (x+6)$ 。今年的党员+今年的非党员=今年的总人数，列式： $x+6+2 \times (x+6) = 4.8x \rightarrow 3x+6+12=4.8x \rightarrow 1.8x=18$ ，解得 $x=10$ ，今年党员人数 $x+6=16$ ，对应 A 项。

去年 今年

党员	非党员	总人数
x	$3x$	$4x$
$\swarrow +b$		$\swarrow +20\%$
$x+b$	$2(x+b)$	$4.8x$
\downarrow $10+b=16$	$3x+18$	$4.8x$
	$18=1.8x$	
	$x=10$	

方法二：猜题，“党员与非党员之比为1：2”，看选项有没有1：2的关系，A项（16）：C项（32）=1：2，B项（24）：D项（48）=1：2，有一些选项会是易错项。党员+非党员=总人数，A项（16）+C项（32）=D项（48），则A项为今年党员，C项为今年非党员，D项为总人数，猜测A项。B项（24）是凑数的，选项恰好凑成等差数列，故A项当选。【选A】

【注意】本题涉及资料分析中的公式：现期量=基期量*（1+r），资料课程中会有详细讲解，先简单看一下，基期量指的是过去时间的量，现期量指的是后面时间的量。比如 2021 年老师有 100 元，2022 年增长了 20%，问 2022 年有多少， 100 （原来的）+ $100*20\%$ （增长的）= 120 （现在的）；2021 年老师有 80 元，2022 年增长了 20%，现期量=基期量（80）*（1+20%）=96。

二、不定方程(组)

（找、设、列、解）

解法：

结合选项排除

- （1）倍数特性
- （2）奇偶特性
- （3）尾数法

【注意】不定方程（组）：找、设、列、解。

1. 可以代入排除。

2. 解法（结合选项排除）：倍数特性、奇偶特性、尾数法。

尾数

$ax+by=M$ ，当 a 或 b 尾数是 0 或 5 时，考虑尾数

【例】 $5x+3y=39$ ， $y=?$ （ x 、 y 均为正整数）

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5

【注意】尾数（最后一位上的数字）：

1. 如下例，字母前的数 5、3 为系数，等号右侧 39 为常数项。记忆：任意一个系数尾数为 0 或者尾数为 5 时，用尾数特性。如 $5x$ ，系数为 5，满足。题目出现 $5x$ 、 $10x$ 、 $15x$ 、 $20x$ 、 $5y$ 、 $10y$ 、 $15y$ 、 $20y$ 等，用尾数特性。

2. 例： $5x+3y=39$ ， $y=?$ （ x 、 y 均为正整数）

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5

答：39 尾数为 9， $5x$ 为 5 的倍数，尾数为 0 或 5。若 $5x$ 尾数为 0，尾 $0+尾9=尾9$ ，则 $3y$ 尾数为 9，结合选项， $y=3$ ，选择 B 项；若 $5x$ 尾数为 5，尾 $5+尾4=尾9$ ，则 $3y$ 尾数为 4， $y=8$ ，没有对应选项，对应 B 项。

$$\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} 尾0+尾9=尾9 \\ 尾5+尾4=尾9 \end{array} \right\} \text{ 均尾9} \end{array}$$

【例 2】（2021 农发行）某学校组织学生春游，共有 213 名学生，现租用大、

小两种客车，已知除司机外大客车有 41 个座位，小客车有 15 个座位。为保证每个学生均有座位，且车上没有空座，则需大客车的辆数是（ ）。

- A. 2 B. 3
C. 4 D. 1

【解析】2. 每个学生均有座位，车上没有空位。设大客车 x 辆，小客车 y 辆，“共有 213 名学生”，则大客车坐的人数和小客车坐的人数一共有 213，“大客车有 41 个座位，小客车有 15 个座位”，列式： $41x+15y=213$ 。出现任意系数尾数为 0 或 5（即 $15y$ ），考虑尾数特性。213 的尾数为 3， $15y$ 尾数为 0 或 5，若 $15y$ 的尾数=0，尾 3+尾 0=尾 3，即 $41x$ 的尾数为 3，结合选项， $41*3=123$ ，对应 B 项；若 $15y$ 的尾数=5，尾 8+尾 5=尾 3， $41x$ 的尾数为 8，没有符合的选项，且若 $x=8$ ， y 是负数，不可能成立，对应 B 项。【选 B】

A.2
B.3
C.4
D.1

尾数

$$41x + 15y = 213$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{尾}3 + \text{尾}0 = \text{尾}3 \\ \text{尾}8 + \text{尾}5 = \text{尾}3 \end{array} \right.$$

$41x$ 尾 3
 $41 \times 3 = 123$

【注意】 $41x+15y=213$ ，常数项 213 可以和 $15y$ 约分，213 和 $15y$ 都是 3 的倍数，则 $41x$ 也是 3 的倍数，41 不是 3 的倍数，则 x 是 3 的倍数，对应 B 项。

【例 3】（2019 联考）某单位购买 A 和 B 两种耗材，单价分别为 50 元/件和 70 元/件，共花费 710 元，且所购耗材中 A 的件数占比不到一半。问该单位共购买 A、B 耗材多少件？（ ）

- A. 11 B. 12
C. 13 D. 14

【解析】3. “共花费 710 元”为等量关系，设买 A 耗材 A 件、B 耗材 B 件，列式： $50A+70B=710 \rightarrow 5A+7B=71$ 。“所购耗材中 A 的件数占比不到一半”，则 $A < B$ ，问共购买 A、B 耗材多少件，求 $A+B$ 。不定方程中，出现系数 5，考虑尾数法，71 的尾数为 1，若 $5A$ 的尾数为 0，尾 0+尾 1=尾 1， $7B$ 的尾数为 1，则 $B=3$ ， $7B=21$ ， $A=10$ ，不满足 $A < B$ ，则 $5A$ 的尾数为 0 不成立；若 $5A$ 的尾数为 5，尾 5+

尾 6=尾 1，7B 的尾数是 6，则 B=8，A=3，满足 A<B，所求 A+B=3+8=11，对应 A 项。【选 A】

$$\begin{array}{l}
 5A + 7B = 71 \quad \text{尾数} \\
 \left\{ \begin{array}{l} \text{尾}0 + \text{尾}1 = \text{尾}1 \quad 7B \text{尾}1 \quad B=3 \quad A=10 \times \\ \text{尾}5 + \text{尾}6 = \text{尾}1 \quad 7B \text{尾}6 \quad B=8 \quad A=3 \end{array} \right.
 \end{array}$$

【注意】本题可以直接代入排除，问的是“共”，即选项给的是 A+B，将算式整理， $7B=5B+2B$ ， $5A+7B=71$ 转化为 $5A+5B+2B=71 \rightarrow 5*(A+B)+2B=71$ 。A 项：A+B=11，原式转化为 $55+2B=71$ ，解得 B=8，则 A=3，满足 A<B，对应 A 项。

$$\begin{array}{l}
 5A + 7B = 71 \quad \text{id:94678129} \\
 \downarrow \\
 5A + 5B + 2B = 71 \\
 5(A+B) + 2B = 71 \\
 \text{代入项: } A+B=11 \\
 55 + 2B = 71 \\
 B = 8
 \end{array}$$

倍数

$ax+by=M$ ，当 a 或 b 与 M 有公因子时，考虑倍数特性

（剩下的一定是公因子的倍数）

【例】 $7x+3y=60$ ，x 为多少？（x、y 均为正整数）

- A. 5
- B. 6
- C. 7
- D. 8

【注意】倍数特性：

1. 常数项可以和任意的一个系数约分。
2. 例： $7x+3y=60$ ，x 为多少？（x、y 均为正整数）

- A. 5
- B. 6
- C. 7
- D. 8

答：常数项为 60，系数为 7 和 3，60 和 3 可以约分，常数项可以和任意的一个系数约分，考虑倍数特性。60 和 $3y$ 是 3 的倍数，则 $7x$ 一定是 3 的倍数（3 的倍数*3 的倍数=3 的倍数，如 8 的倍数*8 的倍数=8 的倍数，记忆：小猫和小猫生小猫）。验证： $7x=60-3y=3*(20-y)$ 。7 不是 3 的倍数，则 x 是 3 的倍数（等号左右两边同时除以 3， $7x/3+y=20$ ，20 和 y 都是正整数，则 $7/3*x$ 也是正整数，

因此要去掉分母的 3，存在 x 和 3 约分才能保证 $7/3 \cdot x$ 为正整数），对应 B 项。

奇偶

$ax+by=M$ ，当 a 、 b 恰好一奇一偶时，考虑奇偶特性

【例】 $3x+4y=25$ ， $x=?$ （ x 、 y 均为正整数）

A. 2

B. 3

C. 4

D. 6

【注意】奇偶特性：

1. 两个系数一奇一偶，考虑奇偶特性。

2. 两数相乘的奇偶性：偶数乘任意的数都是偶数，两数相乘，一偶则偶。不定方程出现 $2x$ 、 $4y$ 、 $6x$ 、 $8z$ 、 $10y$ 、 $12z$ 等，系数是偶数，则该项为偶数。全奇才奇，两个数全是奇数，相乘才是奇数。

（1）偶数*偶数=偶数，如 $2 \cdot 4=8$ 。

（2）偶数*奇数=偶数，如 $4 \cdot 5=20$ 。

（3）奇数*奇数=奇数，如 $3 \cdot 5=15$ 。

3. 例： $3x+4y=25$ ， $x=?$ （ x 、 y 均为正整数）

A. 2

B. 3

C. 4

D. 6

答：两个系数一奇一偶，考虑奇偶特性。 25 是奇数， $4y$ 是偶数，奇数+偶数=奇数，则 $3x$ 是奇数，全奇才奇， x 为奇数，对应 B 项。

4. 第一节例 3：（2023 上海）为进一步推进垃圾分类工作，某街道准备张贴宣传广告，设计了甲、乙两种广告准备印制。已知制作一张甲类宣传广告需要 4 分钟，制作一张乙类宣传广告需要 7 分钟。若只有一台机器且每次仅能制作一张，恰好 143 分钟后所有宣传广告制作完毕，那么至多制作（ ）张乙类宣传广告。（假设制作两张广告之间的时间忽略不计）

A. 16

B. 17

C. 18

D. 19

答：第一节例 3， $4x+7y=143$ ，系数一奇一偶，考虑奇偶特性， 143 为奇数， $4x$ 为偶数，偶数+奇数=奇数，则 $7y$ 为奇数，全奇才奇，所以 y 为奇数，排除 A、

C 项。B、D 项剩二代一，问最多，从最大的开始代，代入 D 项， $y=19$ ，解得 $x=2.5$ ，排除 D 项，对应 B 项。

不定方程求解方法总结

不定方程: $ax+by=M$, a 与 b 叫做系数, M 叫做常数项

$$(5x+3y=39)$$

$$(7x+4y=60)$$

代入排除

尾数特性：当任意一个系数 a 或 b 的尾数为 0 或 5 时

倍数特性：当任意一个系数 a 或 b 可以和常数项 M 约分

奇偶特性：当两个系数 a 和 b 一奇一偶时

【注意】不定方程求解方法总结:

1. 代入排除。
2. 尾数特性：当任意一个系数 a 或 b 的尾数为 0 或 5 时。
3. 倍数特性（优先）：当任意一个系数 a 或 b 可以和常数项 M 约分。
4. 奇偶特性：当两个系数 a 和 b 一奇一偶时。

【例 4】（2021 辽宁）小王去超市进行采购，结账后发现用了 13 个购物袋共花费 5.7 元，大、中、小购物袋的价格分别为 0.5 元、0.3 元和 0.2 元，则小王最多使用了（ ）个小购物袋。

- A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

【解析】4. 设大、中、小购物袋分别为 x 、 y 、 z 个，“用了 13 个购物袋”，列式： $x+y+z=13$ ①。“共花费 5.7 元”，列式： $0.5x+0.3y+0.2z=5.7 \rightarrow 5x+3y+2z=57$ ②。不定方程组，未知数表示个数，为整数，用消元法转化为不定方程求解。求的是 z ，消 x 或 y ，此处消 x ，① $\times 5$ -②得： $2y+3z=8$ 。根据倍数特性， $2y$ 和 8 都是 2 的倍数，则 $3z$ 是 2 的倍数 $\rightarrow z$ 是 2 的倍数，排除 A、C 项；剩下 B、D 项，问“最多”，先代入大的 D 项： $z=4$ ， $2y+3\times 4=8 \rightarrow y=-2$ 为负数，不符合题意，排除 D 项，对应 B 项。【选 B】

量 $5x + 5y + 5z = 65$ ① $\xrightarrow{\text{消元}}$ $2y + 3z = 8$

钱 $5x + 3y + 2z = 57$ ②

① - ②

$2y$ 和 8 : 2倍

\downarrow

$3z$ 也是 2倍

\downarrow

z 是 2倍 办

代入 ② 取 $z=4$

\times

$2y + 12 = 8$

$y = -2$

快问快答、判断正误

1. 可以考虑代入排除法的特定题型有：年龄问题、余数问题、不定方程问题、多位数问题。

2. 在不同的年份中，两人的年龄差会发生改变。

3. 多位数问题, 若存在着位置对调, 可以优先验证该条件。

4. 213215 为 5 的倍数

5. 若每人分 4 支笔，最终多 3 支，则笔的总数+3=4 的倍数。

6. 若苹果数量/鸭梨数量=6/10, 则苹果和鸭梨的总数为 16 的倍数。

7. 若男生比女生多 $\frac{2}{5}$, 则男生人数为 7 的倍数。

8. $5x+4y=48$, 可以使用倍数特性、奇偶特性、尾数特性求解。

【注意】

1. 快问快答、判断正误:

(1) 可以考虑代入排除法的特定题型有：年龄问题、余数问题、不定方程问题、多位数问题（√）。

(2) 在不同的年份中，两人的年龄差会发生改变（×）。

(3) 多位数问题，若存在着位置对调，可以优先验证该条件（√）。

(4) 213215 为 5 的倍数 (✓)。5 的倍数尾数为 0 或 5。

(5) 若每人分 4 支笔，最终多 3 支，则笔的总数+3=4 的倍数 (×)。多 3 要退 3，总数-3=4 的倍数。

(6) 若苹果数量/鸭梨数量=6/10, 则苹果和鸭梨的总数为 16 的倍数 (×)。
必须写成最简 (不能再约分) 的形式, 即苹果/梨=3/5, 总数为 8 的倍数。

(7) 若男生比女生多 $\frac{2}{5}$, 则男生人数为 7 的倍数 (✓)。谁比谁, 谁除

以谁，分母不变，分子若多，加上去，男/女=7/5。

(8) $5x+4y=48$ ，可以使用倍数特性、奇偶特性、尾数特性求解（√）。
倍数特性：常数可以和任意系数约分，48 可以和 4 约分；奇偶特性：要求两个系数一奇一偶，系数 5、4 为一奇一偶；尾数特性：要求任意一个系数尾数为 0 或 5， $5x$ 中系数 5 的尾数为 5。

2. 为了给大家巩固理论，老师整理了一些课后练习，可以去老师微博（@粉笔王义）搜 2024 年系统班，百度网盘的形式，上面为题目，下面为题目+解析，可以检验本节课的学习成果。

【答案汇总】

代入排除法 1-3: BBB

倍数特性法 1-5: ACABC; 6: D

方程法 1-4: ABAB

遇见不一样的自己

Be your better self