

多柔体系统碰撞动力学研究综述 *

刘才山 陈 滨

北京大学力学与工程科学系, 北京 100871

摘 要 多柔体系统碰撞动力学研究具有重要的研究价值和工程实际意义, 本文针对多柔体系统碰撞动力学研究中的几个基本问题进行了全面的分析和评述, 其中包括多柔体系统动力学方程的描述、碰撞模型的建立、铰接间隙引起的碰撞问题、数值算法、实验研究、控制等几个方面, 并根据目前的发展现状和研究中存在的问题, 指出了今后多柔体系统碰撞动力学研究中的发展方向.

关键词 多柔体系统动力学, 碰撞, 间隙, 控制

1 引 言

多体系统的碰撞是工程中常见的现象, 且往往会对系统的设计和分析造成重大影响. 在航天多体系统中, 首先有间隙引起的碰撞及其动力学响应问题, 如著名的 Hubble 望远镜太阳能帆板间隙引起的冲击和振动, 我国东 -3 号卫星帆板间隙引起的冲击及其动力学响应等^[1,2], 这些都是由于多体间的碰撞引起的工程实际问题. 在一般工业应用领域, 像高速列车的轮轨碰撞、机械系统中由于运动副连接间隙产生的振动与噪声, 机械手在抓取重物时产生的冲击^[3]等, 也都属于多体系统碰撞动力学问题的应用范畴. 因此, 深入分析结构柔性以及碰撞、摩擦等因素对多体系统动力学的影响具有重要的研究价值和工程实际意义.

关于含碰撞的多体系统动力学建模理论的研究, 国内外都已进行了一些研究工作, 并取得了诸多研究成果^[4,5], 但这些研究成果大多集中在含碰撞的多刚体系统动力学分析方面, 关于多柔体系统碰撞问题的研究文献还较少. 本文的目的是根据目前含碰撞的多柔体系统动力学的研究现状, 针对研究中的若干基本问题进行评述, 以期将多柔体系统碰撞动力学理论的研究引向深入.

2 动力学方程的描述

在处理多柔体系统的碰撞问题之前, 首先要建立多柔体系统的动力学方程. 根据描述柔性体上任意一点位置矢量所选取的坐标系框架的不同, 可分为相对坐标系和绝对坐标系两种不同的建模方法.

收稿日期: 1998-09-18, 修回日期: 1999-06-17

* 航天高科技 863 项目、中国博士后基金及国家教委博士点基金资助项目

相对坐标法可以看作是多刚体建模方法的直接推广,它是在柔性体上建立一个浮动坐标系,从而将柔性体的运动分解为随动坐标系的牵连运动和相对于动坐标系的相对运动的叠加.相对坐标法有利于小应变构件的离散化,是目前多数学者所采用的方法^[6~9].

以 Avello^[10], Song^[11], Simo^[12] 等为代表的另一派学者将柔性体的大位移及弹性变形都用相对惯性坐标系的单元结点坐标描述,推导出变形体的应变-位移关系,在此基础上发展了能处理同一柔性体内发生大的相对变形的非线性有限元模型,这种方法称之为绝对坐标法.这种方法虽然可以得到相对简单的非动力耦合质量阵,但形成的刚度阵却是非线性的.

假设模态法和有限元法是目前最为常用的两种模型离散化技术.假设模态法以 Rayleigh-Ritz 法为基础,该法将整个柔性体的变形场表示为一组模态函数和模态坐标的线性组合.选取可靠的模态函数是应用该方法进行求解的前提, Hablani^[13] 采用静力变形模态, Yoo^[14] 采用自由振动模态描述柔性体的变形.目前对模态函数的选取问题还存在一定的分歧,陈滨、肖世富^[15] 等针对非惯性坐标系中一类刚-柔耦合系统进行了模态分析,指出中心圆盘的半径、转动惯量与转速对悬臂梁的模态特性都有一定的影响.

有限元法是将具有无限自由度的连续体化为只有有限个自由度的单元集合体,通过选择简单的形函数建立一组以结点位移为基本未知量的常微分方程组.按照对质量矩阵的处理方式不同又分为集中质量法和一致质量法,前者用相同的形函数及等效原则建立与刚度矩阵类似的质量矩阵,而后的质量矩阵是根据物体的质量分布按比例集中到各单元结点上,形成对角的质量阵. W. Sunada, Dubowsky^[16] 采用 4×4 的 D-H 矩阵描述相邻体间的坐标系框架,利用有限元法建立了空间机构的动力学分析模型. Y.A. Khulief, Shabana^[17] 分别采用一致质量法和集中质量法研究了含碰撞的柔性机构的一般动力学建模方法, B.P. Nagaraj^[18] 采用一致质量法研究了空间伸展机构展开过程中由于锁定而引起的碰撞问题.

模态综合技术^[16,19] 是支持利用有限元法解决多柔体碰撞问题的有力工具,通过模态分析和模态截断技术,以模态坐标代替结点坐标,以期缩减求解的自由度.该技术的应用对提高多柔体系统动力学方程的求解效率具有明显的意义.

此外,以 Huston^[9] 为代表的有限段法、有限差分法^[20] 等多柔体系统的动力学建模方法,对特定的构件和在特定的范围内亦得到了相应的应用.

3 碰撞模型的建立

多体系统碰撞问题的初期研究是以刚体模型建立其理论框架的,并一般采用了如下假设:

(1) 碰撞体均为刚体; (2) 碰撞过程瞬间完成,不考虑碰撞作用时间及过程; (3) 碰撞接触面视为一点,碰撞过程中碰撞点不变; (4) 碰撞面光滑,不考虑摩擦作用; (5) 利用碰撞前后冲量的变化确定系统运动状态的改变.以上假设是碰撞问题经典研究的基础. J. 维滕伯格^[21] 藉此解决了多刚体系统的一般碰撞问题,洪嘉振、梁敏^[22,23] 等引入碰撞约束的概念,建立了开闭环形式一致的经典、多刚体碰撞动力学方程. Routh^[24] 在以上假设的基础上,提出了用于解决多刚体系统碰撞问题的动量平衡法, Wehage 和 Haug^[25] 发展了一种用于分析具有间歇运动的机械系统并易于计算机实现的系统化方法,通过求解冲量-动量方程确定系统碰撞前后广义速度的跃变.

所有以上这些代表性的研究有两个重要的缺陷: (1) 它不能计算碰撞过程中碰撞力的大小及作用过程; (2) 它忽视了斜碰撞过程中碰撞体之间的微小运动对碰撞总冲量的影响,因而这

种做法实际上也不能正确计算碰撞的总冲量以及碰撞后的动态过程。

多柔体系统的碰撞问题与多刚体系统的碰撞有着明显的不同,多刚体发生碰撞时,碰撞力在瞬时同时影响刚体上的所有点,而对柔性体来说,当碰撞力作用于柔性体上的一点时,产生的应力波将以有限的速度在构件中传播。J.Rismantab-Sany 和 A.A. Shabana^[26] 采用广义的动量平衡法研究了作回转运动的柔性梁发生轴向碰撞的情况,指出在选取足够数目的广义坐标的前提下,经典的动量平衡法可有效地应用于多柔体系统的研究中。Khulief^[27], Changizi^[28], Yigit^[29~31] 分别在动量平衡法的基础上研究了多柔体系统的碰撞问题。Wu^[32] 提出了用子结构法解决柔性体的碰撞问题,洪嘉振^[22] 等将该方法应用于航天器伸展机构接触碰撞的动力学分析当中。

应用动量平衡法求解碰撞问题仍以经典碰撞假设为前提,其理论基础是确定正确的恢复系数。传统上认为恢复系数的值仅与相接触的材料特性有关,实验和分析结果表明,碰撞体的质量、形状、及其相对速度对恢复系数的值均有一定的影响。Johnson^[33] 指出即使在较小碰撞速度下,碰撞点邻域内也会发生塑性变形。Goldsmith^[34] 认为较为恰当的恢复系数是与相对碰撞速度 $v^{-1/4}$ 成正比的。Thornton^[35] 基于简化的理论分析模型,将恢复系数表达为屈服速度与相对碰撞速度的显式表达式。

动量平衡法认为碰撞是在瞬间完成的,它通过求解一系列线性代数方程确定碰撞前后系统广义速度的变化。因此,在求解碰撞过程时,不需要积分,计算效率较高。然而该方法不能确定碰撞荷载的大小,同时动量平衡方程的维数依赖于所研究系统的自由度数目。在复杂的多柔体系统的研究中该方法受到一定的限制。

与动量平衡法相并行的另一种方法是采用有变形的等效弹簧阻尼模型。该模型一般假定变形限制在接触区的邻域,弹簧接触力根据 Hertz 接触规律确定,通过一个与弹簧平行的阻尼器考虑接触过程中碰撞体弹性波的影响。Dubowsky^[36] 采用线性粘性阻尼和弹簧接触力来模化接触表面的动力学特性,提出了碰撞铰模型理论,其法向接触力变化曲线如图 1 所示。碰撞铰模型理论具有数学处理上的方便性,但该模型的使用具有一定的局限性,这主要在于:(1) 在碰撞接触开始时给出了非零的阻尼力,(2) 在接触过程中的恢复阶段,接触力和阻尼力之和有可能出现负值,(3) 当相对位移为零时,阻尼力出现最大值。以上情形与实际的接触过程不相吻合,尤其是当碰撞速度较高时,Dubowsky 的碰撞铰模型会带来较大的偏差。Johnson^[33] 提出了 Hertz 接触模型,认为弹簧接触力满足 Hertz 接触规律,而阻尼力仅与碰撞速度有关,其法向接触力模型如图 2 所示。Hunt, Crossley^[37] 认为在振动碰撞中的阻尼力应与弹簧接触力的 n 次项成正比,并呈现非线性的阻尼特征, Lee, Wang^[38] 提出了一种满足边界条件的非线性弹簧阻尼模型,并通过实验进行了验证。Yigit^[39] 将该模型理论应用到作大范围回转运动的柔性梁的碰撞问题研究当中。

等效弹簧阻尼模型认为碰撞过程不再是瞬时的过程,因此可以精细研究碰撞过程的碰撞力的历史,这对研究由于碰撞而引起的结构部件的破坏很有好处。但目前该方法仅局限于点-点接触模式,对其它碰撞接触模式(如:点-面接触,球-面接触,球-球接触等)还没有形成系统、合理的碰撞建模理论。

碰撞-接触问题的另一种有效计算方法是利用大型有限元计算软件^[40],通过建立两物体接触后的准确的动边界条件,利用复杂的接触算法,计算碰撞-接触的局部变形,从而确定相互之间的作用力随时间和空间的分布规律。但由于处理该过程的繁杂性和计算效率等原因,目前

还没有应用到多体系统的碰撞研究中。

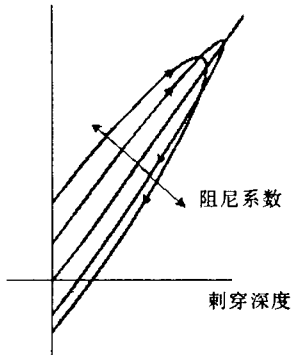


图 1 碰撞铰模型法向接触力

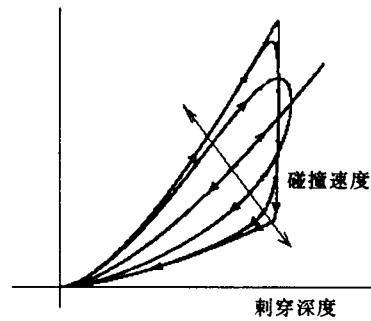


图 2 Hertz 模型法向接触力

斜碰撞时碰撞体在接触区域存在相对切向速度,此时摩擦对碰撞过程的影响不能忽视.著名力学家 Whittaker^[41] 于 1904 年最早提出了处理这一问题的方法,他认为碰撞过程中摩擦力产生的冲量大小为法向接触力冲量和摩擦系数的乘积,方向为碰撞前相对切向速度的反向,此方法一直沿用到 1984 年. Kane^[42] 在将该方法应用于一个复合摆与一固定表面发生碰撞时发现, Whittaker 方法会导致碰撞后系统能量的增加,并称之为一个“动力学之谜”.在这之后, Brach^[43] 和 Keller^[44] 等人的研究表明,即使在刚体碰撞的情形,要正确处理含摩擦的斜碰撞问题,必须考虑碰撞过程中碰撞体相互之间的微运动规律,只有这样,才能正确计算碰撞过程中的总冲量,从而才有可能正确预报碰撞后系统的运动状态.

4 铰接间隙引起的多柔体系统的碰撞问题

铰接间隙引起的多柔体系统的碰撞问题具有自身的一些特征,主要体现在动力学建模过程中需要将铰接间隙这一因素嵌入到多体系统的分析当中.含间隙的多柔体系统实质上是一个变结构的、含碰撞的、非定常的、非线性系统,而且这个变结构过程依赖于间隙的几何学分析以及动力学过程本身. S. Dubowsky^[45] 根据所提出的碰撞铰模型理论,利用扰动方程和位移函数首次研究了含间隙和杆件柔性的平面连杆机构的动力学过程,进而建立在 Hartenberg-Denavit 所描述的坐标系框架基础上,采用有限元法和模态综合技术,将该理论应用于含间隙的球铰连接的空间连杆机构的柔性体动力学分析当中^[46]. Kakizaki^[47] 将该理论拓展应用到圆柱铰连接的机器人系统. 陈滨等^[4,5] 在碰撞铰模型基础上,采用摄动法研究了单间隙柔性梁结构的伸展机构的动力学行为.

在建立含间隙系统的动力学方程时,关节处的摩擦力对系统的动力学的影响已引起人们的注意, Rhee^[48] 采用动量平衡法研究了考虑铰接间隙和摩擦影响的曲柄滑块机构的刚体动力学模型,黄铁球^[2] 等引入滑移系数,利用有限元法研究了带间隙桁架式伸展机构的动力学响应. Edward^[49] 等利用动量平衡法和拉格朗日乘子建立了约束多体系统的统一方程,通过增减约束的方法考虑关节处的摩擦. S. Dubowsky^[46,50] 直接采用库仑摩擦理论考虑了接触过程中摩擦力的作用. 文献 [43, 44] 研究表明,采用库仑摩擦理论考虑接触过程中的摩擦力在一定条件下失效. 目前人们在这方面的研究尚存在许多模糊的认识.

5 数值算法

在对含碰撞的多柔体系统动力学方程进行求解时,数值计算方法将直接影响求解的精度和稳定性.在采用动量平衡法求解多柔体系统的碰撞问题时,为获取所有运动量和约束力信息,一般通过引入 Lagrange 乘子,利用增广法进行求解^[49].对等效弹簧阻尼碰撞-接触模型,可直接通过数值积分进行计算,常用的数值积分算法有 Runge-Kutta 法、Newmark 法、Gear 法、Newton-Raphson 法^[2]等.

由于碰撞-接触的时间比较短,在数值积分过程中,一般需要采用变步长的方法确定碰撞接触和分离的时刻^[39],即当临近接触点的邻域时,通过细化时间步长因子,以便精确确定碰撞时刻.当脱离碰撞接触区的一段有限时间后,恢复使用正常的时间步长.这一方面可提高计算效率,同时可以捕捉到在较短时间内有可能发生的多次碰撞问题.

文献[46]在针对含铰接间隙的典型梁式构件的动力学分析和实验研究中发现,当结构参数发生微小的变化或操作条件发生改变时,系统的动力学响应会发生较大的变化,并认为导致这种现象的原因并非由于计算模型的误差引起的,而是系统本身所固有的非线性特性所决定的.文献[2]在对含间隙的空间伸展机构的动力学实验时也发现,系统的频率谱出现连续谱特征.因此,将非线性动力学理论应用于含碰撞的多柔体系统的分析当中,研究其全局的动力学行为将是今后的一个重要的发展方向.

6 实验研究

目前关于多柔体系统碰撞问题的实验研究主要集中在两个方面,一是关于碰撞-接触模型的实验研究,以便正确反映两体碰撞-接触过程的作用机理,为多体系统碰撞问题的研究提供恰当的物理参数. Dubowsky^[51]针对一高速运行机构关节处接触力的测定,验证了其碰撞铰模型理论. Hunts 和 Crossley^[37]通过实验确定了恢复系数与碰撞时相对速度的关系. Veluswami 和 Crossley^[52]研究了一钢球在两板之间发生多次碰撞的情况,并由此验证了所提出的非线性弹簧阻尼模型.

碰撞问题另一方面的实验工作是在碰撞发生时,对整个系统的动态响应的测定. Doyle^[53]采用应变片测量技术,研究了横向碰撞梁的动态响应. Yigit^[31]在直流伺服驱动系统上,对作大范围回转运动的柔性梁系统,研究了梁末端与一刚体球面发生正碰撞的情况,并利用高速摄像机捕捉到发生多次碰撞的情形. B.V.Chapnik^[54]设计了一作回转运动的柔性梁与一钢球发生侧面碰撞的实验装置,模拟机器人抓取重物时的碰撞情况. J.F. Deck^[46]在 IBS (Impact Beam Structure) 简支梁实验系统上,研究了间隙的大小对系统动力学响应的影响.在空间伸展机构研究方面,由于间隙和锁定过程的冲击而引起的碰撞问题,亦有相应的实验研究报告^[4,18].

7 控制

含碰撞的多柔体系统动力学本身所固有的强非线性特性,给控制器设计带来了极大的困难.目前关于这方面的研究文献还较少. Shabana^[55]等建立在恢复系数模型基础上,研究了航天器多柔体系统发生碰撞时的振动控制问题, Changizi^[28]利用动量平衡法处理碰撞过程,采用主动脉冲控制策略抑制由于碰撞力引起的多柔体系统的振动问题.随着控制理论研究的不

断深入,相信各种高级控制策略如鲁棒控制、自适应控制、变结构控制、模糊与神经网络控制等将会不断应用于含碰撞的多柔体系统的控制当中。

8 结束语

综观国内外的研究现状,柔性多体系统碰撞动力学研究虽然取得了一定的研究成果,但大多是建立在经典碰撞假定、点-铰模型、忽略摩擦作用的基础上进行的,依据目前的碰撞动力学理论在解决许多复杂的工程实际问题时,尤其是在解决精度要求很高的航空航天工程问题时,往往显示出很多不足。在动力学建模理论、碰撞模型的建立、结构柔性碰撞过程的相互作用机理、数值积分算法、实验研究等方面还存在许多不完善的地方。对以上问题进行深入的研究和探索,必将对多体系统动力学及其诸多工程应用领域带来深刻的影响。

参考文献

- 1 吴德隆,文荣,黄铁球等.空间站大型伸展机构动力学研究总结报告.见:吴德隆编.空间站大型伸展机构动力学研究(二).北京:中国运载火箭技术研究院,1997.1~6
- 2 黄铁球,吴德隆,阎绍泽.带间隙桁架式结构的动态响应研究——有限元分析方法讨论.见:吴德隆编.空间站大型伸展机构动力学研究(二).北京:中国运载火箭技术研究院,1997.98~115
- 3 Chapnik B V, Heppler G R, Aplevich J D. Modeling impact on a one-link flexible robotic arm. *IEEE Transaction on Robotic and Automation*, 1991 7(4): 551~561
- 4 陈滨,潘寒萌.含铰接间隙与杆件柔性的空间伸展机构单元的动力学建模与计算模拟(第一部分:动力学建模).导弹与航天运载技术,1997(1):27~37
- 5 陈滨,潘寒萌.含铰接间隙与杆件柔性的空间伸展机构单元的动力学建模与计算模拟(第二部分:系统动态特性的计算模拟结果).导弹与航天运载技术,1997(1):38~46
- 6 Kane T R, Levinson D A. Formulation of equation of motion for complex spacecraft. *J of Guid Contr and Dyn Syst*, 1985, 8(3): 374~383
- 7 Ryan R R. Simulation of actively controlled spacecraft with flexible appendages. *J of Guid Contr and Dyn Syst*, 1990, 13(4): 691~702
- 8 Banerjee A K, Kane T R. Dynamics of a plate in large overall motion. *ASME J of Appl Mecha*, 1989, 56(1): 887~892
- 9 Huston R L. Multibody dynamics including the effects of flexibility and compliance. *Computers & Structures*, 1981, 14(5): 443~451
- 10 Avello A, Jalon J G D. Dynamics of flexible multibody system using cartesian coordinates and large displacement theory. *Int J for Numerical Methods in Engineering*, 1991, 32(6): 1543~1563
- 11 Song J O, Hang E J. Dynamic analysis of planar flexible mechanisms. *Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering*, 1980, 24(2): 359~381
- 12 Simo J C, Quoc V L. The role of nonlinear theories in transient dynamics analysis of flexible structures. *J Sound and Vibration*, 1987, 119(3): 487~508
- 13 Hablani H B. Constrained and unconstrained mode: some modelling aspects of flexible spacecraft. *J of Guidance, Control, and Dynamics*, 1982, 5(2): 164~198
- 14 Yoo W S, Hang E J. Dynamics of flexible mechanical system using vibration and static correction modes. *ASME J Mech Tran Auto in Design*, 1986, 108(1): 315~322
- 15 肖世富,陈滨.非惯性系中一类刚-柔耦合系统的模态分析.力学学报,1997,29(4):439~447
- 16 Sunada W, Dubowsky S. On the dynamic analysis and behavior of industrial robotic manipulator with elastic member. *ASME J of Mechanism, Transmissions and Automation in Design*, 1983, 105(1): 42~51
- 17 Khulief Y A, Shabana A A. Impact responses of multi-body systems with consistent and lumped masses. *J of Sound and Vibration*, 1986, 104(2): 187~207
- 18 Nagaraj B P, Nagaraj B S. Dynamics of a two link flexible system undergoing locking: mathematical modelling and comparison with experiments. *J of Sound and Vibration*, 1997, 207(4): 567~589

- 19 Sunada W, Dubowsky S. The application of finite element methods to the dynamic analysis of flexible spatial and coplanar linkage systems. *ASME J of Mechanism, Transmissions and Automation in Design*, 1981, 103(3): 643~651
- 20 Tokhi M O, Omd A K, Azad M. Real-time finite difference simulation of a single link flexible manipulator system incorporating hub inertia and payload. *J of System and Control Engineering*, 1995, 290(1): 21~34
- 21 维滕伯格 J. 多刚体系统动力学. 谢传峰译. 北京: 北京航空学院出版社, 1986
- 22 洪嘉振, 梁敏. 多刚体碰撞动力学方程及可解性判别准则. *应用力学学报*, 1991, 8(1): 10~17
- 23 洪嘉振, 梁敏. 多刚体内碰撞数学模型与计算程序. *力学学报*, 1989, 21(4): 35~42
- 24 Routh E K. Dynamics of a system of rigid bodies. New York: Dover Publications Inc, 1960
- 25 Wehage R A, Haug E J. Dynamic analysis of mechanical systems with intermittent motions. *ASME J of Mechanical Design*, 1982, 104(4): 778~785
- 26 Rismantab-Sany J, Shabana A A. On the use of the momentum balance in the impact analysis of constrained elastic systems. *J of Vibration and Acoustics*, 1990, 112(2): 119~126
- 27 Khulief Y A, Shabana A A. Impact responses of multi-body systems with consistent and lumped masses. *J of Sound and Vibration*, 1986, 104(2): 187~207
- 28 Changizi K, Shabana A A. Pulse control of flexible multibody systems. *Computers and Structures*, 1986, 24(6): 875~884
- 29 Yigit A S. The effect of flexibility on the impact response of a two link rigid-flexible manipulator. *J of Sound and Vibration*, 1994, 177(3): 349~361
- 30 Yigit A S, Ulsoy A G, Scott R A. Dynamics of a radially rotating beam with impact, part 1: theoretical and computational model. *J of Vibration and Acoustics*, 1990, 112: 65~70
- 31 Yigit A S, Ulsoy A G, Scott R A. Dynamics of a radially rotating beam with impact, part 2: experimental and simulation results. *J of Vibration and Acoustics*, 1990, 112: 71~77
- 32 Wu S C. Contact-impact analysis of deployable space system. *AIAA*, 1993, 151(4):334~343
- 33 Johnson K L. Contact Mechanics. Cambridge: Cambridge University Press, 1992
- 34 Goldsmith W. Impact. Edward Arnold Publishers Ltd, 1960
- 35 Thornton C. Coefficient of restitution for collinear collisions of elastic-perfectly plastic spheres. *J of Applied Mechanics*, 1997, 64(2): 383~386
- 36 Dubowsky S, Freudenstein F. Dynamic analysis of mechanical systems with clearances, part 1: formulation of dynamic model, and part 2: dynamic response. *ASME J of Engineering for Industry*, 1971, 93(1): 305~316
- 37 Hunt K H, Crossley F R E. Coefficient of restitution interpreted as damping in vibroimpact. *ASME J Applied Mechanics*, 1975, 42(3): 440~445
- 38 Lee T W, Wang A C. On the dynamics of intermittent-motion mechanisms, part 1: dynamic model and response. *ASME J of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, 1983, 105(3): 534~540
- 39 Yigit A S, Ulsoy A G, Scott R A. Spring-dashpot models for the dynamics of a radially rotating beam with impact. *J of Sound and Vibration*, 1990, 143(3): 515~525
- 40 Hallquist J O, Goudreau G L, Benson D J. Sliding interfaces with contact-impact in large scale Lagrangian computations. *Computer Methods In Applied Mechanics and Engineering*, 1985, 51(1): 107~137
- 41 Whittaker E T. A Treatise on the Analytical Dynamics of Partical and Rigid Bodies. Cambridge, 1904. 232
- 42 Kane T R. A Dynamics Puzzle. Newsletter: Stanford Mechanics Alumni Club, 1984
- 43 Brach R M. Friction, restitution, and energy loss in planar collisions. *ASME J Applied Mechanical*, 1984, 51: 164~170
- 44 Keller J B. Impact with friction. *J Applied Mechanical*, 1986, 53(1): 1~4
- 45 Dubowsky S. On predicting the dynamic effects of clearances in planar mechanisms. *ASME J of Engineering for Industry*, 1974, 96(1): 317~323
- 46 Dubowsky S, Deck J F, Costello H M. The dynamic modelling of flexible spatial machine systems with clearance connection. *ASME J of Mechanism, Transmissions and Automation in Design*, 1987, 109(1): 87~94
- 47 Kakizaki T, Deck J F, Dubowsky S. Modelling the spatial dynamics of robotics manipulators with flexible links and joint clearance. *ASME J of Machine Design*, 1993, 115(4): 839~847
- 48 Rhee J, Akay A. Dynamic response of a revolute joint with clearance. *Mechanisms and Machine Theory*, 1996, 31(1): 121~134

- 49 Edward J H, Shih C W, Shih M Y. Dynamic of mechanical systems with coulomb friction, stiction, impact and constraint addition-deletion, part 1, part 2. *Mechanisms and Machine Theory*, 1986, 21(5): 401~425
- 50 Dubowsky S, Norris M, Aloni E, Taimir. An analytical and experimental study of the prediction of impacts in planar mechanical system with clearance. *ASME J of Mechanism, Transmissions and Automation in Design*, 1984, 106(4): 444~451
- 51 Dubowsky S, Moening M F. An experimental and analytical study of impact forces in elastic mechanical systems with clearances. *Mechanisms and Machine Theory*, 1978, 13(2): 451~465
- 52 Veluswami M A, Crossley F R E. Multiple impacts of a ball between two plates. *ASME J of Engineering for industry*, 1977, 97: 820~827
- 53 Doyle J F. Determining the contact force during the transverse impact of plates. *Experimental Mechanics*, 1987, 27: 68~72
- 54 Chapnik B V, Heppler G R, Aplevich J D. Modeling impact on a one-link flexible robotic arm. *IEEE Transaction on Robotic and Automation*, 1991, 7(4): 551~561
- 55 Shabana A A, Patel R D, et al. Vibration control of flexible multibody aircraft during touchdown impacts. *ASME J of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, 1987, 109: 270~276

A GLOBAL REVIEW FOR THE IMPACT DYNAMIC RESEARCH OF FLEXIBLE MULTIBODY SYSTEMS

Liu Caishan Chen Bin

Department of Mechanics & Engineering Science, Peking University, Beijing 100871, China

Abstract Some basic problems in impact dynamic research of flexible multi-body systems, which include the description of the dynamic equations of flexible multi-body systems, the simplification handling on the impact modelling, the impact due to joint clearance, numerical algorithm, experimental study and the vibration control considering the impact effects etc., are analyzed thoroughly in this paper. According to the present state and the difficulties in this research field, the main tasks and the development directions about this research is outlined in this paper.

Keywords flexible multi-body dynamics, impact, clearance, control