

工程问题

赋值总量类工程问题

题型特征：题干中给出多个主体（ ≥ 2 ）针对同一项工程的不同完工时间。

解题思路：①将工作总量赋值为完工时间的公倍数；

②根据效率 = $\frac{\text{总量}}{\text{时间}}$ ，计算各主体效率；

③根据题意列式求解。

粉笔思维：判定一道题是否属于赋值总量类工程问题，要看是否有针对同一项工程的两个或以上的不同完工时间，分成几部分完成一项工程的不属于完工时间。赋总量时，只要是完工时间的倍数，随便多大都行，甚至不找倍数，赋总量为 1、2、3，理论上都是可以的，但是解题时肯定是怎么简单怎么来，因此优先找最小公倍数。

【典型例题】

【2018 江苏】手工制作一批元宵节花灯，甲、乙、丙三位师傅单独做，分别需要 40 小时、48 小时、60 小时完成。如果三位师傅共同制作 4 小时后，剩余任务由乙、丙一起完成，则乙在整个花灯制作过程中所投入的时间是：

- A. 24 小时 B. 25 小时
C. 26 小时 D. 28 小时

【解析】出现甲乙丙三人的完工时间，即为赋值总量类工程问题。

（1）赋总量：计算最小公倍数可用短除法或扩大法，求出最小公倍数为 240，将总量赋值为 240。

（2）求效率：效率 = $\frac{\text{总量}}{\text{时间}}$ ，则甲的效率为 $\frac{240}{40} = 6$ 、乙的效率为 $\frac{240}{48} = 5$ 、丙的效率为 $\frac{240}{60} = 4$ 。

（3）列式求解：因“三位师傅共同制作 4 小时”，即工作量 = 效率 \times 时间 = $4 \times (6 + 5 + 4) = 60$ 。根据“剩余任务由乙、丙一起完成”，则需要时间 $t = \frac{240 - 60}{5 + 4} = 20$ 小时。20 是乙丙合作的时间，求的是乙投入的总时间，则乙的总时间为 $4 + 20 = 24$ 小时，对应 A 项。【选 A】

赋值效率类工程问题

题型特征：①题干中直接给出效率比例关系，或通过题干条件可计算出各主体效率比例；

②题干中出现相同的多个主体，如 50 个人修路，30 台机器收割麦子等。

解题思路：①求出效率比例，将比例赋值为各主体效率；给出多个相同主体的，将所有主体的效率默认相等，赋值为 1；

②根据总量=效率×时间，求出总量；

③根据题意列式求解。

粉笔思维：近年来常考的题目中，题干一般没有直接给出主体之间的效率比例关系，往往给出相同时间内各主体完成工作量之比，或相同工作量所用不同时间，此时可根据题干条件求出效率比例。求出比例进行赋值时，尽量将效率赋值为整数。

【典型例题】

【2016 国考】某浇水装置可根据天气阴晴调节浇水量，晴天浇水量为阴雨天的 2.5 倍。灌满该装置的水箱后，在连续晴天的情况下可为植物自动浇水 18 天。小李 6 月 1 日 0:00 灌满水箱后，7 月 1 日 0:00 正好用完。问 6 月有多少个阴雨天？

- A. 10 B. 16
C. 18 D. 20

【解析】虽未出现工程等字样，但水箱浇水为消耗的过程，可理解为工程问题。题干出现“晴天浇水量为阴雨天的 2.5 倍”，即给出晴天与阴天浇水量效率比，可判定为给定效率比例关系类工程问题。

(1) 赋效率：晴天浇水量为阴雨天的 2.5 倍，则赋值晴天效率为 5、阴天效率为 2。

(2) 求总量：“在连续晴天的情况下可为植物自动浇水 18 天”，则总量=18×5=90。

(3) 列式求解：6 月为 30 天，设其中阴天 x 天，则晴天为 (30-x) 天。根据题意，90 = 阴天浇水量 + 晴天浇水量 = 2x + 5 × (30 - x)，解得 x = 20 天，对应 D 项。**【选 D】**

给具体值类工程问题

题型特征：题干中出现效率或总量的具体值。

解题思路：①设未知数（求谁设谁、设小不设大、设中间量）；

②根据工作过程列方程求解。

【典型例题】

【2018 北京】甲、乙两人生产零件，甲的任务量是乙的 2 倍，甲每天生产 200 个零件，乙每天生产 150 个零件，甲完成任务的时间比乙多 2 天，则甲、乙任务量总共为多少个零件？

- A. 1200 B. 1800
C. 2400 D. 3600

【解析】给出了效率的具体值，需设未知数列方程求解。

因“甲完成任务的时间比乙多 2 天”，为了方便计算，设小不设大，设乙的工作时间为 t 天，则甲的时间是 $(t+2)$ 天。列式为： $200 \times (t+2) = 2 \times 150 \times t$ ，解得 $t = 4$ 天。因此乙的工作量 $= 150 \times 4 = 600$ 个，甲的工作量 $= 600 \times 2 = 1200$ 个，则总量 $= 1200 + 600 = 1800$ 个，对应 B 项。【选 B】

【粉笔拓展】

1. 近几年的考试中给出具体效率的题目考查比较多，此类题比较简单，类似于和差倍比问题。根据题目直接列方程求解，核心点在于需注意不变和相等，比如工作总量相等或时间不变。
2. 设未知数时结合题意进行分析，缺谁设谁，本题中有效率，缺少总量与时间，若按照求谁设谁，设总量为 x ，则时间为 $\frac{x}{200}$ ，此时后续计算会比较繁琐，因此不建议设总量为 x 。设未知数的方法要根据题干灵活选择。

经济利润

基础经济

题型特征：题干中出现成本、售价、利润等关键词。

解题思路：

- ①方程法：给具体价格，求具体价格。

根据公式找等量关系，列方程求解。具体公式：

1. 利润=售价-成本。

2. 利润率= $\frac{\text{利润}}{\text{成本}}$ 。

3. 售价=成本 \times （1+利润率）。

4. 折扣= $\frac{\text{售价}}{\text{原价}}$ 。

5. 总价=单价 \times 数量；总利润=单个利润 \times 数量。

②赋值法：给比例求比例或者三个量只给一个量（总价=单价 \times 数量）。赋值的原则就是尽量让数据都是整数，因此往往都是设进价为 10 或者 100。

经济利润问题在考试中难度较低，而基础经济则主要考查公式的基本概念，以及数字之间的关系，所以做题时一定要注意各概念之间的关系。

【典型例题】

【2018江西】某品牌的葛粉进价为20元，现降价20%卖出，结果还获得进价52%的利润。那么，该葛粉的定价是多少元？

- A. 36 B. 37
C. 38 D. 39

【解析】“降价 20%”指的是在定价的基础上降价 20%，即打八折。而题干中“进价 20 元”是成本，52%是利润率。题目中所求的定价是打折前原来的价格。设定价为 x 元，根据折后售价=成本 \times （1+利润率）可得， $x \times (1-20\%) = 20 \times (1+52\%)$ ，化简得 $0.8x = 30.4$ ，则 $x = 30.4 \div 0.8 = 38$ ，对应 C 项。【选 C】

【粉笔拓展】

1. 本题考查最基本的公式概念，要对数字间关系熟悉。如“进价 20 元，降价 20%”不是卖 16 的意思，是在售价的基础上降价 20%，即打八折，打八折后获得进价 52%的利润，52%为利润率。
2. 利润+百分数为利润率，20%的利润，即利润率为 20%。
3. 降价 20%是打 8 折；降价到 20%是打 2 折。

分段计费

题型特征：问在不同收费标准下，一共需要的费用。

解题思路：先分开后汇总。

①先分开：按收费标准分开，每一段分别计算；

②后汇总：计算完之后，再相加求和。

分段计费问题思路单一，只要出现了不同的计费标准，一一计算求和即可。

【典型例题】

【2016 联考】某地居民用水价格分二级阶梯，户年用水量在 0~180（含）吨的水价 5 元/吨；180 吨以上的水价 7 元/吨。户内人口在 5 人以上的，每多 1 人，阶梯水量标准增加 30 吨。老张家 5 人，老李家 6 人，去年用水量都是 210 吨。问老李家的人均水费比老张家少多少元？

A. 12 B. 35

C. 47 D. 60

【解析】已知“户内人口 5 人以上的，每多 1 人，阶梯水量标准增加 30 吨”，如果家里有 6 口人，原来的用水标准为 180 吨，则现在变为 210 吨，6 口人 210 吨以内都是 5 元每吨。

总水费：老张家 $180 \times 5 + 30 \times 7 = 1110$ 元，老李家 $210 \times 5 = 1050$ 元。人均水费：老张家 $\frac{1110}{5} = 222$

元，老李家 $\frac{1050}{6} = 175$ 元，则 $222 - 175 = 47$ 元，对应 C 项。【选 C】

【粉笔拓展】

此题有两个变化，一是根据人数的变化标准也在变；二是标准以下水价和标准以上水价不同。

先算出每户的标准，再根据标准算出每户水价。

函数最值

题型特征：单价和销量一升一降，问何时总价/总利润最高？

解题思路：①设提价次数是 x ，看条件列方程；

②令总价/总利润为 0，解得 x_1 、 x_2 ；

③当 $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ 时，取得最值。

【典型例题】

【2016 联考】某种商品原价 25 元，成本为 15 元，每天可销售 20 个。现在每降价一元就可以多卖 5 件，为获得最大利润，需要按照多少元来卖？

A. 23 B. 22

C. 21 D. 20

【解析】求利润，总利润=单个利润×数量。原价是 25 元，设调价 x 次，每降价一元就可以多卖 5 件，调节后售价为 $(25-x)$ 元，成本 15 元，则调价后单个利润为 $(25-x-15)$ 元；调价后的数量为 $(20+5x)$ 件。

(1) 列方程：总利润 $= (25-x-15) \times (20+5x)$ 。

(2) 用方法：令 $(25-x-15)$ 和 $(20+5x)$ 都等于 0，解得 $x_1=10$ ， $x_2=-4$ ；则当 $x = \frac{10-4}{2}=3$ 时，总利润最大，说明要调价 3 次，即调价后的售价为 $25-3=22$ 元，对应 B 项。【选 B】

【粉笔拓展】

1. 考场上，记住结论即可，不需要证明原理。

2. 若不记得结论，可把选项一一代入，选出得到利润最大的选项即可（此时需计算四次，较浪费时间）

容斥原理

两集合容斥

题型特征：两个集合之间有交叉、有重叠的情况。

解题思路：①公式法： $A+B-A\cap B=\text{总数}-\text{都不}$ 。

②画图法：出现“只A”“只B”。

1. 画圈圈，标数据。

2. 从里到外，注意去重。

【典型例题】

例1【2016江苏】某班有38名同学，一次数学测验共有两题，答对第一题的有26人，答对第二题的有24人，两题都答对的有17人，则两题都答错的人数是（ ）。

A. 3 B. 5

C. 6 D. 7

【解析】根据“两题都答对有17人”，人数有交叉，所以是两集合容斥问题。设“都不”为 x ，根据公式 $A+B-A\cap B=\text{总数}-\text{都不}$ ，可得： $26+24-17=38-x$ ，整理得 $33=38-x$ ，解得 $x=5$ ，对应B项。

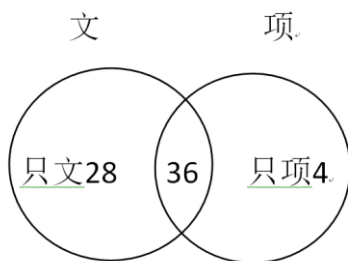
【选B】

例2【2016四川】某学校2015年有64%的教师发表了核心期刊论文；有40%的教师承担了科研项目，这些教师中有90%公开发表了论文，这些论文均发表在核心期刊上。则发表了核心期刊论文但没有承担科研项目的教师是承担了科研项目但没有发表论文的多少倍？

A. 4 B. 7

C. 9 D. 10

【解析】已知“有40%的教师承担了科研项目，这些教师中有90%公开发表了论文”，“这些教师”对应的是40%，则有 $40\%\times 90\%=36\%$ 的教师既承担科研项目又发表论文，则是图中最中间的部分。问“发表了核心期刊论文但没有承担科研项目的教师是承担了科研项目但没有发表论文的多少倍”，即问“只论文”是“只项目”的几倍关系。题干所给均为比例，为给比例求比例的情况，则设总人数为100。画图表示，两个圈分别表示“发表论文”“承担科研项目”，从中间开始入手，中间部分为36（既承担科研项目又发表论文），已知“64%的教师发表了核心期刊论文”，则“只论文” $=64-36=28$ ，同理，“40%的教师承担了科研项目”，则“只项目” $=40-36=4$ ，所求 $=28\div 4=7$ 倍，对应B项。【选B】



【粉笔拓展】

1. 题干所给均为比例，且所求也为比例，此时可赋值计算。
2. 当计算量较大时可用尾数法。

三集合容斥

题型特征：三个集合之间有交叉、有重叠的情况。

解题方法：①分别给出两两交集（既……又）。标准型公式： $A+B+C-A\cap B-B\cap C-C\cap A+A\cap B\cap C=\text{总数}-\text{都不}$ 。

②给出满足两项。非标准型公式： $A+B+C-\text{满足两项}-\text{满足三项}\times 2=\text{总数}-\text{都不}$ 。

【典型例题】

例1【2015陕西】针对100名旅游爱好者进行调查发现，28人喜欢泰山，30人喜欢华山，42人喜欢黄山，8人既喜欢黄山又喜欢华山，10人既喜欢泰山又喜欢黄山，5人既喜欢华山又喜欢泰山，3人喜欢这三个景点，则不喜欢这三个景点中任何一个的有多少人？

- A. 20 B. 18
C. 17 D. 15
E. 14 F. 13
G. 12 H. 10

【解析】有“ $A\cap B$ 、 $A\cap C$ 和 $B\cap C$ ”，分别给出了两两交集，可知本题用三集合标准公式： $A+B+C-A\cap B-A\cap C-B\cap C+A\cap B\cap C=\text{总数}-\text{都不}$ 。设“都不”有 x 人，代入数据： $28+30+42-8-10-5+3=100-x$ ，整理得 $100-20=100-x$ ，解得 $x=20$ ，对应 A 项。或者用尾数法也

可以做题。【选A】

例2【2018江西】某高校做有关碎片化学习的问卷调查，问卷回收率为90%，在调查对象中有180人会利用网络课程进行学习，200人利用书本进行学习，100人利用移动设备进行碎片化学习，同时使用三种方式学习的有50人，同时使用两种方式学习的有20人，不存在三种方式学习都不用的人。那么，这次共发放了多少份问卷？

A. 370 B. 380

C. 390 D. 400

【解析】出现“网络课程”“书本”“移动设备”三种类别，且三种类别有重复，为三集合容斥问题，有标准型和非标准型，区别在于满足两种的是分开给还是一起给。已知“同时使用两种方式学习的有20人”，即给出满足两项，故用非标准型公式： $A+B+C-满足两项-满足三项\times 2=总数-都不$ ，代入数据： $180+200+100-20-2\times 50=总数-0$ ，先抵消， $100-2\times 50=0$ ，整理得： $380-20=总数=360$ ，但选项没有答案。问的是发放的问卷多少份，问卷都是反馈回来的情况，分析都是在收回的问卷上分析的，还有部分没收回的。已知“问卷回收率为90%”，故发放数 $\times 0.9=360$ ，则发放数 $=360\div 0.9=400$ 份，对应D项。【选D】

【粉笔拓展】

1. 题干中出现 $A\cap B$ 用标准公式；没有出现 $A\cap B$ 用非标准公式。即出现 $A\cap B$ 为标准，没出现 $A\cap B$ 为非标。

2. 常识公式（考查比较少）：根据常识，三集合只有四种情况：满足一项、满足两项、满足三项和都不满足。如果已知满足两项有 50 个，满足三项有 30 个，都不满足有 7 个，总数有 100 个，根据公式：满足一项+满足两项+满足三项=总数-都不，则得到满足一项 $=100-7-50-30=13$ 。