数学运算秒杀技——倍数特性

倍数特性是近年公考常考到的一种解题思路,一般通过题干条件分析答案应满足几的倍数来排除选项,是提高解题速度的有效工具。

若 $\frac{A}{B} = \frac{m}{n}$ (A、B 为整数, $\frac{m}{n}$ 为最简整数比),则有: ①A 能被 m 整除;

②B能被n整除; ③A±B分别能被m±n整除。

这个特性一般在题目给出了分数、倍数、百分数等比例关系时考虑使用。例如:

- ①甲的工资是乙的工资的 $\frac{5}{7}$,则甲乙的工资之和是 12 的倍数;
- ②甲走的路程是乙的路程的 $37.5\% = \frac{3}{8}$,则甲乙的路程之和是 11 的倍数;
- ③甲的工作时间是乙的工作时间的 1.6 倍= $\frac{8}{5}$,则甲的工作时间是 8 的倍数,乙的工作时间是 5 的倍数。
- 【例 3】(2019 甘肃)甲、乙两个单位分别有 60 和 42 名职工,共同成立 A、B 两个业余活动小组,所有职工每人至少参加 1 个。乙单位职工中仅参加 A 组的人数是只参加一个小组人数的^{60%},乙单位职工中参加 B 组的人数与参加 A 组的人数之比为 3: 4,参加 B 组的人中,甲单位职工占 5/8。问有多少人仅参加 A 组?

A.35 C.46 B.42 D.56

【思路】题目问的是仅参加 A 组的人数,条件给出了参加 B 组的人中甲单位职工的占比,从而可以分析倍数特性。

【解析】根据题意 "参加 B 组的人中,甲单位职工占"可得参加 B 组的人数能被 8 整除,且参加 B 组人数= 总人数 - 仅参加 A 组人数。代入 A 项: 60+42-35=67,不能被 8 整除,排除;代入 B 项: 60+42-42=60,不能被 8 整除,排除;代入 C 项: 60+42-46=56,能被 8 整除,满足;代入 D 项: 60+42-56=46,不能被 8 整除,排除。

故正确答案为C。

【例 4】(2018 江苏)已知正月初六从某火车站乘车出行旅客人数恰好是正月初五的 8.5倍,且恰好比正月初七少^{9%},则正月初七从该火车站乘车出行的旅客人数至少是

A.850 人 B.1300 人 C.1700 人 D.3400 人

【思路】题目问的是正月初七的旅客人数,条件给出了正月初六与正月初五、正月初七的倍数和比例关系,可以考虑分析倍数特性。

【解析】设初五、初六、初七的旅客人数分别为 a、b、c(均为正整数)。由题意可知 b=8.5a, $b=(1-9\%)c=\frac{91}{100}c$ 。根据倍数特性,c一定是 100 倍数,排除 A 项;两式整理 可得 $8.5a=\frac{91}{100}c$,即 850a=91c,根据倍数特性,c 应该是 850 的倍数,排除 B 项。题目问 "至少",则在 C、D 中选择较小的 1700。 故正确答案为 C。

【例 5】(2020 安徽)甲、乙、丙三人去超市买了 100 元的商品,如果甲付钱,那么甲剩下的钱是乙、丙两人钱数之和的 $\frac{2}{13}$; 如果乙付钱,则乙剩下的钱是甲、丙两人钱数之和的 $\frac{9}{16}$; 如果丙付钱,丙用他的会员卡可享受 9 折优惠,结果丙剩下的钱是甲、乙两人钱数之和的 $\frac{1}{3}$; 那么,甲、乙、丙三人开始时一共带了多少钱?

A.850 元 B.900 元 C.950 元 D.1000 元

【思路】题目问的是甲、乙、丙三人的总钱数,条件分别给出了甲、乙、丙三人剩下的 钱占另外两人钱数之和的比例,所以可从这些比例关系着手去分析倍数特性。

【解析】由题意可知, $\frac{\mathbb{P}-100}{\mathbb{Z}+\mathbb{A}}=\frac{2}{13}$,即 $\mathbb{P}-100$ 为 2 份, $\mathbb{Z}+\mathbb{A}$ 为 13 份,则 $\mathbb{P}+\mathbb{Z}+\mathbb{A}-100$ 为 15 份,即三人总钱数减去 100 是 15 的倍数,观察选项,排除 B、C 两项;丙用会员卡需支付 $100\times0.9=90$ 元,则 $\frac{\mathbb{A}-90}{\mathbb{P}+\mathbb{Z}}=\frac{1}{3}$,即 $\mathbb{A}-90$ 为 1 份, $\mathbb{P}+\mathbb{Z}$ 为 3 份,则 $\mathbb{P}+\mathbb{Z}+\mathbb{A}-90$ 为 1 份,即总钱数 -90 是 1 的倍数,排除 D 项,只有 A 项符合。

故正确答案为 A。

用倍数特性法解决题目时,迅速方便,妙趣横生。相信大家只要看明白前面几道例题, 进而用各地真题大量练习,一定可以掌握好倍数特性法,在联考中取得好成绩。