時間序列分析

第二章：時間序列的預處理

主講老師：江愷瑤

第二章：時間序列的預處理

第1講：平穩性檢驗

目錄

時間序列的預處理

時間序列
預處理

平穩性檢驗

純隨機性檢驗

特徵統計量

特徵統計量

- 平穩性是某些時間序列具有一種統計特徵。

- 如何描述這個特徵？
- 借助一些統計工具。
- 如概率分布、均值、方差、自協方差函數autocovariance function、自相關函數autocorrelation function(ACF)。

概率分布

- 概率分布的意義是甚麼？
- 分布函數能夠完整地描述一個隨機變量的統計特徵。
- 隨機變量族$\{X_t\}$的統計特徵完全由它們的聯合分布函數或聯合密度函數決定。

概率分布

- 對於時間序列$\{X_t, t \in T\}$，它的概率分布的定義是怎樣？

- 任取正整數m，任取$t_1, t_2, \ldots, t_m \in T$，則m維隨機向量$(X_{t_1}, X_{t_2}, \ldots, X_{t_m})'$的聯合概率分布定義為

$$F_{t_1,t_2,\ldots,t_m}(x_1, x_2, \ldots, x_m) = P(X_{t_1} < x_1, X_{t_2} < x_2, \ldots, X_{t_m} < x_m)$$

由這些有限維分布函數構成的全體

$$\{F_{t_1,t_2,\ldots,t_m}(x_1, x_2, \ldots, x_m), \forall m \in \text{正整數}, \forall t_1, t_2, \ldots, t_m \in T\}$$

就稱為序列$\{X_t\}$的概率分布族。

概率分布

- 例：
- 所有一維分布(m=1)是

$$F_{t_1}(x_1), F_{t_2}(x_2), F_{t_3}(x_3)$$

- 所有二維分布(m=2)是

$$F_{t_1,t_2}(x_1, x_2), \mathrm{F}_{t_1,t_3}(x_1, x_3), \ldots$$

- 所有三維分布(m=3)是

$$F_{t_1,t_2,t_3}(x_1, x_2, x_3), \ldots$$

概率分布

- 序列所有統計性質理論上都可以通過概率分布推算出來，因此概率分布族是很重要的統計特徵描述工具 。

- 但實際應用中，得到序列的聯合概率分布幾乎不可能，且聯合概率分布通常涉及非常複雜的數學算運，因此很少直接使用聯合概率分布進行時間序列分析。

- 一般，我們會研究序列的低階矩（均值、方差、自協方差、自相關函數等特徵統計量）。

概率分布

- 序列的低階矩缺點：
  - 不能描述隨機序列的全部統計性質
- 序列的低階矩優點：
  - 概率意義明確
  - 易於計算
  - 往往能代表隨機序列的主要概率特徵

- 對時間序列進行分析，主要通過分析低階矩，推斷出隨機序列性質。

均值

- 對時間序列$\{X_t, t \in T\}$而言，任意時刻的序列值X_t都是一個隨機變量，都有它自己的概率分布函數$F_t(x)$。若它滿足

$$\int_{-\infty}^{\infty} x dF_t(x) < \infty$$

則一定存在某個常數μ_t，使得隨機變量X_t在μ_t附近做隨機波動。那麼μ_t就是序列$\{X_t\}$**在t時刻的均值函數**

$$\mu_t = E(X_t) = \int_{-\infty}^{\infty} x dF_t(x)$$

- 當t取遍所有觀察時刻時，就得到**均值函數序列$\{\mu_t, t \in T\}$**。它反映的是時間序列$\{X_t, t \in T\}$每時每刻的平均水平。

方差

- 當$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 dF_t(x) < \infty$時，定義時間序列的**方差函數為**

$$\boldsymbol{\sigma_t^2 = D(X_t) = E(X_t - \mu_t)^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_t)^2 dF_t(x)}$$

它可以描述序列值圍繞其均值做隨機波動的平均波動程度。

- 當t取遍所有觀察時刻時，則得到方差函數序列$\{\boldsymbol{\sigma_t^2}, \boldsymbol{t} \in \boldsymbol{T}\}$。

autocovariance and autocorrelation function(ACF) 自協方差函數和自相關函數

- 對於時間序列$\{X_t, t \in T\}$，任取$t, s \in T$，定義$\gamma(t,s)$為序列$\{X_t\}$的**自協方差函數**

$$\gamma(t,s) = E(X_t - \mu_t)(X_s - \mu_s)$$

- 定義$\rho(t,x)$為**自相關函數ACF**

$$\rho(t,s) = \frac{\gamma(t,s)}{\sqrt{D(X_t) \cdot D(X_s)}}$$

- 它們是量度同一事件在兩個不同時刻之間的相關程度，即量度自己過去s行為對自己現在t的影響。

平穩時間序列的定義

平穩時間序列的定義

- 嚴平穩是一種條件比較苛刻的平穩性定義，它認爲只有當序列所有統計性質都不會隨著時間的推移而發生變化時，該序列才能被認爲平穩。

- 寬平穩是使用序列的特徵統計量來定義的一種平穩性。它認爲序列的統計性質主要由它的低階矩決定，所以只要保證序列低階矩平穩（二階），就能保證序列的主要性質近似穩定。

嚴平穩

- 對時間序列$\{X_t, t \in T\}$，任取正整數m，任取$t_1, t_2, \dots, t_m \in T$，對任意整數$\tau$，均有

$$\boldsymbol{F_{t_1,t_2,\dots,t_m}(x_1, x_2, \dots, x_m) = F_{t_1+\tau,t_2+\tau,\dots,t_m+\tau}(x_1, x_2, \dots, x_m)}$$

則稱時間序列$\{X_t\}$為**嚴平穩時間序列**。

- 嚴平穩一般只有理論意義
  - 很難獲得隨機序列的聯合分布
  - 聯合分布的計算和應用非常不便

寬平穩

- 對時間序列$\{X_t, t \in T\}$，如果滿足以下三個條件：

① 任取$t \in T$，有$E\left(X_t^2\right) < \infty$

② 任取$t \in T$，有$E(X_t) = \mu$，μ為常數

③ 任取$t, s, k \in T$，且$k + s - t \in T$，有$\gamma(t, s) = \gamma(k, k + s - t)$

- 則稱時間序列$\{X_t\}$為**寬平穩時間序列**。寬平穩也叫弱平穩或二階平穩。

嚴平穩和寬平穩關系

- 嚴平穩時間序列一般也滿足寬平穩，而寬平穩序列不能反推嚴平穩。
- 特例：
  - 不存在低階矩的嚴平穩序列不滿足寬平穩條件，例如服從柯西分布的嚴平穩序列就不是寬平穩序列
  - 當**二階矩存在**時的嚴平穩序列才是寬平穩序列
  - 當序列**服從多元正態分布時**，寬平穩可以推出嚴平穩

正態時間序列

- **時間序列$\{X_t, t \in T\}$為正態時間序列**，如果任取正整數n，任取$t_1, t_2, \ldots, t_n \in T$，相應的有限維隨機變量$X_1, X_2, \ldots, X_n$服從n維正態分布，密度函數為

$$f_{t_1,t_2,\ldots,t_n}(\tilde{X}_n) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} |\Gamma_n|^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\tilde{X}_n - \tilde{\mu}_n)' \Gamma_n^{-1} (\tilde{X}_n - \tilde{\mu}_n)\right)$$

- 其中， $\tilde{X}_n = (X_1, X_2, \ldots, X_n)'$； $\tilde{\mu}_n = (E(X_1), E(X_2), \ldots, E(X_n))'$；$\Gamma_n$為協方差陣

$$\Gamma_n = \begin{bmatrix} \gamma(t_1, t_1) & \cdots & \gamma(t_1, t_n) \\ \gamma(t_2, t_1) & & \gamma(t_2, t_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma(t_n, t_1) & \cdots & \gamma(t_n, t_n) \end{bmatrix}$$

正態時間序列

- 從正態時間序列的密度函數可以看出，其**n維分布僅由其均值向量和自協方差陣決定**。
- 換言之，正態時間序列的二階矩平穩，等價于分布平穩，所以寬平穩的正態時間序列一定是嚴平穩的。

寬平穩

- 實際應用中，研究最多的是寬平穩隨機序列。若不加以說明，平穩時間序列指寬平穩時間序列。如果序列不滿足平穩條件，則稱為非平穩序列。

平穩時間序列的統計特徵

平穩時間序列的統計特徵

- 平穩時間序列有以下兩個重要的統計特徵：

① 常數均值

$$E(X_t) = \mu, \qquad \forall t \in T$$

② 自協方差函數和自相關函數只依賴於時間平移長度而與時間起止點無關

$$\gamma(t, s) = \gamma(k, k + s - t) \equiv \gamma(t - s), \qquad \forall t, s, k \in T$$

延遲k自協方差函數和延遲k自相關函數

- 對於平穩時間序列$\{X_t, t \in T\}$，任取$t(t+\mathrm{k} \in T)$，時間序列$\{X_t\}$的**延遲k自協方差函數$\boldsymbol{\gamma(k)}$**為

$$\gamma(k) = \gamma(t, t+k)$$

- 平穩時間序列具有常數方差

$$DX_t = \gamma(t,t) = \gamma(0), \forall t \in T$$

- **延遲k自相關函數$\boldsymbol{\rho_k}$**

$$\rho_k = \frac{\gamma(t,t+k)}{\sqrt{DX_t \cdot DX_{t+k}}} = \frac{\gamma(k)}{\sigma_X^2} = \frac{\gamma(k)}{\gamma(0)}$$

自相關系數性質

- 自相關系數具有以下3個性質：

1. 規範性　　$\rho_0 = 1$且$|\rho_k| \le 1, \forall k$
2. 對稱性　　$\rho_k = \rho_{-k}$
3. 非負定性　　對任意正整數m，相關陣Γ_m為對稱非負定陣

- 非唯一性：
- 一個平穩時間序列唯一決定它的自相關函數，但一個自相關函數未必唯一對應著一個平穩時間序列。

根據樣本自相關系數特點來決定模型→**難**

That inequality is an application of the Cauchy–Schwarz inequality:

$$|\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle|^2 \leq \langle \mathbf{u}, \mathbf{u} \rangle \cdot \langle \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle,$$

where $\langle \cdot, \cdot \rangle$ is the inner product.

For random variables Y_1 and Y_2, the expected value of their product is an inner product

$$\langle \mathbf{Y_1}, \mathbf{Y_2} \rangle := E[Y_1 Y_2]$$

規範性證明

柯西-施瓦茨不等式

https://stats.stackexchange.com/questions/482873/correlation-coefficient-squared-is-less-than-or-equal-to-one

Therefore

$$\begin{aligned} Cov(Y_1, Y_2)^2 &= E[(Y_1 - E[Y_1])(Y_2 - E[Y_2])]^2 \\ &= \langle Y_1 - E[Y_1], Y_2 - E[Y_2] \rangle^2 \\ &\leq \langle Y_1 - E[Y_1], Y_1 - E[Y_1] \rangle \langle Y_2 - E[Y_2], Y_2 - E[Y_2] \rangle \\ &= E[(Y_1 - E[Y_1])^2] E[(Y_2 - E[Y_2])^2] \\ &= Var(Y_1) Var(Y_2) \end{aligned}$$

For a sample of vectors $x_i = (x_{i1}, \ldots, x_{ik})^\top$, with $i = 1, \ldots, n$, the sample mean vector is

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i ,$$

and the sample covariance matrix is

$$Q = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})^\top .$$

For a nonzero vector $y \in \mathbb{R}^k$, we have

$$y^\top Q y = y^\top \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})^\top \right) y$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y^\top (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})^\top y$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left((x_i - \bar{x})^\top y \right)^2 \geq 0 . \quad (*)$$

Therefore, Q is always positive **semi-definite**.

非負定性證明

https://stats.stackexchange.com/questions/52976/is-a-sample-covariance-matrix-always-symmetric-and-positive-definite

平穩時間序列意義

平穩時間序列意義

- 時間序列分析是數理統計學的一個專業分支，它遵從數理統計學的基本原理，利用樣本信息來推測總體。
- 傳統統計分析的數據結構

樣本\隨機變量	X1	…	Xm
1	x11	…	xm1
2	x12	…	xm2
…	…	…	…
n	x1n	…	xmn

- m越少越好，隨機變量越少，分析過程越簡單
- n越大越好，每個變量獲得的樣本信息越多，分析結果越可靠

平穩時間序列意義

- 時間序列的數據結構

樣本\隨機變量	…	X_1	…	X_t	…
1	…	x_1	…	x_t	…

- 每個隨機變量（任意時刻t的序列值）都只有一個樣本觀察值。
- 由於樣本信息太少，若沒有其他輔助信息，這種數據結構是沒辦法進行分析的。

平穩時間序列意義

- 由於樣本信息太少，怎麼辦？平穩序列！
- 均值常數
- 自協方差函數和自相關函數只依賴於時間平移長度k

平穩時間序列意義

- 在平穩序列場合， 序列的均值等于常數 ，這意味著原本含有可列多個隨機變量的均值序列變成了只含有一個變量的常數序列。

$$\{\mu_t, t \in T\} \Rightarrow \{\mu, t \in T\}$$

- 原本每個隨機變量的均值（ 方差 自相關係數）只能依靠唯一的一個樣本觀察值去估計，現在**由于平穩性，每一個統計量都將擁有大量的樣本觀察值**。這極大地減少了隨機變量的個數，并增加了待估變量的樣本容量 。極大地簡化了時序分析的難度，同時也提高了對特徵統計量的估計精度 。

平穩時間序列意義

- 平穩時間序列**均值**：

$$\{\mu_t, t \in T\} \Rightarrow \{\mu, t \in T\}$$

原本 $\hat{\mu}_t = x_t$

由於它是平穩的，所以

$$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

平穩時間序列意義

- 平穩時間序列**延遲k自協方差函數**估計值：

$$\hat{\gamma}(k)=\frac{\sum_{t=1}^{n-k}(x_t-\bar{x})(x_{t+k}-\bar{x})}{n-k},\forall 0<k<n$$

- 總體方差估計值

$$\hat{\gamma}(0)=\frac{\sum_{t=1}^{n}(x_t-\bar{x})^2}{n-1}$$

- **延遲k自相關系數**估計值

$$\hat{\rho}_k=\frac{\hat{\gamma}(k)}{\hat{\gamma}(0)},\forall 0<k<n$$

當k<<n時

$$\hat{\rho}_k\approx\frac{\sum_{t=1}^{n-k}(x_t-\bar{x})(x_{t+k}-\bar{x})}{\sum_{t=1}^{n}(x_t-\bar{x})^2},\forall 0<k<n$$

平穩性檢驗

平穩性檢驗

- 序列平穩性檢驗

1. 圖檢驗
   - 操作簡便、運用廣泛
   - 但結論帶有主觀色彩
2. 統計檢驗
   - 以統計檢驗作為輔助判斷是否平穩，比較常用的是單位根檢驗。
   - 「多元時間序列分析」內容。

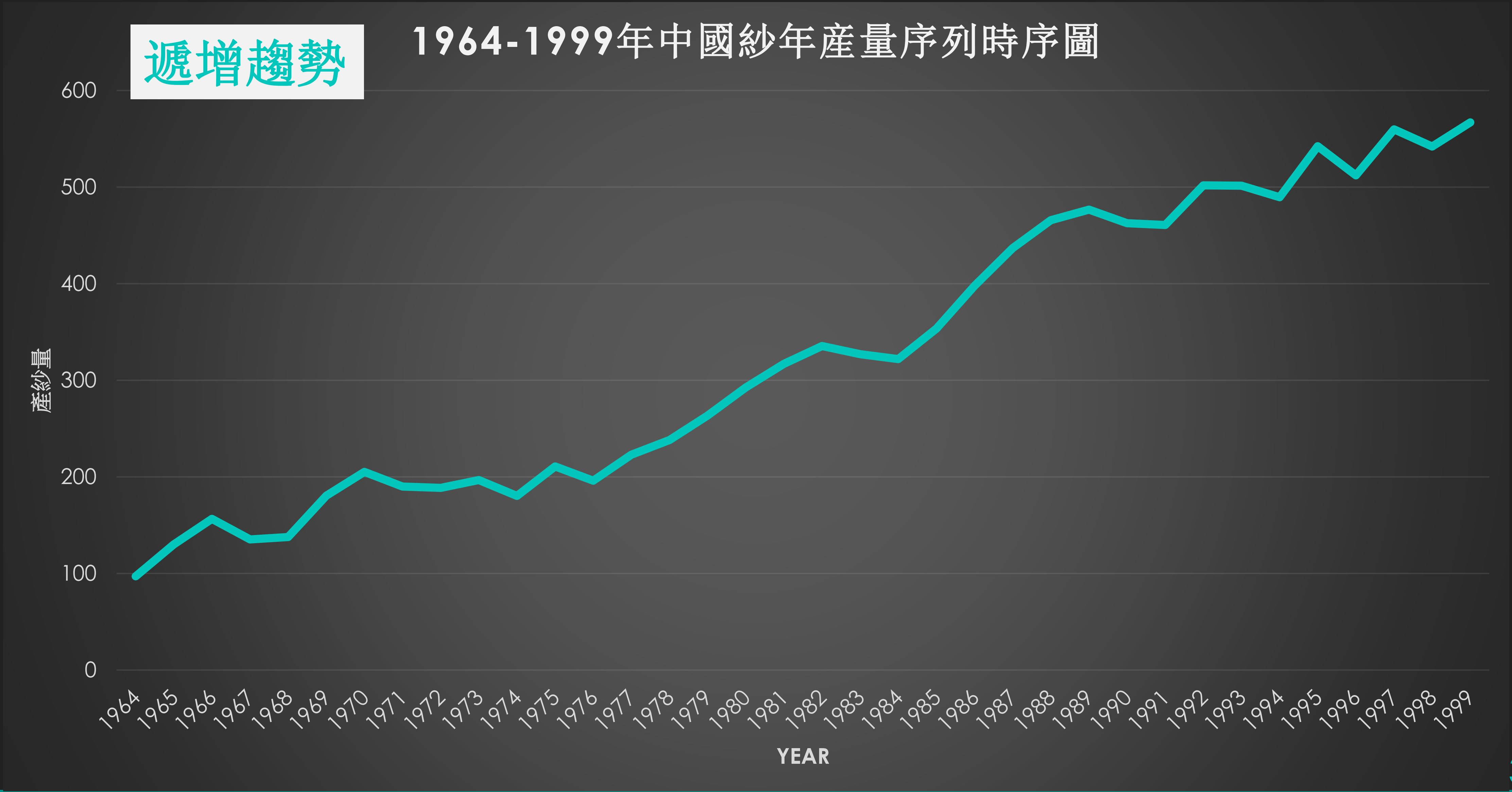
時序圖檢驗

- 時序圖就是以橫軸表示時間， 縱軸表示序列值所形成的二維平面坐標圖。它可以直觀地幫助我們掌握時間序列的一些基本分布特徵。

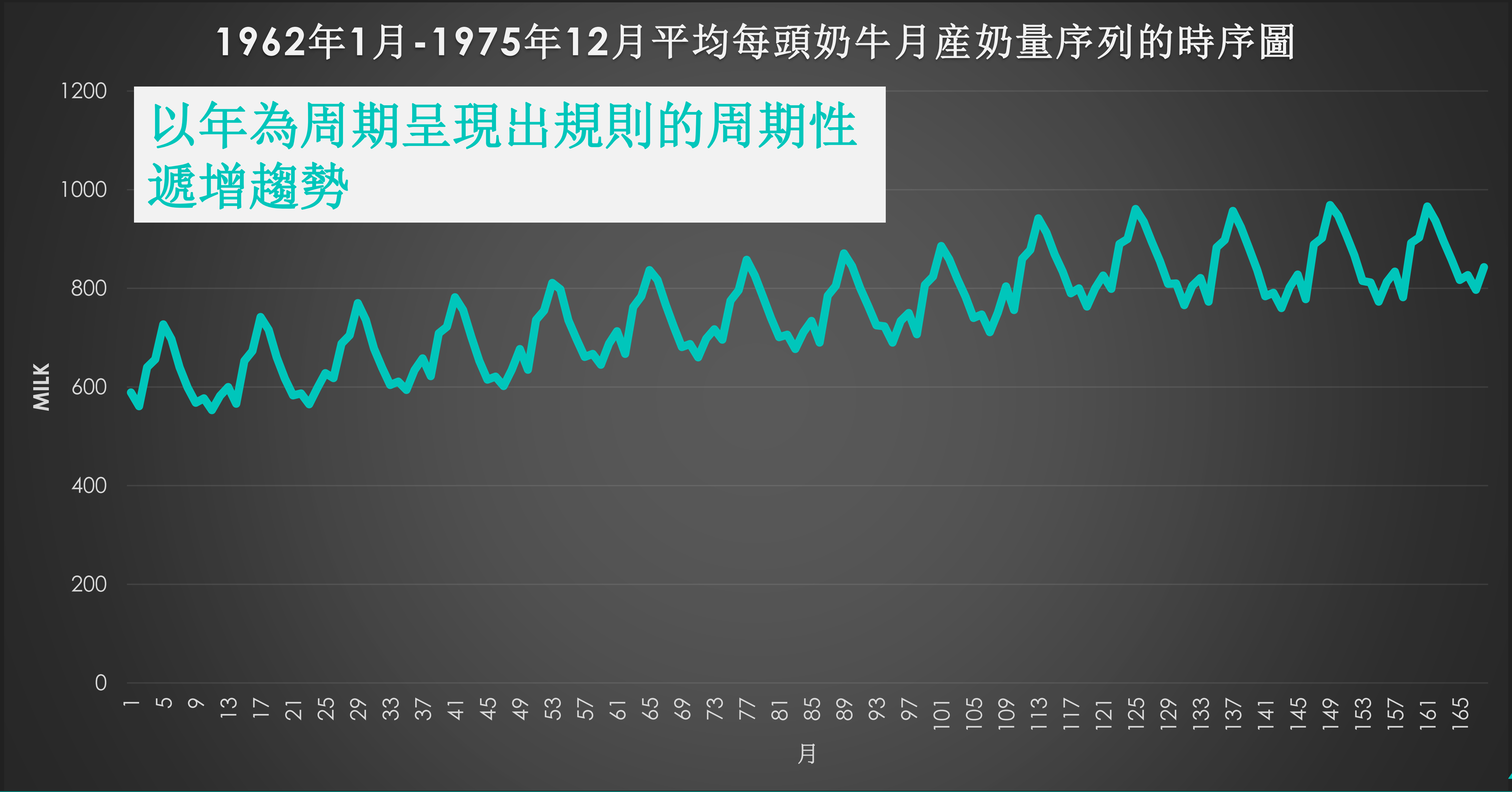
- **時序圖檢驗基本步驗：**

- 根據平穩時間序列的均值、方差爲常數的性質，平穩序列的時序圖應該呈現序列值始終在一個常數附近隨機波動，而且波動的範圍有界、無明顯趨勢及周期特徵。

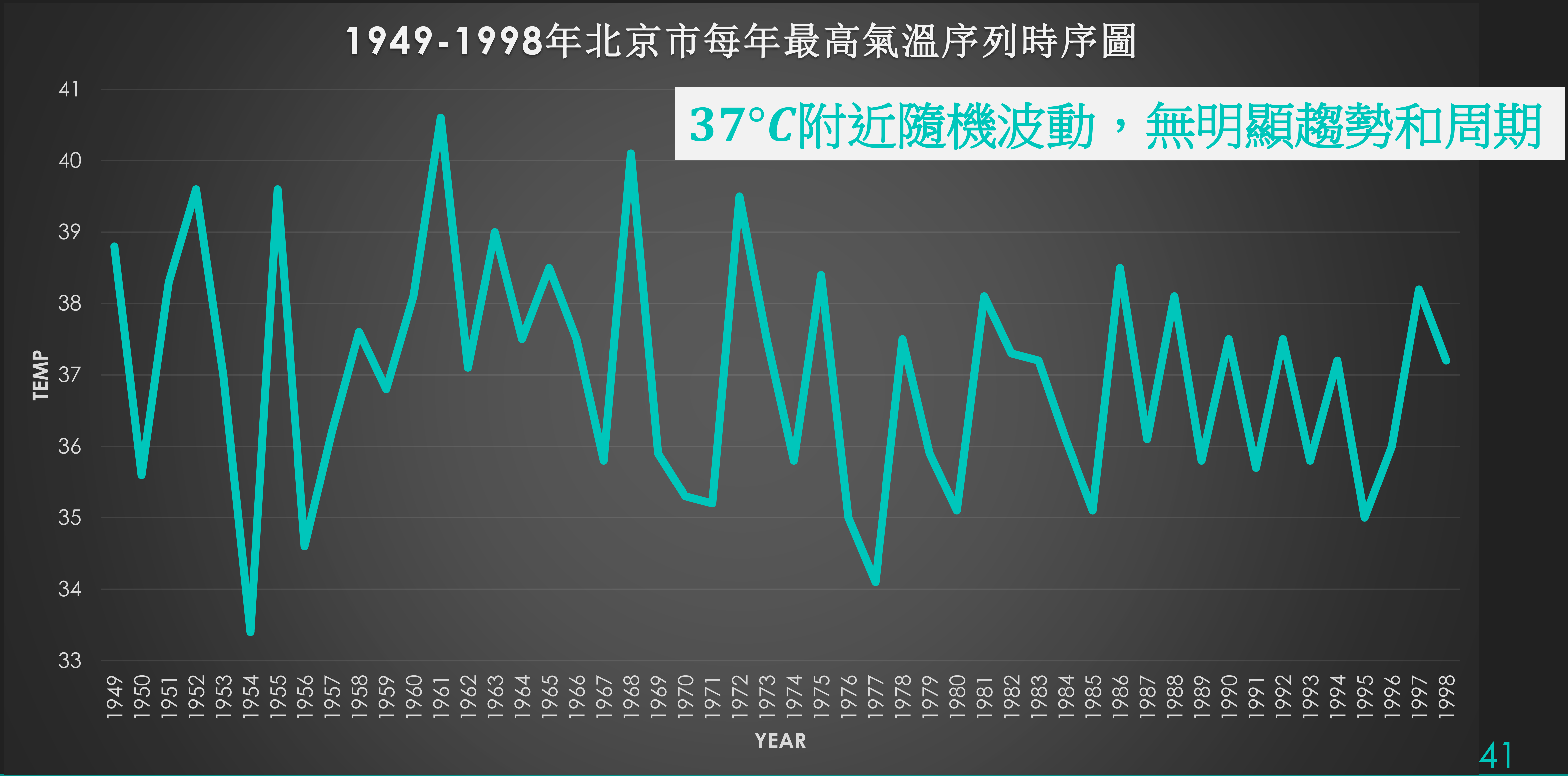
附錄1.2.xls


遞增趨勢
1964-1999年中國紗年產量序列時序圖
600
500
400
300
200
100
0
產紗量
1964
1965
1966
1967
1968
1969
1970
1971
1972
1973
1974
1975
1976
1977
1978
1979
1980
1981
1982
1983
1984
1985
1986
1987
1988
1989
1990
1991
1992
1993
1994
1995
1996
1997
1998
1999
YEAR

附錄1.3.xls


1962年1月-1975年12月平均每頭奶牛月產奶量序列的時序圖
以年為周期呈現出規則的周期性
遞增趨勢
1200
1000
800
600
400
200
0
MILK
1
5
9
13
17
21
25
29
33
37
41
45
49
53
57
61
65
69
73
77
81
85
89
93
97
101
105
109
113
117
121
125
129
133
137
141
145
149
153
157
161
165
月

附錄1.4.xls


1949-1998年北京市每年最高氣溫序列時序圖
37°C附近隨機波動，無明顯趨勢和周期
TEMP
41
40
39
38
37
36
35
34
33
1949
1950
1951
1952
1953
1954
1955
1956
1957
1958
1959
1960
1961
1962
1963
1964
1965
1966
1967
1968
1969
1970
1971
1972
1973
1974
1975
1976
1977
1978
1979
1980
1981
1982
1983
1984
1985
1986
1987
1988
1989
1990
1991
1992
1993
1994
1995
1996
1997
1998
YEAR

自相關圖檢驗

- 自相關圖中，其中一個坐標軸是自相關係數，另一個坐標軸是延遲時期數。

- 自相關圖檢驗基本步驗：
- 平穩序列通常具有短期相關性（後面章節證明）。
- 隨著延遲時期數k的增加，**平穩序列的自相關系數$\hat{\rho}_k$很快地衰減向零**。
- 相反，非平穩時間序列的自相關系數衰減向零的速度通常較慢。

附錄1.2.xls

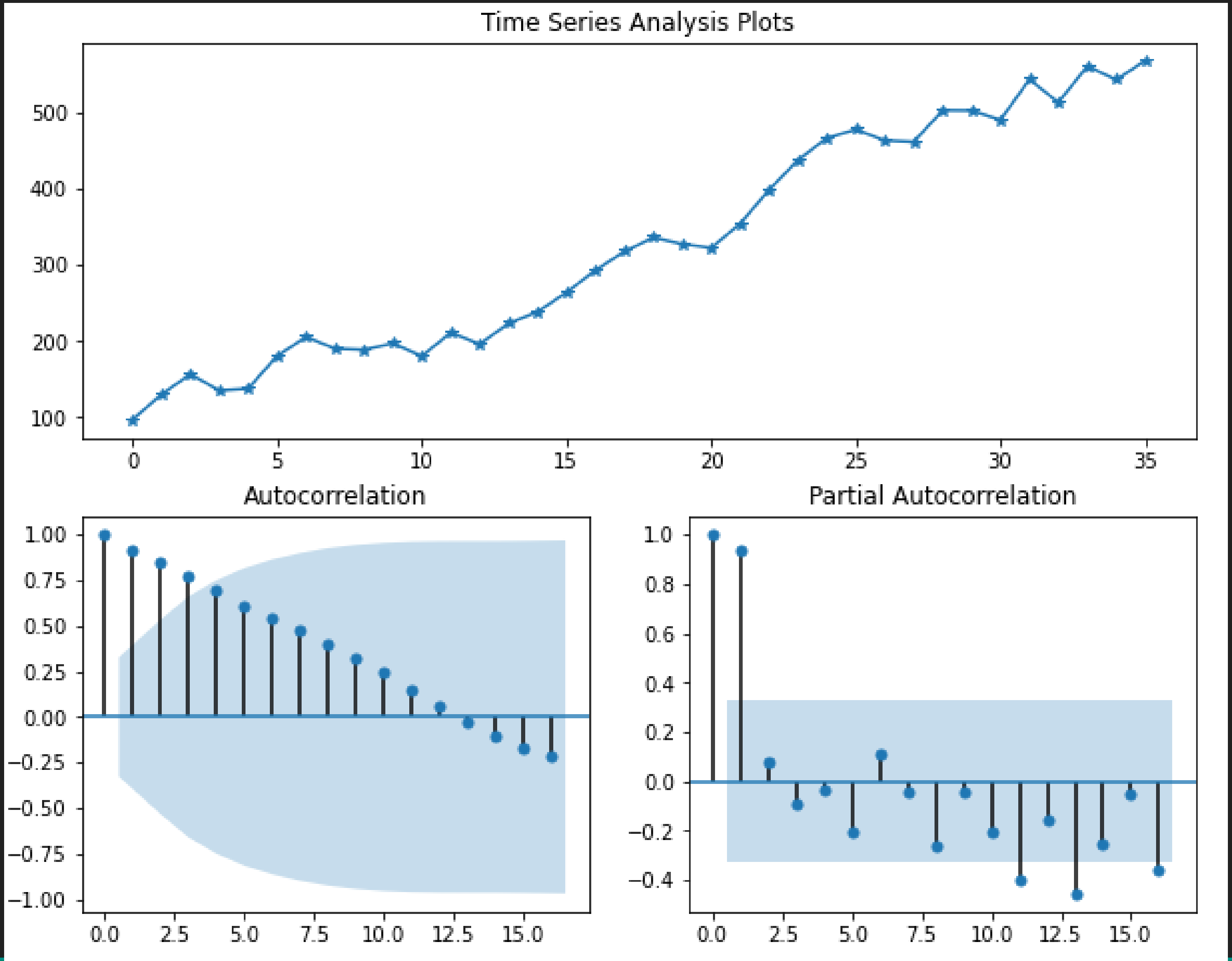
```
                                Autocorrelations

Lag    Covariance    Correlation    -1 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 1

  0     21741.103        1.00000    |                    |********************|
  1     19869.670        0.91392    |             .      |******************  |
  2     18336.945        0.84342    |         .          |*****************   |
  3     16679.644        0.76719    |       .            |***************     |
  4     15119.827        0.69545    |     .              |**************.     |
  5     13234.768        0.60874    |   .                |************    .   |
  6     11822.365        0.54378    |  .                 |***********      .  |
  7     10355.425        0.47631    |  .                 |**********       .  |
  8      8597.171        0.39543    | .                  |********          . |
  9      6977.227        0.32092    | .                  |******            . |
 10      5262.589        0.24206    | .                  |*****             . |
 11      3185.458        0.14652    |.                   |***                .|
 12      1257.065        0.05782    |.                   |*                  .|
 13      -717.129        -.03298    |.                  *|                   .|
 14     -2356.762        -.10840    |.                 **|                   .|
 15     -3657.864        -.16825    |.                ***|                   .|
 16     -4675.021        -.21503    |.               ****|                   .|
 17     -5645.938        -.25969    |.              *****|                   .|
 18     -6662.959        -.30647    |.             ******|                   .|
 19     -7523.279        -.34604    |.            *******|                   .|
 20     -8300.856        -.38180    |.           ********|                   .|
 21     -9068.912        -.41713    |            ********|                    |
 22     -9409.375        -.43279    |           *********|                    |

                        "." marks two standard errors
```

附錄1.2.xls



python
import statsmodels.tsa.api as smt
進行繪畫

附錄1.3.xls

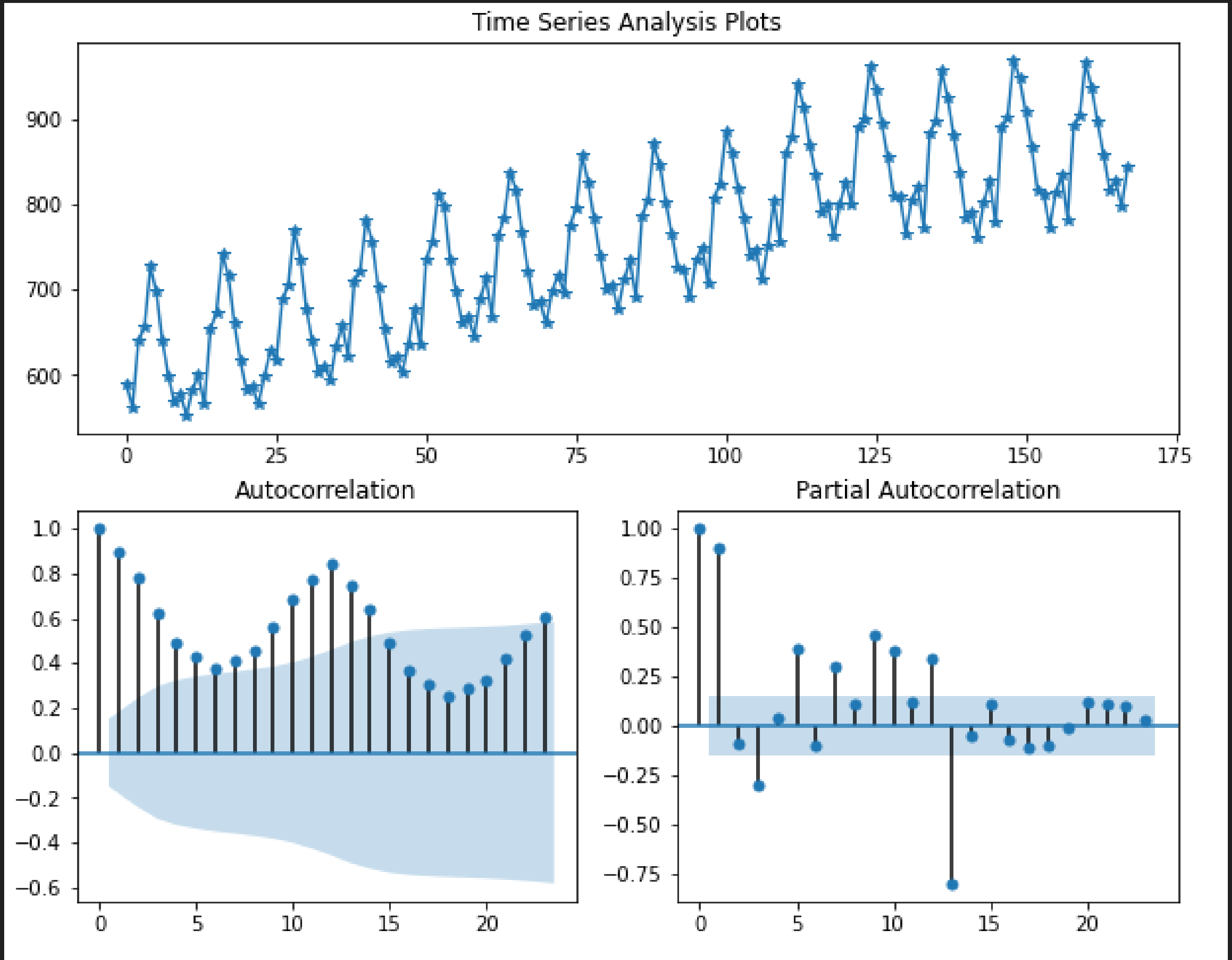
Autocorrelations

```
Lag   Covariance   Correlation   -1 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 1

  0    10383.588      1.00000    |                    |********************|
  1     9257.734      0.89157    |                 .  |******************  |
  2     8080.289      0.77818    |               .    |****************    |
  3     6440.643      0.62027    |              .     |************        |
  4     5053.314      0.48666    |             .      |**********          |
  5     4445.713      0.42815    |             .      |*********           |
  6     3904.890      0.37606    |             .      |********            |
  7     4306.827      0.41477    |             .      |********            |
  8     4716.761      0.45425    |            .       |*********           |
  9     5833.655      0.56181    |            .       |***********         |
 10     7128.946      0.68656    |            .       |**************      |
 11     7980.333      0.76855    |           .        |***************     |
 12     8773.234      0.84491    |           .        |*****************   |
 13     7735.639      0.74499    |          .         |***************     |
 14     6621.269      0.63767    |         .          |*************       |
 15     5084.621      0.48968    |         .          |**********.         |
 16     3775.004      0.36355    |         .          |*******   .         |
 17     3176.849      0.30595    |         .          |******    .         |
 18     2646.859      0.25491    |         .          |*****     .         |
 19     2984.458      0.28742    |         .          |******    .         |
 20     3328.659      0.32057    |         .          |******    .         |
 21     4324.928      0.41652    |        .           |********   .        |
 22     5489.933      0.52871    |        .           |***********.        |
 23     6265.032      0.60336    |        .           |************        |
 24     6986.088      0.67280    |        .           |*************       |

                        "." marks two standard errors
```

附錄1.3.xls



python
import statsmodels.tsa.api as smt
進行繪畫

附錄1.4.xls

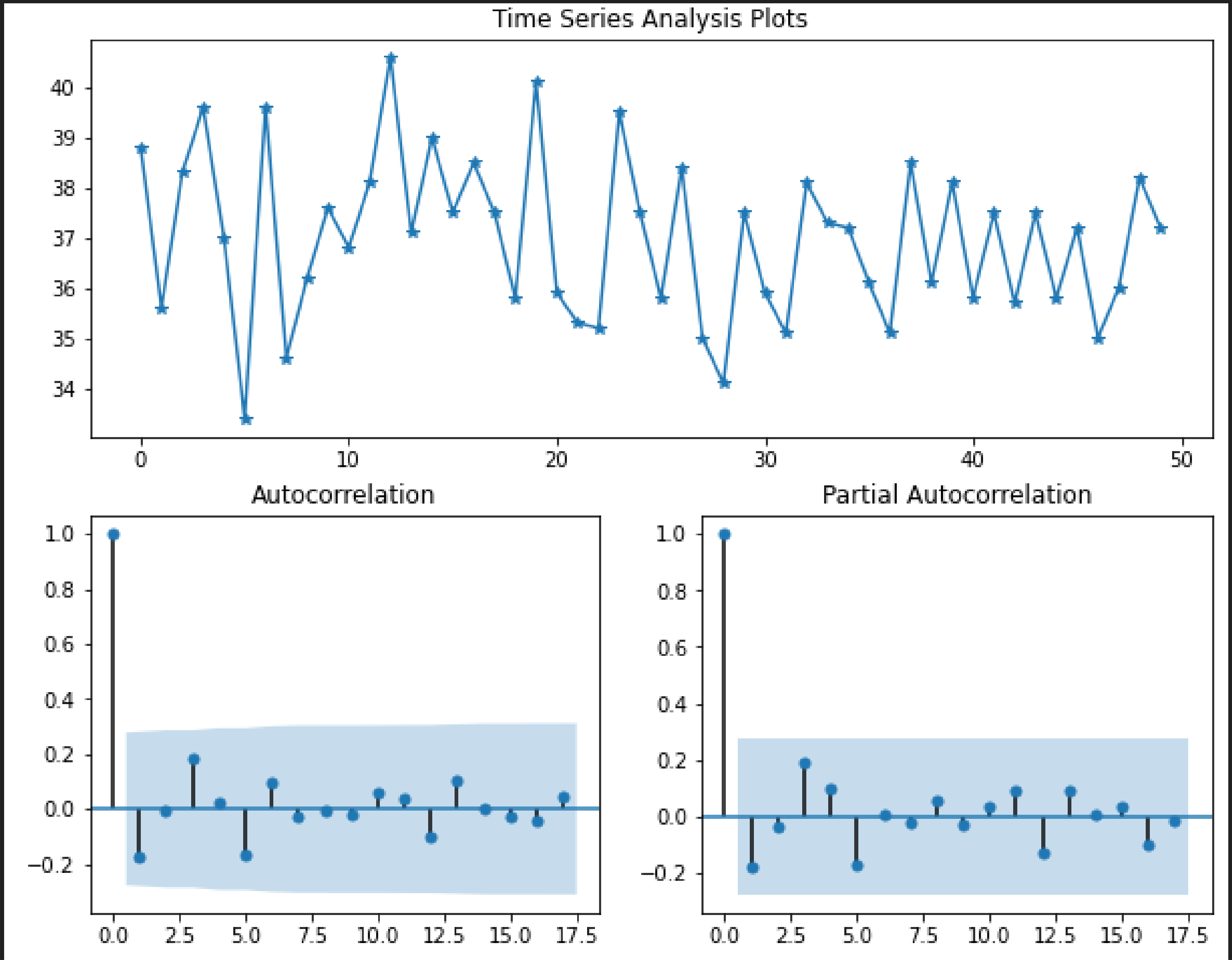
```
                                  Autocorrelations

Lag    Covariance    Correlation    -1 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 1

  0      2.569604        1.00000    |                    |********************|
  1     -0.449960        -.17511    |             .  ****|     .              |
  2    -0.0091078        -.00354    |             .      |     .              |
  3      0.463204        0.18026    |             .      |**** .              |
  4      0.059232        0.02305    |             .      |     .              |
  5     -0.421428        -.16400    |             .   ***|     .              |
  6      0.253512        0.09866    |             .      |**   .              |
  7     -0.067559        -.02629    |             .     *|     .              |
  8    -0.0083274        -.00324    |             .      |     .              |
  9     -0.057247        -.02228    |             .      |     .              |
 10      0.148917        0.05795    |             .      |*    .              |
 11      0.095461        0.03715    |             .      |*    .              |
 12     -0.267799        -.10422    |             .    **|     .              |
 13      0.260969        0.10156    |             .      |**   .              |
 14      0.011069        0.00431    |             .      |     .              |
 15     -0.069243        -.02695    |             .     *|     .              |

                          "." marks two standard errors
```

附錄1.4.xls



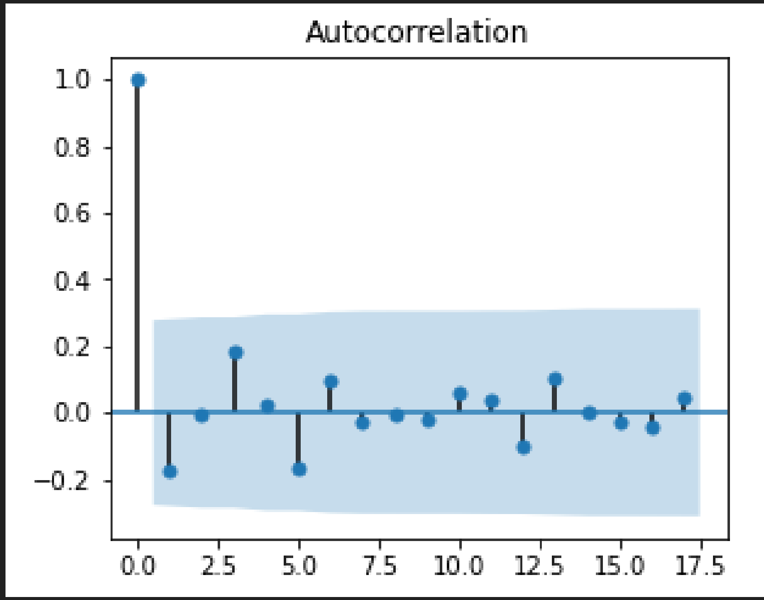
python
import statsmodels.tsa.api as smt
進行繪畫

延遲k自相關圖的標准差

- 延遲k自相關圖的標准差

$$\sigma_j = \sqrt{\frac{1}{n}\left(1 + 2\sum_{m=1}^{j} \hat{\rho}_m^2\right)}$$

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{1}{n}}$$



- n為樣本數量

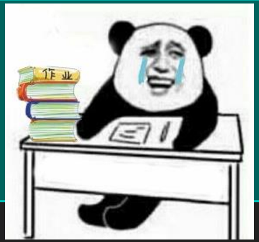
總結

本節內容

- 概率分布、均值、方差、自協方差函數、自相關函數概念和計算方法
- 嚴平穩、寬平穩定義，它們之間的關系
- 平穩時間序列的統計特徵，常數均值，協方差函數和自相關函數只依賴於時間平移長度
- 延遲k自協方差函數和延遲k自相關函數的計算
- 平穩時間序列的意義
- 平穩性檢驗：圖檢驗（時序圖、自相關圖）

作業

作業2-1A



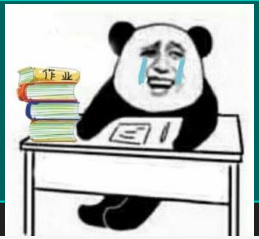
作業

- 閱讀acf_question.ipynb
- 掌握使用statsmodels來繪畫延遲k自相關圖的方法

利用statsmodels

```python
def drawts(y,pname):
    ##draw ax
    fig = plt.figure(figsize=(10,8))
    ts_ax=plt.subplot2grid((2,2),(0,0),colspan=2)
    acf_ax=plt.subplot2grid((2,2),(1,0))
    pacf_ax=plt.subplot2grid((2,2),(1,1))
    ##draw plot
    ts_ax.plot(y,'*-')
    ts_ax.set_title('Time Series Analysis Plots')
    smt.graphics.plot_acf(y,lags=None,ax=acf_ax,alpha=0.05) ##2sigma
    smt.graphics.plot_pacf(y,lags=None,ax=pacf_ax,alpha=0.05)  ##2sigma
    #plt.savefig('%s.jpg'%pname,dpi=256)
    plt.show()
    plt.close()
```

作業2-1A



作業

- 讀取附錄1.2.csv, 1.3.csv, 1.4.csv
- 編寫函數來計算延遲k自相關圖中各參數的值，並繪畫延遲k自相關圖（不能用statsmodels）。
- 把你畫的圖與借助statsmodel繪畫的圖比較。
- 提交acf_question.ipynb和HW2-1.docx
- 截止時間：2021年9月24日23:59
- 提交地方：tronclass的hw_2.1&2.2

自定義

作業： 在

```
###YOUR CODE to calculate autocorrelation function
###YOUR CODE to calculate autocorrelation function
###YOUR CODE to calculate autocorrelation function
###YOUR CODE to calculate autocorrelation function
###YOUR CODE to calculate autocorrelation function
```

和

```
###YOUR CODE to calculate 2 sigma
###YOUR CODE to calculate 2 sigma
###YOUR CODE to calculate 2 sigma
###YOUR CODE to calculate 2 sigma
###YOUR CODE to calculate 2 sigma
```

填寫相應代碼來計算延遲k自相關系數和2倍標准差

並將myname='KONGHOIIO'修改為你的姓名

In [15]:

```
def mydrawts(y,pname):
    myname='KONGHOIIO'
    ##draw ax
    fig = plt.figure(figsize=(10,8))
    ts_ax=plt.subplot2grid((2,2),(0,0),colspan=2)
    acf_ax=plt.subplot2grid((2,2),(1,0))
    pacf_ax=plt.subplot2grid((2,2),(1,1))
    ##draw plot
    ts_ax.plot(y,'*-')
    ts_ax.set_title('Time Series Analysis Plots(custom %s)'%myname)

    ##calclate acf
    myacf=np.ones((17))
    ###YOUR CODE to calculate autocorrelation function
    ###YOUR CODE to calculate autocorrelation function
    ###YOUR CODE to calculate autocorrelation function
    ###YOUR CODE to calculate autocorrelation function
    ###YOUR CODE to calculate autocorrelation function

    twosigma=np.ones((17))
    ###YOUR CODE to calculate 2 sigma
    ###YOUR CODE to calculate 2 sigma
    ###YOUR CODE to calculate 2 sigma
    ###YOUR CODE to calculate 2 sigma
```

作業2-1A

作業

○ 附錄1.2.csv的參考答案